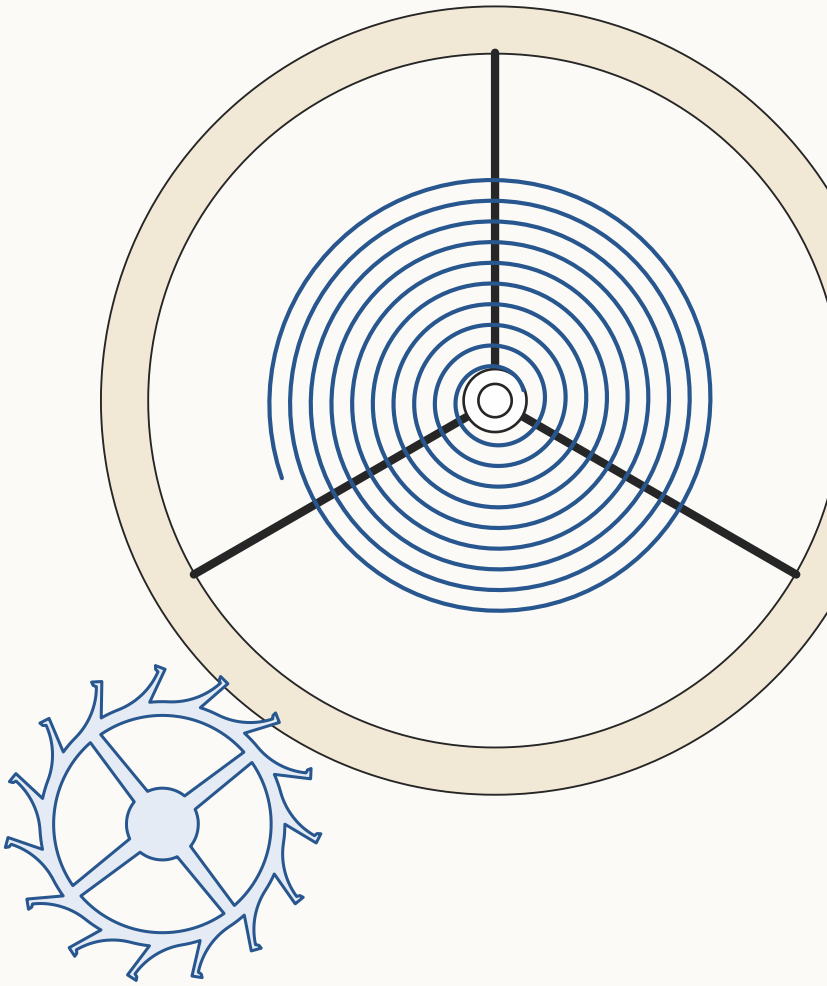
FORMATION · EXAMEN DE MAÎTRISE · ATELIER

Formulaire d'horlogerie

Formules, croquis et exemples entièrement calculés pour la petite et la grosse horlogerie



Robin Israel
Maître horloger · R.I.O. Uhrenwerkstätte Oppenheim
Président de la Hessische Uhrmacherschule (école d'horlogerie de Hesse)

Édition Métier 2026

Comment lire ce formulaire

Chaque formule figure dans sa propre fiche : en haut le nom, le numéro et le niveau, en dessous la formule, transformée là où c'est utile, et à côté le tableau de toutes les grandeurs avec leur unité. Suivent, en une phrase, les conditions dans lesquelles la formule s'applique, puis un exemple entièrement calculé avec nombres et unités. Nous supposons acquise la transformation des formules ; les formes transformées ne figurent que là où l'atelier en a constamment besoin.

Niveaux

COMPAGNON	Connaissances de base pour l'apprentissage et l'examen de fin d'apprentissage.
MAÎTRE	Matière de l'examen de maîtrise.
APPROFONDISSEMENT	Contexte et construction ; pas à calculer à l'examen, mais utile pour comprendre ce qui se passe dans la montre.

Notation

Les fractions sont toujours écrites superposées, jamais avec une barre oblique. Un point de multiplication sépare les facteurs, les nombres décimaux prennent une virgule, les grands nombres une espace fine : $86\,400$.

La plupart des formules sont des **équations aux grandeurs** : on remplace chaque grandeur par sa valeur numérique et son unité, et l'on calcule aussi avec les unités. Toute unité appropriée est admise, à condition de convertir proprement. Quelques formules d'atelier sont des **équations aux valeurs numériques** ; elles portent la mention « équation aux valeurs numériques » et ne valent qu'avec exactement les unités de leur tableau des grandeurs.

Les formules avec « ≈ » sont des approximations. Leur domaine de validité figure sous « Validité ».

Marche, oscillation et alternance

La marche G est l'écart d'une montre par jour, en secondes ($\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$). Plus signifie : la montre avance. Moins signifie : elle retarde.

Une **oscillation** est un aller et retour ; sa durée est la période T, la fréquence f compte les oscillations complètes par seconde (Hz). Une **alternance** est une demi-oscillation. La fréquence d'alternances n_h compte les demi-oscillations, pour les montres par heure (A/h) : $28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$ correspondent à $4\ \mathrm{Hz}$.

Dans ce formulaire, T est un temps (sauf pour les ajustements au chapitre XL 9, où il désigne la tolérance). Les températures sont notées ϑ, les variations de température $\Delta\vartheta$.

Angles

Dans les fonctions trigonométriques ($\sin$, $\cos$, $\tan$), un angle peut être donné en degrés ; la calculatrice doit alors être réglée en degrés. Si un angle figure en revanche comme facteur ou comme puissance dans une formule, on l'introduit en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$. Le tableau des grandeurs indique chaque fois la forme voulue.

Même symbole, autre signification

Les symboles principaux ont partout la même signification. Là où un chapitre emploie un symbole autrement, par exemple A pour une surface au lieu de l'amplitude, cela est indiqué dans l'introduction du chapitre et dans le tableau des grandeurs de la formule. Le tableau des grandeurs fait toujours foi.

Édition Métier et édition XL

Cette édition contient les formules de la montre : moteur, rouage, organe réglant, échappement, contrôle de la marche, montre à quartz, temps et calendrier. Les bases générales de mathématiques, de mécanique, d'électrotechnique, de fabrication, de matériaux et de statistique figurent dans l'édition XL. Un renvoi portant la mention « XL » y conduit et indique le numéro de l'édition XL.

© 2026 Robin Israel. Licence CC BY-NC-SA 4.0 : ce formulaire peut être partagé et adapté gratuitement, avec mention de l'auteur, à des fins non commerciales et dans les mêmes conditions. creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0

Table des matières

1 Force motrice 6
1.1 Ressort moteur dans le barillet : géométrie 6
1.2 Couple et énergie du ressort moteur 12
1.3 Durée de marche 17
1.4 Entraînement par poids 20
1.5 Fusée et chaîne 22
1.6 Puissance de la force motrice 23
1.7 Remontage et mise à l'heure 25

2 Rouage et engrenages 30
2.1 Rapport de transmission 30
2.2 Calcul du rouage de finissage 34
2.3 Minuterie 37
2.4 Géométrie des engrenages 39
2.5 Sonnerie 50
2.6 Quantième et phase de lune 53
2.7 Rendement du rouage 56

3 Organe réglant : balancier et spiral 58
3.1 Oscillation du balancier 58
3.2 Spiral 61
3.3 Balancier 67
3.4 Réglage à partir des valeurs de consigne et des valeurs mesurées 71
3.5 Température 73
3.6 Énergie et facteur de qualité 76
3.7 Isochronisme 78

4 Pendule 80
4.1 Pendule simple 80
4.2 Réglage par la longueur du pendule 83
4.3 Pendule pesant 88
4.4 Amplitude et erreur circulaire 90
4.5 Température et lieu d'installation 91

5 Échappements 95
5.1 Grandeurs de base de tous les échappements 95
5.2 Échappement à ancre suisse : géométrie 98
5.3 Force et énergie 107
5.4 L'échappement au chronocomparateur 109
5.5 Échappements d'horloge 110
5.6 Autres échappements 112

6 Contrôle de la marche et mesure 114
6.1 État et marche 114
6.2 Chronocomparateur 117
6.3 Positions et indicateurs 122
6.4 Contrôle des chronomètres 126
6.5 Étanchéité et pression 128
6.6 Magnétisme et chocs 131
6.7 Erreur de lecture et dispersion 132

7 Montre à quartz et pile 133
7.1 Pile 133
7.2 Quartz et diviseur de fréquence 136
7.3 Moteur pas à pas 139
7.4 Mesures sur la montre à quartz 142

8 Temps et calendrier 144
8.1 Jour et année 144
8.2 Calendrier 146
8.3 Équation du temps 148
8.4 Temps local et heure du fuseau 151
8.5 Phase de lune 152
8.6 Échelles du chronographe 153

Symboles 157

Index 165

1 Force motrice

La force motrice fournit l'énergie que consomment le rouage, l'échappement et l'organe réglant. Dans la montre et dans beaucoup de pendules, un ressort moteur logé dans le barillet la stocke ; dans l'horloge à balancier, c'est souvent un poids. Le ressort est compact, mais son couple diminue au cours du désarmage. Le poids exige une hauteur de chute, mais tire en contrepartie toujours avec la même force.

On calcule avec les unités de l'atelier : dimensions en mm, forces en N, couples en $\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm}$. La transmission du couple par le rouage jusqu'à l'échappement est traitée au chapitre 2. Contrairement à l'usage ailleurs dans ce formulaire, P désigne dans ce chapitre la puissance et m la masse du poids ; N compte les spires, les tours et les révolutions.

1.1 Ressort moteur dans le barillet : géométrie

Le ressort moteur forme un paquet dans le barillet : désarmé contre la paroi, armé autour de la bonde. Pour le calcul, on suppose les spires jointives. Le ressort couvre alors la même surface dans les deux états, à savoir longueur fois épaisseur de lame. Toutes les formules de cette section en découlent.

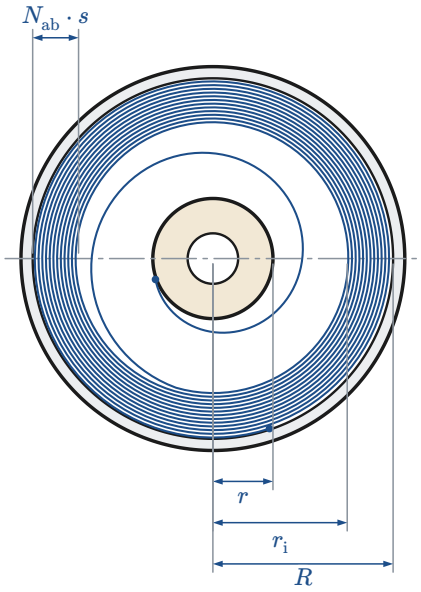


Fig. 1.1 Désarmé : le paquet repose contre la paroi et s'étend vers l'intérieur jusqu'à r_{i}

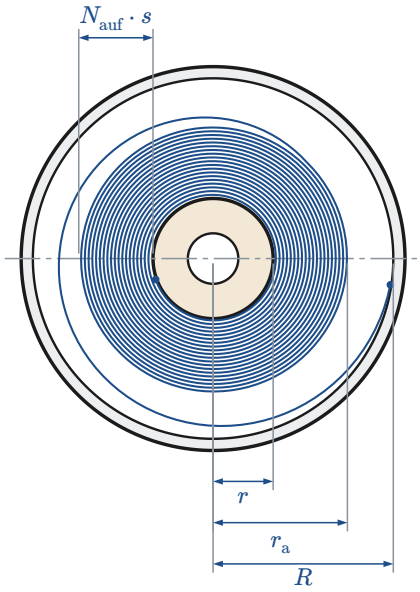


Fig. 1.2 Armé : le paquet repose sur la bonde et s'étend vers l'extérieur jusqu'à r_{a}

Rayon de la bonde (valeur indicative)

(1.1) APPROXIMATION COMPAGNON

$$r \approx \frac{R}{3}$$

r	Rayon (de la bonde)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm

La bonde occupe environ un tiers du rayon intérieur. Une bonde plus mince donnerait plus de tours, mais plierait trop fortement la spire intérieure.

Validité : valeur indicative pour montres et pendules.

Bon à savoir : Seconde condition : selon le matériau du ressort, le rayon de la bonde doit valoir au moins 10 à 16 fois environ l'épaisseur de la lame (valeur indicative). Une bonde plus mince plie trop fortement le ressort ; il se fatigue à la bonde et y casse.

EXEMPLE Un barillet a un diamètre intérieur de 11,4 mm, soit un rayon de 5,7 mm. Quel rayon doit avoir la bonde ?

Données : $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &\approx \frac{R}{3} \\ &= \frac{5{,}7\,\mathrm{mm}}{3} \\ &= 1{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La bonde reçoit un rayon d'environ 1,9 mm, soit 3,8 mm de diamètre. Avec une lame de 0,12 mm, cela fait presque 16 fois l'épaisseur de la lame.

Spires du ressort armé

(1.2) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{auf}} = \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s}$$

N_{auf}	Spires du ressort armé (autour de la bonde)	1
r	Rayon (de la bonde)	mm
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

La racine est le rayon extérieur r_{a} du paquet armé. Il découle de l'égalité des surfaces $l \cdot s = \pi \cdot (r_{\mathrm{a}}^2 - r^2)$. La largeur du paquet $r_{\mathrm{a}} - r$ divisée par l'épaisseur de la lame donne le nombre de spires.

Validité : spires jointives ; extrémités du ressort, crochet et bride non comptés.

EXEMPLE Un ressort moteur de 420 mm de longueur et de 0,12 mm d'épaisseur de lame est armé autour d'une bonde de 1,9 mm de rayon. Combien de spires compte le paquet ?

Données : $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{auf}} &= \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s} \\ &= \frac{\sqrt{(1{,}9\,\mathrm{mm})^2 + \dfrac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi}} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 21{,}1 \end{aligned}$$

Environ 21 spires. Le paquet s'étend jusqu'au rayon de 4,43 mm.

Spires du ressort désarmé

(1.3) MAÎTRE

$$N_{\text{ab}} = \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s}$$

N_{ab}	Spires du ressort désarmé (contre la paroi)	1
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

Ici, la racine est le rayon intérieur r_{i} du paquet contre la paroi, toujours d'après l'égalité des surfaces : $l \cdot s = \pi \cdot (R^2 - r_{\text{i}}^2)$.

Validité : spires jointives contre la paroi. Le ressort doit tenir dans le barillet : $l \cdot s$ inférieur à $\pi \cdot (R^2 - r^2)$.

EXEMPLE Le même ressort (420 mm de long, 0,12 mm d'épaisseur) repose désarmé contre la paroi d'un barillet de 5,7 mm de rayon intérieur.

Données : $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $l = 420\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{ab}} &= \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s} \\ &= \frac{5{,}7\,\text{mm} - \sqrt{(5{,}7\,\text{mm})^2 - \dfrac{420\,\text{mm} \cdot 0{,}12\,\text{mm}}{\pi}}}{0{,}12\,\text{mm}} \\ &\approx 13{,}7 \end{aligned}$$

Près de 14 spires. À l'intérieur, le paquet se termine au rayon de 4,06 mm.

Tours de barillet

(1.4) COMPAGNON

$$N = N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}}$$

N	Tours (du barillet)	1
N_{auf}	Spires du ressort armé (autour de la bonde)	1
N_{ab}	Spires du ressort désarmé (contre la paroi)	1

Au désarmage, les spires passent de la bonde à la paroi. Le barillet tourne alors d'autant de tours que le ressort armé compte de spires de plus que le ressort désarmé.

Validité : spires comptées dans les deux états à l'intérieur du barillet. La valeur est une limite supérieure : les extrémités du ressort ne travaillent pas ; en pratique, il manque jusqu'à un tour.

EXEMPLE Le ressort des deux exemples précédents compte 21,1 spires armé et 13,7 spires désarmé.

Données : $N_{\text{auf}} = 21{,}1$; $N_{\text{ab}} = 13{,}7$

$$\begin{aligned} N &= N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}} \\ &= 21{,}1 - 13{,}7 \\ &= 7{,}4 \end{aligned}$$

Le barillet fait en théorie 7,4 tours.

Longueur de ressort optimale

(1.5) MAÎTRE

$$l = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s}$$

l	Longueur (du ressort moteur)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

Le ressort qui donne le plus de tours est celui qui couvre exactement la moitié de la surface libre entre la bonde et la paroi. Un ressort plus court a trop peu de spires ; un ressort plus long ne leur laisse pas la place de se dérouler.

Validité : spires jointives ; supplément pour la fixation des extrémités non compris.

Bon à savoir : Le maximum est plat (fig. 1.3). Dans l'exemple, un ressort plus court ou plus long de 20 % ne coûte qu'environ 3 % des tours. La longueur n'est donc pas à un millimètre près, l'épaisseur de la lame en revanche compte beaucoup (section 1.2).

EXEMPLE Quelle longueur est optimale pour une lame de 0,12 mm dans un barillet de 5,7 mm de rayon intérieur avec une bonde de 1,9 mm de rayon ?

Données : $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $r = 1{,}9\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s} \\ &= \frac{\pi \cdot \left((5{,}7\,\text{mm})^2 - (1{,}9\,\text{mm})^2\right)}{2 \cdot 0{,}12\,\text{mm}} \\ &\approx 378\,\text{mm} \end{aligned}$$

Environ 378 mm. Le ressort de 420 mm des exemples précédents est donc un peu trop long, mais ne perd presque pas de tours.

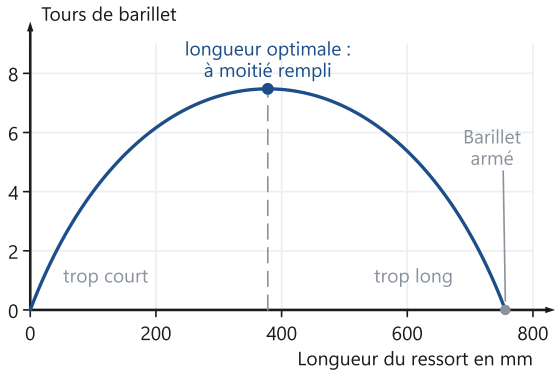


Fig. 1.3 Tours en fonction de la longueur du ressort, calculés pour $R = 5{,}7\,\text{mm}$, $r = 1{,}9\,\text{mm}$, $s = 0{,}12\,\text{mm}$

Taux de remplissage du barillet

(1.6) MAÎTRE

$$k_{\mathrm{F}} = \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

Le taux de remplissage indique si un ressort disponible ou commandé convient au barillet. L'optimum est 0,5.

Validité : spires jointives.

k_{F}	Taux de remplissage : part de la surface libre couverte par le ressort	1
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm

EXEMPLE Dans quelle mesure le ressort de 420 mm de longueur et 0,12 mm d'épaisseur de lame remplit-il le barillet (rayon intérieur 5,7 mm, rayon de bonde 1,9 mm) ?

Données : $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k_{\mathrm{F}} &= \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \\ &= \frac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} \\ &\approx 0{,}56 \end{aligned}$$

Le ressort couvre 56 % de la surface libre, un peu plus que la moitié optimale.

Cercle de séparation pour la longueur optimale

(1.7) MAÎTRE

$$\rho = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

À la longueur optimale, le paquet armé s'étend vers l'extérieur exactement aussi loin que le paquet désarmé s'étend vers l'intérieur. Ce cercle de séparation partage la surface libre en deux moitiés égales.

Validité : ressort de longueur optimale, taux de remplissage 0,5.

ρ	Rayon (du cercle de séparation)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm

Bon à savoir : Contrôle sur le barillet ouvert : si le ressort désarmé s'étend plus loin vers l'intérieur que le cercle de séparation, il est trop long. S'il reste plus à l'extérieur, il est trop court.

EXEMPLE Où se situe le cercle de séparation dans le barillet de 5,7 mm de rayon intérieur avec une bonde de 1,9 mm de rayon ?

Données : $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{(5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2}{2}} \\ &\approx 4{,}25\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Au rayon de 4,25 mm. Le paquet désarmé a alors une largeur de 1,45 mm, le paquet armé de 2,35 mm.

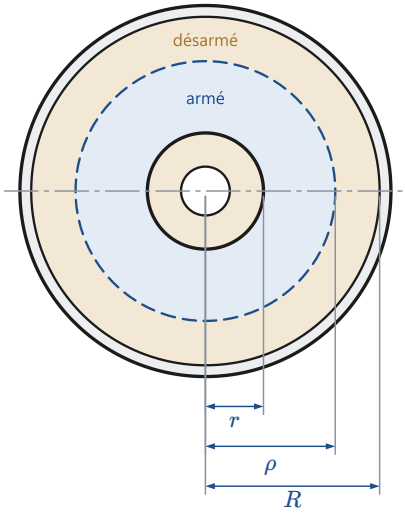


Fig. 1.4 Le cercle de séparation ρ partage la surface libre en deux : à l'intérieur le ressort armé, à l'extérieur le ressort désarmé

Nombre maximal de tours

(1.8) MAÎTRE

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

TRANSFORMÉE $$s = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{N_{\max}}$$

C'est le nombre de tours possible avec la longueur de ressort optimale. Transformée, la formule donne l'épaisseur de lame pour un nombre de tours demandé.

Validité : ressort de longueur optimale (taux de remplissage 0,5), spires jointives. Limite supérieure théorique comme pour la formule (1.4).

$N_{\max}$	Nombre maximal de tours du barillet	1
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

EXEMPLE Combien de tours au plus le barillet (rayon intérieur 5,7 mm, rayon de bonde 1,9 mm) peut-il faire avec une lame de 0,12 mm ?

Données : $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $r = 1{,}9\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot \left((5{,}7\,\text{mm})^2 + (1{,}9\,\text{mm})^2\right)} - 5{,}7\,\text{mm} - 1{,}9\,\text{mm}}{0{,}12\,\text{mm}}$$

$$\approx 7{,}5$$

Environ 7,5 tours. Avec une lame de 0,10 mm, ce serait 9 tours ; avec 0,14 mm, seulement 6,4.

Valeurs indicatives pour un rayon de bonde $r = \frac{1}{3}\,R$ et une longueur de ressort optimale

Grandeur	Valeur
Rayon du cercle de séparation	$\rho = 0{,}745 \cdot R$
Largeur du paquet désarmé	$0{,}255 \cdot R$, environ un quart du rayon intérieur
Largeur du paquet armé	$0{,}412 \cdot R$
Longueur de ressort optimale	$l = 1{,}40 \cdot \frac{R^2}{s}$
Nombre maximal de tours	$N_{\max} = 0{,}157 \cdot \frac{R}{s}$

Calculé d'après les formules (1.5), (1.7) et (1.8). Ces valeurs ne valent que si la bonde mesure un tiers du rayon intérieur.

Longueur du ressort d'après les spires du ressort désarmé

(1.9) COMPAGNON

$$l = \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab}$$

La longueur est la circonférence moyenne du paquet multipliée par le nombre de spires. On peut ainsi déterminer la longueur du ressort sans le sortir du barillet. L'épaisseur de la lame découle de la largeur du paquet : $s = (R - r_\mathrm{i}) : N_\mathrm{ab}$.

Validité : spires jointives contre la paroi. Le tronçon entre le paquet et la bonde n'est pas compté ; le ressort réel est plus long d'environ une spire intérieure.

l	Longueur (du ressort moteur)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r_i	Rayon intérieur du paquet de spires désarmé	mm
N_ab	Spires du ressort désarmé (contre la paroi)	1

EXEMPLE Dans un barillet de 5,7 mm de rayon intérieur, le ressort désarmé repose contre la paroi avec 13,75 spires. Le bord intérieur du paquet a un rayon de 4,05 mm.

Données : $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 4{,}05\,\mathrm{mm}$; $N_\mathrm{ab} = 13{,}75$

$$\begin{aligned} l &= \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab} \\ &= \pi \cdot (5{,}7\,\mathrm{mm} + 4{,}05\,\mathrm{mm}) \cdot 13{,}75 \\ &\approx 421\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le paquet contient environ 421 mm de ressort. L'épaisseur de la lame vaut 1,65 mm divisé par 13,75, soit 0,12 mm.

À retenir : Le ressort doit remplir la moitié de la surface libre du barillet. Pour obtenir davantage de tours, il ne reste alors qu'une lame plus mince.

1.2 Couple et énergie du ressort moteur

Le ressort armé tend à reprendre sa forme et fait ainsi tourner le barillet. Son couple dépend surtout de l'épaisseur de la lame, l'énergie stockée du volume du ressort et du matériau.

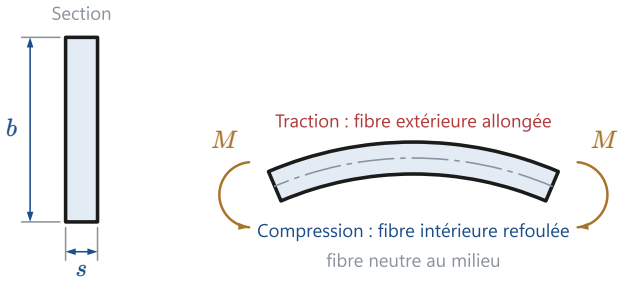


Fig. 1.5 Section de la lame, de hauteur b et d'épaisseur s (épaisseur exagérée) ; à la flexion, la face extérieure est allongée, la face intérieure comprimée

Couple du ressort moteur

(1.10) MAÎTRE

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

Le couple croît avec l'angle de torsion, avec la hauteur de la lame et avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame. Un ressort plus long est plus souple. Un tour correspond à $\varphi = 2\pi$.

Validité : domaine élastique, section rectangulaire, spires sans contact ni frottement entre elles. L'angle est compté à partir de la forme libre du ressort hors du barillet.

M	Couple (du ressort)	$\mathrm{N \cdot mm}$
E	Module d'élasticité (du matériau du ressort)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Hauteur de la lame (largeur du ressort)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm
φ	Angle de torsion (par rapport à la forme libre, en radians)	rad
l	Longueur (du ressort moteur)	mm

Attention : Dans le barillet, des spires reposent les unes contre les autres, à la bonde et contre la paroi. Elles ne travaillent pas et frottent. La courbe réelle n'est donc pas une droite (fig. 1.6). La formule montre de quoi dépend le couple ; le couple d'un ressort donné se mesure.

EXEMPLE Un ressort moteur ($E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, hauteur 1,3 mm, épaisseur 0,12 mm, longueur 420 mm) est armé de 12 tours par rapport à sa forme libre, soit 75,4 rad.

Données : $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$
$$= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^3 \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{12 \cdot 420\,\mathrm{mm}}$$
$$\approx 6{,}72\,\mathrm{N \cdot mm}$$

Environ 6,7 $\mathrm{N \cdot mm}$, un ordre de grandeur courant pour le barillet d'une montre-bracelet homme.

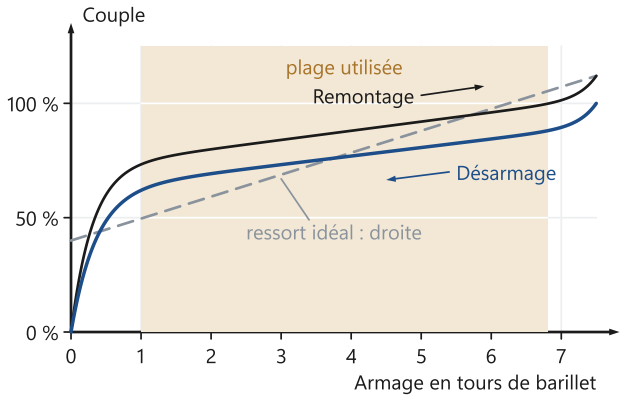


Fig. 1.6 Couple dans le barillet à l'armage et au désarmage (schéma de principe, pas une courbe mesurée) ; 100 % correspond au couple au début du désarmage après un armage complet

La fig. 1.6 montre l'évolution dans le barillet. Tout en haut et tout en bas, le couple varie fortement ; entre les deux, il ne diminue que lentement. On utilise la partie plate. À l'armage, la courbe se situe plus haut qu'au désarmage ; la différence est le frottement entre les spires. Les ressorts en forme de S (fig. 1.8) sont, à l'état libre, courbés dans le sens inverse de leur enroulement ultérieur. Ils sont sollicités plus uniformément sur toute leur longueur et délivrent un couple plus régulier que les ressorts en simple spirale.

Couple maximal d'après la contrainte de flexion admissible

(1.11) MAÎTRE

$$M_{\max} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6}$$

Au-delà de ce couple, la lame ne tient plus élastiquement : la fibre extrême atteint la contrainte admissible. La fraction $\frac{b \cdot s^2}{6}$ est le module de résistance du rectangle (chapitre XL 2).

Validité : section rectangulaire, flexion pure. Au-delà de la limite élastique, le ressort se déforme durablement : il s'affaisse.

$M_{\max}$	Couple maximal transmissible élastiquement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
σ_{zul}	Contrainte de flexion admissible (limite élastique du matériau du ressort)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Hauteur de la lame (largeur du ressort)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

EXEMPLE Quel couple transmet une lame de 1,3 mm de hauteur et 0,12 mm d'épaisseur pour une contrainte de flexion admissible de $2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$?

Données : $\sigma_{\text{zul}} = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &= 7{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Au plus 7,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. L'exemple précédent, avec 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$, reste en dessous.

Matériaux pour ressorts moteurs (valeurs indicatives)

Matériau	E en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	σ_{zul} en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
Acier à ressort (acier au carbone, trempé et revenu)	206 000 … 210 000	1 500 … 2 000
Alliage cobalt-nickel-chrome (par exemple Nivaflex)	200 000 … 225 000	2 200 … 2 800

Valeurs indicatives grossières pour une estimation. La contrainte admissible dépend fortement de l'alliage, du taux de laminage et du traitement thermique. Les indications du fabricant de ressorts font foi. Le module d'élasticité et la résistance à la traction d'autres matériaux figurent à la section XL 2.7.

Influence de l'épaisseur de la lame

(1.12) COMPAGNON

$$M_2 = M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3$$

Le couple varie avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame. Un centième de millimètre déjà se fait nettement sentir.

Validité : même hauteur de lame, même longueur, même matériau, même angle de torsion.

M_2	Couple du ressort de remplacement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_1	Couple du ressort d'origine	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
s_2	Épaisseur de lame du ressort de remplacement	mm
s_1	Épaisseur de lame du ressort d'origine	mm

Attention : Une lame plus épaisse remplit davantage le barillet et donne moins de tours. Pour une autre épaisseur de lame, il faut donc aussi recalculer la longueur et les tours selon la section 1.1.

EXEMPLE Au lieu d'un ressort de 0,12 mm d'épaisseur de lame et de 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$, on pose un ressort de 0,125 mm. Quel sera le couple ?

Données : $M_1 = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $s_2 = 0{,}125\,\mathrm{mm}$; $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3 \\ &= 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot \left(\frac{0{,}125\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}\right)^3 \\ &\approx 6{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Environ 6,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. La lame, plus épaisse de seulement 0,005 mm, apporte 13 % de couple en plus.

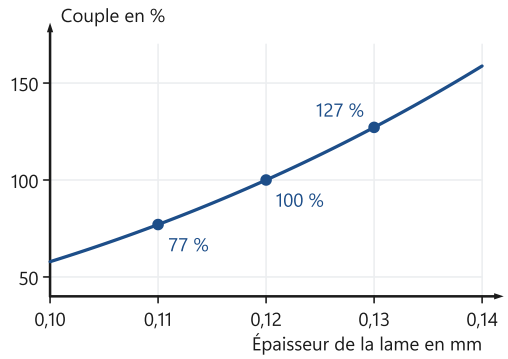


Fig. 1.7 Le couple croît avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame (100 % pour $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$)

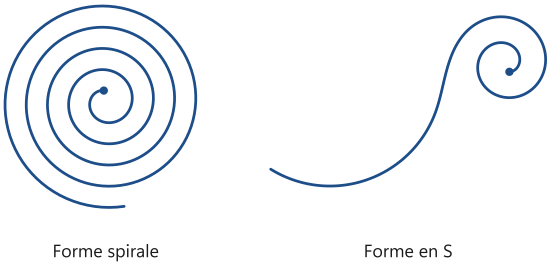


Fig. 1.8 Ressorts moteurs à l'état libre : forme en spirale simple et forme en S à contre-courbure

Ressort de remplacement de même effet

(1.13) COMPAGNON

$$b_1 \cdot s_1^3 = b_2 \cdot s_2^3$$

TRANSFORMÉE $\quad s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{b_1}{b_2}}$

Si le ressort d'origine n'est pas disponible, une lame un peu plus épaisse compense une hauteur plus faible, et inversement. Le couple reste le même si le produit de la hauteur par la puissance trois de l'épaisseur reste le même.

Validité : même longueur, même matériau. Le ressort de remplacement ne doit pas être plus haut que le barillet ne le permet.

b_1	Hauteur de lame du ressort d'origine	mm
s_1	Épaisseur de lame du ressort d'origine	mm
b_2	Hauteur de lame du ressort de remplacement	mm
s_2	Épaisseur de lame du ressort de remplacement	mm

EXEMPLE Le ressort d'origine mesure 1,50 mm × 0,12 mm. Seul un ressort de 1,40 mm de hauteur est disponible. Quelle épaisseur de lame donne le même couple ?

Données : $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\quad b_1 = 1{,}50\,\mathrm{mm}$; $\quad b_2 = 1{,}40\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s_2 &= s_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}} \\ &= 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}50\,\mathrm{mm}}{1{,}40\,\mathrm{mm}}} \\ &\approx 0{,}1228\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Par le calcul, un peu moins de 0,123 mm. Dans la liste, on choisit l'épaisseur suivante, ici 0,125 mm, en acceptant un couple un peu plus élevé.

Énergie stockée du ressort idéal

(1.14) MAÎTRE

$$W = \frac{M \cdot \varphi}{2}$$

Comme le couple croît linéairement depuis l'état libre, c'est en moyenne la moitié du couple final qui compte. On a $1\,\mathrm{N \cdot mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

Validité : ressort idéal à caractéristique linéaire selon la formule (1.10).

W	Travail (énergie stockée dans le ressort, travail d'armage)	mJ
M	Couple (du ressort)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
φ	Angle de torsion (par rapport à la forme libre, en radians)	rad

EXEMPLE Le ressort de l'exemple de la formule (1.10) a un couple de 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$ à 75,4 rad.

Données : $M = 6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{M \cdot \varphi}{2} \\ &= \frac{6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{2} \\ &\approx 253\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Le ressort contient environ 253 mJ, soit 0,25 J. Seule est utilisable la part que le barillet restitue au désarmage (formule (1.16)).

Énergie maximale stockable

(1.15) APPROFONDISSEMENT

$$W_{\max} = \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E}$$

Le produit $b \cdot s \cdot l$ est le volume du ressort. L'énergie stockable croît donc avec le volume du ressort et avec $\sigma_{\mathrm{zul}}^2 : E$. C'est pourquoi le barillet reçoit autant de place que possible dans le mouvement, et pourquoi les matériaux à limite élastique élevée sont intéressants.

Validité : ressort idéal, fléchi sur toute sa longueur jusqu'à la contrainte admissible. Limite supérieure ; les ressorts réels ne l'atteignent pas.

$W_{\max}$	Énergie maximale stockable élastiquement	mJ
σ_{zul}	Contrainte de flexion admissible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Hauteur de la lame (largeur du ressort)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
E	Module d'élasticité (du matériau du ressort)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

EXEMPLE Ressort 1,3 mm × 0,12 mm × 420 mm, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$.

Données : $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$; $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E} \\ &= \frac{\left(2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}\right)^2 \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot 420\,\mathrm{mm}}{6 \cdot 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}} \\ &\approx 341\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Au plus environ 0,34 J. C'est l'énergie nécessaire pour soulever 35 g d'un mètre.

Travail fourni au désarmage

(1.16) COMPAGNON

$$W = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}}$$

Le travail est le couple multiplié par l'angle de rotation ; à chaque tour, le barillet tourne de 2π. On lit le couple moyen sur la courbe de désarmage mesurée.

Validité : couple moyenné sur le désarmage.

W	Travail (fourni par le barillet au désarmage)	mJ
N	Tours (du barillet)	1
M_{m}	Couple moyen sur ces tours	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EXEMPLE Un barillet fournit en moyenne 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$ sur 6,5 tours.

Données : $N = 6{,}5$; $M_{\mathrm{m}} = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \\ &\approx 245\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Le mouvement reçoit environ 245 mJ, à peine un quart de joule pour près de deux jours de marche.

Rendement du ressort moteur

(1.17) MAÎTRE

$$\eta_{\mathrm{F}} = \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}}$$

Le frottement entre les spires et contre la paroi absorbe une partie du travail d'armage. Des lames propres et la bonne graisse dans le barillet limitent la perte.

Validité : les deux travaux mesurés sur les mêmes tours.

η_{F}	Rendement du ressort dans le barillet	1
W_{ab}	Travail fourni au désarmage (aire sous la courbe de désarmage)	mJ
W_{auf}	Travail dépensé à l'armage (aire sous la courbe d'armage)	mJ

EXEMPLE Le barillet de l'exemple précédent fournit 245 mJ au désarmage. À l'armage, 288 mJ ont été dépensés sur les mêmes tours.

Données : $W_{\mathrm{ab}} = 245\,\mathrm{mJ}$; $W_{\mathrm{auf}} = 288\,\mathrm{mJ}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{F}} &= \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{288\,\mathrm{mJ}} \\ &= 0{,}85 \end{aligned}$$

Le ressort restitue 85 % du travail d'armage ; 15 % sont perdus en frottement.

À retenir : Hauteur de lame double, couple double. Épaisseur de lame double, couple huit fois plus grand.

1.3 Durée de marche

La durée de marche est le temps pendant lequel le mouvement marche avec un armage complet. Elle résulte des tours du barillet et de la durée d'un tour. La réserve de marche est la part de la durée de marche qui reste encore au mouvement. Comme au chapitre 2, le nombre de dents d'un pignon porte un prime et l'indice de son axe.

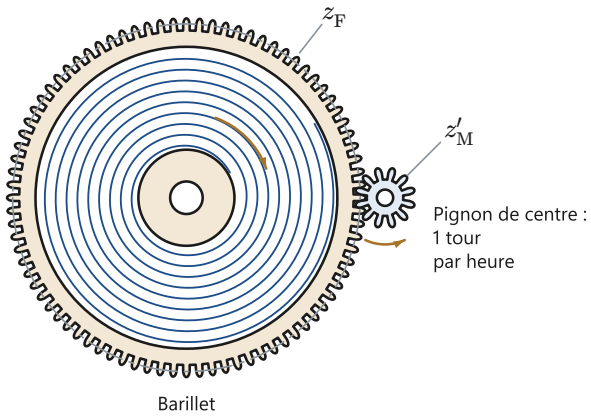


Fig. 1.9 Le barillet à z_F dents entraîne le pignon de centre à z'_M ailes

Durée de révolution du barillet

(1.18) COMPAGNON

$$t_\mathrm{F} = \frac{z_\mathrm{F}}{z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M}$$

Le barillet engrène avec le pignon de la roue de centre, qui fait un tour par heure. Si le barillet a sept fois plus de dents que le pignon, un tour dure sept heures.

Validité : le barillet engrène directement avec le pignon d'une roue qui fait un tour par heure. Si la roue entraînée tourne autrement, introduire sa durée de révolution.

t_F	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h
z_F	Nombre de dents du barillet	1
z'_M	Nombre d'ailes du pignon de centre	1
t_M	Durée de révolution de la roue de centre (1 h)	h

EXEMPLE Un barillet de 84 dents entraîne un pignon de centre de 12 ailes.

Données : $z_\mathrm{F} = 84$; $z'_\mathrm{M} = 12$; $t_\mathrm{M} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{F} &= \frac{z_\mathrm{F}}{z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M} \\ &= \frac{84}{12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 7\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Le barillet met 7 heures pour faire un tour.

Durée de marche d'après les tours du barillet

(1.19) COMPAGNON

$$t_{\mathrm{G}} = N \cdot t_{\mathrm{F}}$$

TRANSFORMÉE $N = \dfrac{t_{\mathrm{G}}}{t_{\mathrm{F}}}$

t_{G}	Durée de marche	h
N	Tours (du barillet)	1
t_{F}	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h

Avec les tours que le barillet fournit réellement, on obtient la durée de marche. Transformée, la formule donne les tours nécessaires pour une durée de marche demandée.

Validité : mouvement à marche régulière ; tours depuis l'armage complet jusqu'à l'arrêt. Pour la durée de marche utile, ne compter que les tours où le couple suffit pour une amplitude suffisante.

Bon à savoir : La réserve de marche est la durée de marche qui reste après un certain temps de fonctionnement : tours restants multipliés par la durée de révolution du barillet.

EXEMPLE Le barillet de l'exemple précédent (7 h par tour) fournit 6,5 tours utiles.

Données : $N = 6{,}5$; $t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= N \cdot t_{\mathrm{F}} \\ &= 6{,}5 \cdot 7\,\mathrm{h} \\ &= 45{,}5\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

La montre marche 45,5 heures. Après 24 heures, il reste 21,5 heures de réserve de marche.

Durée de révolution du barillet avec roue intermédiaire

(1.20) COMPAGNON

$$t_{\mathrm{F}} = \frac{z_{\mathrm{F}} \cdot z_{\mathrm{B}}}{z'_{\mathrm{B}} \cdot z'_{\mathrm{M}}} \cdot t_{\mathrm{M}}$$

t_{F}	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h
z_{F}	Nombre de dents du barillet	1
z_{B}	Nombre de dents de la roue intermédiaire	1
z'_{B}	Nombre d'ailes du pignon de la roue intermédiaire	1
z'_{M}	Nombre d'ailes du pignon de centre	1
t_{M}	Durée de révolution de la roue de centre (1 h)	h

Pour les longues durées de marche, une roue intermédiaire se place entre le barillet et la roue de centre. Au numérateur figurent les roues menantes, au dénominateur les pignons menés.

Validité : le barillet entraîne le pignon de la roue intermédiaire, la roue intermédiaire le pignon de centre ; la roue de centre fait un tour par heure.

EXEMPLE Mouvement huit jours : barillet 84 dents, pignon de la roue intermédiaire 12, roue intermédiaire 72, pignon de centre 12.

Données : $z_{\mathrm{F}} = 84$; $z_{\mathrm{B}} = 72$; $z'_{\mathrm{B}} = 12$; $z'_{\mathrm{M}} = 12$; $t_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{F}} &= \frac{z_{\mathrm{F}} \cdot z_{\mathrm{B}}}{z'_{\mathrm{B}} \cdot z'_{\mathrm{M}}} \cdot t_{\mathrm{M}} \\ &= \frac{84 \cdot 72}{12 \cdot 12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 42\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Un tour dure 42 heures. Pour huit jours, soit 192 heures, le mouvement a besoin d'environ 4,6 tours selon la formule (1.19).

Dans le mouvement automatique, l'extrémité extérieure du ressort n'est pas accrochée. Elle porte une bride glissante qui s'arc-boute contre la paroi du barillet et glisse dès que le ressort est entièrement armé. Son couple de glissement fixe le couple maximal que le ressort transmet au mouvement. Si la bride glisse trop tôt, le ressort n'est jamais entièrement armé et la réserve de marche est insuffisante. Si elle tient trop fort, le couple devient trop grand et le balancier rebat.

1.4 Entraînement par poids

Un poids tire sur le tambour par une corde, une corde à boyau ou une chaîne. Son couple reste le même pendant toute la durée de marche ; c'est ce qui fait de l'entraînement par poids la force motrice la plus régulière. Le prix à payer est la hauteur de chute.

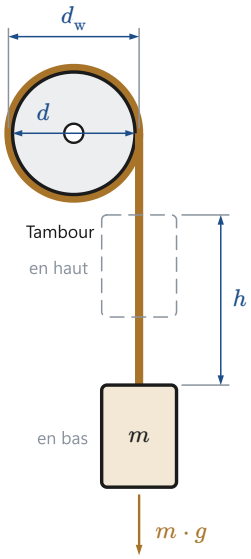


Fig. 1.10 Poids directement à la corde ($k = 1$) : diamètre effectif d_w jusqu'au milieu de la corde, hauteur de chute h

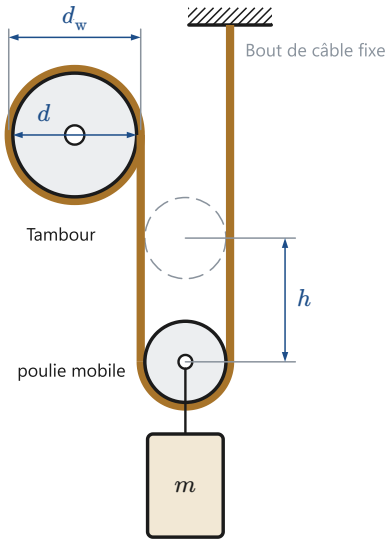


Fig. 1.11 Poids à une poulie mobile ($k = 2$) : la corde se déroule deux fois plus que le poids ne descend

Diamètre effectif du tambour

(1.21) COMPAGNON

$$d_w = d + d_S$$

La force de la corde s'applique au milieu de la corde. Le bras de levier vaut donc la moitié du diamètre du tambour plus la moitié de l'épaisseur de la corde.

Validité : tambour lisse, corde en une seule couche. Pour les tambours à gorges, mesurer le diamètre jusqu'au milieu de la corde.

d_w	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
d	Diamètre (du tambour)	mm
d_S	Épaisseur de la corde	mm

EXEMPLE Une corde de 1,5 mm d'épaisseur est enroulée sur un tambour de 36 mm de diamètre.

Données : $d = 36\,\mathrm{mm}$; $d_S = 1{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_w &= d + d_S \\ &= 36\,\mathrm{mm} + 1{,}5\,\mathrm{mm} \\ &= 37{,}5\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

On calcule avec 37,5 mm.

Couple au tambour

(1.22) COMPAGNON

$$M = \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k}$$

Le poids agit à la moitié du diamètre effectif. Si le poids est suspendu à une poulie mobile, chacun des deux brins porte la moitié de la charge ; seule la moitié du poids tire donc sur le tambour.

Validité : frottement de la poulie et poids de la corde et de la poulie négligés.

M	Couple (au tambour)	$\mathrm{N \cdot mm}$
m	Masse (du poids)	kg
g	Accélération de la pesanteur ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
d_{w}	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
k	Nombre (de brins porteurs : 1 sans poulie, 2 avec poulie mobile)	1

EXEMPLE Une horloge de parquet a un poids de 4 kg suspendu à une poulie mobile ; diamètre effectif du tambour 37,5 mm.

Données : $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} M &= \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k} \\ &= \frac{4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 2} \\ &\approx 368\,\mathrm{N \cdot mm} \end{aligned}$$

Environ $368\,\mathrm{N \cdot mm}$, soit $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$, environ cinquante fois plus qu'une montre-bracelet. Sans poulie, le couple serait deux fois plus grand.

Hauteur de chute du poids

(1.23) COMPAGNON

$$h = \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k}$$

À chaque révolution, le tambour libère une circonférence de corde. Avec une poulie mobile, la corde se répartit sur deux brins ; le poids ne descend que de la moitié.

Validité : corde en une seule couche sur le tambour.

h	Hauteur (hauteur de chute du poids)	mm
d_{w}	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
N_{W}	Révolutions du tambour	1
k	Nombre (de brins porteurs : 1 sans poulie, 2 avec poulie mobile)	1

Bon à savoir : À la place nécessaire dans la caisse s'ajoutent la hauteur du poids et, avec une poulie mobile, la poulie et son crochet.

EXEMPLE Le tambour de l'horloge de parquet (diamètre effectif 37,5 mm, poulie mobile) fait 16 révolutions en huit jours.

Données : $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $N_{\mathrm{W}} = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} h &= \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k} \\ &= \frac{\pi \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 16}{2} \\ &\approx 942\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le poids descend d'environ 94 cm en huit jours. Sans poulie, ce serait 1,88 m, plus que ne le permet une caisse courante.

Durée de marche d'après la hauteur de chute

(1.24) COMPAGNON

$$t_{\mathrm{G}} = \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}}$$

La fraction est le nombre de révolutions du tambour que contient la hauteur de chute. La durée de révolution du tambour découle, comme pour le barillet, des nombres de dents (formule (1.18)).

Validité : corde en une seule couche. Seule compte comme hauteur de chute la course que le poids peut réellement parcourir, sans la hauteur du poids et de la poulie.

t_{G}	Durée de marche	h
k	Nombre (de brins porteurs : 1 sans poulie, 2 avec poulie mobile)	1
h	Hauteur (hauteur de chute du poids)	mm
d_{w}	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
t_{W}	Durée de révolution du tambour	h

EXEMPLE Dans un régulateur mural, le poids peut descendre de 1100 mm. Le tambour (diamètre effectif 31 mm) fait un tour en 12 heures. Combien de temps l'horloge marche-t-elle avec une poulie mobile ?

Données : $k = 2$; $h = 1100\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{w}} = 31\,\mathrm{mm}$; $t_{\mathrm{W}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}} \\ &= \frac{2 \cdot 1100\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 31\,\mathrm{mm}} \cdot 12\,\mathrm{h} \\ &\approx 271\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Environ 271 heures, soit un peu plus de 11 jours. Sans poulie, ce ne serait que 5,6 jours ; pour un mouvement huit jours, cette caisse exige donc la poulie mobile.

Énergie du poids

(1.25) COMPAGNON

$$W = m \cdot g \cdot h$$

L'énergie ne dépend que de la masse et de la hauteur de chute du poids. Une poulie mobile n'y change rien : moitié moins de force au tambour, mais longueur de corde double.

Validité : frottement de la poulie négligé.

W	Travail (fourni par le poids, énergie potentielle)	J
m	Masse (du poids)	kg
g	Accélération de la pesanteur ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Hauteur (hauteur de chute du poids)	m

EXEMPLE Le poids de l'horloge de parquet (4 kg) descend de 0,942 m en huit jours.

Données : $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 0{,}942\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h \\ &= 4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}942\,\mathrm{m} \\ &\approx 37{,}0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

L'horloge de parquet consomme 37 J en huit jours. La montre-bracelet de la section 1.2 se contente de 0,245 J pour près de deux jours.

À retenir : La poulie mobile divise par deux la hauteur de chute et le couple ; la durée de marche reste la même. Pour le même couple, il faut un poids double.

1.5 Fusée et chaîne

La fusée compense la diminution du couple du ressort moteur. Ressort armé, la chaîne tire sur le petit rayon de la fusée ; ressort presque désarmé, sur le grand. Le couple à la roue de fusée reste ainsi presque constant.

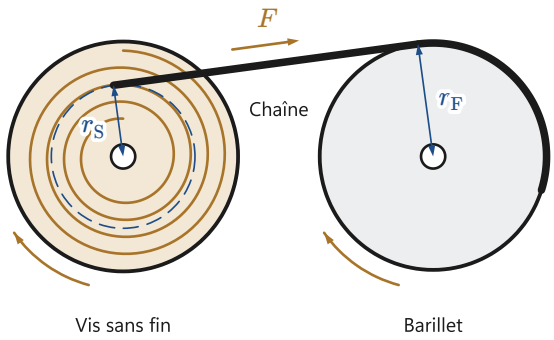


Fig. 1.12 Fusée et barillet vus de dessus : la chaîne tire avec la force F au rayon effectif r_S

Couple à la fusée

(1.26) APPROFONDISSEMENT

$$M_S = \frac{M_F \cdot r_S}{r_F}$$

TRANSFORMÉE $r_S = \dfrac{M_S \cdot r_F}{M_F}$

La chaîne transmet la force $F = M_F : r_F$ du barillet à la fusée, où elle agit au rayon r_S. Transformée, la formule donne, pour chaque état d'armage, le rayon auquel la fusée fournit le couple demandé.

Validité : les deux rayons mesurés jusqu'au milieu de la chaîne ; frottement de la chaîne et des pivots négligé.

M_S	Couple à la fusée	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_F	Couple du barillet au même instant	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
r_S	Rayon effectif de la fusée à l'endroit où la chaîne se déroule	mm
r_F	Rayon du barillet (jusqu'au milieu de la chaîne)	mm

EXEMPLE Le barillet d'une montre de poche à fusée a un rayon de 9 mm. La fusée doit fournir un couple constant de $32\ \mathrm{N \cdot mm}$. Entièrement armé, le ressort fournit $48\ \mathrm{N \cdot mm}$. Quel rayon la fusée doit-elle avoir à cet endroit ?

Données : $M_S = 32\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $r_F = 9\,\mathrm{mm}$; $M_F = 48\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} r_S &= \frac{M_S \cdot r_F}{M_F} \\ &= \frac{32\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 9\,\mathrm{mm}}{48\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

6 mm à l'extrémité mince de la fusée. Lorsque le ressort est tombé à $32\ \mathrm{N \cdot mm}$, le rayon doit être de 9 mm.

1.6 Puissance de la force motrice

La puissance est l'énergie par unité de temps. Une montre mécanique en consomme très peu : au barillet d'une montre-bracelet, de un à quelques microwatts ; au tambour d'une horloge de parquet, quelques dizaines de microwatts.

Puissance moyenne

(1.27) COMPAGNON

$$P = \frac{W}{t_{\mathrm{G}}}$$

Pour l'application numérique, convertir la durée de marche en secondes : $1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$. On a alors $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{W}$.

Validité : valeur moyenne sur toute la durée de marche.

P	Puissance (de la force motrice)	$\mu\mathrm{W}$
W	Travail (fourni pendant la durée de marche)	mJ
t_{G}	Durée de marche	h

EXEMPLE Le barillet de la section 1.2 fournit 245 mJ en 45,5 heures.

Données : $W = 245\,\mathrm{mJ}$; $t_{\mathrm{G}} = 45{,}5\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t_{\mathrm{G}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{45{,}5\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{0{,}245\,\mathrm{J}}{163\,800\,\mathrm{s}} \\ &\approx 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Environ 1,5 microwatt. Une diode électroluminescente de 1 W consomme environ 700 000 fois plus.

Puissance d'après le couple et la durée de révolution

(1.28) MAÎTRE

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_{\mathrm{U}}}$$

La puissance est le couple multiplié par la vitesse angulaire. L'arbre moteur tourne une fois de 2π pendant la durée de révolution.

Validité : couple constant pendant la période considérée ; introduire la durée de révolution en secondes.

P	Puissance (de la force motrice)	$\mu\mathrm{W}$
M	Couple (sur l'arbre moteur : barillet ou tambour)	$\mathrm{N{\cdot}m}$
t_{U}	Durée de révolution de l'arbre moteur	h

EXEMPLE Au tambour de l'horloge de parquet agissent $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$; il fait un tour en 12 heures.

Données : $M = 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}$; $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_{\mathrm{U}}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{12\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{43\,200\,\mathrm{s}} \\ &\approx 53{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Environ 54 microwatts, soit environ 36 fois plus que pour la montre-bracelet. Le même calcul avec $6\,\mathrm{N \cdot mm}$ et 7 heures redonne 1,5 microwatt pour la montre-bracelet.

Puissance à l'organe réglant

(1.29) MAÎTRE

$$P_{\mathrm{U}} = \eta \cdot P$$

En traversant le rouage et l'échappement, la plus grande partie de la puissance motrice se perd. Le rendement total est le produit des rendements partiels (chapitres XL 2 et 2).

Validité : marche établie à amplitude constante. Le rendement de 0,3 de l'exemple est une valeur indicative grossière pour les montres à échappement à ancre.

P_{U}	Puissance qui parvient au balancier ou au pendule	$\mu\mathrm{W}$
η	Rendement (du rouage et de l'échappement ensemble)	1
P	Puissance (de la force motrice)	$\mu\mathrm{W}$

EXEMPLE Le barillet fournit 1,5 microwatt. Le rouage et l'échappement ont ensemble un rendement de 0,3.

Données : $\eta = 0{,}3$; $P = 1{,}5\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{U}} &= \eta \cdot P \\ &= 0{,}3 \cdot 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \\ &= 0{,}45\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Environ un demi-microwatt parvient au balancier. Selon le calibre et la fréquence, la puissance au balancier se situe entre quelques dixièmes de microwatt et environ un microwatt.

1.7 Remontage et mise à l'heure

Au remontage manuel, la couronne fait tourner l'arbre de barillet par le pignon de remontoir, la roue de couronne et le rochet. Dans le mouvement automatique, c'est la masse oscillante, le rotor, qui s'en charge par un rouage fortement démultiplicateur. En position tirée, la couronne entraîne la minuterie par le pignon coulant. Dans le remontage, de petites roues entraînent de grandes ; la transmission est réductrice. On calcule donc, comme pour la minuterie (section 2.3), avec le rapport de réduction : nombres de dents des roues menées divisés par ceux des roues menantes. C'est l'inverse du rapport de transmission de la section 2.1.

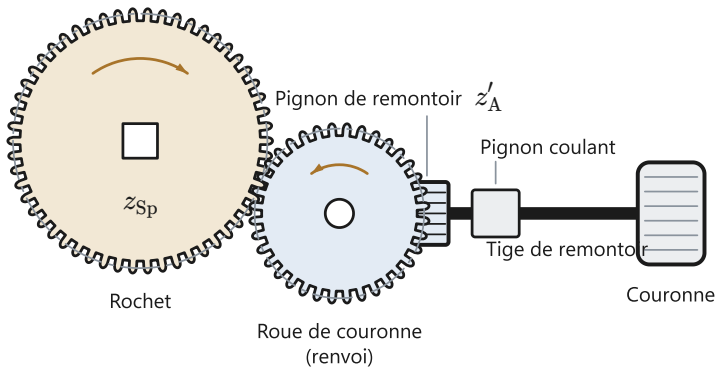


Fig. 1.13 Remontage par la couronne vu de dessus (schéma) : le pignon de remontoir à z'_{A} dents entraîne, par la roue de couronne, le rochet à z_{Sp} dents sur l'arbre de barillet

Tours de couronne pour le remontage

(1.30) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{K}} = \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}}$$

TRANSFORMÉE $$N = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{Sp}}}$$

N_{K}	Tours de la couronne	1
N	Tours (dont l'arbre de barillet arme le ressort)	1
z_{Sp}	Nombre de dents du rochet	1
z'_{A}	Nombre de dents du pignon de remontoir (sur la tige de remontoir)	1

La roue de couronne se trouve entre le pignon de remontoir et le rochet et n'est qu'une roue intermédiaire : son nombre de dents disparaît du calcul. Le rapport de réduction du remontage est le nombre de dents du rochet divisé par celui du pignon de remontoir.

Validité : pignon de remontoir, roue de couronne et rochet en une seule chaîne ; la roue de couronne engrène avec les deux par la même denture. Si l'axe de la roue de couronne porte deux roues différentes, cet étage compte comme dans la formule (2.3).

Bon à savoir : Chaque tour de couronne apporte une durée de marche égale à la durée de révolution du barillet divisée par le rapport de réduction. Dans l'exemple, avec 7 heures par tour, cela fait près de 2 heures par tour de couronne.

EXEMPLE Le pignon de remontoir a 15 dents, la roue de couronne 36, le rochet 54. Le ressort peut être armé de 6,5 tours. Combien de fois faut-il tourner la couronne pour un armage complet ?

Données : $N = 6{,}5$; $z_{\mathrm{Sp}} = 54$; $z'_{\mathrm{A}} = 15$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{K}} &= \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{6{,}5 \cdot 54}{15} \\ &= 23{,}4 \end{aligned}$$

23,4 tours complets. À la main, on tourne le plus souvent par demi-tours, soit environ 47 mouvements. Les 36 dents de la roue de couronne ne jouent aucun rôle dans le calcul.

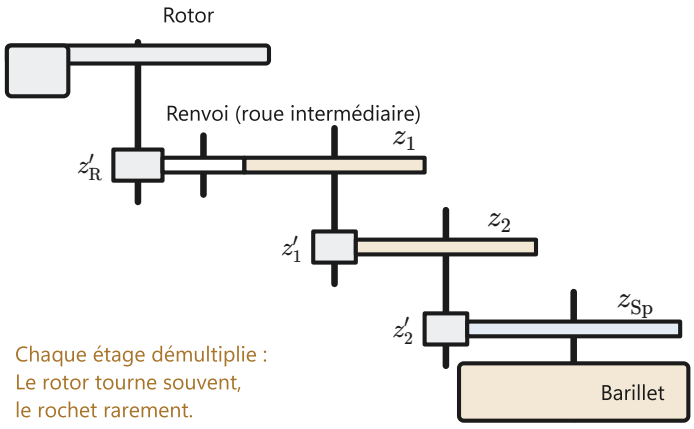


Fig. 1.14 Remontage automatique, développé en vue latérale (schéma) : pignon de rotor, inverseur, deux étages de réduction et rochet

Rapport de réduction du remontage automatique

(1.31) MAÎTRE

$$i_{\mathrm{R}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2}$$

Le rotor a peu de couple, mais beaucoup de course. Le rouage de réduction démultiplie donc fortement : au numérateur figurent les roues menées, au dénominateur les pignons menants. Les roues de l'inverseur qui ne font que redresser le sens de rotation et engrènent avec leurs deux voisines par la même denture sont des roues intermédiaires et disparaissent du calcul.

Validité : deux étages de réduction entre le pignon de rotor et le rochet ; pour un autre nombre d'étages, autant de facteurs en plus ou en moins. Valeur indicative : le rapport de réduction se situe le plus souvent entre 100 et 180.

i_{R}	Rapport de réduction du remontage automatique (tours du rotor par tour du rochet)	1
z_1	Nombre de dents de la première roue de réduction	1
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue de réduction	1
z_{Sp}	Nombre de dents du rochet	1
z'_{R}	Nombre d'ailes du pignon de rotor	1
z'_1	Nombre d'ailes du pignon de la première roue de réduction	1
z'_2	Nombre d'ailes du pignon de la deuxième roue de réduction	1

EXEMPLE Le pignon de rotor a 24 ailes. La première roue de réduction a 66 dents et un pignon de 8 ailes, la deuxième 64 dents et un pignon de 10 ailes, le rochet 70 dents.

Données : $z_1 = 66$; $z_2 = 64$; $z_{\mathrm{Sp}} = 70$; $z'_{\mathrm{R}} = 24$; $z'_1 = 8$; $z'_2 = 10$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{R}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2} \\ &= \frac{66 \cdot 64 \cdot 70}{24 \cdot 8 \cdot 10} \\ &= 154 \end{aligned}$$

Le rotor tourne 154 fois jusqu'à ce que le rochet ait fait un tour et armé le ressort d'un tour.

Tours de rotor pour une réserve de marche

(1.32) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{R}} = \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}}$$

Un tour du rochet coûte i_{R} tours de rotor et apporte autant d'heures de marche que le barillet en met pour un tour. Avec 24 heures, la formule donne le besoin journalier : le nombre de tours que le rotor doit faire par jour pour que le mouvement conserve son état d'armage.

Validité : valeur minimale sans pertes : la course à vide de l'inverseur au changement de sens n'est pas comptée, la bride glissante ne glisse pas. Pour le remontage unidirectionnel, seuls comptent les tours dans le sens du remontage.

N_{R}	Tours du rotor (dans le sens du remontage)	1
i_{R}	Rapport de réduction du remontage automatique (tours du rotor par tour du rochet)	1
t_{R}	Réserve de marche (à constituer)	h
t_{F}	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h

Bon à savoir : Au porté, on obtient le plus souvent plus de tours que nécessaire ; la bride glissante laisse glisser l'excédent (section 1.3). Si une montre automatique s'arrête bien qu'elle soit portée, soit le mouvement ne suffit pas pour le besoin journalier, soit le remontage perd de la course, par exemple à cause de roues d'inverseur encrassées par de l'huile figée.

EXEMPLE Le mouvement de l'exemple précédent a un barillet qui fait un tour en 7 heures. Combien de tours de rotor faut-il pour 24 heures de marche ?

Données : $i_{\mathrm{R}} = 154$; $t_{\mathrm{R}} = 24\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{R}} &= \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{154 \cdot 24\,\mathrm{h}}{7\,\mathrm{h}} \\ &= 528 \end{aligned}$$

528 tours par jour, soit 22 par heure de marche. Pour 42 heures de réserve de marche à partir de l'arrêt, il en faut 924.

Mise à l'heure : course de l'aiguille des minutes

(1.33) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{M}} = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}}$$

En position de mise à l'heure, le pignon coulant engrène avec le renvoi de mise à l'heure. Celui-ci entraîne, par la roue de minuterie, la chaussée portant l'aiguille des minutes. Le renvoi de mise à l'heure et la roue de minuterie sont alors des roues intermédiaires. Un tour de l'aiguille des minutes correspond à 60 minutes de course d'aiguille.

Validité : renvoi de mise à l'heure, autres roues intermédiaires et roue de minuterie engrènent chacun avec leurs deux voisins par la même denture. L'aiguille des heures suit par la minuterie dans le rapport 12 à 1 (section 2.3).

N_{M}	Tours de l'aiguille des minutes	1
N_{K}	Tours de la couronne	1
z'_{K}	Nombre de dents du pignon coulant (denture de mise à l'heure)	1
z_{V}	Nombre de dents de la chaussée	1

EXEMPLE Le pignon coulant a 9 dents pour la mise à l'heure, la chaussée 12. De combien l'aiguille des minutes avance-t-elle pour un tour de couronne ?

Données : $N_{\mathrm{K}} = 1$; $z'_{\mathrm{K}} = 9$; $z_{\mathrm{V}} = 12$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{M}} &= \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}} \\ &= \frac{1 \cdot 9}{12} \\ &= 0{,}75 \end{aligned}$$

De trois quarts de tour, soit 45 minutes de course d'aiguille par tour de couronne.

À retenir : La roue de couronne, le renvoi de mise à l'heure et la roue de minuterie ne sont ici que des roues intermédiaires. Seules comptent la première roue menante et la dernière roue menée.

2 Rouage et engrenages

Le rouage transmet la force du moteur à l'échappement et compte en même temps les oscillations de l'organe réglant : ses rapports de transmission déterminent la vitesse de rotation de chaque axe et la fréquence propre à un mouvement. C'est pourquoi le calcul d'un mouvement inconnu commence par le comptage des dents.

Les sections 2.1 à 2.3 calculent avec les nombres de dents, la section 2.4 avec les dimensions de la denture. Sonnerie, quantième et phase de lune suivent les mêmes règles ; le chapitre se termine par le frottement dans le rouage. Selon la formule, le symbole k désigne le supplément de saillie ou un nombre ; c'est toujours le tableau des grandeurs de la formule qui fait foi.

2.1 Rapport de transmission

Une roue mène un pignon : c'est l'élément de base de tout rouage. Les pignons sont de petites roues dentées, le plus souvent de 6 à 16 dents (ailes) ; ils sont fixés sur l'axe de la roue suivante.

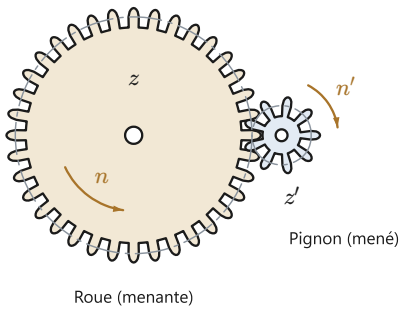


Fig. 2.1 La roue mène le pignon : le pignon tourne plus vite, dans le rapport de transmission, et en sens inverse

Rapport de transmission d'un engrenage

(2.1) COMPAGNON

$$i = \frac{z}{z'}$$

Le rapport de transmission indique combien de tours fait le pignon pendant que la roue fait un tour. Dans ce chapitre, z est le nombre de dents d'une roue et z' celui d'un pignon ; un indice désigne l'axe.

Validité : la roue mène le pignon, comme dans le rouage de finissage et dans la sonnerie : il y a multiplication. Là où un pignon mène une roue (minuterie, remontoir), il y a démultiplication ; on calcule alors avec le rapport de démultiplication, nombre de dents de la roue menée divisé par celui du pignon menant, formule (2.11).

i	Rapport de transmission (supérieur à 1 : multiplication)	1
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE La roue de centre a 80 dents et mène le pignon de moyenne de 10 ailes.

Données : $z = 80$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} i &= \frac{z}{z'} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Le pignon de moyenne fait huit tours pendant que la roue de centre en fait un.

Vitesse de rotation du pignon

(2.2) COMPAGNON

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'}$$

Dans l'engrenage, il passe autant de dents des deux côtés : $z \cdot n = z' \cdot n'$. Le pignon tourne donc plus vite que la roue, dans le rapport de transmission.

n'	Vitesse de rotation du pignon mené	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
n	Vitesse de rotation (de la roue menante)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE La roue de centre (80 dents) fait un tour par heure. À quelle vitesse tourne le pignon de moyenne de 10 ailes ?

Données : $n = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}; \quad z = 80; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} n' &= \frac{n \cdot z}{z'} \\ &= \frac{1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80}{10} \\ &= 8\,\frac{1}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Le pignon et la roue de moyenne font huit tours par heure ; un tour dure 7,5 min.

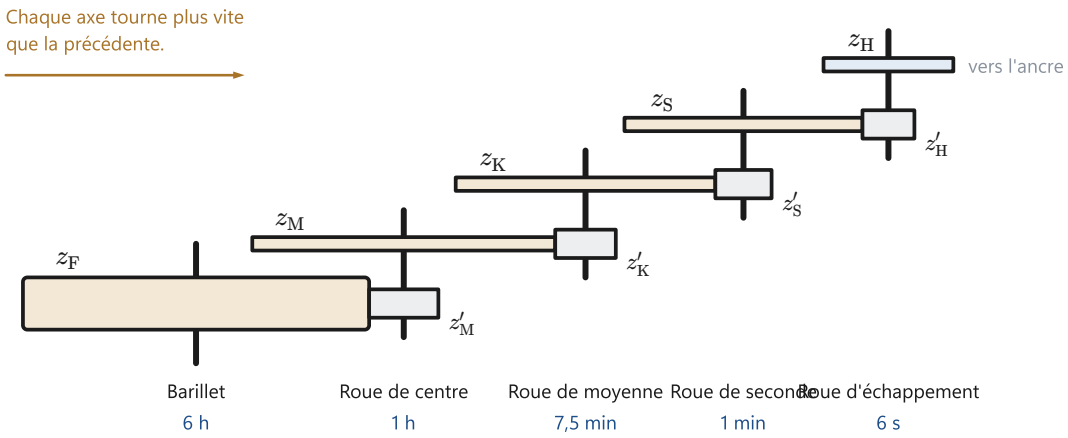


Fig. 2.2 Rouage d'une montre, développé en vue de côté. En dessous, les durées de révolution pour les nombres de dents 72 : 12, 80 : 10, 75 : 10 et 80 : 8

Rapport de transmission total

(2.3) COMPAGNON

$$i_{\text{ges}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3}$$

Lorsque plusieurs engrenages se suivent, on multiplie les rapports partiels : produit des nombres de dents de toutes les roues menantes divisé par le produit des nombres d'ailes de tous les pignons menés. Avec plus ou moins d'engrenages, la fraction s'allonge ou se raccourcit en conséquence.

i_{ges}	Rapport de transmission total (du premier au dernier axe)	1
z_1	Nombre de dents de la première roue menante	1
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue menante	1
z_3	Nombre de dents de la troisième roue menante	1
z'_1	Nombre d'ailes du premier pignon mené	1
z'_2	Nombre d'ailes du deuxième pignon mené	1
z'_3	Nombre d'ailes du troisième pignon mené	1

Bon à savoir : Une roue intermédiaire, menée puis menante avec les mêmes dents, figure une fois au numérateur et une fois au dénominateur. Elle ne modifie pas le rapport de transmission, seulement le sens de rotation.

EXEMPLE Un mouvement de montre de poche a une roue de centre de 80 dents, une roue de moyenne de 75 dents et une roue de seconde de 80 dents ; les pignons de moyenne et de seconde ont chacun 10 ailes, le pignon d'échappement 8 ailes.

Données : $z_1 = 80;\quad z_2 = 75;\quad z_3 = 80;\quad z'_1 = 10;\quad z'_2 = 10;\quad z'_3 = 8$

$$\begin{aligned} i_{\text{ges}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3} \\ &= \frac{80 \cdot 75 \cdot 80}{10 \cdot 10 \cdot 8} \\ &= 600 \end{aligned}$$

La roue d'échappement fait 600 tours pendant que la roue de centre en fait un. Les rapports partiels sont 8, 7,5 et 10.

Durée de révolution

(2.4) COMPAGNON

$$t'_{\text{U}} = \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z}$$

La durée de révolution est l'inverse de la vitesse de rotation. D'un axe à l'autre, elle diminue dans le rapport de transmission. Sur la fig. 2.2, les durées de révolution figurent sous les axes.

t'_{U}	Durée de révolution du pignon (temps pour un tour)	s
t_{U}	Durée de révolution de la roue menante	s
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE La roue de seconde (80 dents) fait un tour en 60 s et mène le pignon d'échappement de 8 ailes.

Données : $t_{\text{U}} = 60\,\text{s};\quad z' = 8;\quad z = 80$

$$\begin{aligned} t'_{\text{U}} &= \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z} \\ &= \frac{60\,\text{s} \cdot 8}{80} \\ &= 6\,\text{s} \end{aligned}$$

La roue d'échappement met 6 s pour faire un tour.

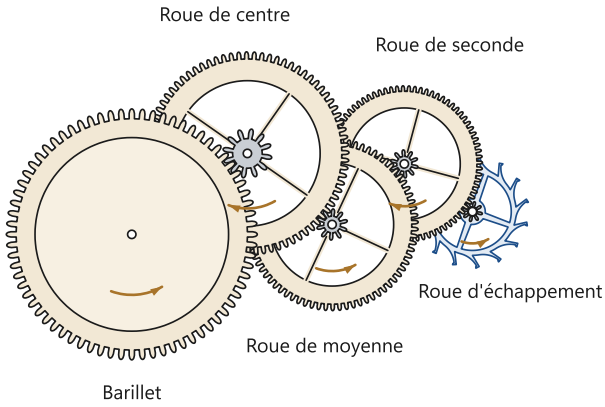


Fig. 2.3 Le même rouage vu de dessus : chaque axe tourne en sens inverse du précédent

À retenir : Chaque engrenage inverse le sens de rotation. Après un nombre pair d'engrenages, le dernier axe tourne dans le même sens que le premier ; après un nombre impair, en sens inverse.

Couple sur le pignon

(2.5) COMPAGNON

$$M' = \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z}$$

Ce que le rouage gagne en vitesse de rotation, il le perd en couple. Le frottement sur les flancs des dents et dans les paliers en prélève en outre une partie.

Validité : rotation uniforme. Le couple varie quelque peu pendant la menée d'une dent ; la formule donne la valeur moyenne.

M'	Couple sur l'axe du pignon mené	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M	Couple (sur l'axe de la roue menante)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η	Rendement (par engrenage ; valeur indicative 0,90 à 0,95 ; sans frottement 1)	1
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE Un barillet de 72 dents fournit 8 N·mm et mène le pignon de centre de 12 ailes. L'engrenage a un rendement de 0,95.

Données : $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta = 0{,}95$; $z' = 12$; $z = 72$

$$\begin{aligned} M' &= \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}95 \cdot 12}{72} \\ &\approx 1{,}27\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

L'axe de la roue de centre reçoit 1,27 N·mm. Sans frottement, ce serait 1,33 N·mm.

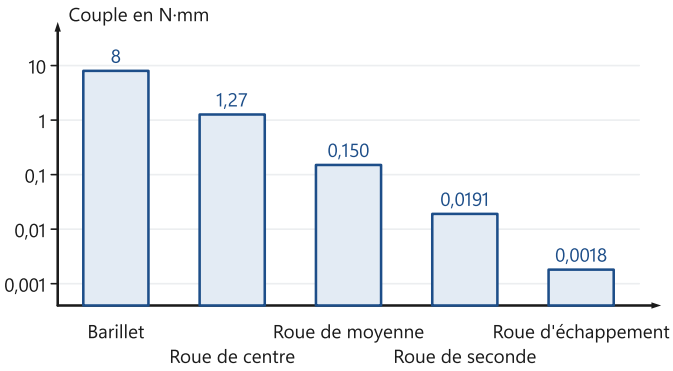


Fig. 2.4 Couple sur les axes du rouage de la fig. 2.2 pour 8 N·mm au barillet et $\eta = 0{,}95$ par engrenage

2.2 Calcul du rouage de finissage

Le rouage de finissage relie la roue de centre, qui fait un tour par heure, à la roue d'échappement. Son rapport de transmission et le nombre de dents de la roue d'échappement déterminent le nombre d'alternances par heure que doit faire l'organe réglant pour que les aiguilles indiquent l'heure juste.

Ces formules permettent de déterminer la fréquence d'un mouvement inconnu, la longueur d'un pendule manquant (chapitre 4) et le nombre de dents d'une roue ou d'un pignon manquant.

Fréquence d'après le rouage

(2.6) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M}$$

Chaque dent de la roue d'échappement fait faire deux alternances à l'organe réglant : une à l'entrée, une à la sortie. Par tour de la roue d'échappement, cela fait $2 \cdot z_\mathrm{H}$ alternances.

Validité : tous les échappements usuels ; i selon la formule (2.3). La roue de centre fait un tour par heure ; si le calcul part d'un autre axe, on introduit la vitesse de rotation de celui-ci.

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Nombre de dents de la roue d'échappement	1
i	Rapport de transmission (de la roue de centre à la roue d'échappement)	1
n_M	Vitesse de rotation de la roue de centre (un tour par heure)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$

EXEMPLE Un régulateur a une roue de centre de 80 dents et une roue intermédiaire de 75 dents, deux pignons de 10 ailes chacun et une roue d'échappement de 30 dents. Le rapport de transmission de la roue de centre à la roue d'échappement est $8 \cdot 7{,}5 = 60$.

Données : $z_\mathrm{H} = 30$; $\quad i = 60$; $\quad n_\mathrm{M} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M} \\ &= 2 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 1\,\tfrac{1}{\mathrm{h}} \\ &= 3600\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

3600 alternances par heure font 60 par minute. Ce mouvement demande un pendule battant la seconde de 994 mm de longueur (chapitre 4).

Fréquence d'une montre d'après les nombres de dents

(2.7) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{K} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{K} \cdot z'_\mathrm{S} \cdot z'_\mathrm{H}}$$

Au numérateur figurent les roues menantes, au dénominateur les pignons menés. Chaque pignon porte l'indice de l'axe sur lequel il est monté (fig. 2.2).

Validité : rouage à trois engrenages entre la roue de centre et la roue d'échappement. Pour une autre construction, adapter la fraction selon la formule (2.3).

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Nombre de dents de la roue d'échappement	1
n_M	Vitesse de rotation de la roue de centre (un tour par heure)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z_M	Nombre de dents de la roue de centre	1
z_K	Nombre de dents de la roue de moyenne	1
z_S	Nombre de dents de la roue de seconde	1
z'_K	Nombre d'ailes du pignon de moyenne	1
z'_S	Nombre d'ailes du pignon de seconde	1
z'_H	Nombre d'ailes du pignon d'échappement	1

Bon à savoir : S'il manque une roue ou un pignon, on résout la formule par rapport à son nombre de dents. Le résultat doit être un nombre entier ; sinon, un nombre de dents a été mal compté ou la fréquence mal supposée.

EXEMPLE On a compté : roue de centre 80, roue de moyenne 75, roue de seconde 84, roue d'échappement 20 dents ; pignon de moyenne 10, pignon de seconde 10, pignon d'échappement 7 ailes.

Données : $z_\mathrm{H} = 20$; $n_\mathrm{M} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$; $z_\mathrm{M} = 80$; $z_\mathrm{K} = 75$; $z_\mathrm{S} = 84$; $z'_\mathrm{K} = 10$; $z'_\mathrm{S} = 10$; $z'_\mathrm{H} = 7$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{K} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{K} \cdot z'_\mathrm{S} \cdot z'_\mathrm{H}} \\ &= \frac{2 \cdot 20 \cdot 1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80 \cdot 75 \cdot 84}{10 \cdot 10 \cdot 7} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Le mouvement bat 28 800 alternances par heure ; le balancier oscille à 4 Hz.

Vitesse de rotation de la roue d'échappement

(2.8) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{H}} = \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}}$$

On trouve ainsi la vitesse de rotation que le rouage doit fournir à la roue d'échappement. Plus la roue d'échappement a de dents, plus le rouage peut tourner lentement.

n_{H}	Vitesse de rotation de la roue d'échappement	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Nombre de dents de la roue d'échappement	1

EXEMPLE À quelle vitesse tourne une roue d'échappement de 20 dents à 28 800 A/h ?

Données : $n_{\mathrm{h}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z_{\mathrm{H}} = 20$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{H}} &= \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 20} \\ &= 12\ \frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Douze tours par minute ; un tour dure 5 s. Une roue d'échappement de 15 dents devrait faire 16 tours par minute à la même fréquence.

Les montres jusqu'à 21 600 A/h ont presque toujours une roue d'échappement de 15 dents, les mouvements à 28 800 A/h et plus souvent une roue de 20 dents. En grosse horlogerie, l'éventail va d'environ 15 à 40 dents. Si l'aiguille des secondes est montée sur l'axe de la roue d'échappement et que le pendule bat la seconde, la roue d'échappement a 30 dents.

Condition pour la roue de seconde

(2.9) COMPAGNON

$$\frac{z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}} = 60$$

TRANSFORMÉE $z_{\mathrm{K}} = \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}}$

Si l'axe de la roue de seconde porte l'aiguille des secondes, il doit tourner 60 fois plus vite que la roue de centre. La répartition usuelle est $8 \cdot 7{,}5$.

Validité : mouvements dont la roue de seconde fait un tour par minute (petite seconde ou seconde au centre).

z_{M}	Nombre de dents de la roue de centre	1
z_{K}	Nombre de dents de la roue de moyenne	1
z'_{K}	Nombre d'ailes du pignon de moyenne	1
z'_{S}	Nombre d'ailes du pignon de seconde	1

EXEMPLE Dans un mouvement, la roue de moyenne manque. La roue de centre a 80 dents, les pignons de moyenne et de seconde ont chacun 10 ailes.

Données : $z'_{\mathrm{K}} = 10$; $z'_{\mathrm{S}} = 10$; $z_{\mathrm{M}} = 80$

$$\begin{aligned} z_{\mathrm{K}} &= \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}} \\ &= \frac{60 \cdot 10 \cdot 10}{80} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La roue de moyenne manquante a 75 dents. Le module se déduit de l'entraxe, formule (2.16).

Fréquence d'après le dernier engrenage

(2.10) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{H}}$$

TRANSFORMÉE $z_\mathrm{S} = \dfrac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}}$

Si la roue de seconde fait un tour par minute, le dernier engrenage suffit pour vérifier la fréquence ou pour calculer une roue de seconde manquante.

Validité : la roue de seconde fait un tour par minute.

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Nombre de dents de la roue d'échappement	1
n_S	Vitesse de rotation de la roue de seconde (un tour par minute)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
z_S	Nombre de dents de la roue de seconde	1
z'_H	Nombre d'ailes du pignon d'échappement	1

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 A/h a une roue d'échappement de 20 dents et un pignon d'échappement de 7 ailes. La roue de seconde manque.

Données : $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z'_\mathrm{H} = 7$; $z_\mathrm{H} = 20$; $n_\mathrm{S} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} z_\mathrm{S} &= \frac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 7}{2 \cdot 20 \cdot 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La roue de seconde doit avoir 84 dents.

Jeux de nombres de dents pour montres (exemples calculés, roue de seconde à un tour par minute)

Fréquence en A/h	Roue de centre : pignon de moyenne	Roue de moyenne : pignon de seconde	Roue de seconde : pignon d'échappement	Roue d'échappement	Rapport de transmission
18 000	80 : 10	75 : 10	80 : 8	15	600
18 000	64 : 8	60 : 8	70 : 7	15	600
21 600	80 : 10	75 : 10	72 : 6	15	720
21 600	64 : 8	60 : 8	84 : 7	15	720
28 800	80 : 10	75 : 10	84 : 7	20	720
36 000	80 : 10	75 : 10	90 : 6	20	900

Les jeux sont calculés avec la formule (2.7) et montrent comment la fréquence résulte des nombres de dents. Les calibres réels s'en écartent ; ce sont toujours les dents comptées qui font foi.

À retenir : Fréquence égale deux fois le nombre de dents de la roue d'échappement multiplié par le rapport de transmission de la roue de centre à la roue d'échappement. Roues menantes au numérateur, pignons menés au dénominateur.

2.3 Minuterie

La minuterie se trouve sous le cadran et dérive la rotation de l'aiguille des heures de celle de l'aiguille des minutes. La chaussée est montée à frottement sur l'axe de la roue de centre, afin que l'on puisse mettre les aiguilles à l'heure.

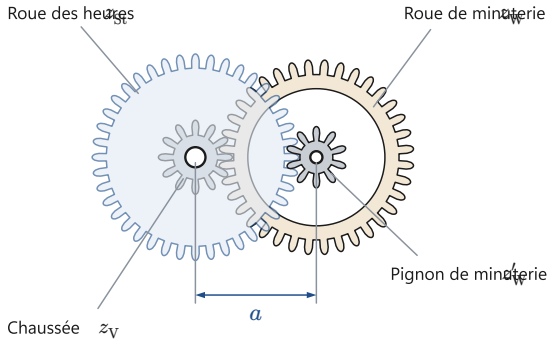


Fig. 2.5 Minuterie vue de dessus : les deux engrenages ont le même entraxe a

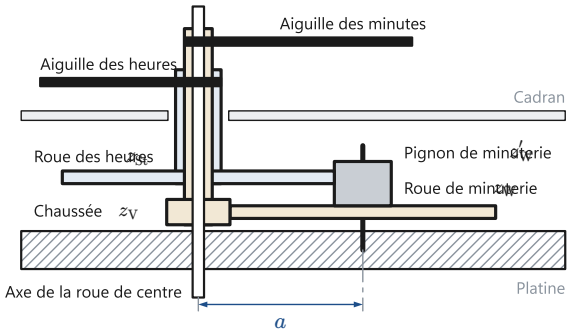


Fig. 2.6 Minuterie en coupe (schéma) : la roue des heures tourne librement sur la chaussée

Démultiplication de la minuterie

(2.11) COMPAGNON

$$\frac{z_W \cdot z_{St}}{z_V \cdot z'_W} = 12$$

TRANSFORMÉE $$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W}$$

z_W	Nombre de dents de la roue de minuterie	1
z_{St}	Nombre de dents de la roue des heures	1
z_V	Nombre d'ailes de la chaussée (mène la roue de minuterie)	1
z'_W	Nombre d'ailes du pignon de minuterie (mène la roue des heures)	1

La chaussée porte l'aiguille des minutes et fait un tour par heure, la roue des heures un tour en 12 heures. Comme ce sont ici les pignons qui mènent, les roues menées figurent au numérateur : la minuterie démultiplie dans le rapport 12 à 1.

Validité : affichage de 12 heures par tour de l'aiguille des heures. Après deux engrenages, la roue des heures tourne dans le même sens que la chaussée.

EXEMPLE Dans une minuterie, la roue des heures manque. La chaussée a 14 ailes, la roue de minuterie 42 dents, le pignon de minuterie 12 ailes.

Données : $z_V = 14$; $z'_W = 12$; $z_W = 42$

$$\begin{aligned} z_{St} &= \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W} \\ &= \frac{12 \cdot 14 \cdot 12}{42} \\ &= 48 \end{aligned}$$

La roue des heures a 48 dents. La démultiplication se répartit en 3 au premier et 4 au second engrenage.

Affichage 24 heures

(2.12) MAÎTRE

$$z_{24} = 2 \cdot z_{\mathrm{A}}$$

L'aiguille 24 heures tourne deux fois moins vite que l'aiguille des heures. Une roue intermédiaire ne modifie pas la démultiplication, mais fait tourner l'aiguille dans le sens horaire. La même démultiplication 2 à 1 mène la roue d'entraînement du quantième, qui avance une fois par jour (section 2.6).

Validité : entraînement depuis la roue des heures. Calculée depuis la chaussée, la démultiplication est de 24 à 1.

z_{24}	Nombre de dents de la roue de 24 heures	1
z_{A}	Nombre de dents de la roue menante sur le canon des heures	1

EXEMPLE Sur le canon des heures est montée une roue de 24 dents qui mène la roue de 24 heures par l'intermédiaire d'une roue intermédiaire.

Données : $z_{\mathrm{A}} = 24$

$$\begin{aligned} z_{24} &= 2 \cdot z_{\mathrm{A}} \\ &= 2 \cdot 24 \\ &= 48 \end{aligned}$$

La roue de 24 heures doit avoir 48 dents. Le nombre de dents de la roue intermédiaire est libre.

Entraxe identique dans la minuterie

(2.13) MAÎTRE

$$m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}}) = m_2 \cdot (z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}})$$

TRANSFORMÉE $$m_2 = \frac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}}$$

La chaussée et la roue des heures tournent autour du même axe, de même que la roue et le pignon de minuterie. Les deux engrenages ont donc le même entraxe selon la formule (2.16). Si les sommes des nombres de dents diffèrent, les modules doivent aussi différer.

m_1	Module de l'engrenage chaussée – roue de minuterie	mm
z_{V}	Nombre d'ailes de la chaussée (mène la roue de minuterie)	1
z_{W}	Nombre de dents de la roue de minuterie	1
m_2	Module de l'engrenage pignon de minuterie – roue des heures	mm
z'_{W}	Nombre d'ailes du pignon de minuterie (mène la roue des heures)	1
z_{St}	Nombre de dents de la roue des heures	1

EXEMPLE Une minuterie comporte une chaussée de 12 ailes, une roue de minuterie de 36 dents, un pignon de minuterie de 10 ailes et une roue des heures de 40 dents. Le premier engrenage a un module de 0,25 mm.

Données : $m_1 = 0{,}25\,\mathrm{mm}$; $z_{\mathrm{V}} = 12$; $z_{\mathrm{W}} = 36$; $z'_{\mathrm{W}} = 10$; $z_{\mathrm{St}} = 40$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm} \cdot (12 + 36)}{10 + 40} \\ &= 0{,}24\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le second engrenage demande un module de 0,24 mm. Avec les nombres de dents 10 et 30 ainsi que 8 et 32, les deux engrenages pourraient avoir le même module.

2.4 Géométrie des engrenages

Toutes les dimensions d'une denture dépendent du module. Module et nombre de dents fixent le cercle primitif, l'entraxe et la grandeur des dents ; la forme de la dent détermine ensuite les cercles de tête et de pied.

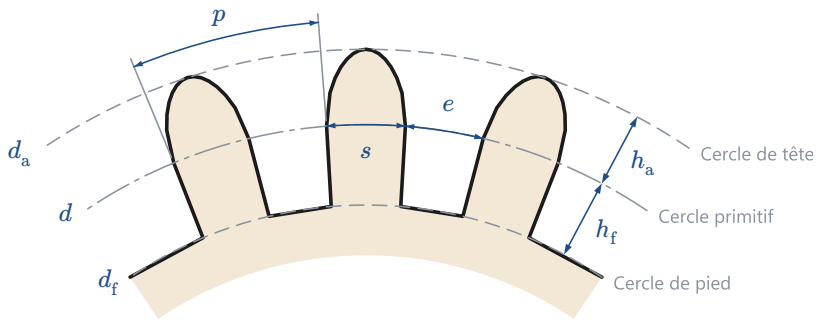


Fig. 2.7 Dimensions de la roue dentée : cercle de tête d_a, cercle primitif d, cercle de pied d_f, pas p, épaisseur de dent s, creux e, saillie h_a et creux h_f

Pas et module

(2.14) COMPAGNON

$$p = \pi \cdot m$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{p}{\pi}$

Le module est le pas divisé par π. Il mesure la grandeur des dents : seuls une roue et un pignon de même module vont ensemble.

p	Pas (distance d'une dent à l'autre, mesurée en arc sur le cercle primitif)	mm
m	Module	mm

EXEMPLE Quel est le pas pour un module de 0,2 mm ?

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \pi \cdot m \\ &= \pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}628\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

D'une dent à l'autre, il y a 0,628 mm sur le cercle primitif ; la dent et le creux mesurent donc chacun environ 0,3 mm de large.

Diamètre primitif

(2.15) COMPAGNON

$$d = m \cdot z$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{d}{z}$

Le cercle primitif est le cercle imaginaire sur lequel la roue et le pignon roulent l'un sur l'autre comme deux roues de friction lisses.

d	Diamètre primitif	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents	1

EXEMPLE Une roue a 80 dents et un module de 0,2 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}; \quad z = 80$

$$\begin{aligned} d &= m \cdot z \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot 80 \\ &= 16\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le cercle primitif mesure 16 mm. On ne le voit pas sur la roue finie ; seul le cercle de tête peut être mesuré.

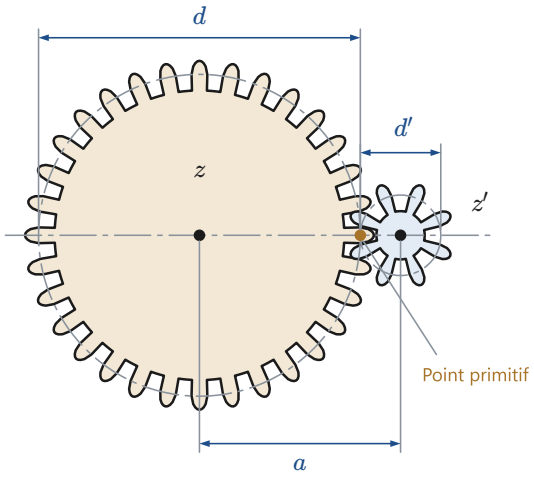


Fig. 2.8 Engrenage : les cercles primitifs d et d' se touchent au point primitif

Entraxe

(2.16) COMPAGNON

$$a = \frac{m \cdot (z + z')}{2}$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{2 \cdot a}{z + z'}$

a	Entraxe	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon	1

Les cercles primitifs se touchent au point primitif. L'entraxe est la somme des deux rayons primitifs. Résolue autrement, la formule donne le module à partir de l'entraxe mesuré.

Validité : denture extérieure avec une pénétration correctement réglée.

EXEMPLE On mesure un entraxe de 8,5 mm entre deux paliers. La roue a 75 dents, le pignon 10 ailes.

Données : $a = 8{,}5\,\text{mm}$; $z = 75$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} m &= \frac{2 \cdot a}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\text{mm}}{75 + 10} \\ &= 0{,}2\,\text{mm} \end{aligned}$$

L'engrenage a un module de 0,2 mm.

Cercle primitif d'après l'entraxe

(2.17) MAÎTRE

$$d = \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'}$$

d	Diamètre primitif (de la roue)	mm
a	Entraxe	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon	1

L'entraxe se répartit entre la roue et le pignon dans le rapport des nombres de dents. Pour le pignon, z' figure au numérateur.

EXEMPLE Entraxe 8,5 mm, roue de 75 dents, pignon de 10 ailes.

Données : $a = 8{,}5\,\text{mm}$; $z = 75$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} d &= \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\text{mm} \cdot 75}{75 + 10} \\ &= 15\,\text{mm} \end{aligned}$$

Le cercle primitif de la roue mesure 15 mm ; il reste 2 mm pour le pignon.

Denture horlogère. Dans le rouage de finissage, la roue mène le pignon, avec une force aussi régulière que possible et peu de frottement. C'est la denture cycloïdale qui s'est imposée, aujourd'hui le plus souvent réalisée en denture à arcs de cercle selon les normes de l'industrie horlogère : la dent de la roue porte une ogive au-dessus du cercle primitif, l'aile du pignon a des flancs droits dirigés vers le centre et une tête arrondie ou en ogive. Les saillies dépendent des nombres de dents. Les formules suivantes les résument par un supplément ajouté au nombre de dents.

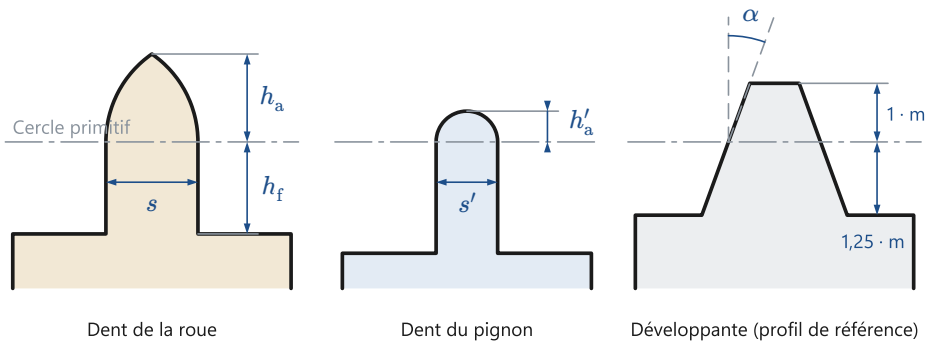


Fig. 2.9 Formes de dents, dessinées sur un cercle primitif rectifié : dent de roue en ogive, aile de pignon à tête demi-ronde, profil de référence de la denture en développante avec $\alpha = 20°$

Cercle de tête de la roue

(2.18) APPROXIMATION COMPAGNON

$$d_a \approx m \cdot (z + k)$$

Le cercle de tête est le diamètre extérieur de la roue et la seule dimension facile à mesurer. La saillie vaut $h_a = \frac{k}{2} \cdot m$.

Validité : denture horlogère, la roue mène le pignon. k d'après le tableau ; sans tableau, on calcule avec $k \approx 3$, dans les exercices de cours aussi avec $k \approx \pi$.

d_a	Diamètre de tête (de la roue)	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
k	Supplément de saillie (de la roue : double saillie, exprimée en modules)	1

EXEMPLE Une roue de 80 dents et de module 0,2 mm engrène avec un pignon de 10 ailes ; d'après le tableau, $k = 3{,}19$.

Données : $m = 0{,}2\,\text{mm}; \quad z = 80; \quad k = 3{,}19$

$$\begin{aligned} d_a &\approx m \cdot (z + k) \\ &= 0{,}2\,\text{mm} \cdot (80 + 3{,}19) \\ &\approx 16{,}64\,\text{mm} \end{aligned}$$

La roue est tournée à un diamètre de tête de 16,64 mm ; le cercle primitif se trouve 0,32 mm sous les pointes des dents.

Supplément de saillie k de la roue, vue d'ensemble (arrondi, pour des rapports de 6 à 10)

Nombre d'ailes du pignon	6	7	8	10	12
Supplément de saillie k	2,6	2,8	2,9	3,2	3,4

Plus le pignon a d'ailes, plus l'ogive de la dent de la roue est haute. Les valeurs exactes dépendent aussi du nombre de dents de la roue ; elles figurent dans le tableau suivant.

Supplément de saillie k de la roue selon les nombres de dents de la roue et du pignon (valeurs tabulées de la denture horlogère, denture cycloïdale)

Nombre de dents z de la roue	Pignon $z' = 6$	$z' = 7$	$z' = 8$	$z' = 9$	$z' = 10$	$z' = 12$	$z' = 15$
20	2,53	2,65	2,76	2,86	2,95	3,10	3,24
24	2,56	2,68	2,79	2,90	2,99	3,14	3,31
25	2,57	2,69	2,80	2,91	3,00	3,15	3,33
28	2,57	2,71	2,82	2,93	3,03	3,18	3,38
30	2,58	2,71	2,83	2,94	3,04	3,20	3,40
32	2,59	2,72	2,84	2,95	3,06	3,22	3,43
35	2,60	2,73	2,85	2,96	3,07	3,25	3,46
36	2,60	2,73	2,85	2,96	3,08	3,26	3,47
40	2,60	2,74	2,86	2,98	3,10	3,29	3,51
42	2,61	2,74	2,87	2,98	3,10	3,30	3,53
45	2,61	2,74	2,88	3,00	3,12	3,32	3,55
48	2,62	2,75	2,88	3,00	3,12	3,33	3,56
50	2,62	2,75	2,89	3,01	3,12	3,33	3,57
54	2,62	2,75	2,89	3,01	3,13	3,35	3,59
56	2,62	2,76	2,90	3,02	3,13	3,35	3,60
60	2,63	2,76	2,90	3,02	3,14	3,36	3,61
64	2,63	2,77	2,91	3,03	3,15	3,37	3,62
70	2,63	2,77	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
72	2,64	2,78	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
75	2,64	2,78	2,93	3,06	3,18	3,40	3,65
80	2,64	2,79	2,93	3,07	3,19	3,41	3,66
84	2,64	2,79	2,93	3,07	3,20	3,42	3,67
90	2,65	2,80	2,94	3,08	3,21	3,44	3,69
96	2,65	2,80	2,94	3,09	3,22	3,45	3,70
100	2,66	2,81	2,95	3,10	3,23	3,46	3,71
110	2,66	2,81	2,96	3,11	3,24	3,47	3,73
120	2,67	2,82	2,97	3,12	3,25	3,49	3,75
140	2,68	2,84	2,99	3,13	3,27	3,51	3,78
150	2,69	2,84	3,00	3,14	3,28	3,52	3,80
160	2,69	2,85	3,01	3,15	3,29	3,52	3,81
180	2,70	2,86	3,01	3,15	3,30	3,53	3,83
200	2,71	2,87	3,02	3,16	3,31	3,55	3,85

Les exercices de cours et d'examen calculent avec ces valeurs. Pour des nombres de dents situés entre les lignes, on prend la ligne la plus proche ; d'une ligne à l'autre, k ne varie que de quelques centièmes. La saillie de la dent de la roue vaut $h_{\mathrm{a}} = \frac{k}{2} \cdot m$. Les valeurs correspondent à la dent en ogive de la denture cycloïdale : son flanc est engendré par un cercle de diamètre égal à la moitié du diamètre primitif du pignon, qui roule à l'extérieur sur le cercle primitif de la roue (épicycloïde). Recalculées, les valeurs tabulées se situent à environ 95 % de la hauteur à laquelle les deux flancs se rejoignent en pointe, lorsque la dent a une épaisseur d'un demi-pas sur le cercle primitif. Pour la fabrication, ce sont les normes de denture de l'industrie horlogère (NHS, NIHS) qui s'appliquent. Selon la norme et le profil, elles donnent des valeurs un peu différentes de ce tableau, pour la denture de la roue de quelques centièmes à quelques dixièmes ; celui qui fabrique une roue calcule donc avec la feuille de norme.

Module d'après le cercle de tête mesuré

(2.19) APPROXIMATION COMPAGNON

$$m \approx \frac{d_\mathrm{a}}{z + k}$$

m	Module	mm
d_a	Diamètre de tête (de la roue)	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
k	Supplément de saillie (de la roue : double saillie, exprimée en modules)	1

La démarche habituelle pour une roue ou un pignon manquant : sur la pièce conjuguée existante, compter les dents, mesurer le cercle de tête et calculer le module. Contrôler le résultat avec l'entraxe selon la formule (2.16).

Validité : comme pour la formule (2.18). Pour un pignon existant, la formule (2.20) s'applique de la même manière.

EXEMPLE Le pignon d'une roue manque. La roue a 64 dents et un diamètre de tête de 10,06 mm ; elle doit mener un pignon de 8 ailes, donc $k = 2{,}9$.

Données : $d_\mathrm{a} = 10{,}06\,\mathrm{mm}$; $z = 64$; $k = 2{,}9$

$$\begin{aligned} m &\approx \frac{d_\mathrm{a}}{z + k} \\ &= \frac{10{,}06\,\mathrm{mm}}{64 + 2{,}9} \\ &\approx 0{,}150\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le module est de 0,15 mm. Le pignon manquant a donc un diamètre primitif de 1,2 mm, l'entraxe est de 5,4 mm.

Cercle de tête du pignon

(2.20) APPROXIMATION MAÎTRE

$$d'_\mathrm{a} \approx m \cdot (z' + k')$$

d'_a	Diamètre de tête du pignon	mm
m	Module	mm
z'	Nombre d'ailes du pignon	1
k'	Supplément de saillie du pignon (tableau)	1

Dans le rouage de finissage, la tête de l'aile du pignon ne travaille que peu avant la ligne des centres. Elle est donc basse ; pour une tête demi-ronde, la saillie est égale à la moitié de l'épaisseur de l'aile. De manière générale, la saillie vaut $h'_\mathrm{a} = \frac{k'}{2} \cdot m$.

Validité : denture horlogère, le pignon est mené. k' d'après les deux tableaux.

EXEMPLE Un pignon de 8 ailes et de module 0,15 mm reçoit des têtes demi-rondes ; de l'épaisseur de l'aile on déduit $k' = 1{,}05$.

Données : $m = 0{,}15\,\mathrm{mm}$; $z' = 8$; $k' = 1{,}05$

$$\begin{aligned} d'_\mathrm{a} &\approx m \cdot (z' + k') \\ &= 0{,}15\,\mathrm{mm} \cdot (8 + 1{,}05) \\ &\approx 1{,}36\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le pignon a un diamètre extérieur de 1,36 mm pour un diamètre primitif de 1,2 mm. Avec la valeur tabulée arrondie $k' = 1{,}0$, on obtient 1,35 mm.

Aile de pignon en denture horlogère : épaisseur et supplément de saillie qui en découle (valeurs indicatives)

Nombre d'ailes du pignon	Épaisseur de l'aile s'	Supplément de saillie k' pour tête demi-ronde
6 à 10	environ un tiers du pas, $1{,}05 \cdot m$	1,05
à partir de 11	environ deux cinquièmes du pas, $1{,}25 \cdot m$	1,25

Pour une tête demi-ronde, la saillie est la moitié de l'épaisseur de l'aile ; ces valeurs en découlent. La limite entre 10 et 11 ailes suit la norme de denture de l'industrie horlogère.

Supplément de saillie k' du pignon selon la forme de la tête (valeurs tabulées arrondies des exercices de cours et d'examen)

Forme de la tête de l'aile	Pignon de 6 à 10 ailes	Pignon à partir de 11 ailes
demi-ronde (arrondie)	1,0	1,2
en ogive (pointue)	1,5	1,8

Les valeurs pour la tête demi-ronde sont les valeurs arrondies 1,05 et 1,25 du tableau précédent. La différence ne modifie le cercle de tête que de $0{,}05 \cdot m$, soit 0,01 mm pour un module de 0,2 mm. Comme dans la norme de denture de l'industrie horlogère, la limite se situe entre 10 et 11 ailes : jusqu'à 10 ailes, l'aile du pignon doit rester mince pour que la dent de la roue ait sa place dans le creux. Certains supports de cours rangent déjà le pignon de 10 ailes dans le second groupe ; à l'examen, c'est la valeur indiquée par l'énoncé ou son tableau qui s'applique. Les têtes en ogive sont plus hautes ; selon le profil, elles atteignent environ $k' = 2$.

Cercle de pied de la roue

(2.21) APPROXIMATION MAÎTRE

$$d_\mathrm{f} \approx m \cdot (z - \pi)$$

d_f	Diamètre de pied (de la roue)	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1

Le creux de la dent de la roue vaut environ un demi-pas, $h_\mathrm{f} \approx \frac{\pi}{2} \cdot m$. Ainsi, la tête de l'aile du pignon passe librement dans le creux.

Validité : valeur indicative de la denture horlogère. La profondeur du creux de la roue n'est pas critique, tant que la tête de l'aile ne touche pas le fond.

EXEMPLE Roue de 80 dents, module 0,2 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z = 80$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z - \pi) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 - \pi) \\ &\approx 15{,}37\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le fond des dents se trouve sur un diamètre de 15,37 mm. La hauteur totale de la dent est donc d'environ 0,63 mm.

Cercle de pied du pignon (valeur indicative)

(2.22) APPROXIMATION COMPAGNON

$$d'_\mathrm{f} \approx m \cdot (z' - 4)$$

d'_f	Diamètre de pied du pignon (diamètre du noyau)	mm
m	Module	mm
z'	Nombre d'ailes du pignon	1

Le creux de l'aile du pignon vaut environ $2 \cdot m$. Cela suffit pour toutes les têtes de dent de roue du tableau : la plus haute mesure $1{,}93 \cdot m$, les usuelles environ $1{,}3 \cdot m$ à $1{,}7 \cdot m$. Le reste est le jeu de fond.

Validité : valeur indicative de la denture horlogère pour les exercices de cours et d'examen. La formule suivante calcule plus précisément avec le supplément de saillie de la roue conjuguée.

EXEMPLE Un pignon de 12 ailes a un module de 0,31 mm. Quel est son cercle de pied ?

Données : $m = 0{,}31\,\mathrm{mm}$; $z' = 12$

$$\begin{aligned} d'_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z' - 4) \\ &= 0{,}31\,\mathrm{mm} \cdot (12 - 4) \\ &= 2{,}48\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

2,48 mm pour un diamètre primitif de 3,72 mm.

Cercle de pied du pignon

(2.23) APPROFONDISSEMENT

$$d'_{\mathrm{f}} = m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c$$

Le creux du pignon doit recevoir la tête de la dent de la roue et laisser encore du jeu au-dessous : creux du pignon égal à saillie de la roue plus jeu de fond.

d'_{f}	Diamètre de pied du pignon (diamètre du noyau)	mm
m	Module	mm
z'	Nombre d'ailes du pignon	1
k	Supplément de saillie (de la roue conjuguée)	1
c	Jeu de fond entre la tête de la dent de roue et le fond du pignon (valeur indicative $0{,}4 \cdot m$)	mm

EXEMPLE Pignon de 10 ailes, module 0,2 mm, roue conjuguée avec $k = 3{,}2$, jeu de fond 0,08 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z' = 10$; $k = 3{,}2$; $c = 0{,}08\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d'_{\mathrm{f}} &= m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (10 - 3{,}2) - 2 \cdot 0{,}08\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}20\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le noyau du pignon mesure 1,2 mm pour un diamètre primitif de 2 mm. Sans jeu de fond, ce serait 1,36 mm ; avec cette cote, la dent de la roue toucherait déjà le fond.

Épaisseur de la dent de la roue

(2.24) COMPAGNON

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

La dent et le creux se partagent le pas : $p = s + e$. Pour la roue, les deux sont égaux ; l'épaisseur de la dent est donc la moitié du pas.

Validité : roue en denture horlogère (valeur indicative). Les ailes de pignon sont plus minces, voir le tableau de la formule (2.20).

s	Épaisseur de dent (de la roue, sur le cercle primitif)	mm
m	Module	mm

EXEMPLE Module 0,2 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\pi \cdot m}{2} \\ &= \frac{\pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 0{,}314\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Sur le cercle primitif, la dent et le creux de la roue mesurent chacun 0,314 mm de large.

Jeu entre-dents

(2.25) MAÎTRE

$$j = p - s - s'$$

L'aile du pignon est plus étroite que le creux de la roue. La différence est le jeu entre-dents. Il laisse de la place pour l'huile, la saleté, les erreurs de division et de faux-rond.

Validité : mesure sur le cercle primitif, à l'entraxe correct.

j	Jeu entre-dents sur le cercle primitif	mm
p	Pas (distance d'une dent à l'autre, mesurée en arc sur le cercle primitif)	mm
s	Épaisseur de dent (de la roue, sur le cercle primitif)	mm
s'	Épaisseur de l'aile du pignon sur le cercle primitif	mm

EXEMPLE Module 0,2 mm : pas 0,628 mm, épaisseur de dent de la roue 0,314 mm, de l'aile d'un pignon de 8 ailes 0,209 mm.

Données : $p = 0{,}628\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}314\,\mathrm{mm}$; $s' = 0{,}209\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} j &= p - s - s' \\ &= 0{,}628\,\mathrm{mm} - 0{,}314\,\mathrm{mm} - 0{,}209\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}105\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il reste environ 0,1 mm de jeu entre les flancs, soit un sixième du pas.

Pénétration. Si les axes sont trop rapprochés, les cercles primitifs se coupent : l'engrenage est trop pénétré, les dents s'arc-boutent, le mouvement tourne difficilement et, dans le pire des cas, se bloque. S'ils sont trop éloignés, l'engrenage est trop peu pénétré : les pointes des dents conduisent, la force est transmise irrégulièrement et l'engrenage produit une chute audible. On contrôle avec le compas aux engrenages ou en sentant le jeu des dents ; on corrige par l'entraxe ou avec un pignon adapté.

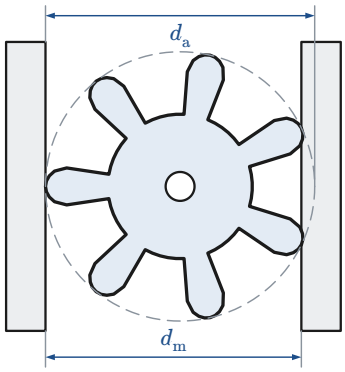


Fig. 2.10 Nombre de dents impair : la cote mesurée d_m est plus petite que le cercle de tête d_a

Mesure du cercle de tête pour un nombre de dents impair

(2.26) MAÎTRE

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)}$$

d_a	Diamètre de tête	mm
d_m	Cote mesurée entre les faces de mesure	mm
z	Nombre de dents (impair)	1

Pour un nombre de dents impair, chaque dent fait face à un creux. L'une des faces de mesure repose sur une pointe de dent, l'autre sur deux. La cote mesurée est donc plus petite que le cercle de tête.

Validité : nombre de dents impair ; faces de mesure planes, parallèles et plus larges qu'un pas. Pour un nombre de dents pair, on mesure directement le cercle de tête.

EXEMPLE Un pignon de 7 ailes mesure 1,62 mm entre les becs du pied à coulisse.

Données : $d_m = 1{,}62\,\text{mm}$; $z = 7$

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)} = \frac{1{,}62\,\text{mm}}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{7}\right)} \approx 1{,}70\,\text{mm}$$

Le cercle de tête est plus grand de 0,08 mm que la cote mesurée. Avec 15 dents, la différence représente encore environ 1 %, à partir d'environ 60 dents moins de 0,1 %.

Denture en développante. La denture de la construction mécanique se rencontre dans la montre là où il y a démultiplication ou changement de sens de la force : au remontoir, à la mise à l'heure, dans le rouage d'automatique et dans les mécanismes de quantième. Ses flancs sont des développantes, c'est-à-dire les courbes décrites par un fil déroulé du cercle de base. Cette denture tolère de petites erreurs d'entraxe : la rotation est malgré tout transmise uniformément. Le pas, le cercle primitif et l'entraxe se calculent comme ci-dessus.

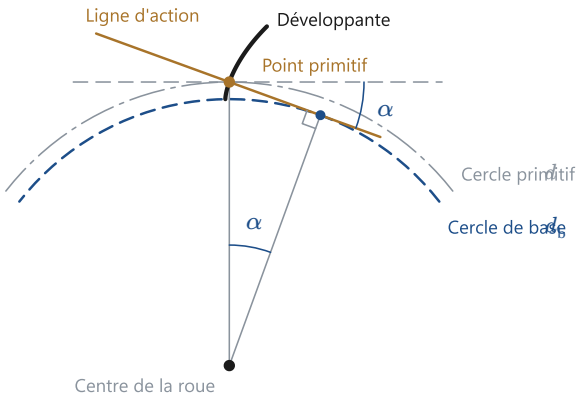


Fig. 2.11 Denture en développante : la ligne d'action est tangente au cercle de base et inclinée de l'angle de pression α

Cercle de tête de la denture en développante

(2.27) MAÎTRE

$$d_\mathrm{a} = m \cdot (z + 2)$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{d_\mathrm{a}}{z + 2}$

d_a	Diamètre de tête	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents	1

La saillie est égale au module. Résolue autrement, la formule donne le module d'une roue en développante à partir du cercle de tête et du nombre de dents.

Validité : denture normale sans déport de profil, angle de pression 20°, saillie $1 \cdot m$.

EXEMPLE Une roue de 24 dents et de module 0,5 mm.

Données : $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 24$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{a} &= m \cdot (z + 2) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 + 2) \\ &= 13\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Cercle de tête 13 mm pour un diamètre primitif de 12 mm.

Cercle de pied de la denture en développante

(2.28) MAÎTRE

$$d_\mathrm{f} = m \cdot (z - 2{,}5)$$

d_f	Diamètre de pied	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents	1

Le creux vaut 1,25 fois le module : saillie de la roue conjuguée plus $0{,}25 \cdot m$ de jeu de fond.

Validité : denture normale sans déport de profil. En mécanique de précision, des creux plus grands sont aussi courants ; on remplace alors 2,5 par le double du facteur de creux.

EXEMPLE La même roue : 24 dents, module 0,5 mm.

Données : $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 24$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &= m \cdot (z - 2{,}5) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 - 2{,}5) \\ &= 10{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Cercle de pied 10,75 mm ; la hauteur de dent vaut $2{,}25 \cdot m$, soit 1,125 mm.

Cercle de base

(2.29) APPROFONDISSEMENT

$$d_\mathrm{b} = d \cdot \cos \alpha$$

La développante se déroule à partir du cercle de base. Les dents se touchent toujours sur la ligne d'action, qui est tangente aux deux cercles de base et inclinée de l'angle de pression par rapport à la tangente commune aux cercles primitifs.

d_b	Diamètre du cercle de base	mm
d	Diamètre primitif	mm
α	Angle de pression (normalisé 20°)	°

EXEMPLE Diamètre primitif 12 mm, angle de pression 20°.

Données : $d = 12\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 20°$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{b} &= d \cdot \cos \alpha \\ &= 12\,\mathrm{mm} \cdot \cos\left(20°\right) \\ &\approx 11{,}28\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le cercle de base se trouve 0,36 mm sous le cercle primitif. Au-dessous du cercle de base, il n'y a pas de développante.

2.5 Sonnerie

La sonnerie est un mécanisme indépendant, avec son moteur, son rouage et son volant. Le rouage de mouvement la déclenche, un mécanisme de comptage détermine le nombre de coups : le chaperon ou le râteau.

Somme des coups des heures

(2.30) MAÎTRE

$$N = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

Les coups des heures 1 + 2 + 3 et ainsi de suite s'additionnent selon la formule de la somme.

N	Nombre (de coups pour les heures 1 à k)	1
k	Dernière heure sonnée	1

EXEMPLE Combien de coups sont frappés de 1 heure à 12 heures ?

Données : $k = 12$

$$\begin{aligned} N &= \frac{k \cdot (k+1)}{2} \\ &= \frac{12 \cdot (12+1)}{2} \\ &= 78 \end{aligned}$$

78 coups en 12 heures, 156 par jour.

Coups par jour

(2.31) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{d}} = 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b)$$

La sonnerie des demi-heures ajoute 12 coups en 12 heures.

Validité : sonnerie des heures avec au plus un coup à la demi-heure. Les sonneries des quarts ont leur propre rouage et se calculent séparément.

N_{d}	Coups en 24 heures	1
N_{12}	Coups des heures en 12 heures (78)	1
b	Coups à chaque demi-heure (0 ou 1)	1

EXEMPLE Une sonnerie frappe les heures et un coup à chaque demi-heure.

Données : $N_{12} = 78; \quad b = 1$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{d}} &= 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b) \\ &= 2 \cdot (78 + 12 \cdot 1) \\ &= 180 \end{aligned}$$

180 coups par jour : 90 en 12 heures au lieu de 78.

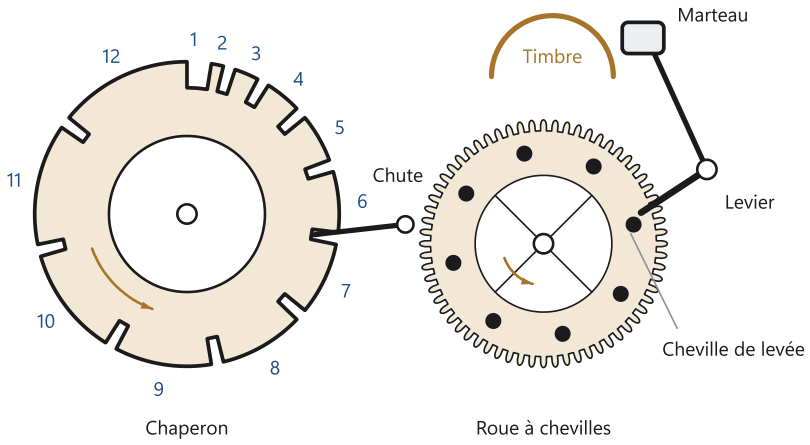


Fig. 2.12 Chaperon à 78 divisions (chaque heure occupe autant de divisions qu'elle a de coups) et roue à chevilles avec marteau

Chaperon

(2.32) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{Sch}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}}$$

Le chaperon compte les coups. Il fait un tour en 12 heures ; sa circonférence est divisée en 78 ou 90 parties, et après chaque série de coups le levier tombe dans une entaille et arrête le rouage de sonnerie.

Validité : le chaperon est entraîné par l'axe de la roue à chevilles et fait un tour en 12 heures.

N_{Sch}	Coups par tour du chaperon (78, avec sonnerie des demi-heures 90)	1
z_{N}	Nombre de chevilles de levée	1
z_{Sch}	Nombre de dents de la roue du chaperon	1
z'_{Sch}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles, qui mène le chaperon	1

EXEMPLE Une roue à chevilles porte 10 chevilles de levée. Sur son axe est monté un pignon de 8 ailes qui mène une roue de chaperon de 72 dents.

Données : $z_{\mathrm{N}} = 10$; $z_{\mathrm{Sch}} = 72$; $z'_{\mathrm{Sch}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{Sch}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}} \\ &= \frac{10 \cdot 72}{8} \\ &= 90 \end{aligned}$$

90 coups par tour : une sonnerie avec coup à la demi-heure. Pour 78 coups, 13 chevilles avec une démultiplication de 6 conviennent.

Dans la sonnerie à râteau, le limaçon des heures, un disque à 12 degrés solidaire de la roue des heures, détermine la profondeur de chute du râteau. À chaque coup, la cueillerette fait remonter le râteau d'une dent, jusqu'à ce que le rouage de sonnerie soit de nouveau bloqué. Contrairement au chaperon, la sonnerie à râteau ne peut pas se désynchroniser des aiguilles.

Coups par tour de la roue motrice

(2.33) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{A}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}}$$

Chaque cheville soulève le marteau une fois. La roue à chevilles tourne plus vite que la roue motrice, dans le rapport de transmission.

Validité : la roue motrice engrène directement avec le pignon de la roue à chevilles. Si une roue intermédiaire s'intercale, son rapport de transmission s'ajoute comme facteur.

N_{A}	Coups par tour de la roue motrice (roue du tambour ou barillet)	1
z_{N}	Nombre de chevilles de levée	1
z_{A}	Nombre de dents de la roue motrice	1
z'_{N}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles	1

EXEMPLE Une roue de tambour de 96 dents mène le pignon (8 ailes) d'une roue à chevilles portant 8 chevilles.

Données : $z_{\mathrm{N}} = 8$; $z_{\mathrm{A}} = 96$; $z'_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{A}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{8 \cdot 96}{8} \\ &= 96 \end{aligned}$$

Chaque tour du tambour donne 96 coups.

Tours par remontage

(2.34) MAÎTRE

$$U = \frac{t_\mathrm{G} \cdot n_\mathrm{d}}{N_\mathrm{A}}$$

Le nombre de coups par jour est donné par la formule (2.31). Le rouage de mouvement et la sonnerie sont conçus de sorte que tous deux marchent aussi longtemps avec un seul remontage.

U	Nombre de tours nécessaires de la roue motrice	1
t_G	Durée de marche	d
n_d	Coups par jour	$\frac{1}{\mathrm{d}}$
N_A	Coups par tour de la roue motrice	1

EXEMPLE La sonnerie de l'exemple précédent doit marcher 8 jours et frappe 180 coups par jour.

Données : $t_\mathrm{G} = 8\,\mathrm{d}$; $n_\mathrm{d} = 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}$; $N_\mathrm{A} = 96$

$$\begin{aligned} U &= \frac{t_\mathrm{G} \cdot n_\mathrm{d}}{N_\mathrm{A}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{d} \cdot 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}}{96} \\ &= 15 \end{aligned}$$

En 8 jours, il y a 1440 coups ; le tambour fait pour cela 15 tours. L'épaisseur de la corde et le diamètre du tambour en déduisent la hauteur de chute du poids (chapitre 1).

Tours du volant par coup

(2.35) MAÎTRE

$$U_\mathrm{W} = \frac{i_\mathrm{W}}{z_\mathrm{N}}$$

Le volant freine le rouage par la résistance de l'air sur ses ailettes. Comme la résistance croît fortement avec la vitesse de rotation, une vitesse régulière s'établit et les coups se suivent à intervalles égaux. Des ailettes plus grandes ou plus inclinées ralentissent la sonnerie.

U_W	Tours du volant par coup	1
i_W	Rapport de transmission de la roue à chevilles au volant	1
z_N	Nombre de chevilles de levée	1

EXEMPLE De la roue à chevilles (64 dents, 8 chevilles) au volant, il y a trois engrenages : 64 sur 8, 56 sur 7 et 49 sur 7. Le rapport de transmission est $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$.

Données : $i_\mathrm{W} = 448$; $z_\mathrm{N} = 8$

$$\begin{aligned} U_\mathrm{W} &= \frac{i_\mathrm{W}}{z_\mathrm{N}} \\ &= \frac{448}{8} \\ &= 56 \end{aligned}$$

Le volant fait 56 tours par coup.

2.6 Quantième et phase de lune

Les mécanismes de quantième comptent les jours. Leurs roues ne sont pas entraînées en continu, mais avancées d'une dent une fois par jour ; le nombre de dents est alors le nombre de jours par tour.

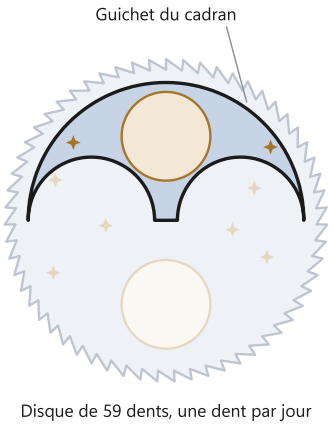


Fig. 2.13 Disque de lune derrière le guichet du cadran

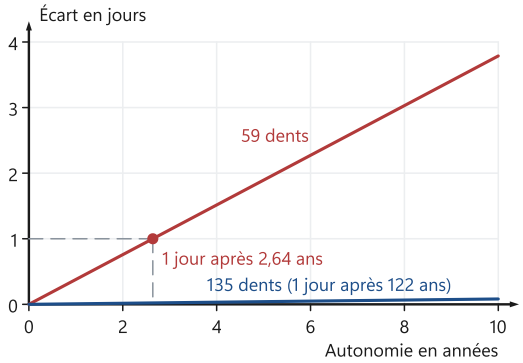


Fig. 2.14 Écart de l'affichage de la phase de lune par rapport à la lune moyenne

Disque de lune

(2.36) MAÎTRE

$$t_\mathrm{L} = \frac{z \cdot t_\mathrm{s}}{k}$$

D'une nouvelle lune à la suivante, il s'écoule en moyenne 29,530 59 jours, le mois synodique. Comme une roue ne peut pas avoir de demi-dents, le disque porte deux lunes et 59 dents.

t_L	Durée affichée d'une lunaison	d
z	Nombre de dents (du disque de lune)	1
t_s	Temps entre deux sauts (une dent par jour)	d
k	Nombre (de lunes sur le disque)	1

EXEMPLE Un disque de lune de 59 dents portant deux lunes avance d'une dent chaque jour.

Données : $z = 59$; $t_\mathrm{s} = 1\,\mathrm{d}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{L} &= \frac{z \cdot t_\mathrm{s}}{k} \\ &= \frac{59 \cdot 1\,\mathrm{d}}{2} \\ &= 29{,}5\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'affichage parcourt toutes les phases en 29,5 jours. La lune met en moyenne 29,530 59 jours ; l'affichage avance donc un peu trop vite.

Durée de marche jusqu'à l'écart de la phase de lune

(2.37) MAÎTRE

$$t_{\mathrm{F}} = \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|}$$

À chaque lunaison, l'affichage s'écarte de la différence entre la lunaison affichée et la lunaison réelle. Les écarts s'additionnent.

Validité : mouvement moyen de la lune. La lune réelle s'en écarte au cours d'un mois jusqu'à environ une demi-journée.

t_{F}	Durée de marche jusqu'à ce que l'affichage s'écarte de Δt	d
Δt	Écart de l'affichage par rapport à l'âge réel de la lune	d
t_{L}	Durée affichée d'une lunaison	d
T_{syn}	Mois synodique (valeur moyenne 29,530 59 d, section 8.1)	d

EXEMPLE Au bout de combien de temps l'affichage à 59 dents s'écarte-t-il d'un jour ?

Données : $\Delta t = 1\,\mathrm{d}$; $t_{\mathrm{L}} = 29{,}5\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{F}} &= \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 29{,}5\,\mathrm{d}}{|29{,}530\,59\,\mathrm{d} - 29{,}5\,\mathrm{d}|} \\ &\approx 964\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Au bout de 964 jours, soit environ 2,6 ans, l'affichage avance d'un jour et doit être corrigé.

Phase de lune précise avec rapport de transmission

(2.38) APPROFONDISSEMENT

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k}$$

Un rapport de transmission entre la roue d'entraînement et le disque de lune reproduit le mois synodique bien plus précisément que le simple disque de 59 dents.

Validité : le disque de lune est entraîné par des roues. Le disque de 135 dents est répandu ; l'entraînement de l'exemple est un jeu de nombres de dents possible, d'autres sont réalisés.

t_{L}	Durée affichée d'une lunaison	d
t_{A}	Durée de révolution de l'axe menant (étoile de 7 dents, avancée chaque jour : 7 d)	d
z	Nombre de dents (du disque de lune)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mène le disque de lune)	1
k	Nombre (de lunes sur le disque)	1

EXEMPLE Une étoile de 7 dents avance chaque jour. Sur son axe est monté un pignon de 16 ailes qui mène, par une roue intermédiaire, un disque de lune de 135 dents portant deux lunes.

Données : $t_{\mathrm{A}} = 7\,\mathrm{d}$; $z = 135$; $z' = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{L}} &= \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k} \\ &= \frac{7\,\mathrm{d} \cdot 135}{16 \cdot 2} \\ &= 29{,}531\,25\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'affichage ne retarde plus que de 57 s par lunaison. Selon la formule (2.37) avec $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$, il faut 44 744 jours, soit un peu plus de 122 ans, pour qu'il retarde d'un jour.

Roues de comptage des affichages de calendrier

Affichage	Roue	Avance	Un tour en
Date	Disque ou roue des quantièmes à 31 dents	chaque jour	31 jours
Jour de la semaine	Étoile de 7 dents	chaque jour	7 jours
Mois	Étoile de 12 dents	chaque mois	1 an
Phase de lune	Disque de 59 dents portant deux lunes	chaque jour	59 jours
Quantième perpétuel	Roue programme à 48 crans de mois	chaque mois	4 ans (1461 jours)

Le quantième simple doit être corrigé à la main cinq fois par an, à savoir après chaque mois de moins de 31 jours. Le quantième annuel demande une correction à la fin de février. Le quantième perpétuel tient compte aussi des années bissextiles ; il ne doit être corrigé qu'en 2100, année qui n'est pas bissextile.

La roue d'entraînement du quantième fait un tour en 24 heures et est entraînée par la roue des heures avec une démultiplication de 2 à 1, formule (2.12). Les années bissextiles, la durée de l'année et l'équation du temps figurent au chapitre 8.

2.7 Rendement du rouage

Chaque engrenage et chaque palier consomment par frottement une partie de la force motrice. Le rendement indique quelle part du couple subsiste.

Rendement total du rouage

(2.39) MAÎTRE

$$\eta_{\text{ges}} = \eta^{k}$$

Les rendements d'engrenages successifs se multiplient. S'ils sont différents, le produit des valeurs individuelles remplace la puissance. La forme générale figure dans la formule (XL 2.30).

Validité : valeurs indicatives pour des mouvements propres et huilés. Les pignons à peu d'ailes, les paliers secs et les engrenages trop ou trop peu pénétrés réduisent nettement le rendement.

η_{ges}	Rendement total du rouage	1
η	Rendement (par engrenage ; frottement des paliers compris, valeur indicative 0,90 à 0,95)	1
k	Nombre (d'engrenages)	1

EXEMPLE Du barillet à la roue d'échappement, il y a quatre engrenages d'un rendement de 0,95 chacun.

Données : $\eta = 0{,}95; \quad k = 4$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta^{k} \\ &= 0{,}95^{4} \\ &\approx 0{,}81\end{aligned}$$

Environ un cinquième du couple se perd dans le rouage. Avec 0,90 par engrenage, ce serait déjà un tiers.

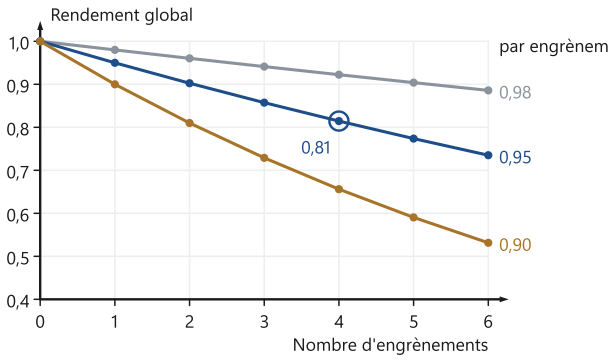


Fig. 2.15 Rendement total selon le nombre d'engrenages

Couple sur la roue d'échappement

(2.40) MAÎTRE

$$M_{\mathrm{H}} = \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}}$$

D'un axe à l'autre, le couple diminue selon le rapport de transmission et les pertes par frottement (fig. 2.4).

M_{H}	Couple sur la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
M_{F}	Couple sur le barillet	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η_{ges}	Rendement total du rouage	1
i_{ges}	Rapport de transmission total (du barillet à la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Un barillet fournit 8 N·mm. Le rapport de transmission jusqu'à la roue d'échappement est $6 \cdot 600 = 3600$, le rendement total 0,81.

Données : $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta_{\mathrm{ges}} = 0{,}81$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{H}} &= \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}81}{3600} \\ &= 1{,}8\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Il reste 1,8 µN·m sur la roue d'échappement, à peine plus d'un cinq-millième du couple du ressort. C'est pourquoi un peu de saleté sur les axes rapides suffit à arrêter un mouvement.

Rendement d'après les couples mesurés

(2.41) APPROFONDISSEMENT

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}}$$

Sans frottement, la roue d'échappement recevrait le couple du ressort divisé par le rapport de transmission. Le rendement est le rapport entre la valeur mesurée et cette valeur idéale.

η_{ges}	Rendement total du rouage	1
M_{H}	Couple sur la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
i_{ges}	Rapport de transmission total (du barillet à la roue d'échappement)	1
M_{F}	Couple sur le barillet	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EXEMPLE Sur un mouvement, on mesure 8 N·mm au barillet et 1,7 µN·m à la roue d'échappement ; le rapport de transmission est de 3600.

Données : $M_{\mathrm{H}} = 1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$; $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{ges}} &= \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 3600}{8\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 0{,}765 \end{aligned}$$

Le rouage transmet un peu plus des trois quarts du couple. Cela correspond à 0,935 par engrenage pour quatre engrenages.

3 Organe réglant : balancier et spiral

Le balancier et le spiral forment l'organe réglant de la montre. Le balancier est la masse inerte, le spiral le ressort qui le ramène en position d'équilibre. Deux grandeurs seulement déterminent la vitesse à laquelle ils oscillent ensemble : le moment d'inertie du balancier et le couple de rappel spécifique du spiral.

Presque toutes les formules de réglage de ce chapitre découlent d'une seule règle : la période croît avec la racine du moment d'inertie et décroît avec la racine du couple de rappel spécifique. Un pour cent de moment d'inertie en plus, ou un pour cent de couple de rappel en moins, ralentit la montre d'un demi pour cent, soit 432 s par jour. Dans ce chapitre, N désigne un nombre (spires du spiral, vis identiques sur la serge), W l'énergie et P la puissance.

3.1 Oscillation du balancier

Le balancier oscille de part et d'autre de sa position d'équilibre. Une oscillation est un aller et retour ; la montre bat alors deux fois, car chaque battement est une alternance.

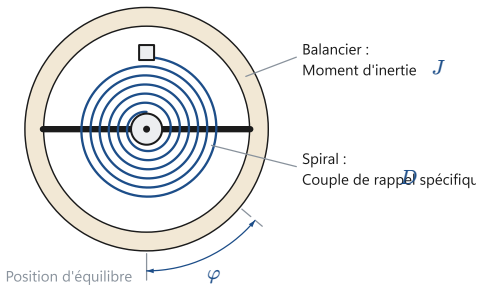


Fig. 3.1 Balancier et spiral : le balancier apporte le moment d'inertie J, le spiral le couple de rappel spécifique D

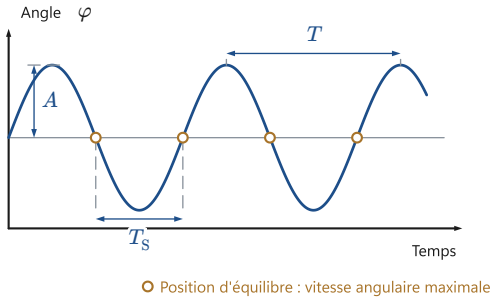


Fig. 3.2 Angle du balancier en fonction du temps : amplitude A, période T, durée d'une alternance $T_S = \frac{1}{2}T$

Période du balancier

(3.1) COMPAGNON

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

TRANSFORMÉE $D = \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2}$

Un balancier plus inerte oscille plus lentement, un spiral plus fort plus vite. Les deux grandeurs sont sous la racine : un moment d'inertie quadruple double la période.

Validité : couple de rappel du spiral proportionnel à l'angle, sans frottement et sans influence de l'échappement. J comprend la serge, les bras, l'axe, le double plateau et la virole.

T	Période (oscillation complète, aller et retour)	s
J	Moment d'inertie (du balancier, avec tout ce qui oscille avec lui)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral ; couple par unité d'angle)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

Bon à savoir : L'amplitude n'apparaît pas dans la formule. Un organe réglant idéal oscille à la même vitesse pour une petite et une grande amplitude ; cette propriété s'appelle l'isochronisme (section 3.7).

EXEMPLE Un balancier a un moment d'inertie de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, son spiral un couple de rappel spécifique de $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Combien de temps dure une oscillation ?

Données : $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 0{,}250\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Une oscillation dure un quart de seconde. Le balancier effectue donc 4 oscillations et 8 alternances par seconde.

Fréquence du balancier

(3.2) COMPAGNON

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}}$$

La fréquence est l'inverse de la période : $f = \frac{1}{T}$.

Validité : comme pour la formule (3.1).

f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Quelle est la fréquence de l'organe réglant de l'exemple précédent ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}} \\ &\approx 4{,}00\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

4 Hz, la fréquence courante des montres-bracelets actuelles.

Fréquence d'alternances à partir de la fréquence

(3.3) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{h}} = 2 \cdot f$$

TRANSFORMÉE $f = \dfrac{n_{\mathrm{h}}}{2}$

À chaque oscillation, la montre bat deux fois. Pour les montres, la fréquence s'indique en alternances par heure (A/h, A pour alternance). Exprimée avec la durée d'une alternance, la formule figure déjà à la section XL 1.1.

n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

EXEMPLE Un balancier oscille à 3 Hz. Combien d'alternances cela fait-il ?

Données : $f = 3\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 3\,\mathrm{Hz} \\ &= 6\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &\approx 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

21 600 alternances par heure. Ce nombre figure dans la fiche technique du calibre, et le chronocomparateur calcule avec lui.

Fréquences courantes

Alternances n_{h} en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Alternances par seconde	Fréquence f en Hz	Période T en s	Durée d'une alternance T_{S} en s
18 000	5	2,5	0,4	0,2
19 800	5,5	2,75	0,3636	0,1818
21 600	6	3	0,3333	0,1667
25 200	7	3,5	0,2857	0,1429
28 800	8	4	0,25	0,125
36 000	10	5	0,2	0,1

La durée d'une alternance T_{S} est la moitié de la période.

Pulsation

(3.4) MAÎTRE

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

La pulsation est la fréquence exprimée en radians : 2π par oscillation. Pour le balancier, on a aussi $\omega = \sqrt{\frac{D}{J}}$.

ω	Pulsation	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

EXEMPLE Quelle est la pulsation à 4 Hz ?

Données : $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &\approx 25{,}1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Environ 25,1 rad par seconde. Les formules suivantes utilisent cette valeur.

Angle du balancier en fonction du temps

(3.5) MAÎTRE

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Le balancier oscille de façon sinusoïdale : il est le plus rapide en position d'équilibre et s'arrête un instant aux points de rebroussement.

Validité : oscillation libre, non amortie. Le produit $\omega \cdot t$ est un angle en radians ; la calculatrice doit être réglée sur rad pour le sinus.

φ	Angle (du balancier par rapport à la position d'équilibre)	$^\circ$
A	Amplitude (angle maximal par rapport à la position d'équilibre)	$^\circ$
ω	Pulsation	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
t	Temps (depuis le passage par la position d'équilibre)	s

EXEMPLE Un balancier oscille à 4 Hz ($\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$) avec une amplitude de 270°. Où se trouve-t-il 0,02 s après le passage par la position d'équilibre ?

Données : $A = 270^\circ$; $\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $t = 0{,}02\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\varphi &= A \cdot \sin(\omega \cdot t)\\ &= 270^\circ \cdot \sin\left(25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}02\,\text{s}\right)\\ &\approx 130^\circ\end{aligned}$$

Après 0,02 s, le balancier a déjà parcouru environ 130°, presque la moitié de l'amplitude. Il lui faut au total 0,0625 s, un quart d'oscillation, pour atteindre le point de rebroussement.

Vitesse angulaire maximale

(3.6) MAÎTRE

$$\omega_{\max} = A \cdot \omega$$

En position d'équilibre, toute l'énergie de l'oscillation est sous forme cinétique. C'est là qu'intervient l'échappement, car une perturbation à cet endroit modifie le moins la marche.

Validité : amplitude en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$.

$\omega_{\max}$	Vitesse angulaire du balancier au passage par la position d'équilibre	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
A	Amplitude (en radians)	rad
ω	Pulsation	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

EXEMPLE À quelle vitesse tourne en position d'équilibre un balancier de 4 Hz avec une amplitude de 270° (4,71 rad) ?

Données : $A = 4{,}71\,\text{rad}$; $\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned}\omega_{\max} &= A \cdot \omega\\ &= 4{,}71\,\text{rad} \cdot 25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\\ &\approx 118\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Environ 118 rad par seconde ; en rotation continue, cela ferait presque 19 tours par seconde. Un point de la serge à 5 mm de rayon se déplace alors à environ 0,6 m par seconde.

À retenir : 28 800 alternances par heure correspondent à 8 alternances par seconde et à 4 Hz.

3.2 Spiral

Le spiral est un ressort de flexion. Son couple de rappel spécifique indique le couple qu'il produit par unité d'angle. Il dépend du matériau, de la section de la lame et de la longueur active.

Couple de rappel du spiral

(3.7) COMPAGNON

$$M = D \cdot \varphi$$

Le couple de rappel croît proportionnellement à l'angle et est toujours dirigé vers la position d'équilibre. C'est la seule raison pour laquelle le balancier oscille à la même vitesse quelle que soit l'amplitude.

Validité : spiral dans le domaine élastique ; les spires ne se touchent pas.

M	Couple (couple de rappel du spiral)	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Angle (du balancier par rapport à la position d'équilibre ; en radians)	rad

EXEMPLE Avec quel couple un spiral de $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$ ramène-t-il le balancier au point de rebroussement à 270° (4,71 rad) ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} M &= D \cdot \varphi \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \cdot 4{,}71\ \mathrm{rad} \\ &\approx 2{,}98\ \mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Un peu moins de 3 µN·m. C'est l'ordre de grandeur du couple qui arrive à la roue d'échappement.

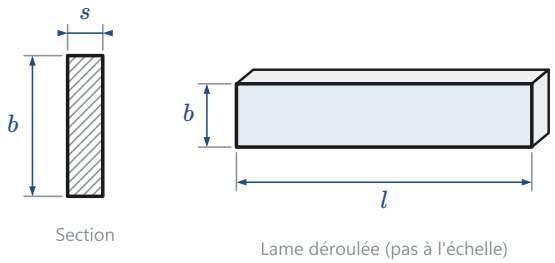


Fig. 3.3 Lame du spiral : hauteur de la lame b, épaisseur de la lame s, longueur active l

Couple de rappel spécifique à partir des dimensions du spiral

(3.8) MAÎTRE

$$D = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l}$$

La hauteur et le module d'élasticité interviennent linéairement, l'épaisseur à la puissance trois. Un spiral plus long est plus souple.

Validité : section rectangulaire, lame uniforme, flexion pure. Avec N et mm, on obtient D en N·mm par rad ; $1\ \mathrm{N{\cdot}mm} = 1000\ \mu\mathrm{N{\cdot}m}$.

D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
E	Module d'élasticité (du matériau du spiral)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
b	Hauteur de la lame (dans la direction de l'axe de balancier)	mm
s	Épaisseur de la lame (dans la direction radiale)	mm
l	Longueur (active du spiral)	mm

EXEMPLE Un spiral a $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, une hauteur de lame de 0,14 mm, une épaisseur de lame de 0,032 mm et une longueur active de 121 mm.

Données : $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $b = 0{,}14\ \mathrm{mm}$; $s = 0{,}032\ \mathrm{mm}$; $l = 121\ \mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} D &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l} \\ &= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}14\ \mathrm{mm} \cdot (0{,}032\ \mathrm{mm})^3}{12 \cdot 121\ \mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Ce spiral convient au balancier de $10\ \mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ de la section 3.1 et donne avec lui 4 Hz.

Variation de marche due à l'épaisseur de la lame

(3.9) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Comme le couple de rappel spécifique croît avec s^3, une épaisseur supérieure de 1 % modifie ce couple de 3 % et la marche de 1,5 %.

Validité : petites variations ; hauteur, longueur et balancier inchangés. Pour la hauteur de la lame, on a de même $\Delta G \approx \frac{\Delta b}{2 \cdot b} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δs	Variation de l'épaisseur de la lame (+ signifie : plus épaisse)	$\mu\mathrm{m}$
s	Épaisseur de la lame	$\mu\mathrm{m}$

EXEMPLE Un spiral est plus épais de 0,1 µm que les 32 µm prévus.

Données : $\Delta s = 0{,}1\,\mu\mathrm{m}; \quad s = 32\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{3 \cdot 0{,}1\,\mu\mathrm{m}}{2 \cdot 32\,\mu\mathrm{m}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 405\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Un dixième de micromètre fait presque 7 minutes par jour. Aucune lame ne se mesure avec une telle précision ; c'est pourquoi les spiraux ne sont pas triés selon leurs cotes, mais selon leur couple mesuré, puis appariés au balancier.

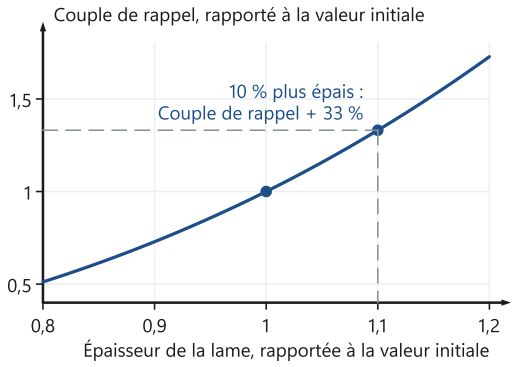


Fig. 3.4 Le couple de rappel spécifique croît avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame

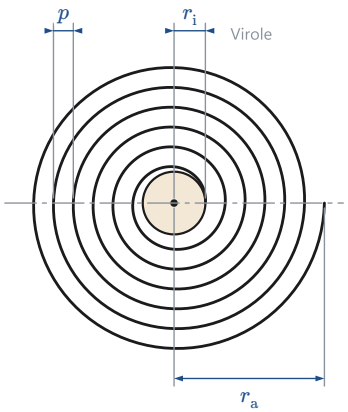


Fig. 3.5 Spiral plat : rayons r_i et r_a, pas p

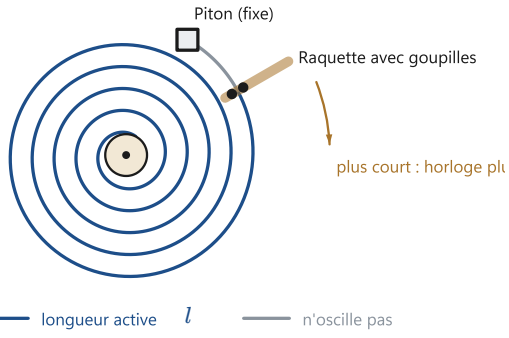


Fig. 3.6 Raquette : la longueur active l va de la virole aux goupilles de raquette

Longueur du spiral plat

(3.10) APPROXIMATION MAÎTRE

$$l \approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i})$$

Chaque spire est presque un cercle. La longueur est le nombre de spires multiplié par la circonférence de la spire moyenne.

Validité : spiral plat enroulé régulièrement (spirale d'Archimède) d'au moins 5 spires environ ; courbe terminale et extrémités de fixation non comprises.

l	Longueur (du spiral)	mm
N	Nombre (de spires)	1
r_a	Rayon de la spire extérieure	mm
r_i	Rayon de la spire intérieure (à la virole)	mm

EXEMPLE Un spiral a 12 spires entre 0,6 mm et 2,6 mm de rayon.

Données : $N = 12$; $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &\approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i}) \\ &= \pi \cdot 12 \cdot (2{,}6\,\mathrm{mm} + 0{,}6\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 121\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La lame mesure environ 121 mm, autant que le spiral des exemples sur le couple de rappel spécifique et sur la raquette. Une montre-bracelet renferme donc plus de 12 cm de lame sur la surface d'un bouton de chemise.

Pas du spiral

(3.11) MAÎTRE

$$p = \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N}$$

Le pas détermine le jeu dont disposent les spires lorsque le spiral « respire ». À grande amplitude, elles ne doivent pas se toucher.

Validité : spiral plat enroulé régulièrement.

p	Pas du spiral (du milieu d'une lame au milieu de la suivante)	mm
r_a	Rayon de la spire extérieure	mm
r_i	Rayon de la spire intérieure	mm
N	Nombre (de spires)	1

EXEMPLE Quel est l'écartement des spires du spiral de l'exemple précédent ?

Données : $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$; $N = 12$

$$\begin{aligned} p &= \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N} \\ &= \frac{2{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 0{,}167\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 0,17 mm d'une lame à l'autre. Avec une épaisseur de lame de 0,032 mm, il reste environ 0,13 mm de jeu.

Numéro CGS du spiral

(3.12) MAÎTRE

$$K = D \cdot \left(d_\mathrm{a}^2 - d_\mathrm{i}^2\right)$$

La valeur CGS est le couple de rappel spécifique multiplié par la différence des carrés des diamètres. Elle ne dépend que du matériau, de la lame et du pas, et non de l'endroit où le spiral est fixé : fixé plus à l'extérieur, le couple diminue dans la même proportion que la différence des carrés augmente. C'est pourquoi les spiraux bruts sont classés et commandés selon cette valeur.

Validité : spiral plat enroulé régulièrement ; d_a à l'endroit où le spiral est fixé, d_i à la virole. Le numéro CGS est la même valeur dans l'ancienne unité $\mathrm{dyn \cdot cm^3}$ par rad : valeur numérique en $\mathrm{N \cdot mm^3}$ multipliée par 100.

K	Valeur CGS du spiral (multipliée par 100, elle donne le numéro CGS)	$\frac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
d_a	Diamètre de la spire extérieure ($2 \cdot r_\mathrm{a}$)	mm
d_i	Diamètre de la spire intérieure ($2 \cdot r_\mathrm{i}$)	mm

Bon à savoir : Avec la longueur et le pas des deux formules précédentes, on obtient $K \approx \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot p}{3 \cdot \pi}$. Ni la longueur ni les diamètres n'y figurent.

EXEMPLE Au balancier de $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ de la section 3.1 correspond, pour 4 Hz, le couple de rappel spécifique $0{,}632\ \frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$. Le spiral doit être fixé à un diamètre de 5,0 mm, sa spire intérieure mesure 1,2 mm. Quel spiral commande-t-on ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $d_\mathrm{a} = 5{,}0\,\mathrm{mm}$; $d_\mathrm{i} = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} K &= D \cdot \left(d_\mathrm{a}^2 - d_\mathrm{i}^2\right) \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot \left((5{,}0\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}2\,\mathrm{mm})^2\right) \\ &\approx 0{,}0149\ \tfrac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

La valeur CGS est 0,0149, le numéro CGS donc 1,49. On commande le numéro normalisé le plus proche, ici 1,50.

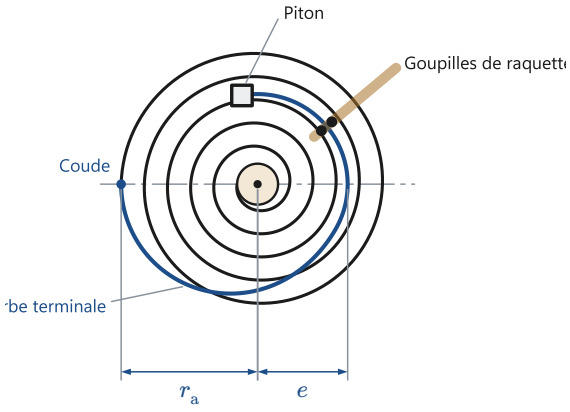


Fig. 3.7 Spiral Breguet vu de dessus : la courbe terminale relevée conduit la lame du rayon extérieur r_a au rayon de courbe terminale e, sur lequel se déplacent les goupilles de raquette

Numéro de courbe terminale

(3.13) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{E}} = \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}}$$

TRANSFORMÉE $e = \dfrac{N_{\mathrm{E}} \cdot r_{\mathrm{a}}}{100}$

N_{E}	Numéro de courbe terminale	1
e	Rayon de la courbe terminale (de l'axe du balancier au milieu entre les goupilles de raquette)	mm
r_{a}	Rayon de la spire extérieure	mm

Sur le spiral Breguet, l'extrémité extérieure est relevée et ramenée vers l'intérieur par une courbe terminale. Sa dernière partie est un arc de cercle centré sur l'axe du balancier, sur lequel se déplacent les goupilles de raquette. Le numéro de courbe terminale indique le rayon de cet arc en pour cent du rayon extérieur. C'est d'après lui que l'on choisit la forme de la courbe dans le gabarit de courbes.

Validité : spiral à courbe terminale relevée. Les gabarits de courbes sont échelonnés ; on choisit le numéro le plus proche. Les numéros courants vont d'environ 40 à 100.

EXEMPLE Un spiral Breguet a un diamètre extérieur de 6,4 mm, soit un rayon extérieur de 3,2 mm. Les goupilles de raquette se trouvent à 2,4 mm de l'axe du balancier. Quelle courbe terminale convient ?

Données : $e = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{a}} = 3{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{E}} &= \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}} \\ &= \frac{100 \cdot 2{,}4\,\mathrm{mm}}{3{,}2\,\mathrm{mm}} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La courbe terminale numéro 75 : son arc se trouve aux trois quarts du rayon extérieur.

Vibrage : oscillations pendant le temps de comptage

(3.14) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2}$$

N_{S}	Nombre d'oscillations complètes (pendant le temps de comptage)	1
n_{h}	Fréquence d'alternances (valeur de consigne)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
t	Temps (temps de comptage)	s

Au vibrage, on cherche l'endroit du spiral où il donne, avec son balancier, la fréquence de consigne. On pince le spiral à titre d'essai, on laisse osciller librement le balancier et on compte les oscillations complètes.

Validité : n_{h} et t dans des unités compatibles : convertir les A/h en alternances par seconde (diviser par 3600) si t est en secondes.

EXEMPLE Un balancier pour 18 000 A/h est vibré avec son nouveau spiral. Combien d'oscillations complètes doit-il effectuer en 60 s ?

Données : $n_{\mathrm{h}} = 18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $t = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{S}} &= \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2} \\ &= \frac{18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 60\,\mathrm{s}}{2} \\ &= 150 \end{aligned}$$

150 oscillations par minute. Si l'on en compte davantage, le spiral est pincé trop court à cet endroit ; si l'on en compte moins, trop long.

Longueur active pour la fréquence de consigne

(3.15) COMPAGNON

$$l_2 = l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

La fréquence d'alternances varie avec la racine de l'inverse de la longueur. Plus court signifie plus rapide.

Validité : même balancier, lame uniforme.

l_2	Longueur active nécessaire	mm
l_1	Longueur active lors de l'essai	mm
n_1	Fréquence d'alternances lors de l'essai	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
n_2	Fréquence d'alternances (valeur de consigne)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

EXEMPLE Avec une longueur active de 130 mm, un balancier fait 28 000 A/h. Il doit faire 28 800 A/h.

Données : $l_1 = 130\,\mathrm{mm}$; $n_1 = 28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $n_2 = 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \\ &= 130\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}\right)^2 \\ &\approx 122{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le spiral doit être pincé environ 7 mm plus court.

Variation de marche par la raquette

(3.16) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variation de longueur (de la longueur active ; + signifie : plus long)	mm
l	Longueur (active du spiral : de la virole aux goupilles de raquette)	mm

La raquette déplace les goupilles de raquette le long de la spire extérieure. Une longueur active plus courte signifie un couple de rappel spécifique plus grand, la montre avance ; d'où le signe moins.

Validité : petites variations ; le spiral se trouve sans jeu entre les goupilles de raquette. Avec du jeu, la raquette agit moins, et la marche dépend de l'amplitude (section 3.7).

EXEMPLE Une montre dont le spiral a une longueur active de 121 mm retarde de 20 s par jour. Elle doit donc avancer de 20 s par jour.

Données : $\Delta G = 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 121\,\mathrm{mm} \cdot 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx -0{,}056\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La raquette doit raccourcir la longueur active d'environ 0,06 mm. C'est à peine visible ; c'est pourquoi les bons mouvements ont un réglage fin sur la raquette.

À retenir : Spiral plus court, montre plus rapide. 1 ‰ de longueur active en moins donne environ 43 s par jour.

3.3 Balancier

Le moment d'inertie indique avec quelle inertie le balancier s'oppose à la rotation. Ce n'est pas seulement la masse qui compte, mais surtout sa distance à l'axe : le rayon intervient au carré. C'est pourquoi presque tout l'effet se trouve dans la serge.

Les moments d'inertie des balanciers s'indiquent en mg·cm² : $1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. En calculant avec des milligrammes et des millimètres, on obtient des mg·mm² ; 100 mg·mm² font 1 mg·cm².

Les formules générales du moment d'inertie des corps simples et le théorème de Steiner figurent à la section XL 2.6.

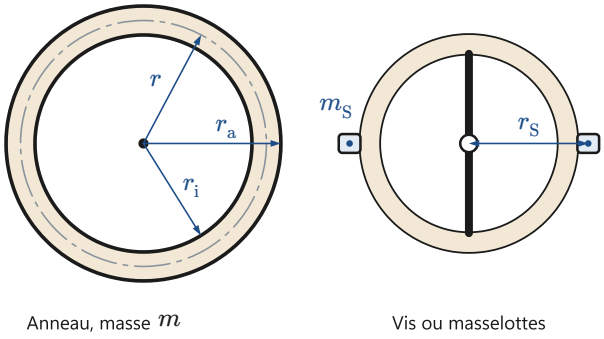


Fig. 3.8 À gauche, la serge de rayon moyen r, de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_a ; à droite, des vis de masse m_S à la distance r_S

Moment d'inertie de la serge (anneau mince)

(3.17) APPROXIMATION MAÎTRE

$$J \approx m \cdot r^2$$

Pour une estimation, on suppose toute la masse de la serge concentrée sur le rayon moyen. Les bras et l'axe contribuent peu, car leur masse est proche de l'axe.

Validité : serge étroite par rapport au rayon ; serge seule, sans bras, axe ni vis.

J	Moment d'inertie (de la serge)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masse (de la serge)	mg
r	Rayon (de la serge, valeur moyenne)	mm

Bon à savoir : Exactement, la serge est un cylindre creux, formule (XL 2.37). Avec un rayon extérieur de 4,9 mm et un rayon intérieur de 4,1 mm, on obtient pour la serge de l'exemple $8{,}16\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; l'estimation n'est inférieure que de 0,8 %.

EXEMPLE Une serge de balancier pèse 40 mg et a un rayon moyen de 4,5 mm.

Données : $m = 40\,\mathrm{mg}$; $r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &\approx m \cdot r^2 \\ &= 40\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &\approx 8{,}1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Environ $8\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ pour la serge seule. Avec les bras, l'axe et les vis, un tel balancier atteint environ $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, la valeur des autres exemples. Les balanciers de montres-bracelets pour homme se situent le plus souvent entre 5 et 20 mg·cm².

Moment d'inertie des vis et des masselottes

(3.18) MAÎTRE

$$\Delta J = N \cdot m_S \cdot r_S^2$$

Les petites masses sur la serge comptent comme des masses ponctuelles. Les vis sont toujours posées ou modifiées par paires opposées, afin que le balancier reste équilibré.

Validité : vis petite par rapport à sa distance à l'axe.

ΔJ	Variation du moment d'inertie (augmentation due aux vis)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
N	Nombre (de vis ou masselottes identiques)	1
m_S	Masse d'une vis	mg
r_S	Distance de son centre de gravité à l'axe du balancier	mm

EXEMPLE On pose dans un balancier deux vis opposées de 0,5 mg chacune. Leur centre de gravité se trouve à 5 mm de l'axe.

Données : $N = 2$; $m_S = 0{,}5\,\mathrm{mg}$; $r_S = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta J &= N \cdot m_S \cdot r_S^2 \\ &= 2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mg} \cdot (5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}\end{aligned}$$

Les deux vis ajoutent $0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Variation de marche due au moment d'inertie

(3.19) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\quad \Delta J \approx -\dfrac{2 \cdot J \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

Un balancier plus inerte oscille plus lentement ; d'où le signe moins. 1 % de moment d'inertie en plus coûte 432 s par jour.

Validité : petites variations (jusqu'à quelques pour cent) ; spiral inchangé.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
ΔJ	Variation du moment d'inertie (+ signifie : plus inerte)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Les deux vis de l'exemple précédent sont posées sur un balancier de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Données : $\Delta J = 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{2 \cdot 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -1080\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

La montre ralentit de 18 minutes par jour. Inversement, deux vis plus légères permettent de rattraper un fort retard.

Réglage fin par vis de réglage

(3.20) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_{\mathrm{S}} \cdot r_{\mathrm{S}} \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Les balanciers sans raquette se règlent en déplaçant des masses de la serge vers l'intérieur ou l'extérieur : on tourne les vis de réglage, on fait pivoter les masselottes excentriques. Vers l'extérieur signifie plus inerte, la montre ralentit.

Validité : petits déplacements ; les N masses sont déplacées de la même façon. Un réglage inégal crée un balourd.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Nombre (de vis ou masselottes identiques)	1
m_{S}	Masse d'une vis	mg
r_{S}	Distance de son centre de gravité à l'axe du balancier	mm
Δr	Déplacement du centre de gravité (+ signifie : vers l'extérieur)	mm
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Deux vis de réglage de 1,5 mg chacune se trouvent à 4,5 mm de l'axe d'un balancier de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. On les dévisse toutes deux de 0,01 mm.

Données : $N = 2$; $m_{\mathrm{S}} = 1{,}5\,\mathrm{mg}$; $r_{\mathrm{S}} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\Delta r = 0{,}01\,\mathrm{mm}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot m_{\mathrm{S}} \cdot r_{\mathrm{S}} \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{2 \cdot 1{,}5\,\mathrm{mg} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}01\,\mathrm{mm}}{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -11{,}7\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Un centième de millimètre donne environ 12 s par jour. Les visser agit avec la même intensité dans l'autre sens.

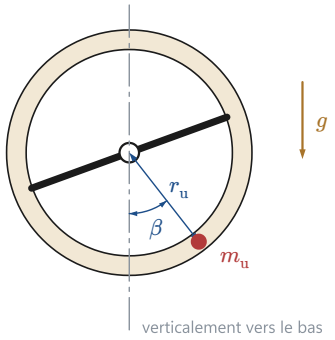


Fig. 3.9 Balourd dans une position verticale : balourd m_{u} à la distance r_{u}, angle β

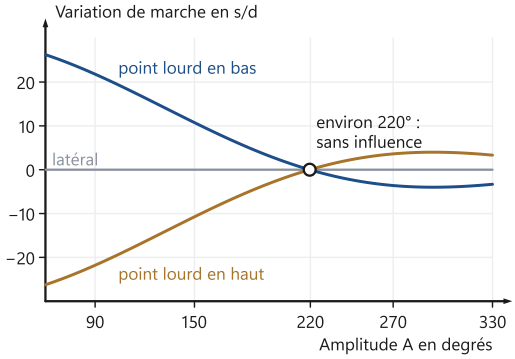


Fig. 3.10 Variation de marche due à un balourd de 10 µg sur la serge (exemple de la formule (3.21)), en fonction de l'amplitude

Variation de marche due à un balourd (défaut d'équilibre)

(3.21) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Dans les positions verticales, un balourd agit comme un petit pendule sur le balancier. En dessous d'environ 220° d'amplitude, la montre avance lorsque le point lourd est en bas, au-dessus elle retarde ; s'il est en haut, c'est l'inverse. Vers 220°, l'effet s'annule.

Validité : montre en position verticale (axe de balancier horizontal), petit balourd, oscillation sinusoïdale ; β est mesuré balancier en position d'équilibre. Dans les positions horizontales, le balourd n'a pas d'influence sur la marche.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
k_A	Facteur d'amplitude du balourd (selon le tableau ci-dessous)	1
m_u	Balourd (masse qui décale le centre de gravité hors de l'axe)	µg
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
r_u	Distance du balourd à l'axe du balancier	mm
β	Angle (du balourd par rapport à la verticale descendante ; balancier en position d'équilibre)	°
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

Bon à savoir : On reconnaît ainsi un balourd : les marches de positions verticales opposées s'écartent de la moyenne en sens contraires, et la différence augmente quand l'amplitude baisse. C'est pourquoi on contrôle l'équilibre à faible amplitude.

EXEMPLE Une serge porte un balourd de 10 µg à 4,5 mm de l'axe, exactement en bas dans la position verticale contrôlée ($\beta = 0°$). La montre fonctionne avec une amplitude de 270° ($k_\mathrm{A} = -0{,}12$), le spiral a $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$.

Données : $k_\mathrm{A} = -0{,}12$; $m_\mathrm{u} = 10\,\mu\mathrm{g}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $r_\mathrm{u} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\beta = 0°$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}12 \cdot 10\,\mu\mathrm{g} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot \cos(0°)}{2 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -3{,}6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Le balourd fait retarder la montre de 3,6 s par jour dans cette position et avancer de 3,6 s par jour dans la position opposée. Si l'amplitude tombe à 150° ($k_\mathrm{A} = 0{,}36$), cela devient une avance d'environ 11 s par jour.

Facteur d'amplitude k_A du balourd

Amplitude A	très petite	90°	120°	150°	180°	200°	220°	240°	270°	300°	330°
k_A	1	0,72	0,54	0,36	0,18	0,08	0,00	−0,06	−0,12	−0,13	−0,11

Calculé à partir de l'oscillation sinusoïdale du balancier dans le champ de pesanteur ; zéro à 219,5°.

À retenir : Point lourd en bas : avance en dessous de 220° d'amplitude, retard au-dessus de 220°.

3.4 Réglage à partir des valeurs de consigne et des valeurs mesurées

Régler, c'est accorder le moment d'inertie et le couple de rappel spécifique de façon à obtenir la fréquence de consigne. La marche montre de combien la fréquence s'en écarte encore.

Marche à partir de l'écart de fréquence

(3.22) COMPAGNON

$$G = \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
f_{ist}	Fréquence mesurée	Hz
f_{soll}	Fréquence de consigne	Hz

Si le balancier oscille trop vite, la minuterie compte trop d'alternances : la montre avance. Le facteur $86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$ convertit l'écart relatif en secondes par jour. Le même calcul avec les nombres d'alternances figure à la section 6.1, pour le quartz à la section 7.2.

Validité : fréquence moyennée sur la durée de mesure. On peut aussi utiliser les nombres d'alternances à la place des fréquences.

EXEMPLE Un balancier de fréquence de consigne 4 Hz oscille à 4,0005 Hz.

Données : $f_{\text{ist}} = 4{,}0005\,\text{Hz}$; $f_{\text{soll}} = 4\,\text{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{4{,}0005\,\text{Hz} - 4\,\text{Hz}}{4\,\text{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 10{,}8\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

La montre avance de 10,8 s par jour. Une fréquence trop élevée d'un huit-millième seulement se voit déjà nettement sur la marche.

Variation de marche par le couple de rappel spécifique et le moment d'inertie

(3.23) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
ΔD	Variation du couple de rappel spécifique (+ signifie : spiral plus fort)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
ΔJ	Variation du moment d'inertie (+ signifie : balancier plus inerte)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

C'est la formule de base du réglage. Il en découle la formule de la raquette (3.16) et les formules pour les vis et les masselottes. Pour supprimer une marche G, il faut la variation de marche $\Delta G = -G$.

Validité : petites variations (jusqu'à quelques pour cent).

EXEMPLE Lors d'une réparation, on remplace le spiral ; le nouveau a $0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$ de couple de rappel spécifique de plus que l'ancien, qui avait $0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$. En même temps, le balancier de $10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ devient plus inerte de $0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ par l'ajout de rondelles.

Données : $\Delta D = 0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $\Delta J = 0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}}{0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}} - \frac{0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2}{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx 93{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

La montre avance ainsi d'environ une minute et demie par jour : le spiral plus fort apporte 137 s, le balancier plus inerte en retire 43 s.

Appariement : couple de rappel spécifique pour un balancier et une fréquence

(3.24) MAÎTRE

$$D = \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J$$

C'est ainsi que l'on choisit le spiral pour un balancier. Exprimée avec la fréquence, la formule s'écrit $D = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot J$.

Validité : introduire n_h en alternances par seconde et J en kg·m², on obtient alors D en N·m par rad.

D	Couple de rappel spécifique (du spiral ; recherché)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
n_h	Fréquence d'alternances (valeur de consigne)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Un balancier de $12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ doit battre 21 600 A/h, soit 6 alternances par seconde.

Données : $n_\mathrm{h} = 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $J = 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} D &= \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J \\ &= \pi^2 \cdot \left(21\,600\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\right)^2 \cdot 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \\ &\approx 0{,}426\,\tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Le spiral doit avoir environ $0{,}43\,\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Pour 28 800 A/h, il devrait être presque deux fois plus fort avec le même balancier.

Mesure du moment d'inertie avec un disque additionnel

(3.25) APPROFONDISSEMENT

$$J = \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1}$$

Un moment d'inertie inconnu ne se pèse pas, mais il se mesure par la période : un disque de moment d'inertie connu ralentit l'oscillation d'une quantité calculable.

Validité : même spiral pour les deux mesures, disque monté centré, oscillation libre sans échappement.

J	Moment d'inertie (du balancier ; recherché)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J_Z	Moment d'inertie connu du disque ajouté	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
T_1	Période sans disque	s
T_2	Période avec disque	s

EXEMPLE Un balancier oscille avec son spiral avec une période de 0,250 s. Avec un disque ajouté de $5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, l'oscillation dure 0,306 s.

Données : $J_\mathrm{Z} = 5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $T_1 = 0{,}250\,\mathrm{s}$; $T_2 = 0{,}306\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} \\ &= \frac{5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{\left(\frac{0{,}306\,\mathrm{s}}{0{,}250\,\mathrm{s}}\right)^2 - 1} \\ &\approx 10{,}0\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Le balancier a environ $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. À partir de J et de T_1, la formule (3.1) donne aussi le couple de rappel spécifique du spiral.

3.5 Température

La chaleur modifie l'organe réglant de deux façons. Le spiral devient plus souple, car son module d'élasticité diminue, et toutes les pièces se dilatent. Avec un spiral en acier, le premier effet l'emporte de loin : la montre retarde fortement à la chaleur.

Deux solutions se sont imposées. Le balancier compensé a une serge coupée, en acier à l'intérieur et en laiton à l'extérieur ; à la chaleur, les extrémités libres se courbent vers l'intérieur, le moment d'inertie diminue et compense le spiral plus souple. Aujourd'hui, on utilise des spiraux autocompensateurs en alliages fer-nickel

comme le Nivarox, ou en silicium oxydé, dont le module d'élasticité ne varie presque pas avec la température, associés à un balancier monométallique.

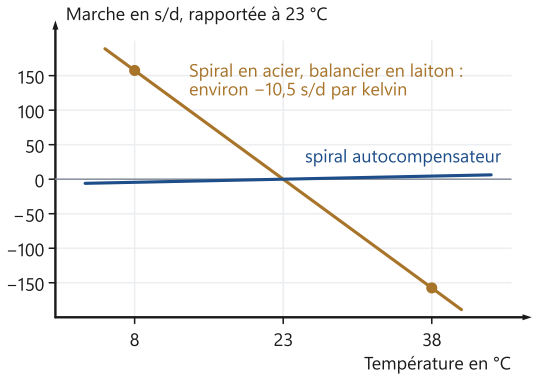


Fig. 3.11 Marche en fonction de la température : spiral en acier avec balancier monométallique et spiral autocompensateur

Coefficient thermique à partir des caractéristiques des matériaux

(3.26) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$C \approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

À la chaleur, le spiral devient plus souple (β_E est négatif pour l'acier) et en même temps plus grand dans toutes ses dimensions ; le balancier grandit et devient donc plus inerte. La formule additionne les trois contributions.

Validité : balancier monométallique non coupé ; échauffement uniforme ; petites variations de température. L'influence de l'huile, de l'échappement et des goupilles de raquette n'est pas prise en compte.

C	Coefficient thermique de la marche (+ signifie : la montre avance à la chaleur)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
β_E	Coefficient thermique du module d'élasticité du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_S	Coefficient de dilatation linéaire du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_U	Coefficient de dilatation linéaire du balancier	$\frac{1}{\mathrm{K}}$

EXEMPLE Un spiral en acier ($\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$, $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) travaille avec un balancier monométallique en laiton ($\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$).

Données : $\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} C &\approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(-240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} + 3 \cdot 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} - 2 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -10{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

La montre perd environ 10,5 s par jour et par kelvin d'échauffement, donc plus de 5 minutes par jour entre 8 °C et 38 °C. Presque tout provient du module d'élasticité.

Matériaux du spiral et du balancier (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	Utilisation	β_E en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$	α en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$
Acier au carbone, trempé	Spiral des montres anciennes	−200 … −270	11 … 13
Nivarox et alliages fer-nickel similaires	Spiral autocompensateur	env. 0, ajustable	env. 8
Silicium, non revêtu	Pour comparaison ; non compensé sans couche d'oxyde	env. −60	2,6
Silicium avec couche d'oxyde	Spiral autocompensateur	env. 0, ajustable	env. 2,6
Laiton	Balancier monométallique		18 … 21
Bronze au béryllium (Glucydur)	Balancier monométallique		17

Pour les spiraux autocompensateurs, le fabricant ajuste β_E de façon qu'il compense exactement la dilatation du spiral et du balancier.

Coefficient thermique à partir de la mesure

(3.27) MAÎTRE

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

TRANSFORMÉE $G_2 = G_1 + C \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$

On contrôle à deux températures, dans la même position et avec le même état d'armage. Les valeurs usuelles sont 8 °C et 38 °C ; le dénominateur vaut alors 30 K. Dans le contrôle des chronomètres, les deux températures sont fixées (section 6.4).

Validité : coefficient moyen entre les deux températures d'essai ; la montre doit être entièrement réchauffée ou refroidie avant chaque mesure.

C	Coefficient thermique de la marche	$\frac{s}{d \cdot K}$
G_2	Marche à la température la plus élevée	$\frac{s}{d}$
G_1	Marche à la température la plus basse	$\frac{s}{d}$
ϑ_2	Température d'essai la plus élevée	°C
ϑ_1	Température d'essai la plus basse	°C

EXEMPLE Une montre avance de 6,0 s par jour à 8 °C et de 1,5 s par jour à 38 °C, chaque fois dans la même position.

Données : $G_2 = 1{,}5\,\frac{s}{d}$; $G_1 = 6{,}0\,\frac{s}{d}$; $\vartheta_2 = 38°C$; $\vartheta_1 = 8°C$

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{1{,}5\,\frac{s}{d} - 6{,}0\,\frac{s}{d}}{38°C - 8°C} = -0{,}15\,\frac{s}{d \cdot K}$$

La montre perd 0,15 s par jour et par kelvin d'échauffement. Le contrôle des chronomètres selon ISO 3159 admet, pour les mouvements de plus de 20 mm de diamètre, jusqu'à 0,6 s par jour et par kelvin dans les deux sens.

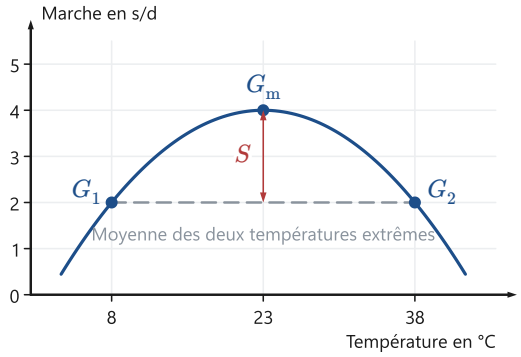


Fig. 3.12 Erreur secondaire S : à la température moyenne, la montre avance, bien que les marches G_1 et G_2 à 8 °C et 38 °C soient égales

Erreur secondaire

(3.28) APPROFONDISSEMENT

$$S = G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

Le balancier compensé compense de façon presque linéaire, mais le spiral en acier ne devient pas plus souple de façon linéaire. Si la marche est juste aux deux températures extrêmes, la montre avance entre les deux. Les spiraux autocompensateurs ne présentent presque plus cette erreur.

Validité : trois mesures dans la même position ; température moyenne exactement au milieu des deux températures extrêmes.

S	Erreur secondaire (+ signifie : la montre avance à la température moyenne)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{m}	Marche à la température moyenne (23 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marche à la température la plus basse (8 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marche à la température la plus élevée (38 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE Une montre de poche à balancier compensé et spiral en acier avance de 2,0 s par jour à 8 °C et à 38 °C, mais de 4,0 s par jour à 23 °C.

Données : $G_{\mathrm{m}} = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} S &= G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'erreur secondaire vaut 2 s par jour ; quelques secondes par jour sont typiques de cette construction. Le coefficient thermique selon la formule (3.27) est ici nul et ne révèle pas l'erreur.

À retenir : Spiral en acier avec balancier simple : environ 11 s de retard par jour et par kelvin d'échauffement.

3.6 Énergie et facteur de qualité

Le balancier en oscillation est un réservoir d'énergie. À chaque oscillation, une petite partie de l'énergie se perd par le frottement de l'air et des paliers ; l'échappement doit restituer exactement cette partie. Plus la perte est faible, moins l'échappement perturbe la marche.

Énergie du balancier en oscillation

(3.29) MAÎTRE

$$W = \frac{D \cdot A^2}{2}$$

Au point de rebroussement, toute l'énergie se trouve dans le spiral armé, en position d'équilibre dans le mouvement du balancier : $W = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{\max}^2$. L'énergie croît avec le carré de l'amplitude. C'est l'énergie d'un ressort de torsion selon la formule (XL 2.26).

Validité : amplitude en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$.

W	Énergie (de l'oscillation)	$\mu\mathrm{J}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$
A	Amplitude (en radians)	rad

EXEMPLE Quelle énergie contient un balancier avec $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$ à 270° d'amplitude (4,71 rad) ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $A = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{D \cdot A^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Environ 7 µJ. À 220°, il n'y aurait plus que 4,7 µJ, soit les deux tiers.

Facteur de qualité

(3.30) APPROFONDISSEMENT

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W}$$

Q	Facteur de qualité	1
W	Énergie (de l'oscillation)	μJ
ΔW	Perte d'énergie par oscillation complète	μJ

Le facteur de qualité compare l'énergie stockée à la perte par oscillation. Un facteur de qualité élevé signifie que l'oscillateur a besoin de peu d'apport et se laisse peu perturber par l'échappement.

Validité : oscillateur faiblement amorti (Q très supérieur à 1). Pour le balancier, Q dépend un peu de l'amplitude et de la position.

EXEMPLE Le balancier de l'exemple précédent perd 0,176 µJ par oscillation.

Données : $W = 7{,}01\,\mu J; \quad \Delta W = 0{,}176\,\mu J$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}01\,\mu J}{0{,}176\,\mu J} \\ &\approx 250 \end{aligned}$$

Un facteur de qualité d'environ 250 est courant pour une montre-bracelet. Un bon pendule battant la seconde atteint quelques milliers à plus de dix mille, un quartz horloger plusieurs dizaines de milliers.

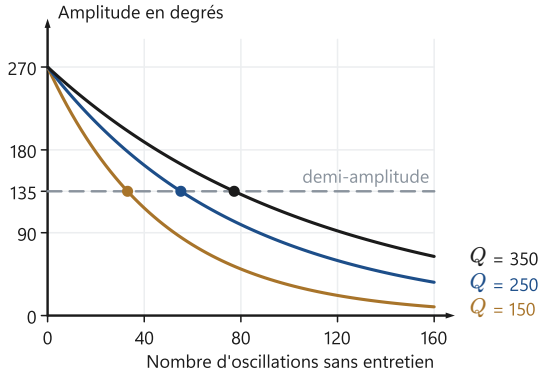


Fig. 3.13 Oscillations libres sans entretien : l'amplitude diminue de moitié après environ $0{,}22 \cdot Q$ oscillations

Oscillations libres sans entretien

(3.31) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$A_\mathrm{N} \approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_\mathrm{S}}{Q}}$$

TRANSFORMÉE

$$Q \approx \frac{\pi \cdot N_\mathrm{S}}{\ln\left(\frac{A_0}{A_\mathrm{N}}\right)}$$

A_N	Amplitude après N_S oscillations	°
A_0	Amplitude initiale	°
N_S	Nombre d'oscillations complètes (sans entretien)	1
Q	Facteur de qualité	1

Sans entretien, l'oscillation s'amortit. L'amplitude diminue de moitié après environ $0{,}22 \cdot Q$ oscillations. Inversement, un essai d'amortissement fournit le facteur de qualité.

Validité : frottement proportionnel à la vitesse (frottement de l'air), Q constant pendant l'essai. Le frottement des paliers fait chuter l'amplitude plus vite vers la fin.

EXEMPLE Un balancier avec $Q = 250$ oscille à 270° et n'est plus entretenu. Quelle est l'amplitude après 55 oscillations ?

Données : $A_0 = 270°$; $N_\mathrm{S} = 55$; $Q = 250$

$$\begin{aligned} A_\mathrm{N} &\approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_\mathrm{S}}{Q}} \\ &= 270° \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot 55}{250}} \\ &\approx 135° \end{aligned}$$

Après 55 oscillations, soit un peu moins de 14 s à 4 Hz, l'amplitude a diminué de moitié.

Puissance nécessaire au balancier

(3.32) MAÎTRE

$$P = \Delta W \cdot f$$

P	Puissance (que l'échappement doit fournir au balancier)	µW
ΔW	Perte d'énergie par oscillation complète	µJ
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

En régime établi, l'échappement remplace exactement la perte à chaque oscillation. Exprimée avec le facteur de qualité : $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot W}{Q}$. P désigne ici la puissance, et non le pas de vis.

Validité : régime établi à amplitude constante.

EXEMPLE Le balancier des exemples précédents perd 0,176 µJ par oscillation et oscille à 4 Hz.

Données : $\Delta W = 0{,}176\,\mu\mathrm{J}$; $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} P &= \Delta W \cdot f \\ &= 0{,}176\,\mu\mathrm{J} \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}704\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Le balancier a besoin d'environ 0,7 µW. Le barillet doit fournir plusieurs fois plus, car le rouage et l'échappement n'en transmettent qu'une partie (chapitres 1 et 5).

À retenir : Amplitude double, énergie quadruple.

3.7 Isochronisme

Isochrone signifie « de même durée » : un organe réglant idéal met le même temps pour les grandes et les petites oscillations. La formule (3.1) le satisfait, la montre réelle seulement approximativement. Comme l'amplitude diminue lorsque le ressort moteur se désarme et dans les positions verticales, tout défaut d'isochronisme se manifeste par un écart de marche entre la montre entièrement remontée et presque désarmée, ainsi qu'entre les positions.

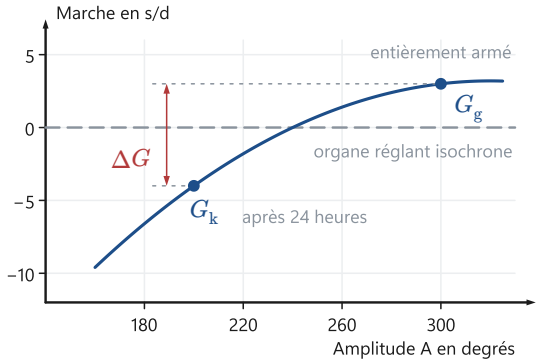


Fig. 3.14 Diagramme marche-amplitude (principe) : le défaut d'isochronisme ΔG est l'écart de marche entre petite et grande amplitude

Le **défaut d'isochronisme** est l'écart de marche entre petite et grande amplitude, mesuré dans la même position et à la même température (fig. 3.14). Le plus simple est de mesurer la montre entièrement remontée puis après 24 heures de marche ; la formule et l'exemple correspondants figurent à la section 6.3, formule (6.14). Si la montre ralentit à faible amplitude, cela tient souvent à un jeu trop important du spiral entre les goupilles de raquette. Le tableau indique d'autres causes.

Ce qui perturbe l'isochronisme

Cause	Effet à faible amplitude	Remède
Jeu du spiral entre les goupilles de raquette	Retard : le spiral appuie sur la goupille pendant une plus petite partie de l'oscillation et agit en moyenne comme s'il était plus long	Réduire le jeu, placer le spiral au milieu entre les goupilles
Échappement (dégagement avant, impulsion autour de la position d'équilibre)	Le plus souvent retard, car l'engrènement occupe une plus grande partie de l'oscillation	Échappement libre, amplitude élevée, facteur de qualité élevé
Balourd du balancier	Dans les positions verticales, avance ou retard selon la position du point lourd (section 3.3)	Équilibrer
Développement excentrique du spiral plat	Le centre de gravité du spiral se déplace, les pivots sont chargés latéralement ; la marche dépend de l'amplitude et de la position	Courbe terminale Breguet ou spiral de forme adaptée
Position du point d'attache intérieur à la virole	Avance ou retard dans les positions verticales selon la position du point d'attache	Point d'attache selon les indications du fabricant ; exploité de façon ciblée lors du réglage de précision

Les effets se superposent. Lors du réglage de précision, on les accorde de façon qu'ils s'annulent autant que possible.

La courbe terminale Breguet relève la spire extérieure et la conduit vers le piton par un arc plus serré. Si la forme est correcte, le spiral s'ouvre et se ferme uniformément dans toutes les directions, son centre de gravité reste dans l'axe et les pivots ne subissent pas de poussée latérale. La forme de la courbe terminale obéit à des règles de construction, mais il n'existe pas de formule simple ; on la forme d'après un gabarit et on la contrôle sur la marche.

À retenir : Un organe réglant est isochrone lorsque sa marche ne dépend pas de l'amplitude.

4 Pendule

Le pendule est l'organe réglant de l'horloge. Sa période ne dépend que de sa longueur et de l'accélération de la pesanteur, non de la masse de la lentille, et pour de faibles amplitudes à peine de l'amplitude. C'est pourquoi on règle une pendule par la longueur : lentille plus haute, horloge plus rapide.

Les formules valent pour de faibles amplitudes de quelques degrés, telles qu'elles sont usuelles dans les horloges. L'effet des grandes amplitudes, de la température et du lieu d'installation est traité aux sections 4.4 et 4.5.

4.1 Pendule simple

Le pendule simple (pendule mathématique) est le modèle avec lequel nous calculons : une masse ponctuelle suspendue à un fil sans poids. Les pendules réels s'en écartent peu ; leur calcul exact est donné à la section 4.3.

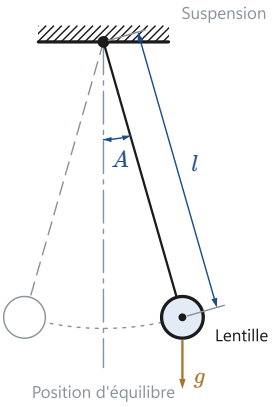


Fig. 4.1 Pendule simple : longueur l jusqu'au centre de gravité de la lentille, amplitude A (exagérée pour la clarté)

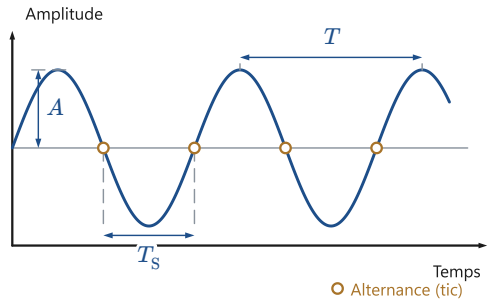


Fig. 4.2 Une alternance est une demi-oscillation : $T_S = \frac{1}{2} T$

Période

(4.1) COMPAGNON

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

TRANSFORMÉE $l = \dfrac{g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$

T	Période (oscillation complète, aller et retour)	s
l	Longueur du pendule (du point de suspension au centre de gravité de la lentille)	m
g	Accélération de la pesanteur (en Europe centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

La période croît comme la racine carrée de la longueur : un pendule quatre fois plus long oscille deux fois plus lentement.

Validité : faibles amplitudes (jusqu'à environ 5°), lentille ponctuelle, sans frottement. Pour un pendule réel, remplacer l par la longueur réduite l_{r} (section 4.3).

Bon à savoir : La masse de la lentille n'apparaît pas dans la formule. Une lentille plus lourde ne modifie pas la période ; elle rend seulement le pendule moins sensible aux perturbations venant de l'échappement et du rouage.

EXEMPLE Un pendule mesure 0,5 m du point de suspension au milieu de la lentille. Quelle est sa période ?

Données : $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}42\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Une oscillation complète, aller et retour, dure environ 1,42 s ; chaque alternance dure 0,71 s.

Durée d'une alternance (demi-oscillation)

(4.2) COMPAGNON

$$T_{\mathrm{S}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

T_{S}	Durée d'une alternance (demi-oscillation, d'un point mort à l'autre)	s
l	Longueur du pendule	m
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Les horlogers comptent les alternances. Une alternance est une demi-oscillation, donc la moitié de la période ; chaque alternance s'entend comme un tic.

Validité : comme pour la formule (4.1).

EXEMPLE Combien de temps dure une alternance pour un pendule de 994 mm de longueur ?

Données : $l = 0{,}994\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{S}} &= \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}994\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Exactement une seconde : un pendule de 994 mm est un pendule battant la seconde, tel qu'il oscille dans les régulateurs et dans beaucoup d'horloges de parquet.

Fréquence d'alternances à partir de la période

(4.3) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{h}} = \frac{2}{T}$$

TRANSFORMÉE $T = \frac{2}{n_{\mathrm{h}}}$

n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
T	Période	s

À chaque oscillation complète, le pendule bat deux fois. Pour les horloges, on indique souvent la fréquence d'alternances par minute, pour les montres en demi-oscillations par heure (A/h).

EXEMPLE Un pendule a une période de 1,5 s. Quelle est la fréquence d'alternances par heure ?

Données : $T = 1{,}5\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= \frac{2}{T} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 4800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

4800 alternances par heure, soit 80 alternances par minute.

Longueur du pendule à partir de la fréquence d'alternances

(4.4) COMPAGNON

$$l = \frac{g}{\pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	Longueur du pendule	m
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

C'est ainsi qu'on détermine la longueur d'un pendule manquant : calculer la fréquence d'alternances à partir des nombres de dents du rouage (chapitre 2), puis la longueur.

Validité : comme pour la période, formule (4.1) ; introduire n_{h} en alternances par seconde lorsque g est en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

EXEMPLE Un mouvement d'horloge est conçu pour 90 alternances par minute, soit 1,5 alternance par seconde. Quelle doit être la longueur du pendule ?

Données : $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $n_{\mathrm{h}} = 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{g}{\pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\pi^2 \cdot \left(1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2} \\ &\approx 0{,}442\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Le pendule doit mesurer environ 442 mm du point de suspension au milieu de la lentille.

Longueur du pendule à partir des alternances par minute (formule d'atelier)

(4.5) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$l = \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	Longueur du pendule en mm	mm
n_{h}	Fréquence d'alternances en alternances par minute	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Le nombre 3 578 400 est la longueur du pendule battant la seconde (994 mm) multipliée par 60^2. N'introduire les valeurs que dans les unités indiquées.

Validité : $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; l en mm, n_{h} en alternances par minute.

EXEMPLE Quelle est la longueur du pendule pour 90 alternances par minute ?

Données : $n_{\mathrm{h}} = 90\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{3\,578\,400}{90^2} \\ &\approx 442\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 442 mm, comme avec la formule précédente.

À retenir : Un pendule de 994 mm bat la seconde. Un pendule quatre fois plus long bat deux fois moins souvent.

4.2 Réglage par la longueur du pendule

Si une pendule avance, on allonge le pendule ; si elle retarde, on le raccourcit. Comme la période croît avec la racine carrée de la longueur, 1 ‰ de longueur en plus ralentit l'oscillation de 0,5 ‰, soit 43 s par jour.

Variation de marche par variation de longueur

(4.6) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variation de longueur (+ signifie : pendule plus long, lentille plus basse)	mm
l	Longueur du pendule	mm

Un pendule plus long oscille plus lentement, l'horloge ralentit ; d'où le signe moins. Le facteur $86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ convertit la variation relative en secondes par jour.

Validité : petites variations (Δl très petit devant l) ; pendule sans tige lourde.

Bon à savoir : Pour les pendules à tige lourde, le centre d'oscillation se déplace moins que la lentille. Il faut alors déplacer la lentille davantage que calculé. Si l'on calcule avec la longueur du pendule déduite de la fréquence d'alternances, une tige pesant 10 %, 20 % et 30 % de la masse de la lentille demande environ 3 %, 7 % et 10 % de course en plus. Pour le pendule réel, on calcule donc souvent avec le facteur 2,2 au lieu de 2, voir formule (4.7).

EXEMPLE Une horloge de parquet avec un pendule de 994 mm avance de 30 s par jour. Elle doit donc ralentir de 30 s par jour. De combien faut-il descendre la lentille ?

Données : $\Delta G = -30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $\quad l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 994\,\mathrm{mm} \cdot \left(-30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\right)}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}69\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lentille doit descendre d'environ 0,7 mm, le pendule doit donc s'allonger.

Déplacement de la lentille à partir de la marche et de la fréquence d'alternances (formule d'atelier)

(4.7) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$\Delta l \approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

Δl	Course de la lentille en mm (+ signifie : lentille plus basse)	mm
G	Marche de l'horloge en secondes par jour (+ signifie : l'horloge avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n_{h}	Fréquence d'alternances en alternances par minute	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Si l'horloge avance, on descend la lentille ; si elle retarde, on la monte. Le nombre 90 contient la longueur du pendule déduite de la fréquence d'alternances et un supplément pour le pendule réel. Pour le pendule simple, les formules (4.5) et (4.6) donnent ensemble $\frac{2 \cdot 3\,578\,400}{86\,400} \approx 83$. Avec le facteur 2,2 au lieu de 2, on obtient 91, arrondi à 90.

Validité : Δl en mm, G en secondes par jour, n_{h} en alternances par minute. Valeur indicative pour un pendule dont la tige participe à l'oscillation ; pour une tige très légère, on prend 83 au lieu de 90. Après le déplacement, on mesure de nouveau la marche.

EXEMPLE L'horloge de parquet de l'exemple de la formule (4.6) bat 60 fois par minute et avance de 30 s par jour. De combien descend-on la lentille ?

Données : $G = 30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n_{\mathrm{h}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{90 \cdot 30}{60^2} \\ &= 0{,}75\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lentille descend de 0,75 mm. Pour le pendule simple, on avait 0,69 mm ; la différence est le supplément pour la tige qui oscille avec la lentille.

Variation de marche par l'écrou de réglage

(4.8) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $N \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{P \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Nombre de tours (de l'écrou ; + signifie : lentille plus basse)	1
P	Pas du filetage (de l'écrou de réglage)	mm
l	Longueur du pendule	mm

Un tour complet de l'écrou déplace la lentille d'un pas de filetage.

Validité : la lentille repose sur l'écrou ; pendule sans tige lourde.

EXEMPLE De combien un tour complet de l'écrou de réglage (pas 0,5 mm) modifie-t-il la marche d'un pendule battant la seconde, si la lentille descend ?

Données : $N = 1$; $P = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -21{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'horloge ralentit d'environ 22 s par jour. Les corrections plus fines se font par fractions de tour ; beaucoup d'écrous portent pour cela une graduation.

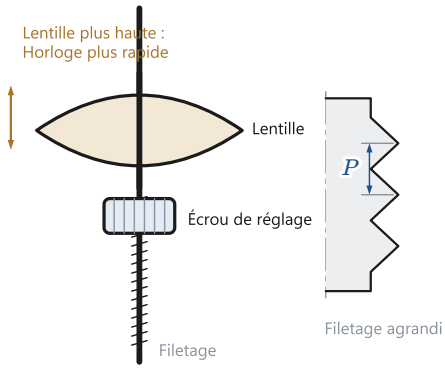


Fig. 4.3 L'écrou de réglage monte ou descend la lentille du pas P à chaque tour

À retenir : Lentille plus haute, horloge plus rapide. Pour le pendule battant la seconde, 1 mm donne environ 43 s par jour.

Masselottes de réglage. Les pendules de précision ne se règlent finalement plus à l'écrou, mais avec de petits poids posés sur une tablette fixée à la tige du pendule. Le pendule continue d'osciller pendant l'opération. Chaque poids ajouté fait avancer l'horloge, chaque poids retiré la fait retarder.

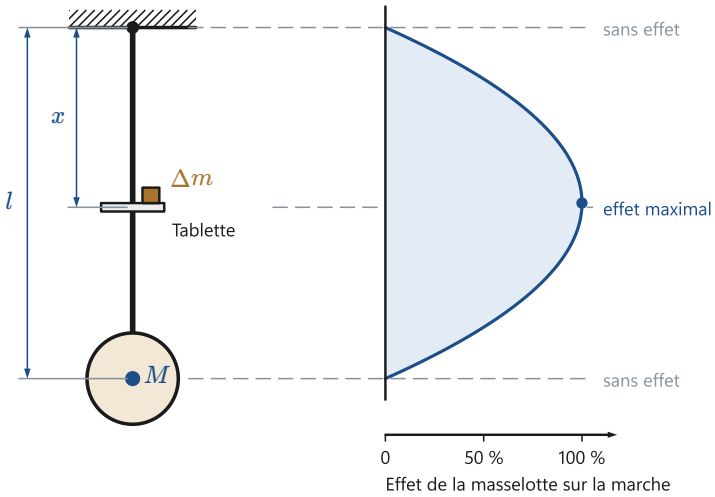


Fig. 4.4 Masselotte Δm à la distance x sous la suspension : l'effet sur la marche est maximal à mi-longueur du pendule et nul à la suspension et au centre d'oscillation M

Masselotte de réglage à mi-longueur du pendule

(4.9) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m}{8 \cdot m} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\Delta m \approx \dfrac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masse de la masselotte (+ signifie : ajoutée)	g
m	Masse (du pendule)	kg

La masselotte se trouve au-dessus du centre d'oscillation et raccourcit un peu la longueur efficace du pendule. Comme 86 400 divisé par 8 donne 10 800, on calcule plus simplement à l'atelier : $\Delta m = \frac{m \cdot \Delta G}{10\,800}$ avec ΔG en secondes par jour.

Validité : tablette à mi-longueur du pendule, donc à mi-chemin entre la suspension et le centre d'oscillation ; masselotte beaucoup plus légère que le pendule ; masse du pendule concentrée pour l'essentiel dans la lentille. Avec une tige lourde, la masselotte agit un peu plus fortement.

EXEMPLE Une pendule de précision avec un pendule de 6 kg retarde de 0,5 s par jour. Quelle masselotte compense ce retard ?

Données : $m = 6\,\mathrm{kg}$; $\Delta G = 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta m &\approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{8 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}28\,\mathrm{g}\end{aligned}$$

Environ 0,28 g. À retenir : la 10 800e partie de la masse du pendule, ici 0,56 g, donne 1 s par jour.

Masselotte de réglage à hauteur quelconque

(4.10) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400 \ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

À la suspension et au centre d'oscillation, une masselotte reste sans effet. Entre les deux, elle fait avancer l'horloge, le plus fortement au milieu. Au-dessous du centre d'oscillation, elle la fait retarder.

Validité : masselotte beaucoup plus légère que le pendule ; pendule calculé comme masse ponctuelle à la longueur l.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masse de la masselotte (+ signifie : ajoutée)	g
x	Distance (de la suspension à la masselotte)	mm
m	Masse (du pendule)	kg
l	Longueur du pendule (de la suspension au centre d'oscillation)	mm

Bon à savoir : Autour de la mi-longueur du pendule, l'effet varie à peine avec la hauteur. C'est donc là que la tablette est bien placée : quelques millimètres n'y changent rien. Un poids de réglage coulissant, en revanche, n'a pas sa place au milieu, car son déplacement n'y produit presque rien.

EXEMPLE Le pendule de l'exemple précédent (6 kg) est un pendule battant la seconde de 994 mm de longueur. On y pose 1 g non pas au milieu, mais 331 mm sous la suspension, donc au tiers de la longueur. De combien la marche varie-t-elle ?

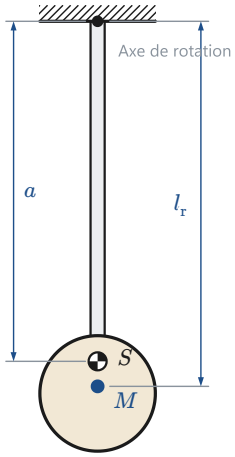
Données : $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$; $x = 331\,\mathrm{mm}$; $m = 6\,\mathrm{kg}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400 \ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{g} \cdot 331\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot \left(1 - \frac{331\,\mathrm{mm}}{994\,\mathrm{mm}}\right) \cdot 86\,400 \ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 1{,}60 \ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'horloge avance d'environ 1,6 s par jour de plus. À mi-longueur, ce serait 1,8 s.

4.3 Pendule pesant

Un pendule réel a une tige de masse propre et une lentille étendue. Il oscille comme un pendule simple de longueur réduite l_r. Celle-ci va jusqu'au centre d'oscillation, situé un peu au-dessous du centre de gravité.



S centre de gravité · M centre d'oscillation

Fig. 4.5 Pendule pesant : centre de gravité S à la distance a, centre d'oscillation M à la longueur réduite l_r

Période du pendule pesant

(4.11) MAÎTRE

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}}$$

Validité : faibles amplitudes, sans frottement, pendule rigide.

T	Période	s
J_A	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation (suspension)	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masse (du pendule entier)	kg
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
a	Distance (de l'axe de rotation au centre de gravité)	m

EXEMPLE Une tige homogène (longueur 1 m, masse 0,6 kg) oscille autour de son extrémité supérieure. Son moment d'inertie par rapport à cette extrémité est $J_\mathrm{A} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$, le centre de gravité se trouve au milieu.

Données : $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}}} \\ &\approx 1{,}64\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

1,64 s ; un pendule à fil de 1 m aurait 2,01 s. La tige oscille plus vite, car une partie de sa masse est proche de l'axe de rotation.

Longueur réduite du pendule

(4.12) MAÎTRE

$$l_\mathrm{r} = \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a}$$

La longueur réduite est la longueur du pendule simple de même période. Avec l_r au lieu de l, toutes les formules des sections 4.1 et 4.2 s'appliquent.

l_r	longueur réduite du pendule (de l'axe de rotation au centre d'oscillation)	m
J_A	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masse (du pendule entier)	kg
a	Distance (de l'axe de rotation au centre de gravité)	m

EXEMPLE Quelle est la longueur du pendule à fil équivalent pour la tige de l'exemple précédent ?

Données : $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{r} &= \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} \\ &\approx 0{,}667\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

La tige oscille comme un pendule à fil de 667 mm, donc comme un pendule des deux tiers de sa longueur.

Moment d'inertie par rapport à la suspension (théorème de Huygens-Steiner) (4.13) MAÎTRE

$$J_A = J_S + m \cdot a^2$$

C'est ainsi qu'on ramène le moment d'inertie d'une pièce de son centre de gravité à l'axe de rotation du pendule. Pour plusieurs pièces, on additionne les contributions.

J_A	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
J_S	Moment d'inertie par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masse (de la pièce)	kg
a	Distance (entre les deux axes)	m

EXEMPLE Une lentille (disque, masse 1,2 kg, rayon 60 mm) est suspendue avec son centre 0,9 m sous la suspension. Autour de son propre centre, elle a $J_S = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.

Données : $J_S = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} J_A &= J_S + m \cdot a^2 \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2} + 1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}9\,\mathrm{m})^2 \\ &\approx 0{,}974\,\mathrm{kg \cdot m^2} \end{aligned}$$

Presque tout le moment d'inertie provient de la distance à la suspension. C'est pourquoi un pendule à lentille lourde et tige légère se comporte presque comme un pendule simple.

4.4 Amplitude et erreur circulaire

Les formules de la section 4.1 ne sont exactes que pour des amplitudes infiniment petites. Plus le pendule s'écarte, plus une oscillation dure longtemps. L'horloge ne ressent cette erreur circulaire que lorsque l'amplitude varie, par exemple parce que la force motrice diminue ou que l'huile de l'échappement vieillit.

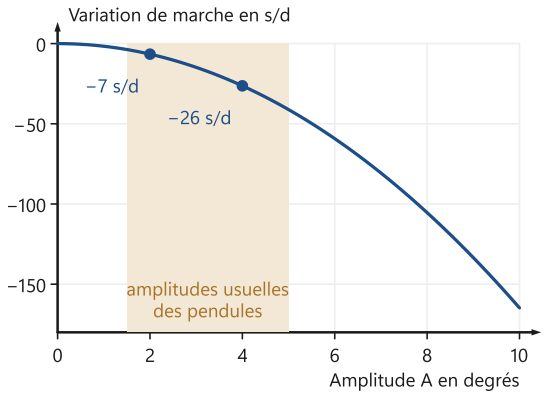


Fig. 4.6 Erreur circulaire : plus l'amplitude est grande, plus le pendule oscille lentement (marche par rapport à une très faible amplitude)

Période pour une grande amplitude

(4.14) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$T \approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right)$$

Validité : amplitudes jusqu'à environ 20°. Introduire A en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$.

T	Période (à l'amplitude A)	s
T_0	Période pour une très faible amplitude (formule 6.1)	s
A	Amplitude (écart du pendule, en radians)	rad

EXEMPLE Un pendule battant la seconde ($T_0 = 2\,\mathrm{s}$) oscille avec une amplitude de 4°, soit 0,0698 rad.

Données : $T_0 = 2\,\mathrm{s}$; $A = 0{,}0698\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} T &\approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right) \\ &= 2\,\mathrm{s} \cdot \left(1 + \frac{(0{,}0698\,\mathrm{rad})^2}{16}\right) \\ &\approx 2{,}0006\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Chaque oscillation dure 0,6 ms de plus ; par rapport à une très faible amplitude, l'horloge perd ainsi environ 26 s par jour.

Variation de marche lors d'une variation d'amplitude

(4.15) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Si l'amplitude diminue, l'horloge devient plus rapide.

Validité : comme ci-dessus.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
A_2	Amplitude après (radians)	rad
A_1	Amplitude avant (radians)	rad

EXEMPLE L'amplitude passe de 2,5° (0,0436 rad) à 2,0° (0,0349 rad).

Données : $A_2 = 0{,}0349\,\mathrm{rad}$; $A_1 = 0{,}0436\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{(0{,}0349\,\mathrm{rad})^2 - (0{,}0436\,\mathrm{rad})^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 3{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'horloge gagne environ 3,7 s par jour. Une force motrice constante maintient l'amplitude et donc la marche constantes ; c'est une des raisons pour lesquelles les pendules de précision sont entraînées par un poids.

4.5 Température et lieu d'installation

La chaleur dilate la tige du pendule, l'horloge retarde. Et comme l'accélération de la pesanteur n'est pas partout la même, une pendule doit être réglée de nouveau après un déménagement.

Variation de marche due à la température

(4.16) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Plus chaud signifie plus long, plus long signifie plus lent.

Validité : pendule non compensé ; dilatation de la lentille et de la suspension négligée.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
α	Coefficient de dilatation linéique (de la tige du pendule)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	Variation de température	K

EXEMPLE Une pendule à tige d'acier ($\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) se trouve en été dans une pièce plus chaude de 10 K qu'en hiver.

Données : $\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 10\,\mathrm{K}}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -4{,}97\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En été, l'horloge ralentit d'environ 5 s par jour. Avec une tige en bois, l'erreur se réduit à environ un tiers, avec une tige en invar à environ un dixième à un sixième.

Coefficients de dilatation linéique pour tiges de pendule (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	α en $10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$
Zinc	30
Aluminium	23
Laiton	18 … 21
Acier non allié	11 … 13
Bois (épicéa, dans le sens des fibres)	3 … 5
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
Verre de quartz	0,5

Les valeurs varient selon l'alliage, le traitement thermique et, pour le bois, l'humidité.

Compensation thermique par deux matériaux

(4.17) APPROFONDISSEMENT

$$\alpha_1 \cdot l_1 = \alpha_2 \cdot l_2$$

TRANSFORMÉE $l_2 = \dfrac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2}$

Dans le pendule à gril et dans le pendule acier-zinc, un matériau à forte dilatation soulève la lentille d'autant que l'acier l'abaisse.

Validité : simplifié, tiges seules. La dilatation de la lentille et la position du centre d'oscillation décalent un peu le résultat ; c'est pourquoi on ajuste finement après la construction.

α_1	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le bas (acier)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_1	Longueur totale des parties agissant vers le bas	m
α_2	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le haut (zinc, laiton)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_2	Longueur totale des parties agissant vers le haut	m

EXEMPLE Un pendule acier-zinc comporte au total 1,2 m d'acier ($\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) qui se dilate vers le bas. Quelle doit être la longueur du tube de zinc ($\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) ?

Données : $\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $l_1 = 1{,}2\,\mathrm{m}$; $\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2} \\ &= \frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}} \\ &\approx 0{,}46\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Le tube de zinc doit mesurer environ 46 cm.

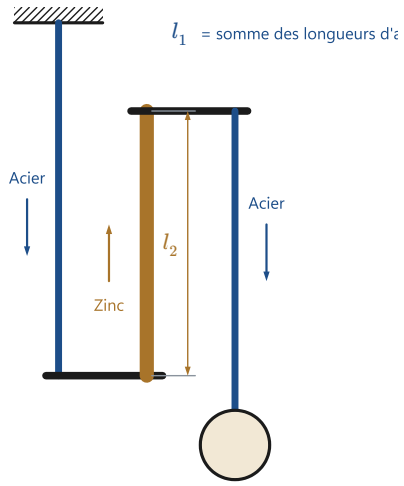


Fig. 4.7 Pendule acier-zinc, éclaté pour la clarté : l'acier abaisse la lentille, le zinc la soulève

Variation de marche due à un autre lieu d'installation

(4.18) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Là où l'accélération de la pesanteur est plus grande, le pendule oscille plus vite.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δg	Variation de l'accélération de la pesanteur (nouveau lieu moins ancien lieu)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
g	Accélération de la pesanteur à l'ancien lieu	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EXEMPLE Une horloge de parquet réglée à Hambourg ($g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) est transportée à Munich ($g = 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$), donc $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Données : $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -28{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

À Munich, l'horloge retarde d'environ 28 s par jour et doit y être réglée de nouveau.

Accélération de la pesanteur selon la latitude et l'altitude

(4.19) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$g \approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h$$

La formule donne la pesanteur normale d'une Terre idéale. Le sous-sol s'en écarte localement jusqu'à environ $0{,}0005\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, davantage en haute montagne ; pour régler une horloge, cela suffit.

Validité : formule internationale de la pesanteur de 1980 avec correction d'altitude à l'air libre.

g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
φ	latitude géographique	°
h	Altitude (au-dessus du niveau de la mer)	m

EXEMPLE Accélération de la pesanteur à Munich : latitude 48,14°, altitude 520 m.

Données : $\varphi = 48{,}14°$; $h = 520\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}g &\approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h \\ &= 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 (48{,}14°) - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot 48{,}14°)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot 520\,\mathrm{m} \\ &\approx 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\end{aligned}$$

Environ $9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; Hambourg, au niveau de la mer, a $9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

5 Échappements

L'échappement se situe entre le rouage et l'organe réglant. Il arrête le rouage, le libère dent par dent au rythme du balancier ou du pendule et restitue à l'organe réglant l'énergie qu'il perd par frottement. L'échappement compte donc les oscillations. La précision de la montre dépend aussi du peu qu'il perturbe l'organe réglant.

Le chapitre commence par les grandeurs communes à tous les échappements. Suivent la géométrie de l'échappement à ancre suisse, le bilan énergétique, les bruits de l'échappement qu'exploite un chronocomparateur, et les échappements d'horloge.

5.1 Grandeurs de base de tous les échappements

Tout échappement libère le rouage par pas égaux et entretient en même temps l'organe réglant. Les notions sont les mêmes pour tous les types. Dans ce chapitre, les angles sont notés uniformément γ à la roue d'échappement, β à l'ancre, λ et A au balancier. Dans l'échappement à ancre, la roue d'échappement est aussi appelée roue d'ancre.

Notions de l'échappement

Notion	Signification	Angle
Repos	Une dent repose sur le plan de repos, la roue est arrêtée. Mesuré comme chemin de l'ancre jusqu'au début de l'impulsion.	β_{R} à l'ancre
Dégagement	L'organe réglant pousse la levée hors du repos et libère la dent.	partie de λ
Impulsion	La dent glisse sur le plan d'impulsion et entretient l'organe réglant par l'intermédiaire de l'ancre.	γ_{H} à la roue, β_{H} à l'ancre
Chute	La roue tourne librement jusqu'à ce que la dent suivante tombe sur son plan de repos.	γ_{F} à la roue
Tirage	Inclinaison du plan de repos par laquelle la roue attire l'ancre contre la limitation.	ψ à la levée
Chemin perdu	Chemin de l'ancre après la chute jusqu'à la limitation ; sécurité pour le repos.	β_{V} à l'ancre
Angle de levée	Chemin du balancier tant que la cheville de plateau est dans la fourchette.	λ au balancier
Arc supplémentaire	Chemin de l'organe réglant hors de la levée, jusqu'au point mort.	φ_{E} au balancier ou au pendule

Le balancier utilise son angle de levée à la fois pour le dégagement et pour l'impulsion.

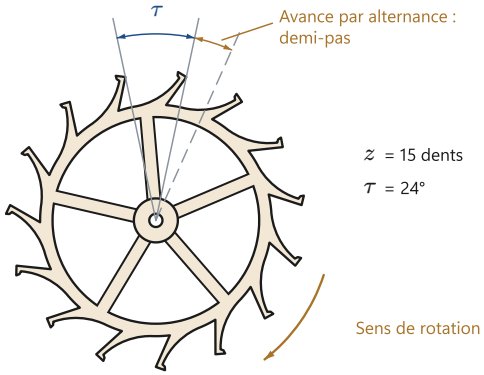


Fig. 5.1 Pas τ de la roue d'échappement ; à chaque alternance, la roue avance d'un demi-pas

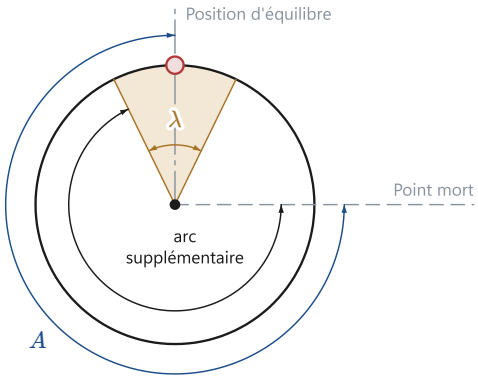


Fig. 5.2 Chemin de la cheville de la position d'équilibre au point mort : amplitude A, angle de levée λ et arc supplémentaire

Pas de la roue d'échappement

(5.1) COMPAGNON

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

Le pas est l'angle d'une dent à la suivante. À chaque alternance, la roue avance d'un demi-pas, car chaque dent travaille successivement sur les deux levées.

Validité : échappements à ancre, à cylindre, Graham et à recul. Dans l'échappement à détente, la roue n'avance qu'à une alternance sur deux, mais alors d'un pas entier.

τ	Pas (de la roue d'échappement ; angle d'une dent à la suivante)	$^\circ$
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Quel est le pas d'une roue d'échappement de 15 dents ?

Données : $z = 15$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{15} \\ &= 24^\circ\end{aligned}$$

Le pas vaut 24°, l'avance par alternance donc 12°.

Fréquence d'alternances et vitesse de rotation de la roue d'échappement

(5.2) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z \cdot n_\mathrm{H}$$

TRANSFORMÉE $n_\mathrm{H} = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z}$

Pendant un tour de la roue d'échappement, chaque dent passe une fois et permet deux alternances. La formule relie le rouage et l'organe réglant : de la fréquence d'alternances et du nombre de dents découle la vitesse à laquelle la roue d'échappement doit tourner (chapitre 2). Le même calcul figure avec les nombres de dents du rouage à la section 2.2.

Validité : tous les échappements où une dent passe par oscillation, y compris les échappements à cylindre et à détente.

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
n_H	Vitesse de rotation de la roue d'échappement	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Bon à savoir : Avec un pendule battant la seconde et 30 dents, la roue d'échappement fait exactement un tour par minute. C'est pourquoi son axe peut porter l'aiguille des secondes.

EXEMPLE Un mouvement à pendule fait 4800 alternances par heure, soit 80 par minute. La roue d'échappement a 32 dents. À quelle vitesse tourne-t-elle ?

Données : $n_\mathrm{h} = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z = 32$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{H} &= \frac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z} \\ &= \frac{4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 32} \\ &= \frac{80\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{2 \cdot 32} \\ &\approx 1{,}25\ \frac{1}{\mathrm{min}}\end{aligned}$$

La roue d'échappement fait 1,25 tour par minute ; un tour dure donc 48 s. Pour la montre, un exemple figure à la formule (2.8).

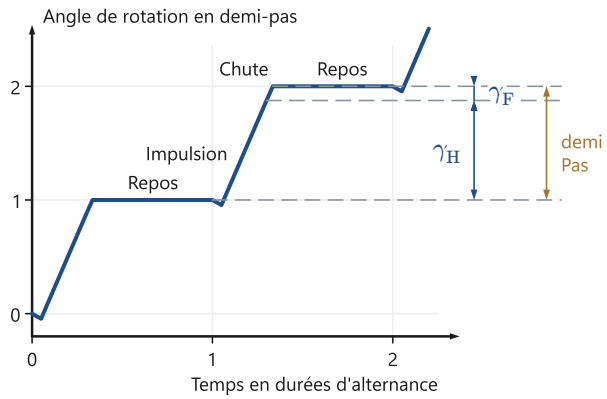


Fig. 5.3 Chemin de la roue d'échappement en deux alternances : impulsion γ_H et chute γ_F donnent le demi-pas. Le petit creux avant chaque impulsion est le recul au dégagement d'un échappement avec tirage. L'axe du temps n'est pas à l'échelle : dans la montre, impulsion et chute ne durent que quelques centièmes de la durée d'une alternance

Impulsion et chute à la roue

(5.3) MAÎTRE

$$\gamma_H + \gamma_F = \frac{180^\circ}{z}$$

TRANSFORMÉE $$\gamma_F = \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H$$

L'avance de la roue se compose de deux parties. Pendant l'impulsion, la dent entraîne la levée ; pendant la chute, la roue tourne librement jusqu'à ce que la dent suivante tombe sur son plan de repos. La chute est une sécurité nécessaire, mais de l'énergie perdue.

Validité : γ_H compte tout le chemin de la roue entre deux chutes. Dans les échappements avec tirage, la roue recule d'une fraction de degré au dégagement et la regagne aussitôt ; ce recul s'annule dans la somme.

γ_H	Impulsion à la roue (angle de rotation de la roue entre deux chutes)	°
γ_F	Chute (angle de rotation libre de la roue)	°
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Sur une roue d'échappement de 15 dents, la roue tourne de 10,5° pendant l'impulsion. Quelle est la chute ?

Données : $z = 15$; $\gamma_H = 10{,}5^\circ$

$$\begin{aligned}\gamma_F &= \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H \\ &= \frac{180^\circ}{15} - 10{,}5^\circ \\ &= 1{,}5^\circ\end{aligned}$$

Il reste 1,5° pour la chute, une valeur usuelle pour l'échappement à ancre suisse.

Chute exprimée en chemin de la pointe de dent

(5.4) MAÎTRE

$$s_{\mathrm{F}} = R \cdot \gamma_{\mathrm{F}}$$

Sous la loupe, la chute apparaît comme un petit chemin de la pointe de dent. La formule convertit l'angle de chute en ce chemin et montre avec quel faible jeu l'échappement travaille.

Validité : angles en radians : $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

s_{F}	Chute exprimée en chemin (à la périphérie de la roue)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ_{F}	Chute (angle à introduire en radians)	rad

EXEMPLE Une roue d'échappement a un rayon de 2,40 mm, la chute vaut 1,5°. De combien tombe la pointe de dent ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma_{\mathrm{F}} = 1{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} s_{\mathrm{F}} &= R \cdot \gamma_{\mathrm{F}} \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 1{,}5^\circ \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}02618 \\ &\approx 0{,}063\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La pointe de dent tombe librement de 0,063 mm. C'est à peu près l'épaisseur d'un cheveu.

Arc supplémentaire du balancier

(5.5) MAÎTRE

$$\varphi_{\mathrm{E}} = A - \frac{\lambda}{2}$$

Hors de l'angle de levée, le balancier oscille librement, sans contact avec l'ancre. Il parcourt cet arc supplémentaire deux fois à chaque alternance : en descendant jusqu'à la levée et, après la levée, en remontant jusqu'au point mort.

Validité : échappements libres (à ancre et à détente) ; angle de levée symétrique par rapport à la position d'équilibre, donc repère correctement réglé.

φ_{E}	Arc supplémentaire (de la fin de la levée au point mort)	°
A	Amplitude (de la position d'équilibre au point mort)	°
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°

EXEMPLE Un balancier oscille avec une amplitude de 270°, l'angle de levée vaut 52°. Quel est l'arc supplémentaire ?

Données : $A = 270^\circ$; $\lambda = 52^\circ$

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathrm{E}} &= A - \frac{\lambda}{2} \\ &= 270^\circ - \frac{52^\circ}{2} \\ &= 244^\circ \end{aligned}$$

De chaque côté, le balancier oscille librement sur 244°. Sur les 540° d'une alternance, 52° seulement reviennent à la levée ; sur environ 90 % de son chemin, le balancier n'est pas perturbé.

À retenir : À chaque alternance, la roue d'échappement avance d'un demi-pas : d'abord l'impulsion, puis la chute.

5.2 Échappement à ancre suisse : géométrie

L'échappement à ancre suisse équipe presque toutes les montres mécaniques, bracelets et montres de poche. Son ancre embrasse 2,5 pas de la roue. Le centre de l'ancre se trouve à l'intersection des deux tangentes au cercle de la roue aux points de contact. Ainsi, la pression de la dent au repos agit le long du bras de l'ancre et ne fait pas tourner l'ancre. Seul le tirage donne au plan de repos une légère inclinaison.

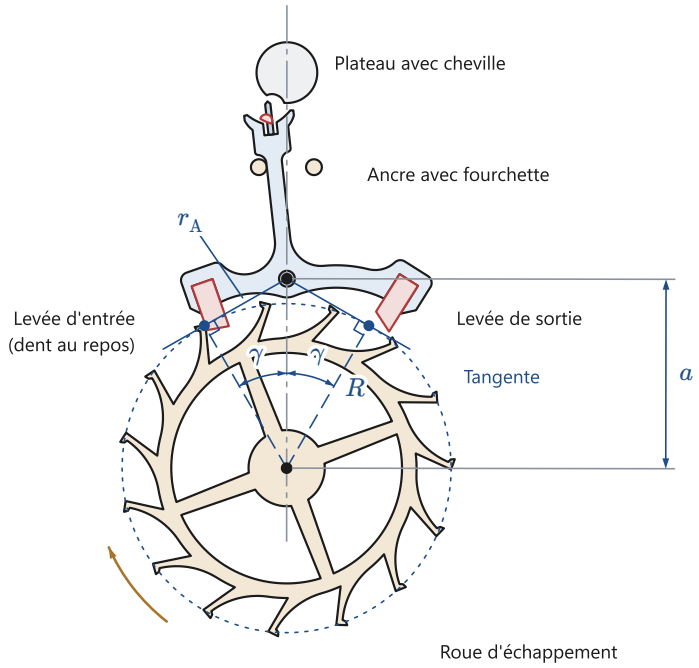


Fig. 5.4 Échappement à ancre suisse d'après le modèle, dent au repos sur la levée d'entrée : le centre de l'ancre se trouve à l'intersection des tangentes ; pour 15 dents, $\gamma = 30^\circ$

Embrassement de l'ancre

(5.6) MAÎTRE

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z}$$

L'ancre embrasse k pas de la roue. Comme une levée est toujours engagée dans la roue quand l'autre est libre, l'embrassement se termine sur un demi-pas : 2,5 pas dans la montre, 6,5 à 10,5 dans les pendules. On calcule avec le demi-angle d'embrassement γ.

Validité : points de contact symétriques par rapport à la ligne des centres de la roue et de l'ancre.

γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°
k	Embrassement en pas (2,5 pour l'échappement à ancre suisse)	1
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Quel est le demi-angle d'embrassement pour 15 dents et un embrassement de 2,5 pas ?

Données : $k = 2{,}5; \quad z = 15$

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{k \cdot 180^\circ}{z} \\ &= \frac{2{,}5 \cdot 180^\circ}{15} \\ &= 30^\circ\end{aligned}$$

L'ancre embrasse 60°, soit 30° de chaque côté de la ligne des centres.

Entraxe de la roue et de l'ancre

(5.7) MAÎTRE

$$a = \frac{R}{\cos\gamma}$$

L'axe de la roue, le point de contact et l'axe de l'ancre forment un triangle rectangle, avec l'angle droit au point de contact. Plus l'embrassement est grand, plus l'ancre s'éloigne de la roue.

Validité : engrènement tangentiel : la droite du centre de l'ancre au point de contact est tangente au cercle de la roue. R va jusqu'aux points sur lesquels on construit, selon le type les arêtes de repos ou le milieu des plans d'impulsion.

a	Entraxe (de la roue d'échappement et de l'ancre)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°

EXEMPLE Une roue d'échappement de 15 dents a un rayon de 2,40 mm, l'ancre embrasse 2,5 pas. Quel est l'entraxe ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} a &= \frac{R}{\cos\gamma} \\ &= \frac{2{,}40\,\mathrm{mm}}{\cos(30^\circ)} \\ &\approx 2{,}77\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Les axes sont distants de 2,77 mm. Pour 15 dents et 2,5 pas, on a toujours $a = 1{,}155 \cdot R$.

Longueur du bras de l'ancre

(5.8) APPROFONDISSEMENT

$$r_\mathrm{A} = R \cdot \tan\gamma$$

Le bras de l'ancre est le segment de tangente du centre de l'ancre au point de contact. Il transforme un angle de l'ancre en chemin de la levée.

Validité : engrènement tangentiel, comme pour l'entraxe.

r_A	Bras de l'ancre (du centre de l'ancre au point de contact)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°

EXEMPLE Quelle est la longueur du bras de l'ancre pour une roue de 2,40 mm de rayon et un demi-angle d'embrassement de 30° ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} r_\mathrm{A} &= R \cdot \tan\gamma \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \tan(30^\circ) \\ &\approx 1{,}39\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le bras de l'ancre mesure 1,39 mm. Un repos de 1,5° à l'ancre n'y représente qu'un chemin de la levée de 0,036 mm.

Distance des points de contact

(5.9) APPROFONDISSEMENT

$$l_\mathrm{P} = 2 \cdot R \cdot \sin\gamma$$

La corde entre les points de contact est l'ouverture avec laquelle l'ancre saisit la roue. Elle permet de vérifier si une ancre convient à la roue.

Validité : points de contact sur le cercle de la roue de rayon R, symétriques par rapport à la ligne des centres.

l_P	Distance des deux points de contact (corde dans le cercle de la roue)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	$^\circ$

EXEMPLE Quelle est la distance des points de contact pour un rayon de roue de 2,40 mm et un demi-angle d'embrassement de 30° ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{P} &= 2 \cdot R \cdot \sin\gamma \\ &= 2 \cdot 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin(30^\circ) \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La distance est égale au rayon de la roue : pour un embrassement de 60°, l'axe de la roue et les deux points de contact forment un triangle équilatéral.

À retenir : Pour 15 dents et un embrassement de 2,5 pas, l'entraxe vaut 1,155 fois le rayon de la roue, et les points de contact sont distants d'exactement un rayon de roue.

Angles de l'échappement à ancre suisse à 15 dents (valeurs indicatives)

Grandeur	Symbole	Valeur indicative
Pas de la roue	τ	24°
Embrassement de l'ancre	2γ	2,5 pas = 60°
Chute	γ_F	1° … 1,5°
Impulsion à la roue	γ_H	10,5° … 11°
Repos à l'ancre	β_R	1,5°
Chemin perdu	β_V	0,25° … 0,5°
Impulsion à l'ancre	β_H	8,5°
Angle de tirage	ψ	12° … 15°
Angle de levée du balancier	λ	le plus souvent 49° … 53° ; mouvements anciens de montres-bracelets et de poche souvent plus petits, environ 38° … 46°

Avec la dent à massue, l'impulsion à l'ancre se répartit entre le plan d'impulsion de la levée et celui de la dent. Les indications du fabricant font toujours foi, pour l'angle de levée aussi au chronocomparateur (section 6.2).

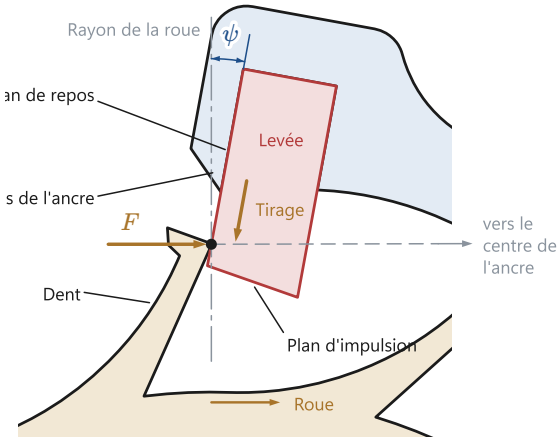


Fig. 5.5 Levée d'entrée au repos : le plan de repos est incliné de l'angle de tirage ψ par rapport au rayon de la roue, la pression F de la dent attire la levée dans la roue

Tirage : l'angle de frottement comme limite

(5.10) MAÎTRE

$$\rho = \arctan \mu$$

ρ	Angle de frottement (l'angle de tirage doit être plus grand)	°
μ	Coefficient de frottement (entre la dent et le plan de repos)	1

Le plan de repos est incliné de l'angle de tirage ψ. Ainsi, la pression de la dent attire la levée plus profondément dans la roue et maintient l'ancre contre la limitation, même en cas de chocs. Cela ne réussit que si ψ est plus grand que l'angle de frottement ρ. Sinon, le frottement retient la levée là où elle se trouve. L'angle de frottement en général figure à la formule (XL 2.33).

Validité : engrènement tangentiel ; ψ mesuré entre le plan de repos et le rayon de la roue au point de contact.

Attention : Trop de tirage coûte de l'amplitude : au dégagement, le balancier doit faire reculer un peu la roue contre son couple.

EXEMPLE L'acier sur rubis huilé a un coefficient de frottement d'environ 0,15. Quel est l'angle de frottement ?

Données : $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}5^\circ\end{aligned}$$

L'angle de frottement vaut 8,5°. Avec les 12° à 15° de tirage usuels, il reste une réserve, même quand l'huile vieillit.

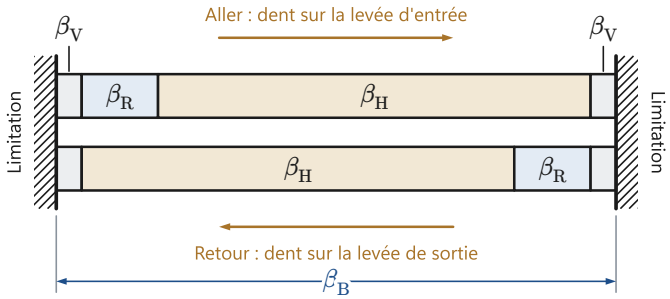


Fig. 5.6 Course de l'ancre entre les limitations, dessinée pour $\beta_V = 0{,}5^\circ$, $\beta_R = 1{,}5^\circ$ et $\beta_H = 8{,}5^\circ$

Course de l'ancre entre les limitations

(5.11) MAÎTRE

$$\beta_B = \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V$$

β_B	Course de l'ancre d'une limitation à l'autre	°
β_R	Repos (immédiatement après la chute)	°
β_H	Impulsion à l'ancre	°
β_V	chemin perdu	°

Depuis la limitation, l'ancre parcourt d'abord tout le repos, puis l'impulsion. Après la chute, le tirage l'attire encore du chemin perdu contre l'autre limitation. Le chemin perdu garantit que la dent tombe sûrement sur le plan de repos ; il compte des deux côtés.

Validité : Le repos total avant le dégagement est $\beta_R + \beta_V$. Les deux levées réglées de la même façon.

EXEMPLE Une ancre a 1,5° de repos, 8,5° d'impulsion et 0,5° de chemin perdu. De combien tourne-t-elle d'une limitation à l'autre ?

Données : $\beta_R = 1{,}5°$; $\beta_H = 8{,}5°$; $\beta_V = 0{,}5°$

$$\begin{aligned}\beta_B &= \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V \\ &= 1{,}5° + 8{,}5° + 2 \cdot 0{,}5° \\ &= 11°\end{aligned}$$

L'ancre tourne de 11°. Sans chemin perdu, on obtiendrait les 10° souvent cités.

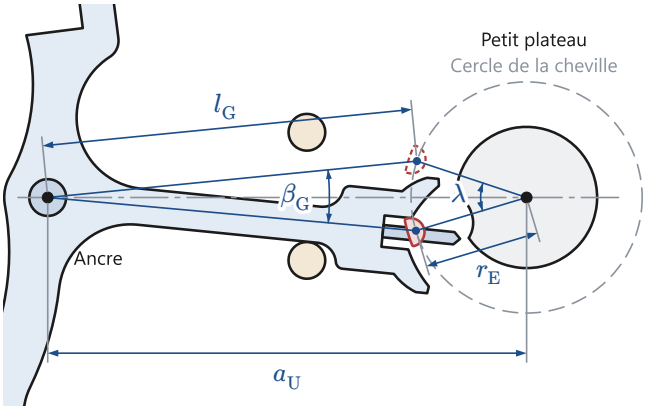


Fig. 5.7 Fourchette, petit plateau et cheville d'après le modèle ($\beta_G \approx 11^\circ$, $\lambda \approx 35^\circ$) : cheville à l'entrée (trait plein) et à la sortie (tirets)

Fourchette et cheville de plateau : longueurs et angles

(5.12) MAÎTRE

$$l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right) = r_{\mathrm{E}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)$$

TRANSFORMÉE $$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

l_{G}	Longueur de la fourchette (de l'axe de l'ancre à la cheville à l'entrée)	mm
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette (environ 10°)	°
r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°

À l'entrée et à la sortie, la cheville de plateau se trouve à la fois sur son cercle autour de l'axe du balancier et dans l'entaille de la fourchette. Sa distance à la ligne des centres est la même vue des deux axes ; c'est ce qu'exprime l'équation. Une fourchette longue et un petit rayon de cheville donnent un grand angle de levée du balancier.

Validité : cheville de plateau considérée comme un point sur l'axe de l'entaille de la fourchette ; largeur de la cheville et jeu dans la fourchette négligés. β_{G} est alors égal à la course de l'ancre entre les limitations.

EXEMPLE Une fourchette mesure 2,89 mm. L'ancre tourne de 10° pendant que la cheville est dans la fourchette ; le balancier doit avoir un angle de levée de 52°. Sur quel rayon la cheville de plateau doit-elle se trouver ?

Données : $l_{\mathrm{G}} = 2{,}89\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

$$= \frac{2{,}89\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

La cheville de plateau se trouve à 0,575 mm de l'axe du balancier. La fourchette est environ cinq fois plus longue que ce rayon.

Rayon de la cheville de plateau à partir de l'entraxe

(5.13) APPROFONDISSEMENT

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm
a_{U}	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette (environ 10°)	°
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°

À la conception, l'entraxe et les angles sont donnés. La loi des sinus dans le triangle formé par l'axe de l'ancre, l'axe du balancier et la cheville donne le rayon sur lequel la cheville de plateau doit se trouver.

Validité : comme ci-dessus : cheville de plateau considérée comme un point, sans jeu dans la fourchette.

EXEMPLE L'ancre et le balancier sont distants de 3,40 mm. L'ancre tourne de 10°, le balancier doit avoir un angle de levée de 52°. Quel est le rayon de la cheville de plateau ?

Données : $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{E}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 0{,}575\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La cheville de plateau se trouve sur un rayon de 0,575 mm.

Longueur de la fourchette à partir de l'entraxe

(5.14) APPROFONDISSEMENT

$$l_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

l_{G}	Longueur de la fourchette (de l'axe de l'ancre à la cheville à l'entrée)	mm
a_{U}	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette (environ 10°)	°

Le même triangle donne la longueur de la fourchette. La longueur de la fourchette et le rayon de la cheville donnent ensemble un peu plus que l'entraxe, car tous deux sont inclinés par rapport à la ligne des centres à l'entrée.

Validité : comme ci-dessus : cheville de plateau considérée comme un point, sans jeu dans la fourchette.

EXEMPLE Quelle doit être la longueur de la fourchette pour un entraxe de 3,40 mm, un angle d'ancre de 10° et un angle de levée de 52° ?

Données : $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\lambda = 52°$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{52°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 2{,}89\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La fourchette mesure 2,89 mm. Vérification sur la ligne des centres : $2{,}89 \cdot \cos 5° + 0{,}575 \cdot \cos 26° = 3{,}40$.

Rapport entre fourchette et balancier

(5.15) APPROFONDISSEMENT

$$i_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}}$$

i_{G}	Rapport dans la position médiane (vitesse angulaire du balancier divisée par celle de l'ancre)	1
a_{U}	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm
r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm

Dans la position médiane, la fourchette touche la cheville sur la ligne des centres. Le balancier y tourne i_{G} fois plus vite que l'ancre, et, sans frottement, le balancier reçoit la i_{G}-ième partie du couple de l'ancre. En moyenne sur toute la levée, le rapport vaut $\frac{\lambda}{\beta_{\mathrm{G}}}$.

Validité : position médiane ; à l'entrée et à la sortie, le rapport est plus grand.

EXEMPLE Quel est le rapport pour un entraxe de 3,40 mm et un rayon de cheville de 0,575 mm ?

Données : $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{E}} = 0{,}575\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} - 0{,}575\,\mathrm{mm}}{0{,}575\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 4{,}91 \end{aligned}$$

Dans la position médiane, le rapport vaut 4,91 ; en moyenne sur la levée, 52° pour 10°, soit 5,2.

5.3 Force et énergie

À chaque alternance, la roue d'échappement fournit un travail. Une partie seulement atteint le balancier ; le reste se perd dans la chute, dans le frottement sur les plans d'impulsion et dans les chocs. Le dégagement coûte lui aussi de l'énergie : le balancier doit tirer la levée hors de la roue contre le frottement et le tirage.

En régime permanent, l'échappement fournit au balancier à chaque oscillation exactement autant d'énergie que celui-ci en perd par frottement. L'amplitude en résulte. Comme au chapitre 2, M_{H} est le couple à la roue d'échappement.

Travail de la roue d'échappement par alternance

(5.16) MAÎTRE

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z}$$

Le travail est le couple multiplié par l'angle de rotation. À chaque alternance, la roue tourne d'un demi-pas, en radians $\frac{\pi}{z}$. L'échappement ne peut transmettre plus que ce travail à aucune alternance.

Validité : couple constant pendant l'avance. M_{H} est le couple qui arrive à la roue d'échappement après les pertes du rouage (chapitre 2).

W_{S}	Travail de la roue d'échappement par alternance	$\mu\mathrm{J}$
M_{H}	Couple à la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE À la roue d'échappement de 20 dents arrivent 1,6 µN·m. Quel travail la roue fournit-elle par alternance ?

Données : $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}; \quad z = 20$

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{S}} &= \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z} \\ &= \frac{1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot \pi}{20} \\ &\approx 0{,}251\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Par alternance, 0,25 µJ sont disponibles. À 8 alternances par seconde, cela fait 2 µW. C'est l'ordre de grandeur de la puissance à la roue d'échappement d'une montre-bracelet.

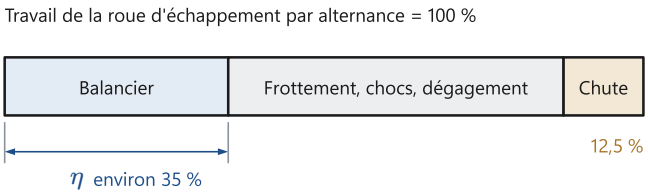


Fig. 5.8 Où va le travail de la roue d'échappement (valeurs indicatives pour l'échappement à ancre suisse)

Perte due à la chute

(5.17) MAÎTRE

$$v_\mathrm{F} = \frac{\gamma_\mathrm{F} \cdot z}{180^\circ}$$

Pendant la chute, la roue tourne sans entraîner. La part de la chute dans le demi-pas est donc la part du travail de la roue qui se dissipe dans le choc sur le plan de repos.

Validité : couple constant à la roue.

v_F	Part du travail de la roue perdue dans la chute	%
γ_F	Chute (angle de rotation libre de la roue)	°
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Quelle part du travail de la roue se perd avec la roue de la section 5.1 (15 dents, 1,5° de chute) ?

Données : $\gamma_\mathrm{F} = 1{,}5^\circ$; $z = 15$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{F} &= \frac{\gamma_\mathrm{F} \cdot z}{180^\circ} \\ &= \frac{1{,}5^\circ \cdot 15}{180^\circ} \\ &= 12{,}5\,\% \end{aligned}$$

Un huitième du travail se perd par la seule chute. C'est pourquoi on maintient la chute aussi petite que la sécurité le permet. Avec la roue de 20 dents de l'exemple précédent, ce serait déjà 16,7 % pour la même chute.

Rendement de l'échappement

(5.18) MAÎTRE

$$\eta = \frac{W_\mathrm{U}}{W_\mathrm{S}}$$

Le rendement indique quelle part du travail de la roue parvient au balancier. Pour l'échappement à ancre suisse, il est en service d'environ 30 % à 40 % (valeur indicative). Le reste se perd dans la chute, le frottement de glissement sur les plans d'impulsion, les chocs et l'accélération de la roue et de l'ancre.

Validité : régime permanent, donc amplitude constante.

η	Rendement (de l'échappement)	1
W_U	Travail fourni au balancier par alternance (impulsion moins dégagement)	µJ
W_S	Travail de la roue d'échappement par alternance	µJ

EXEMPLE La roue d'échappement fournit 0,251 µJ par alternance, 0,088 µJ parviennent au balancier. Quel est le rendement ?

Données : $W_\mathrm{U} = 0{,}088\,\mu\mathrm{J}$; $W_\mathrm{S} = 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_\mathrm{U}}{W_\mathrm{S}} \\ &= \frac{0{,}088\,\mu\mathrm{J}}{0{,}251\,\mu\mathrm{J}} \\ &\approx 0{,}35 \end{aligned}$$

Le rendement vaut 0,35, soit 35 %. C'est une valeur usuelle.

Amplitude à partir du bilan énergétique

(5.19) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

A	Amplitude (en régime permanent)	°
η	Rendement (de l'échappement)	1
M_{H}	Couple à la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
Q	Facteur de qualité (du balancier-spiral)	1
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

En régime permanent, l'énergie que deux alternances fournissent au balancier est égale à sa perte en une oscillation. Cette perte croît avec le carré de l'amplitude. C'est pourquoi l'amplitude ne croît qu'avec la racine carrée du couple : un couple double donne une amplitude 1,4 fois plus grande, et non double.

Validité : Q et η supposés constants ; en réalité, tous deux varient un peu avec l'amplitude. Le facteur de qualité vaut 2π fois l'énergie d'oscillation divisée par la perte par oscillation (chapitre 3). La formule donne A en radians.

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 alternances par heure a une roue d'échappement de 20 dents, à laquelle arrivent 1,6 µN·m. Le couple de rappel spécifique du spiral vaut 0,632 µN·m par radian, le facteur de qualité 250, le rendement de l'échappement 0,35. Quelle amplitude s'établit ?

Données : $\eta = 0{,}35$; $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $Q = 250$; $z = 20$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} A &\approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}35 \cdot 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 250}{20 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 4{,}71\,\mathrm{rad} \\ &\approx 270^\circ \end{aligned}$$

Le balancier oscille avec environ 270°. Si le couple tombe à la moitié vers la fin de la durée de marche, l'amplitude descend à environ 190°.

5.4 L'échappement au chronocomparateur

Le chronocomparateur écoute l'échappement. Chaque alternance de l'échappement à ancre se compose de trois bruits. Au premier, la cheville de plateau frappe la fourchette, le dégagement commence. Au deuxième, la dent frappe le plan d'impulsion et la fourchette la cheville, l'impulsion commence. Au troisième, la dent suivante tombe sur le plan de repos et l'ancre contre la limitation. À partir des temps entre ces bruits, l'appareil calcule l'amplitude et le défaut de repère. Les formules correspondantes, avec exemples et valeurs indicatives, figurent à la section 6.2 ; ici ne suit que ce qui relève de l'échappement.

Amplitude. Entre le premier et le troisième bruit, le balancier parcourt son angle de levée λ, pour moitié avant et pour moitié après la position d'équilibre. Plus l'amplitude est grande, plus le balancier y est rapide et plus ce temps de levée est court. Le chronocomparateur mesure le temps de levée et en déduit l'amplitude avec l'angle de levée réglé, formule (6.9). L'angle de levée est une grandeur de construction de l'échappement (section 5.2). S'il est mal réglé sur l'appareil, l'amplitude affichée est fausse dans la même proportion, formule (6.10).

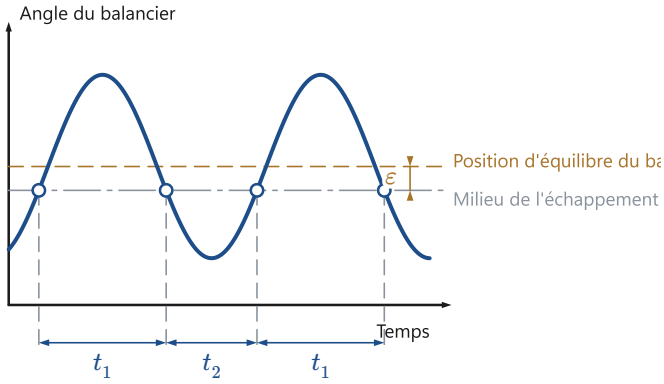


Fig. 5.9 Défaut de repère : si la position d'équilibre du balancier se trouve à ε du milieu de l'échappement, longues et courtes alternances se succèdent (fortement exagéré)

Défaut de repère. Si la position d'équilibre du balancier se trouve à l'angle ε à côté du milieu de l'échappement, l'alternance dure plus longtemps d'un côté que de l'autre (fig. 5.9) : la montre boite. Le chronocomparateur affiche la moitié de la différence de temps comme défaut de repère en millisecondes, formule (6.7). Le calcul de l'angle ε à partir de cette valeur figure à la formule (6.8). On corrige au balancier : on tourne la virole ou le porte-piton mobile de ε, jusqu'à ce que la cheville de plateau, balancier au repos, se trouve sur la ligne des centres de l'ancre et du balancier.

5.5 Échappements d'horloge

Dans les pendules travaillent des échappements à ancre à repos et à recul. Dans l'échappement Graham, les plans de repos sont des arcs de cercle centrés sur le centre de l'ancre : tant qu'une dent y repose, la roue reste immobile. Dans l'échappement à recul, les plans de repos sont inclinés ; dans l'arc supplémentaire, le pendule fait reculer un peu la roue, d'où son nom. L'échappement à chevilles des grandes horloges porte des chevilles sur la serge de la roue au lieu de dents et est, comme l'échappement Graham, un échappement à repos.

Pas, avance, embrassement, entraxe et bras de l'ancre se calculent pour tous ces échappements avec les formules des sections 5.1 et 5.2.

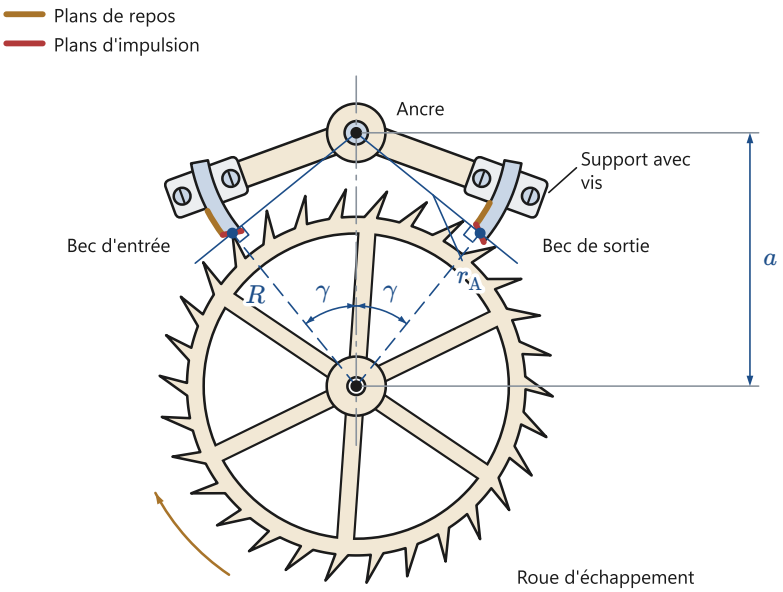


Fig. 5.10 Échappement Graham à 30 dents et embrassement de 6,5 pas : les plans de repos sont des arcs de cercle centrés sur le centre de l'ancre

Entraxe et bras de l'ancre pour un engrènement tangentiel

Nombre de dents z	Embrassement k en pas	Angle d'embrassement 2γ	Entraxe a en multiples de R	Bras de l'ancre r_A en multiples de R
15	2,5	60°	1,155	0,577
30	6,5	78°	1,287	0,810
30	7,5	90°	1,414	1,000
30	8,5	102°	1,589	1,235
30	9,5	114°	1,836	1,540
30	10,5	126°	2,203	1,963

Première ligne : échappement à ancre suisse. Les autres lignes valent pour des pendules à roue de 30 dents ; plus l'embrassement est grand, plus le bras de l'ancre est long et plus l'angle de l'ancre est petit pour un même plan d'impulsion.

Largeur des becs de l'échappement Graham

(5.20) MAÎTRE

$$b_\mathrm{K} = R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right)$$

Entre deux pointes de dents, un bec doit trouver place alternativement. Il reste donc pour le bec le demi-pas moins la chute. C'est la largeur de l'anneau autour du centre de l'ancre dans lequel les deux becs sont taillés.

Validité : dents pointues ; engrènement tangentiel. Angles en radians : le demi-pas vaut $\frac{\pi}{z}$, et $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

b_K	Largeur du bec, mesurée à la périphérie de la roue	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux pointes des dents)	mm
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
γ_F	Chute (angle à introduire en radians)	rad

EXEMPLE Une roue d'échappement de 30 dents a un rayon de 20 mm. La chute doit être de 1°. Quelle sera la largeur des becs ?

Données : $R = 20\,\mathrm{mm}$; $z = 30$; $\gamma_\mathrm{F} = 1^\circ$

$$\begin{aligned} b_\mathrm{K} &= R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{\pi}{30} - 1^\circ \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}1047 - 0{,}0175) \\ &\approx 1{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Les becs auront 1,75 mm de largeur. Un degré de chute représente sur cette roue 0,35 mm de jeu.

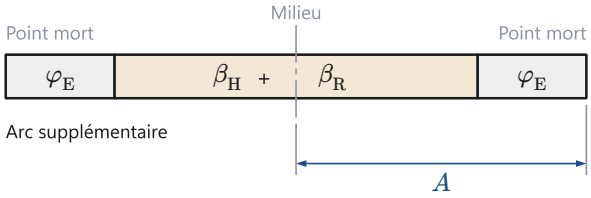


Fig. 5.11 Amplitude du pendule à l'échappement Graham : au milieu impulsion et repos, à l'extérieur l'arc supplémentaire φ_E

Arc supplémentaire du pendule

(5.21) MAÎTRE

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$

φ_E	Arc supplémentaire (de chaque côté)	°
A	Amplitude (écart du pendule, du milieu au point mort)	°
β_H	Impulsion à l'ancre	°
β_R	Repos (à l'ancre)	°

L'ancre suit chaque mouvement du pendule. Au milieu de l'amplitude se trouvent l'impulsion et le repos, d'une largeur totale $\beta_H + \beta_R$. Ce que le pendule parcourt au-delà de chaque côté est l'arc supplémentaire. Pendant celui-ci, la dent glisse sur le plan de repos.

Validité : ancre réglée au milieu (repère égal), fourchette sans jeu. Le pendule doit s'écarter de plus de $\frac{1}{2}(\beta_H + \beta_R)$, sinon aucune dent n'échappe et l'horloge s'arrête.

Bon à savoir : Valeurs indicatives pour les échappements Graham de pendules battant la seconde : impulsion à l'ancre 1° à 2°, repos 0,5° à 1°. Un grand arc supplémentaire coûte du frottement sur les plans de repos.

EXEMPLE Un pendule s'écarte de 1,75° de chaque côté. L'ancre Graham a 1,5° d'impulsion et 0,5° de repos. Quel est l'arc supplémentaire ?

Données : $A = 1{,}75°$; $\beta_H = 1{,}5°$; $\beta_R = 0{,}5°$

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$
$$= 1{,}75° - \frac{1{,}5° + 0{,}5°}{2}$$
$$= 0{,}75°$$

De chaque côté, le pendule dépasse de 0,75° l'impulsion et le repos. Cette réserve absorbe les variations de la force motrice.

5.6 Autres échappements

Pour les autres échappements, quelques grandeurs essentielles suffisent. Le pas et la fréquence d'alternances se calculent pour tous selon la section 5.1 ; le tableau montre en quoi les types diffèrent.

Vue d'ensemble des échappements

Échappement	Type	Impulsions par oscillation	Avance de la roue par impulsion
Échappement à ancre suisse	libre	2	demi-pas
Échappement à ancre à goupilles	libre	2	demi-pas
Échappement à détente	libre	1	pas entier
Échappement à cylindre	à repos	2	demi-pas
Échappement à verge	à recul	2	demi-pas
Échappement Graham	à repos	2	demi-pas
Échappement à chevilles d'horloge	à repos	2	demi-pas
Échappement à ancre à recul	à recul	2	demi-pas

Libre : hors de l'impulsion, l'organe réglant oscille sans contact avec l'échappement. À repos : pendant l'arc supplémentaire, une dent appuie sur l'organe réglant ou sur l'ancre, la roue est arrêtée. À recul : la roue est alors ramenée un peu en arrière.

L'échappement à détente n'entretient le balancier que dans un sens d'oscillation, mais sur un pas entier de la roue. Dans l'autre sens, la levée de dégagement passe le ressort d'or sans libérer la roue. Pour la fréquence d'alternances, la formule (5.2) s'applique quand même, car ici aussi une dent passe par oscillation.

Dans l'échappement à cylindre, la roue agit sans ancre directement sur l'axe du balancier, un cylindre creux entaillé. La dent repose alternativement à l'extérieur et à l'intérieur de la paroi du cylindre ; le balancier n'oscille jamais librement.

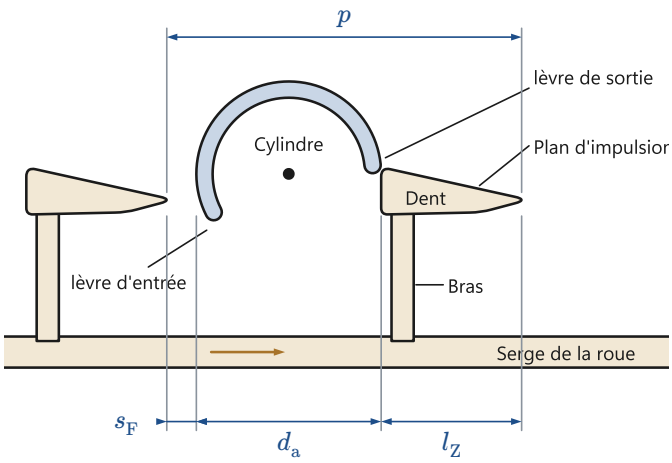


Fig. 5.12 Échappement à cylindre avec cercle primitif développé, à l'instant où la dent de droite quitte le cylindre : le pas p se compose de la chute, du diamètre du cylindre et de la longueur de dent

Échappement à cylindre : pas, longueur de dent et cylindre

(5.22) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} \approx l_Z + d_a + s_F$$

TRANSFORMÉE $$d_a \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F$$

À gauche figure le pas p de la roue à la périphérie. Entre deux dents doit trouver place le cylindre avec son diamètre extérieur, plus la chute extérieure. Dans le cylindre doit trouver place la dent : le diamètre intérieur dépasse la longueur de la dent de la chute intérieure.

Validité : cercle primitif considéré comme un segment droit (arc au lieu de corde).

R	Rayon (de la roue d'échappement ; roue de cylindre, jusqu'aux pointes des dents)	mm
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
l_Z	Longueur d'une dent	mm
d_a	Diamètre extérieur du cylindre	mm
s_F	Chute exprimée en chemin (chute extérieure)	mm

EXEMPLE Une roue de cylindre de 15 dents a un rayon de 2,50 mm, les dents mesurent 0,45 mm, la chute extérieure doit être de 0,05 mm. Quel diamètre extérieur le cylindre peut-il avoir ?

Données : $R = 2{,}50\,\mathrm{mm}$; $z = 15$; $l_Z = 0{,}45\,\mathrm{mm}$; $s_F = 0{,}05\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_a &\approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 2{,}50\,\mathrm{mm}}{15} - 0{,}45\,\mathrm{mm} - 0{,}05\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}047\,\mathrm{mm} - 0{,}45\,\mathrm{mm} - 0{,}05\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}55\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le cylindre peut mesurer 0,55 mm à l'extérieur. Avec une paroi de 0,04 mm, il reste 0,47 mm à l'intérieur, soit 0,02 mm de chute intérieure.

6 Contrôle de la marche et mesure

C'est la mesure qui décide si une montre marche bien. Deux notions portent tout le chapitre : l'état indique de combien la montre s'écarte de l'heure exacte ; la marche indique à quelle vitesse l'état varie. On lit l'état ; on en calcule la marche, ou on la mesure en moins d'une minute au chronocomparateur.

Le chronocomparateur fournit en outre l'amplitude et le défaut de repère. On mesure dans plusieurs positions et à différents états d'armage, car seules les différences montrent où se trouve un défaut. Dans ce chapitre, S désigne l'état et D la différence vertical–horizontal.

6.1 État et marche

L'état est un intervalle de temps en secondes, la marche une variation d'état par jour. Pour les deux vaut la même règle de signe : plus signifie que la montre est en avance ou qu'elle avance.

État

(6.1) COMPAGNON

$$S = t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}}$$

L'état est l'indication de la montre moins l'heure exacte. Une horloge radio-pilotée ou un signal horaire sert de référence.

Validité : les deux heures lues au même instant.

S	État (+ signifie : la montre est en avance)	s
t_{U}	Indication de la montre	s
t_{N}	Heure de référence (heure exacte au même instant)	s

EXEMPLE Au signal horaire de la minute pleine, l'aiguille des secondes de la montre est déjà sur 12 s.

Données : $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{s}$; $t_{\mathrm{N}} = 0\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} S &= t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}} \\ &= 12\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s} \\ &= 12\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

La montre est en avance de 12 s, son état est de +12 s.

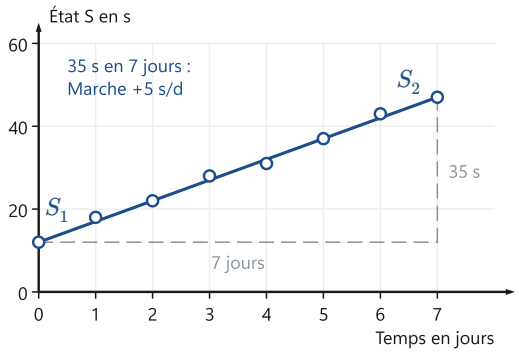


Fig. 6.1 État en fonction du temps : la marche est la pente de la droite passant par les états lus

Marche à partir de deux états

(6.2) COMPAGNON

$$G = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

La marche est la variation d'état par jour. Dans le diagramme état-temps, elle est la pente de la droite.

Validité : marche moyenne entre les deux lectures ; la montre n'est pas remise à l'heure entre-temps.

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
S_2	État à la deuxième lecture	s
S_1	État à la première lecture	s
t_2	Instant de la deuxième lecture	d
t_1	Instant de la première lecture	d

Bon à savoir : Plus l'intervalle est long, plus la marche est précise : l'erreur de lecture se répartit sur plus de jours (section 6.7).

EXEMPLE Au jour 0, la montre est en avance de 12 s, au jour 7 de 47 s. Quelle est sa marche ?

Données : $S_2 = 47\,\mathrm{s}$; $S_1 = 12\,\mathrm{s}$; $t_2 = 7\,\mathrm{d}$; $t_1 = 0\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{47\,\mathrm{s} - 12\,\mathrm{s}}{7\,\mathrm{d} - 0\,\mathrm{d}} \\ &= 5{,}0\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

La montre avance de 5 s par jour.

Variation d'état sur une durée de fonctionnement

(6.3) COMPAGNON

$$\Delta S = G \cdot t$$

TRANSFORMÉE $t = \dfrac{\Delta S}{G}$

À marche constante, l'état croît régulièrement. On extrapole ainsi une marche au mois ou à l'année, ou inversement on ramène une indication en secondes par mois au jour.

Validité : marche constante sur toute la durée de fonctionnement.

ΔS	Variation d'état (+ signifie : la montre a gagné)	s
G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
t	Temps (durée de fonctionnement)	d

EXEMPLE Une montre à quartz avance de 0,5 s par jour. Combien gagne-t-elle en un mois de 30 jours ?

Données : $G = 0{,}5\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $t = 30\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} \Delta S &= G \cdot t \\ &= 0{,}5\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \cdot 30\,\mathrm{d} \\ &= 15\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

15 s par mois, une valeur usuelle pour une montre à quartz simple. Sur l'année, ce serait environ 3 min.

Marche moyenne

(6.4) COMPAGNON

$$\bar{G} = \frac{\sum G_i}{n}$$

Sur plusieurs jours, la marche diurne moyenne est aussi la variation d'état totale divisée par le nombre de jours. Moyennée sur plusieurs positions, elle indique comment la montre est réglée.

Validité : toutes les marches individuelles mesurées sur des durées égales ; tenir compte du signe.

$\bar{G}$	marche moyenne (sur des jours ou des positions)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum G_i$	Somme des marches individuelles, avec signe	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Nombre (de marches individuelles)	1

EXEMPLE Sur cinq jours, on détermine les marches +6, +4, +7, +3 et +5 secondes par jour. La somme est de +25 secondes par jour.

Données : $\sum G_i = 25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad n = 5$

$$\begin{aligned}\bar{G} &= \frac{\sum G_i}{n} \\ &= \frac{25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{5} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

En moyenne +5 s par jour. En cinq jours, la montre a gagné 25 s.

Conversion de la marche

Marche en $\frac{\text{s}}{\text{d}}$	Secondes par mois (30 jours)	Secondes par an (365 jours)	ppm
0,1	3	36,5	1,16
0,5	15	182,5	5,79
1	30	365	11,6
5	150	1825	57,9
10	300	3650	116
30	900	10 950	347

ppm signifie millionièmes. 1 s par jour est une erreur de 1 sur 86 400, soit 11,6 ppm (section XL 1.1).

Marche à partir de l'écart de la fréquence d'alternances

(6.5) COMPAGNON

$$G = \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$$

Toute montre compte des oscillations. Si l'organe réglant oscille trop vite d'une fraction, la montre avance de la même fraction. Avec des fréquences au lieu des fréquences d'alternances, la formule figure à la section 3.4, pour le quartz à la section 7.2.

Validité : fréquence d'alternances moyennée sur la durée de mesure.

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n_{ist}	fréquence d'alternances mesurée	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$
n_{soll}	fréquence de consigne	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 alternances par heure fait 28 803 alternances en une heure.

Données : $n_{\text{ist}} = 28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$; $\quad n_{\text{soll}} = 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$

$$\begin{aligned}G &= \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}} - 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}}{28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 9{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

La montre avance de 9 s par jour. Trois alternances de trop par heure font sur le cadran trois huitièmes de seconde, par jour 24 fois plus.

À retenir : L'état est une situation, la marche une variation. Plus signifie pour les deux : la montre est en avance.

6.2 Chronocomparateur

Le chronocomparateur écoute les alternances de la montre avec un microphone et compare leur succession à une fréquence de quartz. À partir d'une durée de mesure de moins d'une minute, il calcule la marche, le défaut de repère et l'amplitude. Les trois valeurs découlent de temps mesurés.

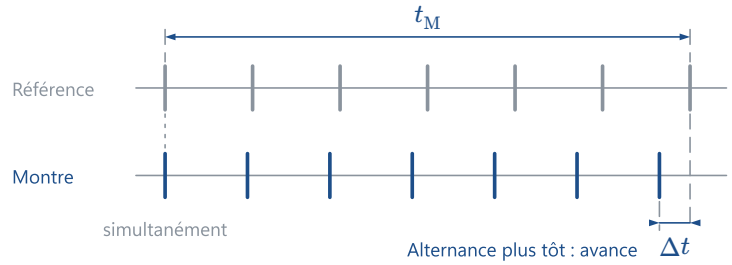


Fig. 6.2 Principe du chronocomparateur : pendant la durée de mesure t_M, les alternances de la montre se décalent de Δt par rapport à la fréquence de référence

Marche à partir du décalage temporel des alternances

(6.6) MAÎTRE

$$G = \frac{\Delta t}{t_M} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$

TRANSFORMÉE $$\Delta t = \frac{G \cdot t_M}{86\,400\ \frac{s}{d}}$$

Si chaque alternance arrive un peu plus tôt que ne le prévoit la fréquence de référence, l'avance s'additionne. De l'avance et de la durée de mesure découle la marche. Dans le diagramme du chronocomparateur, elle est la pente de la ligne de points.

Validité : marche régulière pendant la durée de mesure ; moyennée sur tic et tac, afin que le défaut de repère n'entre pas dans la marche.

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{s}{d}$
Δt	Décalage temporel des alternances par rapport à la fréquence de référence pendant la durée de mesure (+ signifie : les alternances arrivent plus tôt)	ms
t_M	Durée de mesure	s

Attention : L'intervalle entre les alternances varie d'une alternance à l'autre, surtout à cause des dents de la roue d'échappement et des engrènements du rouage. Quelques secondes ne suffisent donc pas pour une conclusion à 1 s par jour près ; on mesure usuellement 10 s à 60 s, davantage si l'image est agitée.

EXEMPLE En 30 s de mesure, les alternances d'une montre avancent de 2,0 ms par rapport à la fréquence de référence.

Données : $\Delta t = 2{,}0\,\text{ms}; \quad t_M = 30\,\text{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta t}{t_M} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d} \\ &= \frac{2{,}0\,\text{ms}}{30\,\text{s}} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d} \\ &= 5{,}76\ \frac{s}{d} \end{aligned}$$

La montre avance de 5,76 s par jour. Le chronocomparateur affiche, arrondi, +5,8.

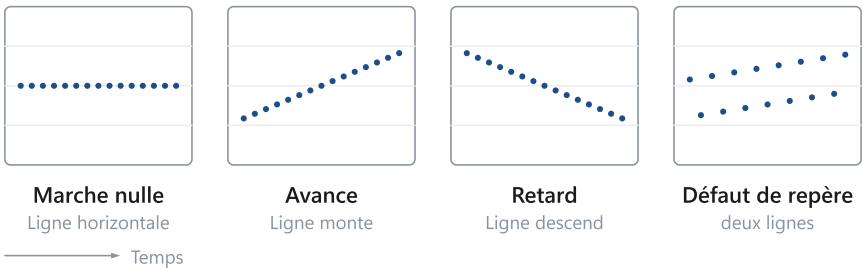


Fig. 6.3 Diagramme du chronocomparateur : la pente de la ligne de points indique la marche, l'écart entre deux lignes le défaut de repère

Décalage temporel des alternances pour une marche de 1 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Durée de mesure	Décalage temporel
2 s	23 µs
4 s	46 µs
10 s	116 µs
30 s	347 µs
60 s	694 µs

Pour comparaison : à 28 800 alternances par heure, deux alternances sont distantes de 125 000 µs.

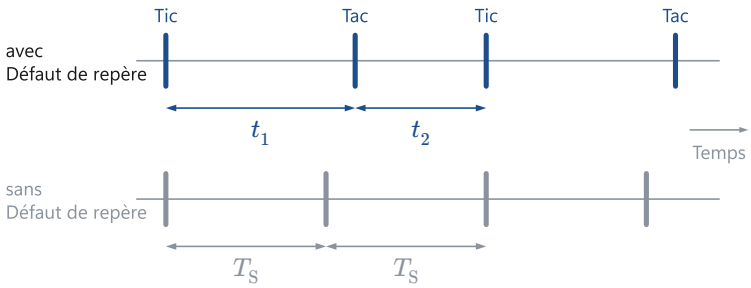


Fig. 6.4 Défaut de repère : de tic à tac s'écoule plus de temps que de tac à tic ; T_S est la durée de l'alternance sans défaut de repère

Défaut de repère

(6.7) COMPAGNON

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$

t_A	Défaut de repère	ms
t_1	Durée d'une alternance (tic à tac)	ms
t_2	Durée de l'alternance suivante (tac à tic)	ms

Si le balancier au repos ne se trouve pas exactement au milieu de l'échappement, tic et tac se suivent à intervalles inégaux. Le défaut de repère est l'écart de chaque intervalle par rapport à la moyenne, donc la moitié de la différence des deux intervalles. La section 5.4 montre comment le défaut de repère naît dans l'échappement.

Validité : temps mesurés chaque fois du premier bruit d'une alternance au premier bruit de la suivante ; affichage en valeur absolue.

Bon à savoir : Valeurs indicatives : les fabricants de mouvements admettent le plus souvent, mouvement entièrement armé en position cadran haut, au plus 0,6 ms à 0,8 ms (ETA 2892A2 et ETA 7750 : 0,6 ms ; Sellita SW200 selon le niveau de qualité 0,8 ms ou 0,6 ms). À partir d'environ 1 ms, il faut dans tous les cas corriger le repère. L'indication du fabricant du mouvement fait foi. Un grand défaut de repère gêne le démarrage spontané de la montre.

EXEMPLE Sur un mouvement à 28 800 alternances par heure, le chronocomparateur mesure 125,6 ms de tic à tac et 124,4 ms de tac à tic.

Données : $t_1 = 125{,}6\,\text{ms}$; $t_2 = 124{,}4\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} t_A &= \frac{|t_1 - t_2|}{2} \\ &= \frac{|125{,}6\,\text{ms} - 124{,}4\,\text{ms}|}{2} \\ &= 0{,}6\,\text{ms} \end{aligned}$$

0,6 ms : un intervalle est plus long de 0,6 ms, l'autre plus court de 0,6 ms que la durée de consigne de l'alternance de 125 ms. Dans le diagramme, deux lignes courent côte à côte.

Défaut de repère exprimé en angle

(6.8) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\varepsilon \approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_A$$

ε	Angle (entre la position d'équilibre du balancier et le milieu de l'échappement)	°
f	Fréquence (du balancier ; oscillations complètes par seconde ; 28 800 alternances par heure correspondent à 4 Hz)	Hz
A	Amplitude (de la position d'équilibre au point mort)	°
t_A	Défaut de repère	ms

Le même décalage de la position d'équilibre se traduit, à faible amplitude, par un défaut de repère plus grand en millisecondes, car le balancier traverse alors le milieu plus lentement. On compare donc les défauts de repère à amplitude égale.

Validité : décalage petit devant l'amplitude ; oscillation sinusoïdale.

EXEMPLE Une montre à 28 800 alternances par heure présente, à 270° d'amplitude, un défaut de repère de 0,6 ms.

Données : $f = 4\,\text{Hz}$; $A = 270^\circ$; $t_A = 0{,}6\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} \varepsilon &\approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_A \\ &= \pi \cdot 4\,\text{Hz} \cdot 270^\circ \cdot 0{,}6\,\text{ms} \\ &\approx 2{,}0^\circ \end{aligned}$$

La position d'équilibre du balancier se trouve à environ 2° du milieu. C'est de cet angle qu'il faut tourner la virole ou le porte-piton mobile. À 180° d'amplitude, la même montre afficherait 0,9 ms.

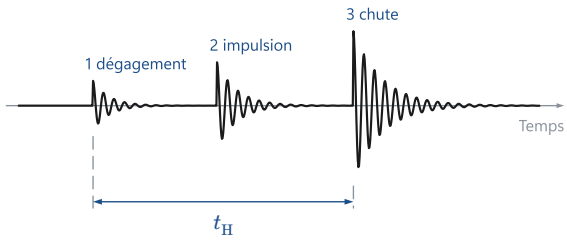


Fig. 6.5 Bruit d'une alternance de l'échappement à ancre : le temps de levée t_H va de la première à la troisième impulsion

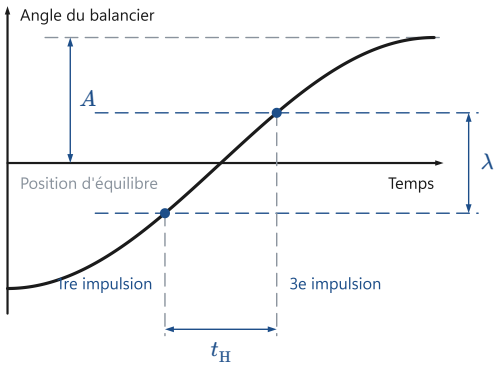


Fig. 6.6 Le balancier parcourt l'angle de levée λ de part et d'autre de la position d'équilibre pendant le temps de levée t_H (angle agrandi)

Amplitude à partir de l'angle de levée et du temps de levée

(6.9) MAÎTRE

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_H\right)}$$

TRANSFORMÉE $$t_H = \frac{\arcsin\left(\frac{\lambda}{2 \cdot A}\right)}{\pi \cdot f}$$

Le balancier parcourt l'angle de levée d'autant plus vite que son amplitude est grande. Le chronocomparateur mesure le temps de levée entre le premier et le troisième bruit d'une alternance et en calcule l'amplitude.

Validité : oscillation sinusoïdale, angle de levée symétrique par rapport à la position d'équilibre. Le produit $\pi \cdot f \cdot t_H$ est un angle en radians ; la calculatrice doit être réglée en rad pour le sinus.

A	Amplitude (de la position d'équilibre au point mort)	°
λ	Angle de levée (du balancier ; indication du fabricant, réglée sur le chronocomparateur)	°
f	Fréquence (du balancier ; oscillations complètes par seconde ; 28 800 alternances par heure correspondent à 4 Hz)	Hz
t_H	Temps de levée (du premier au troisième bruit d'une alternance)	ms

Bon à savoir : Démonstration : le balancier oscille selon $\varphi = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$. L'angle de levée est symétrique par rapport à la position d'équilibre, le balancier atteint donc la moitié de l'angle de levée après la moitié du temps de levée : $\frac{\lambda}{2} = A \cdot \sin(\pi \cdot f \cdot t_H)$.

Bon à savoir : Pour les amplitudes usuelles, l'approximation $A \approx \frac{\lambda}{2\pi \cdot f \cdot t_H}$ suffit. Dans l'exemple, elle donne 268,7°, soit 0,4° de moins.

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 alternances par heure a un angle de levée de 52°. Le chronocomparateur mesure un temps de levée de 7,7 ms.

Données : $\lambda = 52°$; $f = 4\,\text{Hz}$; $t_H = 7{,}7\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_H\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot 4\,\text{Hz} \cdot 7{,}7\,\text{ms}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin(0{,}0968)} \\ &\approx 269° \end{aligned}$$

Le balancier oscille avec environ 269°. À 300°, le temps de levée serait tombé à 6,9 ms.

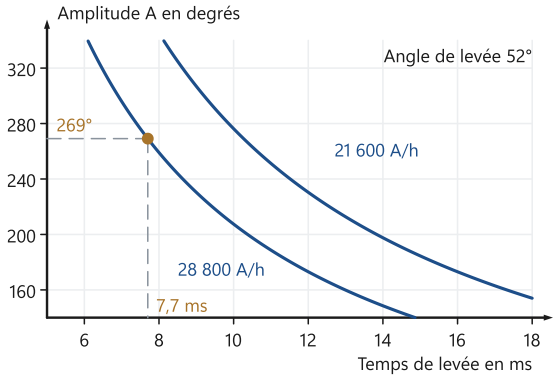


Fig. 6.7 Amplitude en fonction du temps de levée pour un angle de levée de 52° : plus le temps de levée est court, plus l'amplitude est grande

Temps de levée en ms pour un angle de levée de 52°

Amplitude	28 800 A/h (4 Hz)	21 600 A/h (3 Hz)	18 000 A/h (2,5 Hz)
200°	10,4	13,8	16,6
220°	9,4	12,6	15,1
240°	8,6	11,5	13,8
260°	8,0	10,6	12,8
280°	7,4	9,9	11,8
300°	6,9	9,2	11,0
320°	6,5	8,6	10,4

Calculé avec la formule transformée. Entre 280° et 300°, le temps de levée ne varie à 4 Hz que de 0,5 ms : le chronocomparateur doit le mesurer au centième de milliseconde près.

Amplitude avec un angle de levée mal réglé

(6.10) MAÎTRE

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z}$$

A	Amplitude (valeur réelle)	°
A_Z	amplitude affichée par le chronocomparateur	°
λ	Angle de levée (du balancier ; valeur réelle du mouvement)	°
λ_Z	angle de levée réglé sur le chronocomparateur	°

Le chronocomparateur ne mesure que le temps de levée ; l'angle de levée doit lui être indiqué. S'il est mal réglé, l'amplitude affichée est fausse dans la même proportion : 4 % d'angle de levée en trop donnent 4 % d'amplitude en trop. Pour les erreurs, on a $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$.

Validité : découle de la formule de l'amplitude : à temps de levée égal, l'amplitude est proportionnelle à l'angle de levée.

Attention : Si l'angle de levée est inconnu, contrôler l'amplitude sur le balancier. Un balancier à deux bras montre à 180° d'amplitude, aux points morts, la même image qu'à la position d'équilibre ; à 270°, les bras se trouvent dans la même position aux deux points morts, perpendiculaires à la position d'équilibre. Régler l'angle de levée sur le chronocomparateur de façon que l'affichage concorde.

EXEMPLE Le chronocomparateur est réglé sur 52° et affiche 280°. Le mouvement a cependant un angle de levée de 50°.

Données : $A_Z = 280°$; $\lambda = 50°$; $\lambda_Z = 52°$

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z} = \frac{280° \cdot 50°}{52°} \approx 269°$$

Le balancier n'oscille qu'avec environ 269°. Chaque degré d'erreur sur l'angle de levée représente ici plus de 5° d'amplitude.

Angles de levée usuels (valeurs indicatives)

Échappement et époque de construction	Angle de levée du balancier
Échappement à ancre suisse, mouvements de montres-bracelets récents	le plus souvent 49° … 53°
Échappement à ancre suisse, mouvements anciens de montres-bracelets et de poche	souvent plus petit, environ 38° … 46°
Échappement Co-Axial	environ 30° … 38°

L'angle de levée est une grandeur de construction du calibre. La fiche technique du fabricant fait foi ; à défaut, le contrôle visuel sur le balancier aide. Exemples : ETA 2824-2 50°, ETA 2892A2 51°, ETA 7750 49°, Sellita SW200 50°, ETA 6497-1 44°.

À retenir : Le chronocomparateur mesure des temps. La marche, le défaut de repère et l'amplitude en sont calculés, et l'amplitude n'est juste qu'avec l'angle de levée correct.

6.3 Positions et indicateurs

Une montre ne marche pas de la même façon dans toutes les positions : le frottement des pivots, le balourd du balancier et le spiral agissent différemment selon la position. On contrôle donc dans jusqu'à six positions, une fois entièrement armée et une fois après 24 heures de marche.

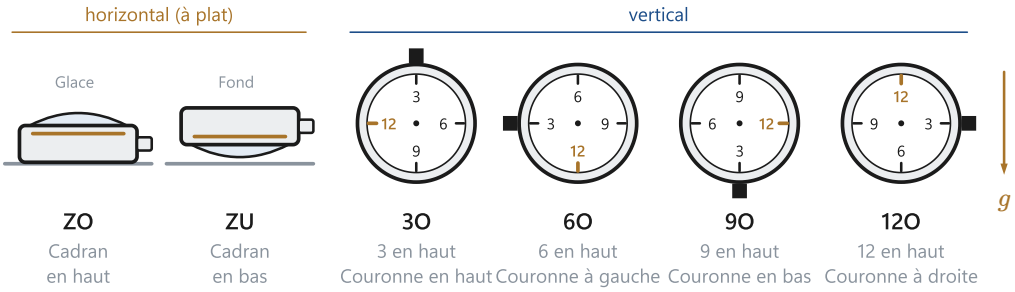


Fig. 6.8 Les six positions de contrôle d'une montre-bracelet avec la couronne à 3 h

Les six positions de contrôle et leurs abréviations

Position	allemand	international	Couronne de la montre-bracelet
Cadran haut	ZO	CH	horizontale
Cadran bas	ZU	FH (aussi CB)	horizontale
3 en haut	3O	3H	en haut
6 en haut	6O	6H	à gauche
9 en haut	9O	9H	en bas
12 en haut	12O	12H	à droite

Les abréviations indiquent ce qui est en haut. Au niveau international, les abréviations françaises sont usuelles : H pour haut, C pour cadran, F pour fond, B pour bas. En anglais, les positions horizontales s'appellent DU (dial up) et DD (dial down). Les indications relatives à la couronne valent pour les montres-bracelets avec la couronne à 3 h ; sur les montres de poche, elle se trouve à 12 h.

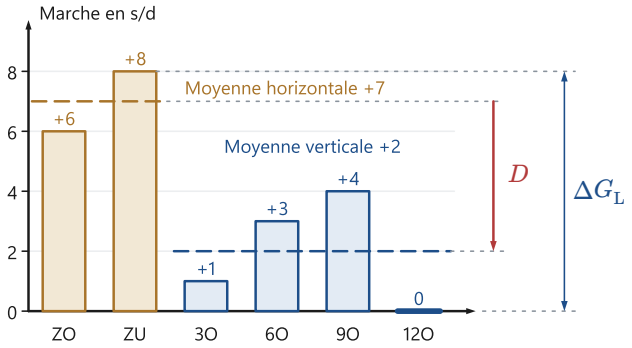


Fig. 6.9 Marches dans six positions : écart maximal entre positions ΔG_{L} et différence vertical–horizontal D

Écart maximal entre positions

(6.11) COMPAGNON

$$\Delta G_{\mathrm{L}} = G_{\max} - G_{\min}$$

L'écart maximal entre positions est la mesure la plus simple de la qualité du réglage : plus il est petit, moins la marche dépend de la façon dont la montre est portée et posée.

Validité : toutes les positions mesurées au même état d'armage et à la même température.

ΔG_{L}	écart maximal entre positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\max}$	plus grande marche de toutes les positions (avec signe)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\min}$	plus petite marche de toutes les positions (avec signe)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE Entièrement armée, une montre indique : ZO +6, ZU +8, 3O +1, 6O +3, 9O +4 et 12O 0 seconde par jour.

Données : $G_{\max} = 8\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\min} = 0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G_{\mathrm{L}} &= G_{\max} - G_{\min} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

8 s par jour entre la position la plus rapide (cadran bas) et la plus lente (12 en haut). La marche moyenne des six positions est de +3,7 s par jour.

Différence vertical–horizontal

(6.12) MAÎTRE

$$D = G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}}$$

On fait la moyenne des positions verticales et on la compare à la moyenne des positions horizontales. Un résultat négatif signifie : la montre marche plus lentement verticalement qu'horizontalement.

Validité : même état d'armage dans toutes les positions. Le contrôle des chronomètres ne forme D qu'avec deux positions, 6 en haut et cadran haut (section 6.4).

D	Différence vertical–horizontal (+ signifie : marche verticale plus grande qu'horizontale)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{h}	marche moyenne des positions verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{f}	marche moyenne des positions horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Bon à savoir : Dans la moyenne des quatre positions verticales, l'influence d'un balourd du balancier s'annule en grande partie. Ce qui reste provient de l'amplitude plus faible et de l'appui différent des pivots. Le balourd se manifeste dans les différences entre les positions verticales (section 3.3).

EXEMPLE La montre de l'exemple précédent : moyenne des quatre positions verticales +2,0, moyenne des deux positions horizontales +7,0 secondes par jour.

Données : $G_{\mathrm{h}} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\mathrm{f}} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}D &= G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -5{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Verticalement, la montre marche 5 s par jour plus lentement qu'horizontalement. Verticalement, l'amplitude est plus faible ; la montre perd donc à faible amplitude, signe d'un défaut d'isochronisme (section 3.7).

Ce que montrent les écarts entre positions (guide pour la recherche de défauts)

Observation	cause fréquente
cadran haut et cadran bas différents	bouts de pivots ou contre-pivots, huile, spiral pas plat ou qui frotte
verticalement plus lente ou plus rapide qu'horizontalement	défaut d'isochronisme : ébat du spiral entre les goupilles de raquette, forme du spiral, échappement
positions verticales différentes entre elles	balourd du balancier, spiral non concentrique
amplitude verticale bien plus faible qu'horizontale	frottement aux pivots du balancier : pivots, pierres percées, huile

Le tableau donne des indices, pas des diagnostics certains ; souvent plusieurs causes agissent ensemble.

Marche au porter à partir de deux groupes de positions

(6.13) APPROFONDISSEMENT

$$G_{\mathrm{T}} = a \cdot G_{\mathrm{f}} + (1 - a) \cdot G_{\mathrm{h}}$$

Au poignet et sur la table de nuit, les positions changent. La marche au porter se situe entre la moyenne horizontale et la moyenne verticale, selon la part de temps.

Validité : modèle simplifié à deux groupes de positions ; la température au poignet, le mouvement et l'état d'armage ne sont pas pris en compte.

G_{T}	marche au porter attendue	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
a	part de temps des positions horizontales	1
G_{f}	marche moyenne des positions horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{h}	marche moyenne des positions verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE La montre des exemples précédents est posée à plat la nuit et par moments le jour, au total 40 % du temps.

Données : $a = 0{,}4$; $G_{\mathrm{f}} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\mathrm{h}} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} G_{\mathrm{T}} &= a \cdot G_{\mathrm{f}} + (1 - a) \cdot G_{\mathrm{h}} \\ &= 0{,}4 \cdot 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + (1 - 0{,}4) \cdot 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Environ +4 s par jour. Qui pose la montre à plat la nuit la fait ici avancer davantage ; posée verticalement, elle marche plus lentement.

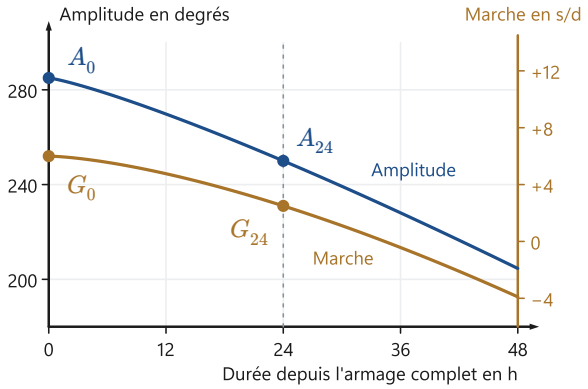


Fig. 6.10 Amplitude et marche en fonction de la durée de fonctionnement (exemple) : des valeurs à 0 h et 24 h découlent la chute d'amplitude et le défaut d'isochronisme

Défaut d'isochronisme à partir de 0 h et 24 h

(6.14) MAÎTRE

$$\Delta G = G_{24} - G_0$$

À mesure que le ressort moteur se désarme, l'amplitude diminue. Si la marche varie alors, l'organe réglant n'est pas isochrone. La formule est la même qu'à la section 3.7, ici avec les deux instants de mesure de l'atelier.

Validité : même position et même température pour les deux mesures.

ΔG	Défaut d'isochronisme (+ signifie : la montre devient plus rapide à mesure que le ressort se désarme)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
G_{24}	Marche après 24 heures de fonctionnement	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
G_0	Marche entièrement armée	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$

EXEMPLE En position cadran haut, une montre entièrement armée avance de 6,0 s par jour, après 24 heures de fonctionnement dans la même position de 2,5 s par jour.

Données : $G_{24} = 2{,}5\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad G_0 = 6{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= G_{24} - G_0 \\ &= 2{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} - 6{,}0\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= -3{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

Après 24 heures, la montre est devenue plus lente de 3,5 s par jour. Si on la remonte chaque jour, sa marche se situe entre les deux valeurs.

Chute d'amplitude en 24 heures

(6.15) COMPAGNON

$$\Delta A = A_0 - A_{24}$$

La chute d'amplitude montre avec quelle régularité le ressort moteur et le rouage fournissent la force au cours de la journée.

Validité : même position pour les deux mesures, angle de levée correctement réglé.

ΔA	Chute d'amplitude	°
A_0	Amplitude entièrement armée	°
A_{24}	Amplitude après 24 heures de fonctionnement	°

EXEMPLE En position cadran haut, le balancier oscille entièrement armé avec 285°, après 24 heures avec 250°.

Données : $A_0 = 285°$; $\quad A_{24} = 250°$

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_0 - A_{24} \\ &= 285° - 250° \\ &= 35°\end{aligned}$$

35° en 24 heures. Plus important que la chute elle-même : l'amplitude doit encore suffire après 24 heures dans les positions verticales aussi ; les fabricants de mouvements indiquent pour cela des valeurs minimales, souvent 190° à 200° en position 6 en haut (ETA 2892A2 et ETA 7750 : 200°).

À retenir : Horizontal contre vertical montre l'influence de l'amplitude, vertical contre vertical le balourd, entièrement armé contre 24 heures l'isochronisme.

6.4 Contrôle des chronomètres

Selon l'ISO 3159, on appelle chronomètre une montre dont le mouvement a été contrôlé par un organisme neutre pendant plusieurs jours dans différentes positions et à différentes températures ; en Suisse, c'est le COSC. Le contrôle dure 15 jours, avec cinq positions et trois températures. Des 15 marches diurnes, on calcule sept critères. D'autres contrôles, par exemple celui du METAS ou selon la DIN 8319, portent sur la montre terminée et exigent en partie davantage.

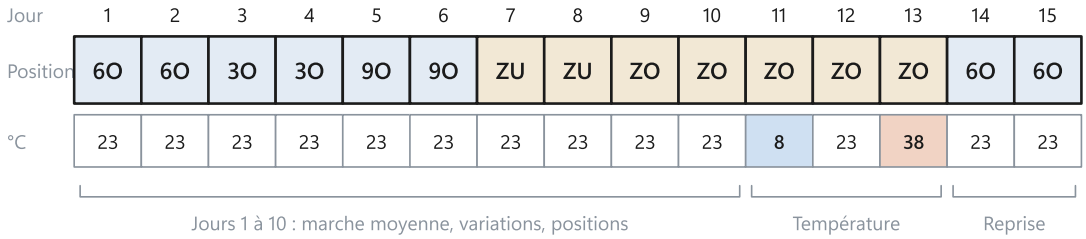


Fig. 6.11 Programme du contrôle des chronomètres selon l'ISO 3159 : position et température pendant les 15 jours d'essai

Les sept critères du contrôle des chronomètres selon l'ISO 3159 (montres de plus de 20 mm de diamètre)

N°	Critère	Calcul à partir des marches diurnes G_1 à G_{15}	Limite selon l'ISO 3159 en $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
1	marche diurne moyenne	$\bar{G} = \frac{1}{10} \cdot (G_1 + G_2 + \cdots + G_{10})$	−4 … +6
2	variation moyenne de la marche	$\frac{1}{5} \cdot (\lvert G_2 - G_1\rvert + \lvert G_4 - G_3\rvert + \cdots + \lvert G_{10} - G_9\rvert)$	au plus 2
3	plus grande variation de la marche	la plus grande des cinq valeurs absolues de la ligne 2	au plus 5
4	Différence vertical–horizontal D	$\frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2) - \frac{1}{2} \cdot (G_9 + G_{10})$	−6 … +8
5	plus grand écart par rapport à la marche moyenne	la plus grande des dix valeurs absolues $\lvert G_i - \bar{G}\rvert$ des jours 1 à 10	au plus 10
6	Coefficient thermique C	$\frac{1}{30\,\mathrm{K}} \cdot (G_{13} - G_{11})$	±0,6 par K
7	Reprise de marche	$G_{15} - \frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2)$	±5

Chacune des sept limites doit être respectée. Pour les montres jusqu'à 20 mm de diamètre, la norme admet des limites un peu plus larges. La norme note les marches diurnes M_i ; ici, comme dans tout le livre, elles sont notées G_i.

Variation moyenne de la marche

(6.16) MAÎTRE

$$\overline{\Delta G} = \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5}$$

Dans chacune des cinq positions, on mesure deux jours consécutifs. Le critère indique dans quelle mesure la montre répète sa marche d'un jour à l'autre.

Validité : selon l'ISO 3159 : jours 1 à 10 à 23 °C ; limite 2 s par jour (montres de plus de 20 mm).

$\overline{\Delta G}$	variation moyenne de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert$	Somme des cinq valeurs absolues : différence des deux marches diurnes par position	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE Dans les cinq positions, les deux marches diurnes diffèrent de 1,0, 0,8, 2,1, 0,7 et 1,4 secondes par jour. La somme est de 6,0 secondes par jour.

Données : $\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\overline{\Delta G} &= \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5} \\ &= \frac{6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 1{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

1,2 s par jour, la limite de 2 s par jour est respectée. La plus grande valeur individuelle, 2,1 s par jour, reste elle aussi sous sa limite de 5 s par jour.

Coefficient thermique dans le contrôle des chronomètres

(6.17) MAÎTRE

$$C = \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}}$$

C	Coefficient thermique de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
G_{38}	Marche à 38 °C (jour 13)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_8	Marche à 8 °C (jour 11)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Les deux marches sont mesurées dans la même position, cadran haut. La forme générale pour des températures d'essai quelconques figure à la section 3.5.

Validité : selon l'ISO 3159 : limite ±0,6 s par jour et par kelvin (montres de plus de 20 mm).

EXEMPLE Une montre avance de 2,4 s par jour à 8 °C et de 7,2 s par jour à 38 °C.

Données : $G_{38} = 7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_8 = 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}} \\ &= \frac{7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{30\,\mathrm{K}} \\ &= 0{,}16\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

+0,16 s par jour et par kelvin : la montre devient plus rapide à la chaleur. La limite de 0,6 est nettement respectée.

Reprise de marche

(6.18) MAÎTRE

$$\Delta G_{\mathrm{W}} = G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

ΔG_{W}	Reprise de marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{15}	Marche au dernier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marche au premier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marche au deuxième jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Le dernier jour, la montre se trouve de nouveau dans la position des deux premiers jours. Le critère montre si, après deux semaines d'essai avec froid et chaleur, la montre retrouve sa marche initiale.

Validité : selon l'ISO 3159 : position 6 en haut à 23 °C ; limite ±5 s par jour (montres de plus de 20 mm).

EXEMPLE La montre de l'exemple sur la variation moyenne de la marche avance les deux premiers jours de 3,0 et 4,0 s par jour, le dernier jour de 4,5 s par jour.

Données : $G_{15} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G_{\mathrm{W}} &= G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 1{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

+1,0 s par jour, bien à l'intérieur de la limite de ±5 s par jour. La montre a presque retrouvé sa marche initiale.

À retenir : Chronomètre signifie : contrôlé 15 jours, dans cinq positions et à trois températures, en moyenne entre −4 et +6 s par jour.

6.5 Étanchéité et pression

À chaque mètre de profondeur, l'eau presse plus fort sur la glace, le fond et les joints. L'indication de pression sur une montre désigne la surpression d'essai. Elle vaut pour la montre neuve et pour une pression statique, dans l'eau ou dans l'air. Les exigences relatives aux montres étanches figurent dans l'ISO 22810.

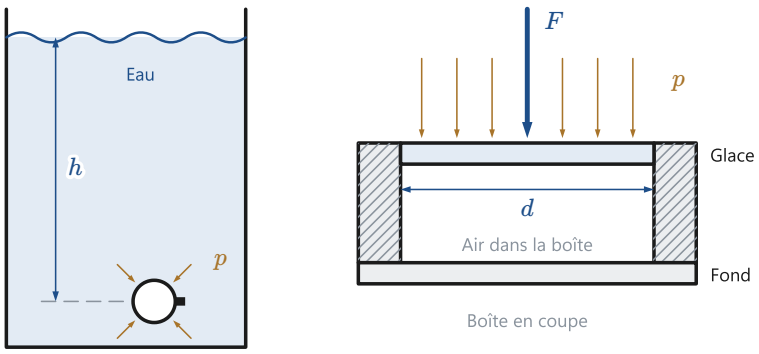


Fig. 6.12 À gauche : la pression de l'eau croît avec la profondeur h. À droite : la pression p charge la glace de diamètre d avec la force F

Pression d'une colonne d'eau

(6.19) COMPAGNON

$$p = \varrho \cdot g \cdot h$$

TRANSFORMÉE $$h = \frac{p}{\varrho \cdot g}$$

La pression croît régulièrement avec la profondeur, en eau douce d'un peu moins de 1 bar par 10 m.

Validité : eau au repos. L'eau douce a $1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, l'eau de mer environ $1025\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

p	Pression (surpression par rapport à la surface de l'eau)	bar
ϱ	Masse volumique (de l'eau)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Hauteur (de la colonne d'eau au-dessus de la montre, donc la profondeur de plongée)	m

EXEMPLE Quelle surpression règne à 100 m de profondeur en eau douce ?

Données : $\varrho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 100\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} p &= \varrho \cdot g \cdot h \\ &= 1000\ \tfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100\,\mathrm{m} \\ &= 981\,000\,\mathrm{Pa} \\ &= 9{,}81\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

9,81 bar, arrondi 10 bar. D'où la règle empirique : 10 m de colonne d'eau correspondent à 1 bar.

Force de pression sur la glace ou le fond

(6.20) COMPAGNON

$$F = \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4}$$

F	Force (sur la surface pressée)	N
p	Pression (surpression extérieure par rapport à l'intérieur)	bar
d	Diamètre (de la surface pressée, ici de la glace)	mm

La force est la pression multipliée par la surface (section XL 2.2), ici avec l'aire du disque écrite en entier. Elle croît avec le carré du diamètre : les grandes montres demandent des glaces plus épaisses et des fonds plus rigides.

Validité : pression uniforme sur une surface circulaire ; $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

EXEMPLE Une montre de plongée est contrôlée à 30 bar. La glace a 28 mm de diamètre. Avec quelle force est-elle chargée ?

Données : $p = 30\,\mathrm{bar}; \quad d = 28\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{30\,\mathrm{bar} \cdot \pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &= 3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 784\,\mathrm{mm}^2}{4} \\ &\approx 1847\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Environ 1850 N, autant que le poids de 188 kg. Cette force presse la glace dans son joint et la bombe vers l'intérieur. L'exemple pour 10 bar figure à la formule (XL 2.11).

Le contrôle se fait le plus souvent à sec : l'appareil place la montre dans une chambre en surpression ou en dépression et palpe la déformation de la boîte. Une boîte étanche est comprimée ou bombée et le reste tant que la pression est maintenue. Si elle fuit, la pression s'équilibre entre l'intérieur et l'extérieur et la déformation disparaît. Lors du contrôle dans l'eau, la montre est d'abord mise sous pression au-dessus de l'eau, puis immergée, et la pression est relâchée ; d'une montre non étanche montent des bulles d'air.

Pression dynamique lors d'un mouvement dans l'eau

(6.21) APPROFONDISSEMENT

$$p_{\mathrm{dyn}} = \frac{\varrho \cdot v^2}{2}$$

p_{dyn}	Pression dynamique (pression supplémentaire due à l'écoulement)	bar
ϱ	Masse volumique (de l'eau)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
v	Vitesse (de la montre par rapport à l'eau)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Lorsque la montre se déplace dans l'eau, la pression dynamique s'ajoute à la pression de la profondeur. Elle reste faible.

Validité : écoulement uniforme ; l'eau est entièrement freinée sur la montre. C'est la plus grande pression que produit un mouvement uniforme ; le choc lors de l'impact sur la surface de l'eau n'est pas pris en compte.

EXEMPLE Lors d'un mouvement très rapide du bras, le poignet traverse l'eau à 5 m par seconde.

Données : $\varrho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}; \quad v = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{dyn}} &= \frac{\varrho \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2} \\ &= 12\,500\,\mathrm{Pa} \\ &= 0{,}125\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

0,125 bar, autant que 1,3 m de profondeur en plus. Les mouvements de nage n'augmentent donc guère la pression. Si une montre prend l'eau, cela tient le plus souvent à des joints vieillis, à des variations de température ou à la couronne et aux poussoirs actionnés sous l'eau.

À retenir : 10 m de colonne d'eau font environ 1 bar. La force sur la glace est la pression multipliée par la surface.

6.6 Magnétisme et chocs

Les champs magnétiques et les chocs sont les perturbations les plus fréquentes au quotidien. Des normes fixent ce qu'une montre doit supporter pour être dite antimagnétique ou antichoc : l'ISO 764 exige un champ de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$, l'ISO 1413 un choc équivalant à une chute d'une hauteur de 1 m.

Induction et champ magnétique dans l'air

(6.22) MAÎTRE

$$B = \mu_0 \cdot H$$

Les normes indiquent l'intensité du champ H, les aimants et les appareils de mesure le plus souvent l'induction B en millitesla ou en gauss. Dans l'air, les deux sont liées de façon fixe : 1 mT correspond à $796\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ et à 10 gauss.

B	induction magnétique ($1\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} = 1\ \mathrm{T} = 10\,000\ \mathrm{G}$)	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}}$
μ_0	constante magnétique	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$
H	champ magnétique (intensité)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

Validité : dans l'air et dans les matériaux non magnétiques.

EXEMPLE À quelle induction correspond le champ de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ qu'une montre antimagnétique doit supporter selon l'ISO 764 ?

Données : $\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$; $H = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot H \\ &= 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}} \cdot 4800\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \\ &\approx 6{,}03 \cdot 10^{-3}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} \end{aligned}$$

6,03 mT ou 60 gauss. Un petit aimant permanent, par exemple dans le fermoir d'un sac ou dans un haut-parleur, est à sa surface bien plus fort.

Conversion des champs magnétiques dans l'air

Champ magnétique en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Induction en mT	Induction en gauss	Exemple
40	0,05	0,5	champ magnétique terrestre (ordre de grandeur)
796	1	10	valeur de conversion
4800	6,03	60,3	champ d'essai pour montres antimagnétiques selon l'ISO 764
79 600	100	1000	tout près de petits aimants permanents (ordre de grandeur)

Le gauss est une unité ancienne : 1 G = 0,1 mT. Les exemples, hormis la valeur normalisée, sont des ordres de grandeur.

Vitesse d'impact lors d'une chute

(6.23) MAÎTRE

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

v	Vitesse (à l'impact)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Hauteur (de chute)	m

Le contrôle de résistance aux chocs selon l'ISO 1413 reproduit la chute d'une montre d'une hauteur de 1 m sur un plancher en bois. La formule donne la vitesse avec laquelle la montre touche le sol.

Validité : chute libre sans résistance de l'air.

EXEMPLE Une montre tombe de l'établi, 1 m plus bas, sur le sol.

Données : $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\,\mathrm{m}} \\ &\approx 4{,}43\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

$4{,}43\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit environ 16 km par heure. C'est à cette vitesse que le marteau frappe la montre lors du contrôle de résistance aux chocs.

6.7 Erreur de lecture et dispersion

Toute mesure présente une dispersion. La moyenne, l'étendue et l'écart type d'une série de mesures figurent à la section XL 12.1 ; l'exemple y est une série de valeurs de marche. Pour le chronocomparateur, cela signifie par exemple : si dix mesures dans la même position se dispersent avec un écart type de 0,6 s par jour, leur moyenne est sûre à environ 0,2 s par jour près selon la formule (XL 12.4). Pour la marche déduite de deux états lus, l'erreur de lecture s'y ajoute.

Erreur sur la marche due à la lecture

(6.24) MAÎTRE

$$u_G = \frac{2 \cdot u_S}{t}$$

u_G	plus grande erreur sur la marche due à la lecture	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
u_S	plus grande erreur de lecture d'un état	s
t	Temps (durée de fonctionnement entre les deux lectures)	d

Deux lectures entrent dans la marche. Dans le cas le plus défavorable, leurs erreurs s'additionnent ; divisées par la durée de fonctionnement, elles donnent la plus grande erreur sur la marche.

Validité : erreur maximale ; la montre fonctionne sans perturbation entre les lectures.

EXEMPLE L'état peut se lire sur l'aiguille des secondes à 0,5 s près. Entre les deux lectures s'écoulent 10 jours.

Données : $u_S = 0{,}5\,\mathrm{s}$; $t = 10\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} u_G &= \frac{2 \cdot u_S}{t} \\ &= \frac{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}10\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Après dix jours, la marche est sûre à 0,1 s par jour près, après un jour seulement à 1 s par jour près. Qui a besoin plus vite d'un résultat précis prend le chronocomparateur.

À retenir : Mesurer plus longtemps apporte davantage que lire plus précisément : une durée double divise par deux l'erreur de lecture sur la marche.

7 Montre à quartz et pile

La montre à quartz remplace le ressort moteur, l'échappement et le balancier par une pile, un circuit intégré et un quartz. Pour la contrôler et la réparer, il ne faut que peu d'électrotechnique : la loi d'Ohm, la puissance et la charge, ainsi que le comportement de la pile, du condensateur et de la bobine.

Sur cette base reposent les formules de la montre elle-même : autonomie de la pile, division de fréquence, marche et comportement thermique du quartz, consommation du moteur pas à pas. Dans ce chapitre, U désigne la tension, A la section du conducteur, P la puissance et C la capacité.

7.1 Pile

La capacité d'une pile est la charge qu'on peut en tirer, indiquée en milliampères-heures (mAh). Elle n'a en commun avec la capacité du condensateur que le nom. Avec la consommation du mouvement, elle donne l'autonomie.

Autonomie à partir de la capacité et de la consommation

(7.1) COMPAGNON

$$t = \frac{C_\mathrm{N}}{I}$$

TRANSFORMÉE $I = \dfrac{C_\mathrm{N}}{t}$

t	Temps (autonomie de la pile)	h
C_N	Capacité nominale de la pile (charge disponible)	mAh
I	Intensité du courant (consommation moyenne du mouvement)	mA

La capacité divisée par le courant donne l'autonomie. Inversement, la formule montre quelle consommation un mouvement peut avoir au plus pour que la pile tienne la durée promise.

Validité : consommation moyenne constante ; autodécharge non prise en compte. Introduire des unités cohérentes : mAh et mA donnent des heures.

EXEMPLE Une pile SR626SW a 28 mAh. Le mouvement consomme en moyenne 1,2 µA. Combien de temps la montre marche-t-elle ?

Données : $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{C_\mathrm{N}}{I} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A}} \\ &= 23\,333\,\mathrm{h} \\ &\approx 2{,}66\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Environ 23 300 heures, soit un peu plus de deux ans et demi. Si le mouvement consomme 3 µA à cause de l'encrassement, la pile est vide au bout d'un an déjà.

Contenu énergétique de la pile

(7.2) APPROXIMATION MAÎTRE

$$W \approx U_{\mathrm{N}} \cdot C_{\mathrm{N}}$$

La tension nominale multipliée par la capacité donne l'énergie stockée, le plus souvent en milliwattheures. Elle permet de comparer des piles de tensions différentes.

Validité : tension à peu près constante pendant la décharge, comme pour les piles à l'oxyde d'argent et au lithium.

W	Énergie (stockée dans la pile)	J
U_{N}	Tension nominale de la pile	V
C_{N}	Capacité nominale de la pile (charge disponible)	mAh

EXEMPLE Quelle énergie contient une pile à l'oxyde d'argent de 1,55 V et 28 mAh ?

Données : $U_{\mathrm{N}} = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $C_{\mathrm{N}} = 28\,\mathrm{mAh}$

$$\begin{aligned} W &\approx U_{\mathrm{N}} \cdot C_{\mathrm{N}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 28\,\mathrm{mAh} \\ &= 43{,}4\,\mathrm{mWh} \end{aligned}$$

43,4 mWh, soit environ 156 J. Un ressort moteur de montre-bracelet entièrement armé stocke moins de 1 J (chapitre 1).

Autonomie avec autodécharge

(7.3) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$t \approx \frac{C_{\mathrm{N}}}{I + s_{\mathrm{E}} \cdot C_{\mathrm{N}}}$$

Toute pile perd lentement de la charge, même sans récepteur. L'autodécharge agit comme un petit courant supplémentaire $s_{\mathrm{E}} \cdot C_{\mathrm{N}}$ à côté de la consommation du mouvement.

Validité : autodécharge calculée comme une perte constante. Valeur indicative pour les piles à l'oxyde d'argent à température ambiante : quelques pour cent par an, nettement plus à la chaleur.

t	Temps (autonomie de la pile)	h
C_{N}	Capacité nominale de la pile (charge disponible)	mAh
I	Intensité du courant (consommation moyenne du mouvement)	mA
s_{E}	Autodécharge (part de la capacité nominale perdue par unité de temps)	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$

EXEMPLE Combien de temps marche la montre de l'exemple sur l'autonomie (28 mAh, 1,2 µA) si la pile perd en plus 4 % de sa capacité par an par autodécharge ?

Données : $C_{\mathrm{N}} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $s_{\mathrm{E}} = 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}}$

$$\begin{aligned} t &\approx \frac{C_{\mathrm{N}}}{I + s_{\mathrm{E}} \cdot C_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A} + 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}} \cdot 28\,\mathrm{mAh}} \\ &\approx 2{,}41\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Environ 2,4 ans au lieu de 2,7 ans. Plus la consommation du mouvement est faible, plus l'autodécharge compte.

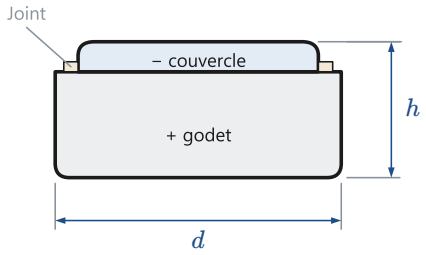


Fig. 7.1 Pile bouton : le godet est le pôle plus, le couvercle le pôle moins ; le diamètre d et la hauteur h figurent dans la désignation

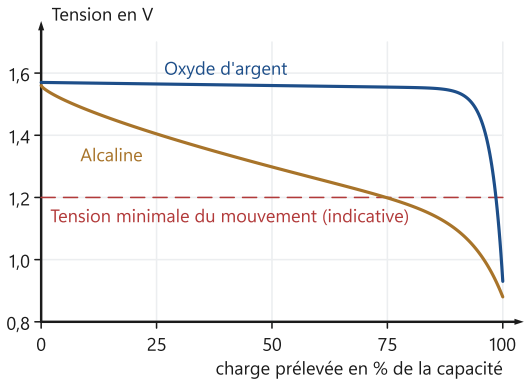


Fig. 7.2 Courbes de décharge en principe : la pile à l'oxyde d'argent maintient sa tension jusque peu avant la fin, la pile alcaline baisse régulièrement

Systèmes de piles pour montres

Système	Lettres d'identification	Tension nominale	Comportement à la décharge	Utilisation
Oxyde d'argent	SR	1,55 V	la tension reste presque constante jusque peu avant la fin	standard pour les montres-bracelets à quartz
Alcaline-manganèse	LR	1,5 V	la tension baisse régulièrement dès le début	remplacement bon marché, horloges, réveils
Lithium-dioxyde de manganèse	CR	3 V	la tension reste longtemps presque constante	montres à forte consommation, longue autonomie

Une pile alcaline de même taille convient mécaniquement, mais a moins de capacité et une tension décroissante. Dans la montre-bracelet, on met la pile à l'oxyde d'argent.

Désignation des piles bouton selon la CEI

Partie de la désignation	Signification	Exemple SR626SW
première lettre	système électrochimique : S oxyde d'argent, L alcaline-manganèse, C lithium-dioxyde de manganèse	S : oxyde d'argent
deuxième lettre	forme : R ronde	R : pile ronde
premier chiffre ou deux premiers chiffres	diamètre en mm, arrondi au millimètre entier inférieur	6 : diamètre 6,8 mm
deux derniers chiffres	hauteur en dixièmes de millimètre	26 : hauteur 2,6 mm
suffixe du fabricant	SW : pour faibles courants permanents (montres analogiques) ; W : pour fortes pointes de courant (éclairage, alarme)	SW : pour faibles courants

Une CR2032 est donc une pile ronde au lithium de 20 mm de diamètre et 3,2 mm de hauteur. Les désignations anciennes comme SR44 sont des numéros d'ordre sans indication de dimensions.

Piles bouton usuelles à l'oxyde d'argent (1,55 V)

Désignation	Numéro commercial	Diamètre en mm	Hauteur en mm	Capacité en mAh (typique)
SR521SW	379	5,8	2,15	14 à 16
SR616SW	321	6,8	1,65	14 à 16
SR621SW	364	6,8	2,15	19 à 23
SR626SW	377	6,8	2,6	24 à 28
SR721SW	362	7,9	2,1	21 à 25
SR920SW	371	9,5	2,05	35 à 40
SR927SW	395	9,5	2,7	50 à 55
SR1130SW	390	11,6	3,05	60 à 85
SR44W	357	11,6	5,4	150 à 180

La capacité dépend du fabricant ; la fiche technique de la pile fait foi.

7.2 Quartz et diviseur de fréquence

L'organe réglant de la montre à quartz est un minuscule cristal de quartz en forme de diapason. Il oscille à 32 768 Hz, soit 2^{15} oscillations par seconde. Un diviseur divise cette fréquence par deux 15 fois et obtient ainsi exactement une impulsion par seconde.

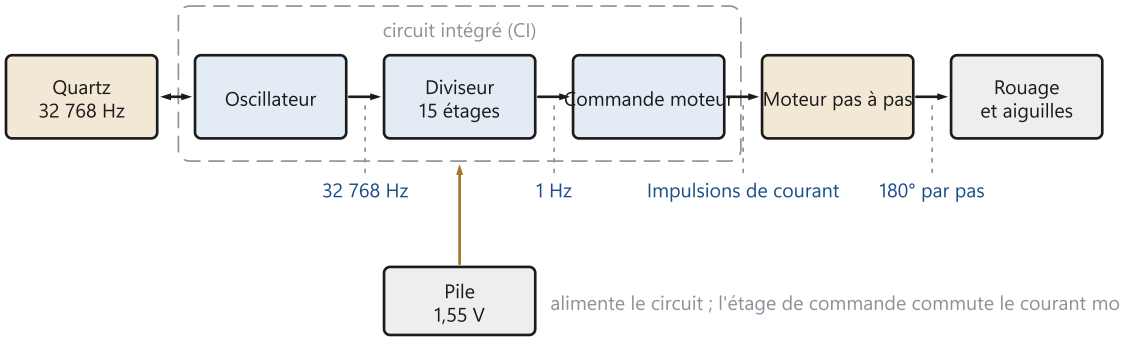


Fig. 7.3 Schéma fonctionnel de la montre à quartz analogique

Diviseur de fréquence

(7.4) COMPAGNON

$$f_{\text{aus}} = \frac{f}{2^n}$$

Chaque étage est une bascule qui délivre une impulsion de sortie toutes les deux impulsions d'entrée. C'est pourquoi on choisit comme fréquence du quartz une puissance de deux.

f_{aus}	Fréquence à la sortie du diviseur	Hz
f	Fréquence (du quartz)	Hz
n	Nombre (d'étages du diviseur ; chacun divise la fréquence par deux)	1

EXEMPLE Quelle fréquence fournit un diviseur à 15 étages à partir de la fréquence de quartz de 32 768 Hz ?

Données : $f = 32\,768\,\mathrm{Hz}; \quad n = 15$

$$\begin{aligned} f_{\text{aus}} &= \frac{f}{2^n} \\ &= \frac{32\,768\,\mathrm{Hz}}{2^{15}} \\ &= 1\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

Exactement 1 Hz : une impulsion par seconde pour le moteur pas à pas.

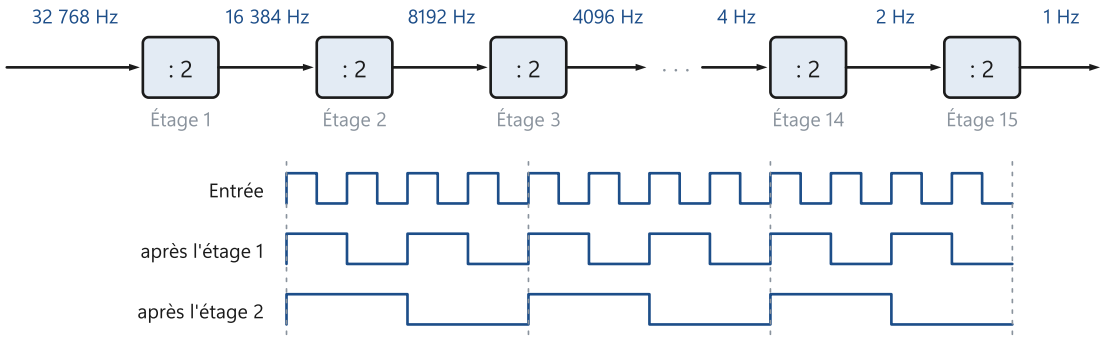


Fig. 7.4 Chaîne de division : chaque étage divise la fréquence par deux ; après 15 étages, il reste 1 Hz

Marche de la montre à quartz à partir de l'écart de fréquence

(7.5) COMPAGNON

$$G = \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δf	Écart de fréquence (+ signifie : le quartz oscille trop vite)	Hz
f	Fréquence (fréquence de consigne du quartz)	Hz

Si le quartz oscille trop vite, la montre avance dans la même proportion. On indique les écarts relatifs en millionièmes (ppm, chapitre XL 1). Pour le balancier, la même formule figure à la section 3.4.

Validité : la montre compte chaque oscillation du quartz (pas d'inhibition).

Bon à savoir : 1 ppm correspond à 0,0864 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, environ 2,6 s par mois et environ 31,5 s par an.

EXEMPLE Un quartz oscille à 32 768,2 Hz au lieu de 32 768 Hz, donc 0,2 Hz trop vite. Quelle est la marche de la montre ?

Données : $\Delta f = 0{,}2\,\mathrm{Hz}; \quad f = 32\,768\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{Hz}}{32\,768\,\mathrm{Hz}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 0{,}53\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

La montre avance de 0,53 s par jour, soit environ 16 s par mois. L'écart vaut 6,1 ppm.

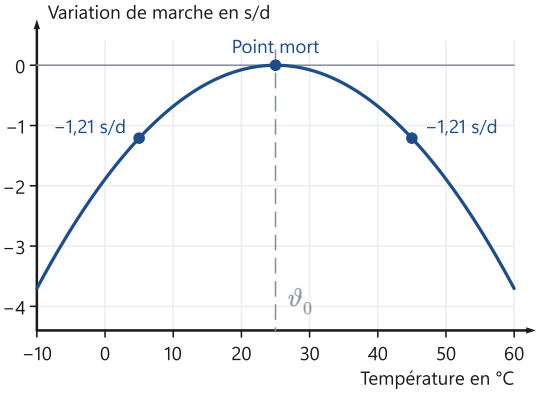


Fig. 7.5 Comportement thermique du quartz diapason, calculé avec $\beta = 0{,}035\ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$ et un point d'inversion à 25 °C

Comportement thermique du quartz diapason

(7.6) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

La fréquence du quartz diapason est maximale au point d'inversion et diminue des deux côtés avec le carré de l'écart de température. La montre ralentit donc au froid comme à la chaleur par rapport au point d'inversion, elle n'accélère jamais.

Validité : quartz diapason de 32 768 Hz ; le coefficient et le point d'inversion varient d'un quartz à l'autre, la fiche technique fait foi.

ΔG	Variation de marche (par rapport à la marche au point d'inversion ; − signifie : la montre ralentit)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
β	Coefficient de température du quartz (valeur indicative 0,03 à 0,04 ppm par kelvin au carré)	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$
ϑ	Température (du quartz)	$°\mathrm{C}$
ϑ_0	Température du point d'inversion (environ 25 °C)	$°\mathrm{C}$

Bon à savoir : S'y ajoute le vieillissement : la première année, la fréquence d'un quartz varie de quelques ppm, ensuite de plus en plus lentement. Les mouvements thermocompensés mesurent la température et compensent la parabole par le calcul.

EXEMPLE En hiver, une montre à quartz reste à 5 °C dans la voiture. De combien sa marche varie-t-elle par rapport à 25 °C, si le coefficient vaut 0,035 ppm par kelvin au carré ?

Données : $\beta = 0{,}035 \ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$; $\vartheta = 5°\mathrm{C}$; $\vartheta_0 = 25°\mathrm{C}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -0{,}035 \ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2} \cdot (5°\mathrm{C} - 25°\mathrm{C})^2 \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -1{,}21 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

La montre ralentit d'environ 1,2 s par jour. Au poignet, le quartz reste proche du point d'inversion ; une montre portée marche donc plus régulièrement qu'une montre posée.

Inhibition : correction de marche par suppression d'impulsions (7.7) MAÎTRE

$$\Delta G = -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

ΔG	Variation de marche (due à l'inhibition ; − signifie : la montre ralentit)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Nombre (d'impulsions supprimées par période d'inhibition)	1
f	Fréquence (des impulsions à l'étage du diviseur où a lieu la suppression)	Hz
t_I	Période d'inhibition	s

Les mouvements sans trimmer ajustent la marche numériquement. Le quartz est volontairement un peu trop rapide ; à chaque période d'inhibition, le circuit intégré supprime un nombre mémorisé d'impulsions et ramène ainsi la montre à la marche de consigne.

Validité : période d'inhibition le plus souvent de 60 s selon le circuit, de 10 s sur certains mouvements, de plusieurs minutes sur les mouvements thermocompensés (ETA 252.511 : 8 min) ; respecter l'indication du fabricant.

Attention : Entre les corrections, la montre marche avec la fréquence non corrigée du quartz. La marche doit donc être mesurée sur une période d'inhibition entière ou un multiple de celle-ci, sur l'impulsion moteur et non sur la fréquence du quartz. Sinon, l'appareil de contrôle indique une avance apparente.

EXEMPLE Un circuit supprime toutes les 60 s une impulsion de la fréquence de quartz de 32 768 Hz. Quel est ce plus petit pas de correction ?

Données : $N = 1;\quad f = 32\,768\,\mathrm{Hz};\quad t_\mathrm{I} = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1}{32\,768\,\mathrm{Hz} \cdot 60\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -0{,}044\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Chaque impulsion supprimée ralentit la montre de 0,044 s par jour, soit 0,51 ppm. Un quartz qui oscille 5 ppm trop vite demande donc environ 10 impulsions supprimées par minute.

À retenir : Le quartz horloger oscille à 32 768 Hz. 15 étages de division en font la cadence de la seconde. 1 ppm représente environ 2,6 s par mois.

7.3 Moteur pas à pas

Le moteur pas à pas de Lavet se compose d'une bobine, d'un stator et d'un rotor à aimant permanent bipolaire. Chaque impulsion de courant fait avancer le rotor d'un demi-tour. L'impulsion suivante doit être de polarité inverse, sinon le rotor reste immobile. Entre les impulsions, les encoches de positionnement du stator le maintiennent en place sans courant.

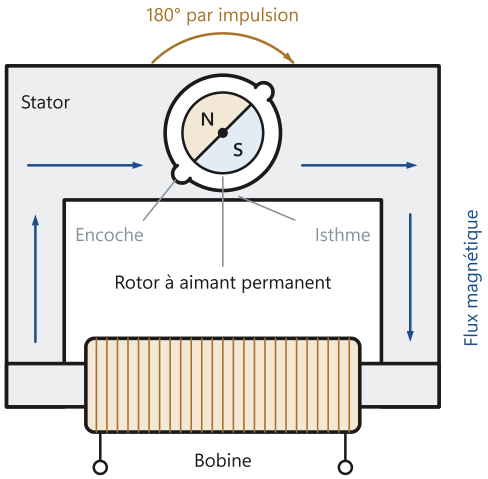


Fig. 7.6 Moteur pas à pas Lavet en principe : les isthmes du stator sont saturés magnétiquement, le flux de la bobine passe donc par le rotor et le fait tourner de 180° vers la position de repos suivante

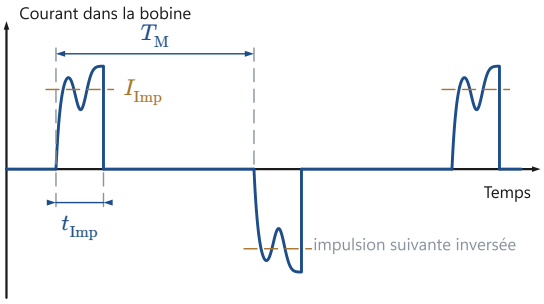


Fig. 7.7 Courant moteur : brèves impulsions de durée t_{Imp} à intervalles T_M, de sens alterné (largeur d'impulsion fortement exagérée)

Vitesse de rotation du rotor

(7.8) COMPAGNON

$$n_R = \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°}$$

Avec une impulsion par seconde et un demi-tour par pas, le rotor fait un tour en deux secondes.

n_R	Vitesse de rotation (du rotor)	$\frac{1}{\text{min}}$
f_M	Fréquence des impulsions moteur (pas par unité de temps)	Hz
φ_S	Angle de pas du rotor (180° pour le moteur Lavet)	°

EXEMPLE À quelle vitesse tourne le rotor d'un mouvement avec aiguille des secondes qui fait chaque seconde un pas de 180° ?

Données : $f_M = 1\,\text{Hz}; \quad \varphi_S = 180°$

$$\begin{aligned} n_R &= \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°} \\ &= \frac{1\,\text{Hz} \cdot 180°}{360°} \\ &= 0{,}5\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 60\,\frac{\text{s}}{\text{min}} \\ &= 30\,\tfrac{1}{\text{min}} \end{aligned}$$

30 tours par minute.

Démultiplication du rotor à la roue de seconde

(7.9) COMPAGNON

$$i_{\mathrm{U}} = \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}}$$

Dans le mouvement à quartz, le petit pignon du rotor entraîne les roues, le rouage démultiplie vers le lent. Le rapport i selon le chapitre 2 est alors inférieur à 1. Son inverse, la démultiplication, est plus parlant : il indique combien de tours fait le rotor pour un tour de la roue de seconde. C'est le produit des rapports nombre de dents de la roue sur nombre de dents du pignon menant à chaque étage.

i_{U}	Démultiplication (vitesse de rotation du rotor menant divisée par celle de la roue de seconde ; inverse du rapport i du chapitre 2)	1
n_{R}	Vitesse de rotation (du rotor)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{S}	Vitesse de rotation de la roue de seconde (un tour par minute)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Le rotor fait 30 tours par minute, la roue de seconde un. Quelle démultiplication le rouage intermédiaire doit-il avoir ?

Données : $n_{\mathrm{R}} = 30\,\frac{1}{\mathrm{min}}$; $\quad n_{\mathrm{S}} = 1\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{U}} &= \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{30\,\frac{1}{\mathrm{min}}}{1\,\frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 30 \end{aligned}$$

30, par exemple en deux étages de 6 et 5 : l'aiguille des secondes avance de 6° par pas, une division de seconde.

Consommation moyenne du mouvement

(7.10) MAÎTRE

$$I_{\mathrm{m}} = \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}}$$

Le moteur ne consomme du courant que pendant la brève impulsion. En moyenne sur toute la seconde, il en reste la fraction durée de l'impulsion sur période ; s'y ajoute le faible courant permanent du circuit intégré.

Validité : suite régulière d'impulsions identiques. Un appareil de mesure à forte inertie ou une mesure sur plusieurs secondes indique cette valeur moyenne.

I_{m}	consommation moyenne du mouvement	$\mu\mathrm{A}$
I_{Imp}	Courant dans la bobine pendant l'impulsion (valeur moyenne sur la durée de l'impulsion)	mA
t_{Imp}	Durée de l'impulsion	ms
T_{M}	Période des impulsions moteur (1 s pour un pas par seconde)	s
I_{IC}	Consommation du circuit intégré avec l'oscillateur	$\mu\mathrm{A}$

Bon à savoir : Sur les mouvements avec stop-seconde, le moteur est arrêté couronne tirée, et seul le courant du circuit intégré circule. On peut ainsi mesurer séparément les deux parts. Si le rouage est dur, beaucoup de circuits allongent l'impulsion, et la consommation augmente.

EXEMPLE Pendant l'impulsion de 3,9 ms circulent en moyenne 0,24 mA. Le circuit intégré consomme 0,15 µA. Quelle est la consommation moyenne pour un pas par seconde ?

Données : $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $\quad t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$; $\quad T_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{s}$; $\quad I_{\mathrm{IC}} = 0{,}15\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{m}} &= \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}} \\ &= \frac{0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms}}{1\,\mathrm{s}} + 0{,}15\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}09\,\mu\mathrm{A} \end{aligned}$$

Environ 1,1 µA, une valeur usuelle pour un mouvement trois aiguilles. Le moteur en consomme un peu plus de 85 %.

Énergie d'une impulsion moteur

(7.11) MAÎTRE

$$W = U \cdot I_{\text{Imp}} \cdot t_{\text{Imp}}$$

C'est l'énergie qu'un pas prélève à la pile. Une partie seulement fait tourner le rotor et le rouage, le reste se transforme en chaleur dans la bobine.

Validité : tension à peu près constante pendant l'impulsion.

W	Travail (travail électrique par impulsion)	J
U	Tension (de la pile en charge)	V
I_{Imp}	Courant dans la bobine pendant l'impulsion (valeur moyenne sur la durée de l'impulsion)	mA
t_{Imp}	Durée de l'impulsion	ms

EXEMPLE Quelle énergie coûte une impulsion de 3,9 ms avec en moyenne 0,24 mA sous 1,55 V ?

Données : $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I_{\text{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\text{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I_{\text{Imp}} \cdot t_{\text{Imp}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms} \\ &\approx 1{,}45\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Environ 1,5 µJ par pas. Sur une journée de 86 400 pas, cela fait 0,13 J.

7.4 Mesures sur la montre à quartz

Avec peu de mesures, on cerne presque toute panne d'une montre à quartz : pile, consommation, tension minimale de fonctionnement, bobine et marche. Les valeurs du tableau sont indicatives pour les mouvements trois aiguilles. Les indications de la documentation technique du calibre font foi.

Grandeurs de contrôle de la montre à quartz analogique (valeurs indicatives)

Grandeur de contrôle	Valeur indicative	Signification
Tension de la pile à vide (oxyde d'argent)	1,55 V à 1,6 V	indique seulement le système ; dit peu de chose sur l'état de la pile
Tension de la pile sous faible charge (mesurée dans la montre)	au moins 1,5 V	en dessous, remplacer la pile ; sur une résistance de charge forte du testeur (quelques centaines d'ohms), la tension peut descendre plus bas, l'échelle de l'appareil fait alors foi
Consommation du mouvement	selon le calibre au plus 0,7 µA à 1,3 µA	mesurée sans pile sous 1,55 V ; trop élevée : rouage dur, encrassement, humidité ou court-circuit ; les chronographes et les mouvements à fonctions supplémentaires consomment davantage, environ 3 µA à 6,5 µA
Consommation couronne tirée (mouvements avec stop-seconde)	au plus 0,4 µA à 0,5 µA	le circuit intégré seul ; trop élevée : circuit intégré ou circuit imprimé défectueux
tension minimale de fonctionnement	au plus 1,3 V	abaisser la tension d'alimentation à partir de 1,55 V jusqu'à l'arrêt du mouvement ; jusqu'à 1,3 V, il doit encore exécuter sûrement chaque pas. S'il s'arrête plus tôt, le rouage est trop dur ou le moteur ou le circuit intégré est défectueux
Résistance de la bobine	selon le calibre environ 0,8 kΩ à 2,7 kΩ	pas de continuité : fil coupé ; nettement trop faible : court-circuit entre spires. Mesurer avec une faible tension d'essai, au plus 0,4 V, mieux 0,2 V
Résistance d'isolement (bobine par rapport à la platine)	pas de continuité (affichage infini)	si l'appareil indique une résistance : humidité, isolation endommagée
Marche	selon le fabricant environ −10 s à +20 s par mois, soit −0,3 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$ à +0,7 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$	mesurer sur l'impulsion moteur pendant la période d'inhibition, le plus souvent 60 s (section 7.2)

Valeurs indicatives tirées des indications des fabricants, mesurées entre 20 °C et 25 °C. Exemples de consommation maximale admissible : ETA 902.002 0,7 µA, Ronda 1005 0,95 µA, ETA F06.111 1,1 µA, ETA 255.411 1,2 µA, ETA 805.112 1,3 µA ; chronographe ETA G10.211 3,5 µA, avec la fonction chronographe en marche 6,5 µA. Exemples de résistance de bobine : ETA 805.112 0,8 kΩ à 1,1 kΩ, ETA 255.411 1,3 kΩ à 1,75 kΩ, Ronda 1005 2,5 kΩ à 2,7 kΩ. Les valeurs de consigne et les conditions de contrôle de la documentation technique du calibre font foi.

À retenir : D'abord la pile en charge, puis la consommation, puis la tension minimale de fonctionnement. Si les trois sont correctes, la panne tient rarement à l'électronique.

8 Temps et calendrier

Nos montres indiquent le temps solaire moyen : un jour solaire fictif, parfaitement régulier, de 86 400 s. Le Soleil vrai, les étoiles et la Lune ne respectent pas cette mesure. Pour une horloge sidérale, un quantième perpétuel, une indication de l'équation du temps ou une phase de lune, il nous faut les nombres et les formules de ce chapitre.

À la fin figurent les échelles des chronographes : tachymètre, télémètre et pulsomètre. Dans ce chapitre, E est l'équation du temps, λ la longitude géographique, s une distance et c la vitesse du son. Les nombres de dents des mécanismes de calendrier et de phase de lune figurent au chapitre 2.

8.1 Jour et année

Un jour est une rotation de la Terre, mais mesurée par rapport à quoi ? Par rapport au Soleil, elle dure en moyenne 24 h, par rapport aux étoiles environ 4 min de moins. La raison : en un jour, la Terre avance d'un peu moins de 1° sur son orbite et doit tourner de ce supplément jusqu'à ce que le Soleil soit de nouveau au sud.

Mesures du temps issues de l'astronomie (valeurs moyennes pour l'époque actuelle)

Mesure du temps	Durée	en toutes lettres	Référence
jour solaire moyen	$86\,400\,\mathrm{s}$	24 h	du Soleil au sud au Soleil au sud, moyenné sur l'année
jour sidéral	$86\,164{,}09\,\mathrm{s}$	23 h 56 min 4,09 s	une rotation de la Terre par rapport aux étoiles
année tropique	$365{,}242\,19\,\mathrm{d}$	365 d 5 h 48 min 45 s	d'un équinoxe de printemps au suivant ; année des saisons
année sidérale	$365{,}256\,36\,\mathrm{d}$	365 d 6 h 9 min 10 s	une révolution de la Terre par rapport aux étoiles
mois synodique	$29{,}530\,59\,\mathrm{d}$	29 d 12 h 44 min 3 s	de nouvelle lune à nouvelle lune ; mois des phases de la lune
mois sidéral	$27{,}321\,66\,\mathrm{d}$	27 d 7 h 43 min 11 s	une révolution de la Lune par rapport aux étoiles

Les jours sont ici toujours des jours solaires moyens. Le calendrier suit l'année tropique, la phase de lune le mois synodique. Un mois synodique isolé s'écarte de la moyenne de jusqu'à environ 7 h.

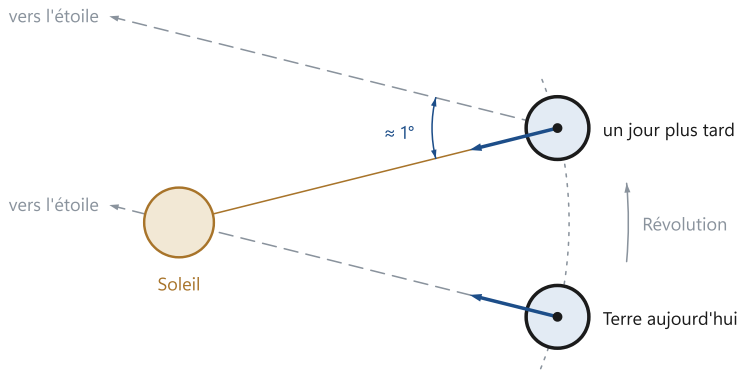


Fig. 8.1 Jour sidéral et jour solaire : après un tour complet par rapport aux étoiles (direction en tirets), la Terre doit encore tourner d'un peu moins de 1° jusqu'à ce que le Soleil soit de nouveau au sud (angle fortement exagéré)

Jour sidéral à partir du jour solaire et de l'année

(8.1) MAÎTRE

$$T_{\mathrm{St}} = \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}}$$

T_{St}	Jour sidéral	s
T_{So}	jour solaire moyen	s
T_{J}	année tropique	d

En une année, la Terre tourne par rapport aux étoiles exactement une fois de plus que par rapport au Soleil : 366,2422 jours sidéraux correspondent à 365,2422 jours solaires. On en déduit la durée du jour sidéral.

Validité : valeurs moyennes pour l'époque actuelle.

EXEMPLE Quelle est la durée du jour sidéral si l'année tropique compte 365,2422 jours solaires moyens ?

Données : $T_{\mathrm{So}} = 1\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}2422\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{St}} &= \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 365{,}2422\,\mathrm{d}}{365{,}2422\,\mathrm{d} + 1\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}997\,269\,6\,\mathrm{d} \\ &\approx 86\,164{,}1\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Le jour sidéral dure 23 h 56 min 4,1 s. Il est plus court de 3 min 55,9 s que le jour solaire moyen.

Marche d'une horloge sidérale par rapport au temps moyen

(8.2) MAÎTRE

$$G = \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
T_{So}	jour solaire moyen	s
T_{St}	Jour sidéral	s

Une horloge sidérale compte des jours sidéraux ; son jour est donc plus court. Mesurée par rapport à une horloge de temps moyen, elle avance chaque jour d'un peu moins de 4 min.

Bon à savoir : Pour la pendule, cela signifie : le pendule battant la seconde pour le temps sidéral est plus court d'environ 5,4 mm que celui pour le temps moyen (chapitre 4).

EXEMPLE Une horloge sidérale est réglée sur une horloge radio-pilotée qui indique le temps moyen. Quelle marche doit-elle avoir par rapport à l'horloge radio-pilotée ?

Données : $T_{\mathrm{So}} = 86\,400\,\mathrm{s}$; $T_{\mathrm{St}} = 86\,164{,}09\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{86\,400\,\mathrm{s} - 86\,164{,}09\,\mathrm{s}}{86\,164{,}09\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 236{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'horloge sidérale doit avancer de 236,6 s par jour, soit 3 min 56,6 s. En un an, elle gagne exactement un jour.

Mois synodique à partir de la révolution lunaire

(8.3) APPROFONDISSEMENT

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}}$$

Pendant une révolution de la Lune, la Terre avance sur son orbite. La Lune a donc besoin d'un peu plus de deux jours supplémentaires pour se retrouver entre la Terre et le Soleil. La même formule donne le moment où une aiguille rapide rattrape une aiguille lente.

Validité : valeurs moyennes ; les deux révolutions dans le même sens.

T_{syn}	mois synodique (de nouvelle lune à nouvelle lune)	d
T_{sid}	mois sidéral (une révolution de la Lune par rapport aux étoiles)	d
T_{E}	année sidérale (une révolution de la Terre par rapport aux étoiles)	d

EXEMPLE La Lune fait le tour de la Terre en 27,321 66 jours, la Terre celui du Soleil en 365,256 36 jours. Combien de temps s'écoule de nouvelle lune à nouvelle lune ?

Données : $T_{\text{sid}} = 27{,}321\,66\,\mathrm{d}$; $T_{\text{E}} = 365{,}256\,36\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\text{syn}} &= \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}} \\ &= \frac{27{,}321\,66\,\mathrm{d} \cdot 365{,}256\,36\,\mathrm{d}}{365{,}256\,36\,\mathrm{d} - 27{,}321\,66\,\mathrm{d}} \\ &\approx 29{,}5306\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Environ 29,53 jours. C'est ce nombre qu'un mécanisme de phase de lune doit reproduire avec ses nombres de dents (chapitre 2).

8.2 Calendrier

L'année civile compte des jours entiers, l'année tropique non. Les jours bissextils compensent la différence. La qualité d'une règle bissextile se mesure à la durée moyenne de son année civile.

Règle des années bissextiles

Calendrier	Année bissextile (366 jours, avec le 29 février)	durée moyenne de l'année
julien	toute année dont le millésime est divisible par 4	$365{,}25\,\mathrm{d}$
grégorien (depuis 1582)	divisible par 4 ; les années séculaires seulement si elles sont divisibles par 400	$365{,}2425\,\mathrm{d}$

Selon la règle grégorienne, 1700, 1800 et 1900 n'étaient pas bissextiles, 2000 l'était, 2100 ne le sera pas.

Durée moyenne de l'année civile

(8.4) COMPAGNON

$$T_{\mathrm{K}} = 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot n_{\mathrm{S}}}{n_{\mathrm{Z}}}$$

Chaque année bissextile apporte un jour de plus. Réparti sur tout le cycle, cela donne la durée moyenne de l'année.

T_{K}	durée moyenne de l'année civile	d
n_{S}	Nombre d'années bissextiles dans le cycle	1
n_{Z}	Nombre d'années dans le cycle	1

EXEMPLE Le calendrier grégorien compte 97 années bissextiles en 400 ans. Quelle est la durée moyenne de son année ?

Données : $n_{\mathrm{S}} = 97; \quad n_{\mathrm{Z}} = 400$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{K}} &= 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot n_{\mathrm{S}}}{n_{\mathrm{Z}}} \\ &= 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 97}{400} \\ &= 365{,}2425\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

365,2425 jours. La règle julienne, avec une année bissextile tous les quatre ans, donne 365,25 jours.

Années jusqu'à un jour d'écart

(8.5) MAÎTRE

$$n_{\mathrm{F}} = \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}}$$

Si l'année civile est plus longue que l'année tropique, le calendrier prend du retard sur les saisons : le début du printemps tombe à une date de plus en plus précoce.

Validité : durée actuelle de l'année tropique ; elle varie de quelques secondes en des millénaires.

n_{F}	Nombre d'années jusqu'à ce que le calendrier s'écarte d'un jour de l'année solaire	1
T_{K}	durée moyenne de l'année civile	d
T_{J}	année tropique	d

EXEMPLE Au bout de combien d'années le calendrier julien s'écarte-t-il d'un jour du cours des saisons ?

Données : $T_{\mathrm{K}} = 365{,}25\,\mathrm{d}; \quad T_{\mathrm{J}} = 365{,}242\,19\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{F}} &= \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d}}{365{,}25\,\mathrm{d} - 365{,}242\,19\,\mathrm{d}} \\ &\approx 128 \end{aligned}$$

Au bout de 128 ans. Depuis le concile de Nicée en 325, dix jours s'étaient accumulés jusqu'en 1582 ; ils furent supprimés lors de la réforme du calendrier. Le calendrier grégorien, avec 365,2425 jours, met environ 3200 ans pour un jour.



Fig. 8.2 Cycle de quatre ans du quantième perpétuel : $3 \cdot 365 + 366 = 1461$ jours

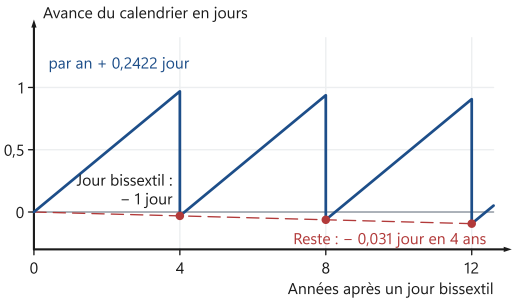


Fig. 8.3 Sans jour bissextil, l'année civile est trop courte de 0,2422 jour ; le jour bissextil rattrape un jour entier tous les quatre ans

Jours dans le cycle bissextil

(8.6) COMPAGNON

$$N_\mathrm{d} = 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S}$$

Le quantième perpétuel connaît la longueur des mois et l'année bissextile. Sa roue programme fait un tour en quatre ans.

N_d	Nombre de jours dans le cycle	1
n_Z	Nombre d'années dans le cycle	1
n_S	Nombre d'années bissextiles dans le cycle	1

Attention : Un quantième perpétuel à cycle de quatre ans ne connaît pas la règle séculaire. En 2100, il affiche un 29 février et doit être avancé d'un jour le 1er mars 2100, de même en 2200 et 2300. Seul un quantième séculaire reproduit le cycle de 400 ans.

EXEMPLE Un quantième perpétuel reproduit quatre ans avec une année bissextile. Combien de jours compte ce cycle ?

Données : $n_\mathrm{Z} = 4; \quad n_\mathrm{S} = 1$

$$\begin{aligned} N_\mathrm{d} &= 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S} \\ &= 365 \cdot 4 + 1 \\ &= 1461 \end{aligned}$$

1461 jours ou 48 mois ; c'est le temps que met la roue des années bissextiles pour faire un tour. Le cycle grégorien de 400 ans compte 146 097 jours. Cela fait exactement 20 871 semaines ; c'est pourquoi les jours de la semaine se répètent aussi après 400 ans.

À retenir : 365 jours font 52 semaines et un jour. Une date avance donc chaque année d'un jour de la semaine, de deux lorsqu'elle franchit un jour bissextil.

8.3 Équation du temps

Le Soleil vrai avance irrégulièrement au cours de l'année : l'orbite terrestre est une ellipse, et l'axe de la Terre est incliné par rapport à l'orbite. Un cadran solaire indique donc jusqu'à un bon quart d'heure de différence avec une horloge régulière. Cette différence s'appelle l'équation du temps.

Équation du temps

(8.7) MAÎTRE

$$E = t_{\mathrm{W}} - t_{\mathrm{M}}$$

TRANSFORMÉE $t_{\mathrm{M}} = t_{\mathrm{W}} - E$

L'équation du temps est le temps solaire vrai moins le temps solaire moyen. Elle ne dépend que de la date, non du lieu.

E	Équation du temps (+ signifie : le cadran solaire avance)	min
t_{W}	temps vrai local (indication du cadran solaire)	min
t_{M}	temps moyen local	min

Attention : Les tables anciennes et certaines montres à équation calculent avec le signe inverse (temps moyen moins temps vrai). Avant le réglage, vérifier quel sens est visé.

EXEMPLE Le 11 février, l'équation du temps vaut −14,2 min. Un cadran solaire indique 12 h 00, soit 720 min après minuit. Quelle heure est-il en temps moyen local ?

Données : $t_{\mathrm{W}} = 720\,\mathrm{min}$; $E = -14{,}2\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{M}} &= t_{\mathrm{W}} - E \\ &= 720\,\mathrm{min} - (-14{,}2\,\mathrm{min}) \\ &= 734{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

734,2 min après minuit : il est 12 h 14 en temps moyen local. Le cadran solaire retarde d'un peu plus de 14 min.

Angle annuel pour l'équation du temps

(8.8) APPROFONDISSEMENT

$$B = \frac{360^\circ \cdot (N - 81)}{364}$$

L'angle annuel divise l'année en 360° et commence le 22 mars, 81e jour. Ce n'est qu'une grandeur auxiliaire pour la formule approchée.

B	Angle annuel (grandeur auxiliaire ; 0° le 22 mars)	$^\circ$
N	Numéro du jour dans l'année (1er janvier = 1)	1

EXEMPLE Le 3 novembre est, dans une année commune, le 307e jour. Quel est l'angle annuel ?

Données : $N = 307$

$$\begin{aligned} B &= \frac{360^\circ \cdot (N - 81)}{364} \\ &= \frac{360^\circ \cdot (307 - 81)}{364} \\ &\approx 223{,}5^\circ \end{aligned}$$

Environ 223,5°. La formule suivante calcule avec cet angle.

Équation du temps à partir de la date

(8.9) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$E \approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B$$

La formule reproduit les deux causes : le terme en $2B$ provient de l'inclinaison de l'axe terrestre et a deux ondes par an, les termes en B proviennent de l'orbite elliptique et ont une onde par an.

Validité : approximation, précise à environ une minute (plus grand écart selon l'année jusqu'à environ 1,4 min, début décembre). Cela suffit pour les cadrans solaires et pour contrôler une indication d'équation ; les valeurs journalières exactes figurent dans les annuaires astronomiques.

E	Équation du temps (+ signifie : le cadran solaire avance)	min
B	Angle annuel (grandeur auxiliaire ; 0° le 22 mars)	°

Remarque : Pour le 11 février (jour 42, $B = -38{,}6^\circ$), l'approximation donne −14,6 min, le tableau des valeurs remarquables −14,2 min. De telles différences de quelques dixièmes de minute restent dans la précision de l'approximation ; pour le réglage, les valeurs du tableau font foi.

EXEMPLE Quelle est l'équation du temps le 3 novembre avec l'angle annuel de 223,5° de l'exemple précédent ?

Données : $B = 223{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} E &\approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B \\ &= 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot 223{,}5^\circ) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos(223{,}5^\circ) - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin(223{,}5^\circ) \\ &\approx 16{,}4\,\text{min} \end{aligned}$$

Environ +16,4 min : début novembre, le cadran solaire avance le plus.

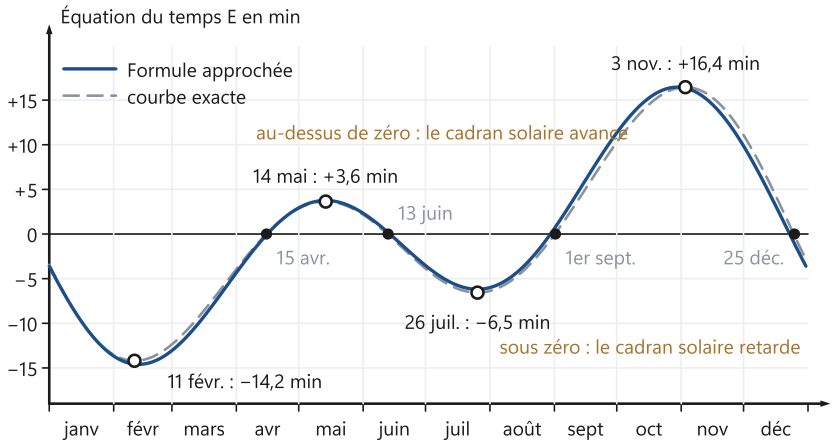


Fig. 8.4 Équation du temps au cours de l'année : formule approchée et courbe exacte

Valeurs remarquables de l'équation du temps (arrondies, pour l'époque actuelle)

Date	E	Cadran solaire par rapport au temps moyen local
11 février	−14,2 min	retarde le plus
15 avril	0	juste
14 mai	+3,6 min	avance (petit maximum)
13 juin	0	juste
26 juillet	−6,5 min	retarde (petit minimum)
1er septembre	0	juste
3 novembre	+16,4 min	avance le plus
25 décembre	0	juste

Selon la position dans le cycle bissextil, les jours se décalent de jusqu'à un jour.

8.4 Temps local et heure du fuseau

Le temps moyen local dépend de la longitude : le Soleil parcourt 15 degrés de longitude en une heure, il lui faut 4 min pour un degré. Pour que chaque lieu n'ait pas son propre temps, le temps local du méridien du fuseau vaut partout dans un fuseau horaire. Pour l'heure d'Europe centrale (HEC), c'est le méridien 15° Est.

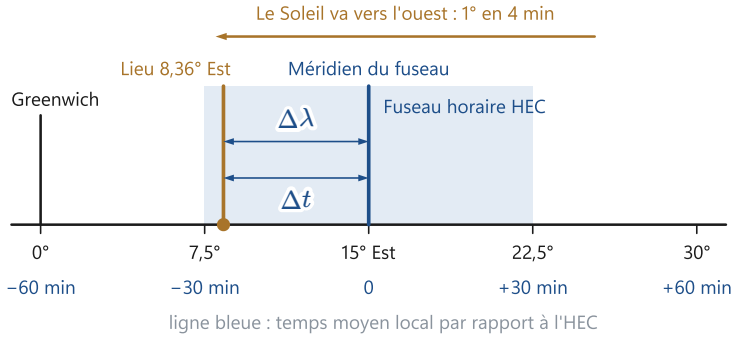


Fig. 8.5 Temps local et heure du fuseau : un lieu à l'ouest du méridien du fuseau a le Soleil au sud plus tard

Temps local à partir de la longitude

(8.10) COMPAGNON

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z)\cdot 4\,\text{min}}{1^\circ}$$

À l'est du méridien du fuseau, le temps local est en avance sur l'heure du fuseau, à l'ouest en retard.

Validité : longitudes à l'est de Greenwich positives, à l'ouest négatives.

Δt	Différence de temps local (temps moyen local moins heure du fuseau ; + signifie : le temps local est en avance)	min
λ	longitude géographique du lieu (longitude est positive)	°
λ_Z	longitude géographique du méridien du fuseau (HEC : 15° Est)	°

EXEMPLE Un atelier se trouve à 8,36° de longitude est. De combien son temps moyen local s'écarte-t-il de l'HEC ?

Données : $\lambda = 8{,}36^\circ$; $\lambda_Z = 15^\circ$

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z)\cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} = \frac{(8{,}36^\circ - 15^\circ)\cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \approx -26{,}6\,\text{min}$$

Le temps moyen local a 26,6 min de retard sur l'HEC. Le Soleil moyen n'y passe au sud qu'à 12 h 26 min 34 s HEC.

Heure du fuseau à partir du cadran solaire

(8.11) MAÎTRE

$$t_{\mathrm{Z}} = t_{\mathrm{W}} - E - \Delta t$$

Deux corrections mènent du cadran solaire à la montre-bracelet : l'équation du temps pour la date et la différence de temps local pour la longitude.

Validité : cadran solaire indiquant le temps vrai local. Certains cadrans solaires sont déjà tracés pour la longitude de leur emplacement ; Δt disparaît alors.

t_{Z}	Heure du fuseau (HEC)	min
t_{W}	temps vrai local (indication du cadran solaire)	min
E	Équation du temps (+ signifie : le cadran solaire avance)	min
Δt	Différence de temps local (temps moyen local moins heure du fuseau ; + signifie : le temps local est en avance)	min

EXEMPLE Le 3 novembre, le cadran solaire de l'atelier de l'exemple précédent indique 12 h 00, donc 720 min. L'équation du temps vaut +16,4 min. Quelle heure est-il en HEC ?

Données : $t_{\mathrm{W}} = 720\,\mathrm{min}$; $E = 16{,}4\,\mathrm{min}$; $\Delta t = -26{,}6\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{Z}} &= t_{\mathrm{W}} - E - \Delta t \\ &= 720\,\mathrm{min} - 16{,}4\,\mathrm{min} - (-26{,}6\,\mathrm{min}) \\ &= 730{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

730,2 min après minuit, donc 12 h 10 HEC. Pendant l'heure d'été, il faut ajouter une heure.

8.5 Phase de lune

La phase de lune se répète en moyenne tous les 29,530 59 jours. L'âge de la lune compte les jours depuis la dernière nouvelle lune ; c'est d'après lui qu'on règle une indication de phase de lune. L'approximation des 29,53 jours par des nombres de dents et l'erreur de l'indication qui en résulte sont traitées au chapitre 2.

Âge de la lune à partir de la date

(8.12) MAÎTRE

$$a = t - k \cdot T_{\mathrm{syn}}$$

De l'intervalle depuis une nouvelle lune connue, on retranche toutes les lunaisons complètes. Le reste est l'âge de la lune.

Validité : lunaison moyenne ; la phase vraie peut s'en écarter de jusqu'à environ un jour. Cela suffit pour régler une indication de phase de lune.

a	Âge de la lune (jours depuis la dernière nouvelle lune)	d
t	Temps (depuis une nouvelle lune connue)	d
k	Nombre (de lunaisons accomplies depuis ; le plus grand entier pour lequel a ne devient pas négatif)	1
T_{syn}	mois synodique (de nouvelle lune à nouvelle lune)	d

EXEMPLE Le 12 août 2026 était jour de nouvelle lune. Quel est l'âge de la lune le 24 décembre 2026, donc 134 jours plus tard ? En 134 jours, 4 lunaisons sont accomplies.

Données : $t = 134\,\mathrm{d}$; $k = 4$; $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} a &= t - k \cdot T_{\mathrm{syn}} \\ &= 134\,\mathrm{d} - 4 \cdot 29{,}530\,59\,\mathrm{d} \\ &\approx 15{,}9\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'âge de la lune est d'environ 15,9 jours. La pleine lune est à 14,8 jours ; la lune vient donc d'être pleine.

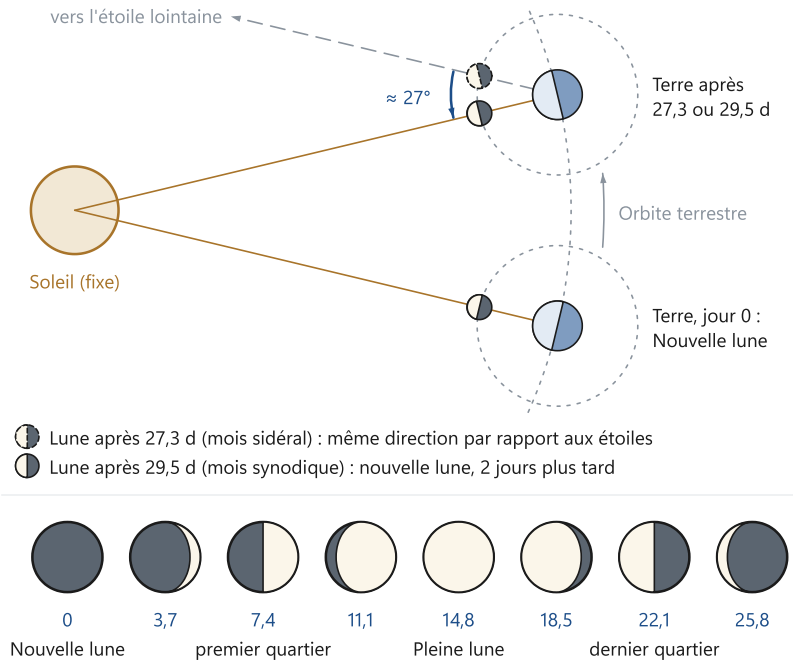


Fig. 8.6 En haut : Soleil fixe, Terre sur son orbite, Lune autour de la Terre. Après un mois sidéral (27,3 d), la Lune se retrouve dans la même direction par rapport aux étoiles ; jusqu'à la nouvelle lune, il lui faut un peu plus de deux jours de plus (mois synodique, 29,5 d ; tailles pas à l'échelle). En bas : phases de la lune vues de l'hémisphère nord, avec l'âge moyen de la lune

8.6 Échelles du chronographe

Beaucoup de chronographes portent sur la lunette ou le cadran une échelle qui transforme immédiatement le temps chronométré en une autre grandeur. Derrière chaque échelle se trouve une formule simple. Elle permet de contrôler une échelle ou de la calculer pour un nouveau cadran.

Vitesse à partir de la base de mesure et du temps chronométré

(8.13) COMPAGNON

$$v = \frac{s}{t}$$

v	Vitesse	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
s	Distance (base de mesure)	km
t	Temps (chronométré)	s

On déclenche le chronographe au début d'une distance connue et on l'arrête à la fin.

Validité : vitesse constante sur la base de mesure.

EXEMPLE Un train met 45 s pour parcourir la distance entre deux bornes kilométriques. À quelle vitesse roule-t-il ?

Données : $s = 1\,\mathrm{km}; \quad t = 45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Le train roule à 80 km par heure.

Échelle tachymétrique

(8.14) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$v = \frac{3600}{t}$$

v	Vitesse (valeur de l'échelle en km par heure)	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
t	Temps (chronométré, en s)	s

L'échelle tachymétrique est la formule précédente pour une base de 1 km : à l'arrêt après t secondes, l'aiguille indique la vitesse. De même, l'échelle compte les pièces par heure si l'on chronomètre le temps pour une pièce.

Validité : valeurs numériques : t en s ; base de mesure 1 km (ou 1 mile, on obtient alors des miles par heure). L'échelle ne va que jusqu'à 60 s. Pour des processus plus lents, chronométrer la moitié de la distance et diviser par deux la valeur de l'échelle.

EXEMPLE Quel nombre figure sur une échelle tachymétrique à 24 s ?

Données : $t = 24\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{3600}{t} \\ &= \frac{3600}{24} \\ &= 150\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

À 24 s figure le 150.

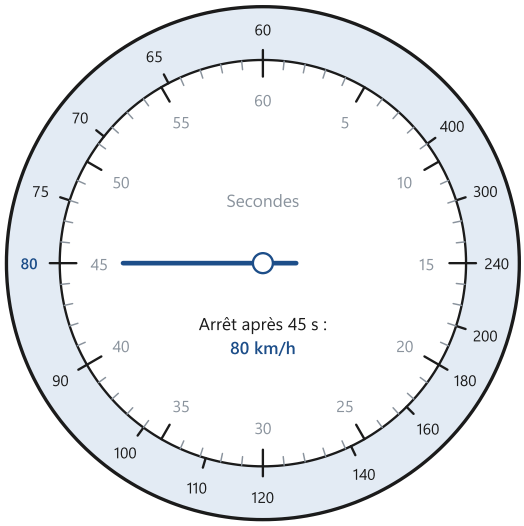


Fig. 8.7 Échelle tachymétrique : valeur de l'échelle égale à 3600 divisé par les secondes

Télémètre : distance à partir du temps de propagation du son

(8.15) COMPAGNON

$$s = c \cdot t$$

s	Distance (éloignement)	m
c	Vitesse du son (dans l'air)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	Temps (chronométré, entre le signal lumineux et le son)	s

On voit l'éclair pratiquement tout de suite, le tonnerre met un peu moins de 3 s par kilomètre. L'échelle télémétrique indique pour le temps chronométré la distance en kilomètres.

Validité : vitesse du son dans l'air à 20 °C : $343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; le temps de propagation de la lumière est négligé.

EXEMPLE Entre l'éclair et le tonnerre, on chronomètre 6 s. À quelle distance se trouve l'orage ?

Données : $c = 343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\quad t = 6\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} s &= c \cdot t \\ &= 343\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s} \\ &\approx 2{,}06\,\mathrm{km} \end{aligned}$$

L'orage se trouve à environ 2 km.

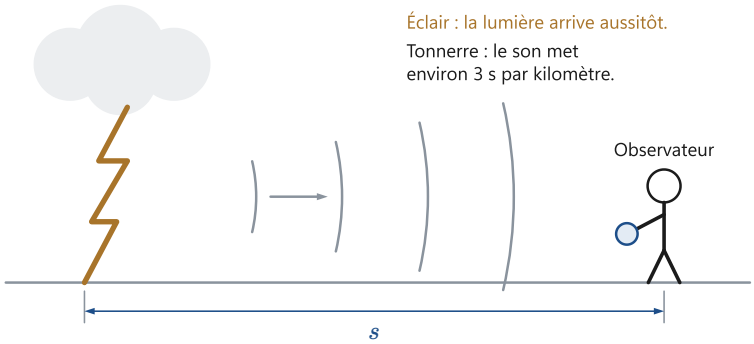


Fig. 8.8 Télémètre : du temps entre l'éclair et le tonnerre découle la distance s

Vitesse du son et température

(8.16) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES APPROFONDISSEMENT

$$c \approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta$$

c	Vitesse du son (dans l'air, valeur numérique en m par seconde)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
ϑ	Température (de l'air, en °C)	$^\circ\mathrm{C}$

Le son se propage plus vite dans l'air chaud. Les échelles télémétriques sont calculées pour une température fixe, le plus souvent 20 °C.

Validité : valeurs numériques : ϑ en °C, c en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; air sec, d'environ −20 °C à 40 °C.

EXEMPLE Quelle est la vitesse du son un jour d'hiver à −10 °C ?

Données : $\vartheta = -10^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned} c &\approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta \\ &= 331{,}3 + 0{,}606 \cdot (-10) \\ &\approx 325{,}2\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Environ $325\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit 5 % de moins qu'à 20 °C. Une échelle télémétrique indique alors 5 % de trop.

Pulsomètre

(8.17) COMPAGNON

$$f_{\mathrm{P}} = \frac{N_{\mathrm{P}}}{t}$$

Déclencher le chronographe, compter le nombre de pulsations indiqué sur l'échelle, arrêter : l'aiguille indique les pulsations par minute. L'échelle asthmométrique compte de la même façon les respirations.

f_{P}	Fréquence du pouls	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
N_{P}	Nombre de pulsations comptées (graduation de l'échelle, le plus souvent 15 ou 30)	1
t	Temps (chronométré)	s

EXEMPLE Une échelle pulsométrique est graduée pour 30 pulsations. Pour 30 pulsations, on chronomètre 20 s. Quel nombre figure à cet endroit de l'échelle ?

Données : $N_{\mathrm{P}} = 30; \quad t = 20\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{P}} &= \frac{N_{\mathrm{P}}}{t} \\ &= \frac{30}{20\,\mathrm{s}} \\ &= 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} \\ &= 90\,\frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

L'aiguille indique 90 pulsations par minute.

Minutes décimales

(8.18) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$t_{\mathrm{dez}} = \frac{t}{60}$$

Pour les chronométrages de travail, l'échelle décimale divise la minute en 100 parties. Un centième de minute dure 0,6 s. Avec les minutes décimales, on additionne des temps sans conversion et on les multiplie par des nombres de pièces.

Validité : valeurs numériques : t en s, résultat en min.

t_{dez}	Temps en minutes sous forme décimale	min
t	Temps (chronométré, en s)	s

EXEMPLE Une opération dure 39 s. Qu'indique l'échelle décimale ?

Données : $t = 39\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{dez}} &= \frac{t}{60} \\ &= \frac{39}{60} \\ &= 0{,}65\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

0,65 min, soit 65 centièmes de minute.

À retenir : Trois secondes entre l'éclair et le tonnerre font environ un kilomètre.

Symboles

Tous les symboles de ce formulaire avec leur signification, leur unité usuelle et leur chapitre. Un même symbole peut avoir des significations différentes selon le chapitre ; c'est toujours le tableau des grandeurs placé à côté de la formule qui fait foi.

A	Amplitude	$^\circ$, rad	Chap. 3, 4, 5, 6
ΔA	Chute d'amplitude	$^\circ$	Chap. 6
a	Entraxe	mm	Chap. 2, 5
a	Distance	m	Chap. 4
a	part de temps des positions horizontales	1	Chap. 6
a	Âge de la lune	d	Chap. 8
A_0	Amplitude initiale	$^\circ$	Chap. 3
A_0	Amplitude entièrement armée	$^\circ$	Chap. 6
A_1	Amplitude avant	rad	Chap. 4
A_2	Amplitude après	rad	Chap. 4
A_{24}	Amplitude après 24 heures de fonctionnement	$^\circ$	Chap. 6
α	Angle de pression	$^\circ$	Chap. 2
α	Coefficient de dilatation linéique	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 4
α_1	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le bas	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 4
α_2	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le haut	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 4
α_S	Coefficient de dilatation linéaire du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 3
α_U	Coefficient de dilatation linéaire du balancier	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 3
A_N	Amplitude après N_S oscillations	$^\circ$	Chap. 3
a_U	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm	Chap. 5
A_Z	amplitude affichée par le chronocomparateur	$^\circ$	Chap. 6
B	induction magnétique	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{m^2}}$	Chap. 6
B	Angle annuel	$^\circ$	Chap. 8
b	Hauteur de la lame	mm	Chap. 1, 3
b	Coups à chaque demi-heure	1	Chap. 2
b_1	Hauteur de lame du ressort d'origine	mm	Chap. 1
b_2	Hauteur de lame du ressort de remplacement	mm	Chap. 1
β	Angle	$^\circ$	Chap. 3
β	Coefficient de température du quartz	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}}$	Chap. 7
β_B	Course de l'ancre d'une limitation à l'autre	$^\circ$	Chap. 5
β_E	Coefficient thermique du module d'élasticité du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 3
β_G	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette	$^\circ$	Chap. 5
β_H	Impulsion à l'ancre	$^\circ$	Chap. 5
β_R	Repos	$^\circ$	Chap. 5
β_V	chemin perdu	$^\circ$	Chap. 5
b_K	Largeur du bec, mesurée à la périphérie de la roue	mm	Chap. 5
C	Coefficient thermique de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d{\cdot}K}}$	Chap. 3, 6
c	Jeu de fond entre la tête de la dent de roue et le fond du pignon	mm	Chap. 2
c	Vitesse du son	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Chap. 8
C_N	Capacité nominale de la pile	mAh	Chap. 7
D	Couple de rappel spécifique	$\frac{\mathrm{\mu N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$	Chap. 3, 5

D	Différence vertical–horizontal	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
ΔD	Variation du couple de rappel spécifique	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$	Chap. 3
d	Diamètre	mm	Chap. 1, 6
d	Diamètre primitif	mm	Chap. 2
d'_a	Diamètre de tête du pignon	mm	Chap. 2
d'_f	Diamètre de pied du pignon	mm	Chap. 2
d_a	Diamètre de tête	mm	Chap. 2
d_a	Diamètre de la spire extérieure	mm	Chap. 3
d_a	Diamètre extérieur du cylindre	mm	Chap. 5
d_b	Diamètre du cercle de base	mm	Chap. 2
d_f	Diamètre de pied	mm	Chap. 2
d_i	Diamètre de la spire intérieure	mm	Chap. 3
d_m	Cote mesurée entre les faces de mesure	mm	Chap. 2
d_S	Épaisseur de la corde	mm	Chap. 1
d_w	Diamètre effectif du tambour	mm	Chap. 1
E	Module d'élasticité	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 1, 3
E	Équation du temps	min	Chap. 8
e	Rayon de la courbe terminale	mm	Chap. 3
η	Rendement	1	Chap. 1, 2, 5
η_F	Rendement du ressort dans le barillet	1	Chap. 1
η_ges	Rendement total du rouage	1	Chap. 2
F	Force	N	Chap. 6
Δf	Écart de fréquence	Hz	Chap. 7
f	Fréquence	Hz	Chap. 3, 6, 7
f_aus	Fréquence à la sortie du diviseur	Hz	Chap. 7
f_ist	Fréquence mesurée	Hz	Chap. 3
f_M	Fréquence des impulsions moteur	Hz	Chap. 7
f_P	Fréquence du pouls	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 8
f_soll	Fréquence de consigne	Hz	Chap. 3
G	Marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 3, 6, 7, 8
G	Marche de l'horloge en secondes par jour	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 4
ΔG	Variation de marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 3, 4, 7
ΔG	Défaut d'isochronisme	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
Δg	Variation de l'accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 4
$\bar{G}$	marche moyenne	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 1, 3, 4, 6
g	Accélération de la pesanteur à l'ancien lieu	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 4
G_0	Marche entièrement armée	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_1	Marche à la température la plus basse	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 3
G_1	Marche au premier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_{15}	Marche au dernier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_2	Marche à la température la plus élevée	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 3
G_2	Marche au deuxième jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_{24}	Marche après 24 heures de fonctionnement	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_{38}	Marche à 38 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6

G_8	Marche à 8 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
γ	demi-angle d'embrassement	$^\circ$	Chap. 5
γ_F	Chute	$^\circ$, rad	Chap. 5
γ_H	Impulsion à la roue	$^\circ$	Chap. 5
G_f	marche moyenne des positions horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_h	marche moyenne des positions verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
ΔG_L	écart maximal entre positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_m	Marche à la température moyenne	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 3
G_max	plus grande marche de toutes les positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_min	plus petite marche de toutes les positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
G_T	marche au porter attendue	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
ΔG_W	Reprise de marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
H	champ magnétique	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Chap. 6
h	Hauteur	mm, m	Chap. 1, 6
h	Altitude	m	Chap. 4
I	Intensité du courant	mA	Chap. 7
i	Rapport de transmission	1	Chap. 2
i_G	Rapport dans la position médiane	1	Chap. 5
i_ges	Rapport de transmission total	1	Chap. 2
I_IC	Consommation du circuit intégré avec l'oscillateur	$\mathrm{\mu A}$	Chap. 7
I_Imp	Courant dans la bobine pendant l'impulsion	mA	Chap. 7
I_m	consommation moyenne du mouvement	$\mathrm{\mu A}$	Chap. 7
i_R	Rapport de réduction du remontage automatique	1	Chap. 1
i_U	Démultiplication	1	Chap. 7
i_W	Rapport de transmission de la roue à chevilles au volant	1	Chap. 2
J	Moment d'inertie	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Chap. 3
ΔJ	Variation du moment d'inertie	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Chap. 3
j	Jeu entre-dents sur le cercle primitif	mm	Chap. 2
J_A	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Chap. 4
J_S	Moment d'inertie par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Chap. 4
J_Z	Moment d'inertie connu du disque ajouté	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Chap. 3
K	Valeur CGS du spiral	$\frac{\mathrm{N{\cdot}mm^3}}{\mathrm{rad}}$	Chap. 3
k	Nombre	1	Chap. 1, 2, 8
k	Supplément de saillie	1	Chap. 2
k	Dernière heure sonnée	1	Chap. 2
k	Embrassement en pas	1	Chap. 5
k'	Supplément de saillie du pignon	1	Chap. 2
k_A	Facteur d'amplitude du balourd	1	Chap. 3
k_F	Taux de remplissage : part de la surface libre couverte par le ressort	1	Chap. 1
Δl	Variation de longueur	mm	Chap. 3, 4
Δl	Course de la lentille en mm	mm	Chap. 4
l	Longueur	mm	Chap. 1, 3
l	Longueur du pendule	m, mm	Chap. 4
l	Longueur du pendule en mm	mm	Chap. 4
l_1	Longueur active lors de l'essai	mm	Chap. 3
l_1	Longueur totale des parties agissant vers le bas	m	Chap. 4

l_2	Longueur active nécessaire	mm	Chap. 3
l_2	Longueur totale des parties agissant vers le haut	m	Chap. 4
λ	Angle de levée	$^\circ$	Chap. 5, 6
λ	longitude géographique du lieu	$^\circ$	Chap. 8
λ_Z	angle de levée réglé sur le chronocomparateur	$^\circ$	Chap. 6
λ_Z	longitude géographique du méridien du fuseau	$^\circ$	Chap. 8
l_G	Longueur de la fourchette	mm	Chap. 5
l_P	Distance des deux points de contact	mm	Chap. 5
l_r	longueur réduite du pendule	m	Chap. 4
l_Z	Longueur d'une dent	mm	Chap. 5
M	Couple	$\mathrm{N{\cdot}mm}$, $\mathrm{N{\cdot}m}$, $\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Chap. 1, 2, 3
Δm	Masse de la masselotte	g	Chap. 4
m	Masse	kg, mg	Chap. 1, 3, 4
m	Module	mm	Chap. 2
M'	Couple sur l'axe du pignon mené	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 2
M_1	Couple du ressort d'origine	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 1
m_1	Module de l'engrenage chaussée – roue de minuterie	mm	Chap. 2
M_2	Couple du ressort de remplacement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 1
m_2	Module de l'engrenage pignon de minuterie – roue des heures	mm	Chap. 2
M_F	Couple du barillet au même instant	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 1
M_F	Couple sur le barillet	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 2
M_H	Couple sur la roue d'échappement	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Chap. 2
M_H	Couple à la roue d'échappement	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Chap. 5
M_m	Couple moyen sur ces tours	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 1
M_max	Couple maximal transmissible élastiquement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 1
M_S	Couple à la fusée	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 1
m_S	Masse d'une vis	mg	Chap. 3
μ	Coefficient de frottement	1	Chap. 5
m_u	Balourd	$\mathrm{\mu g}$	Chap. 3
μ_0	constante magnétique	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{A{\cdot}m}}$	Chap. 6
N	Tours	1	Chap. 1
N	Nombre	1	Chap. 2, 3, 7
N	Nombre de tours	1	Chap. 4
N	Numéro du jour dans l'année	1	Chap. 8
n	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Chap. 2
n	Nombre	1	Chap. 6, 7
n'	Vitesse de rotation du pignon mené	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Chap. 2
n_1	Fréquence d'alternances lors de l'essai	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 3
N_{12}	Coups des heures en 12 heures	1	Chap. 2
n_2	Fréquence d'alternances	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 3
N_A	Coups par tour de la roue motrice	1	Chap. 2
N_ab	Spires du ressort désarmé	1	Chap. 1
N_auf	Spires du ressort armé	1	Chap. 1
N_d	Coups en 24 heures	1	Chap. 2
N_d	Nombre de jours dans le cycle	1	Chap. 8

n_d	Coups par jour	$\frac{1}{\mathrm{d}}$	Chap. 2
N_E	Numéro de courbe terminale	1	Chap. 3
n_F	Nombre d'années jusqu'à ce que le calendrier s'écarte d'un jour de l'année solaire	1	Chap. 8
n_H	Vitesse de rotation de la roue d'échappement	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 2, 5
n_h	Fréquence	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 2, 3, 4, 5
n_h	Fréquence d'alternances	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 3
n_h	Fréquence d'alternances en alternances par minute	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 4
n_ist	fréquence d'alternances mesurée	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 6
N_K	Tours de la couronne	1	Chap. 1
N_M	Tours de l'aiguille des minutes	1	Chap. 1
n_M	Vitesse de rotation de la roue de centre	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Chap. 2
N_max	Nombre maximal de tours du barillet	1	Chap. 1
N_P	Nombre de pulsations comptées	1	Chap. 8
N_R	Tours du rotor	1	Chap. 1
n_R	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 7
N_S	Nombre d'oscillations complètes	1	Chap. 3
n_S	Vitesse de rotation de la roue de seconde	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 2, 7
n_S	Nombre d'années bissextiles dans le cycle	1	Chap. 8
N_Sch	Coups par tour du chaperon	1	Chap. 2
n_soll	fréquence de consigne	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 6
N_W	Révolutions du tambour	1	Chap. 1
n_Z	Nombre d'années dans le cycle	1	Chap. 8
ω	Pulsation	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Chap. 3
ω_max	Vitesse angulaire du balancier au passage par la position d'équilibre	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Chap. 3
$\overline{\Delta G}$	variation moyenne de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
P	Puissance	$\mu\mathrm{W}$	Chap. 1, 3
P	Pas du filetage	mm	Chap. 4
p	Pas	mm	Chap. 2
p	Pas du spiral	mm	Chap. 3
p	Pression	bar	Chap. 6
p_dyn	Pression dynamique	bar	Chap. 6
P_U	Puissance qui parvient au balancier ou au pendule	$\mu\mathrm{W}$	Chap. 1
Q	Facteur de qualité	1	Chap. 3, 5
R	Rayon intérieur	mm	Chap. 1
R	Rayon	mm	Chap. 5
Δr	Déplacement du centre de gravité	mm	Chap. 3
r	Rayon	mm	Chap. 1, 3
r_A	Bras de l'ancre	mm	Chap. 5
r_a	Rayon de la spire extérieure	mm	Chap. 3
r_E	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm	Chap. 5
r_F	Rayon du barillet	mm	Chap. 1
ρ	Rayon	mm	Chap. 1
ρ	Angle de frottement	$^\circ$	Chap. 5
r_i	Rayon intérieur du paquet de spires désarmé	mm	Chap. 1
r_i	Rayon de la spire intérieure	mm	Chap. 3

r_{S}	Rayon effectif de la fusée à l'endroit où la chaîne se déroule	mm	Chap. 1
r_{S}	Distance de son centre de gravité à l'axe du balancier	mm	Chap. 3
r_{u}	Distance du balourd à l'axe du balancier	mm	Chap. 3
S	Erreur secondaire	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 3
S	État	s	Chap. 6
ΔS	Variation d'état	s	Chap. 6
Δs	Variation de l'épaisseur de la lame	$\mu\mathrm{m}$	Chap. 3
s	Épaisseur de la lame	mm, $\mu\mathrm{m}$	Chap. 1, 3
s	Épaisseur de dent	mm	Chap. 2
s	Distance	km, m	Chap. 8
s'	Épaisseur de l'aile du pignon sur le cercle primitif	mm	Chap. 2
S_1	État à la première lecture	s	Chap. 6
s_1	Épaisseur de lame du ressort d'origine	mm	Chap. 1
S_2	État à la deuxième lecture	s	Chap. 6
s_2	Épaisseur de lame du ressort de remplacement	mm	Chap. 1
s_{E}	Autodécharge	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$	Chap. 7
s_{F}	Chute exprimée en chemin	mm	Chap. 5
σ_{zul}	Contrainte de flexion admissible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 1
$\sum G_i$	Somme des marches individuelles, avec signe	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1} \rvert$	Somme des cinq valeurs absolues : différence des deux marches diurnes par position	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
T	Période	s	Chap. 3, 4
Δt	Écart de l'affichage par rapport à l'âge réel de la lune	d	Chap. 2
Δt	Décalage temporel des alternances par rapport à la fréquence de référence pendant la durée de mesure	ms	Chap. 6
Δt	Différence de temps local	min	Chap. 8
t	Temps	s, d, h	Chap. 3, 6, 7, 8
t'_{U}	Durée de révolution du pignon	s	Chap. 2
T_0	Période pour une très faible amplitude	s	Chap. 4
T_1	Période sans disque	s	Chap. 3
t_1	Instant de la première lecture	d	Chap. 6
t_1	Durée d'une alternance	ms	Chap. 6
T_2	Période avec disque	s	Chap. 3
t_2	Instant de la deuxième lecture	d	Chap. 6
t_2	Durée de l'alternance suivante	ms	Chap. 6
t_{A}	Durée de révolution de l'axe menant	d	Chap. 2
t_{A}	Défaut de repère	ms	Chap. 6
τ	Pas	$^\circ$	Chap. 5
t_{dez}	Temps en minutes sous forme décimale	min	Chap. 8
T_{E}	année sidérale	d	Chap. 8
t_{F}	Durée de révolution du barillet	h	Chap. 1
t_{F}	Durée de marche jusqu'à ce que l'affichage s'écarte de Δt	d	Chap. 2
t_{G}	Durée de marche	h, d	Chap. 1, 2
t_{H}	Temps de levée	ms	Chap. 6
t_{I}	Période d'inhibition	s	Chap. 7
t_{Imp}	Durée de l'impulsion	ms	Chap. 7

T_{J}	année tropique	d	Chap. 8
T_{K}	durée moyenne de l'année civile	d	Chap. 8
t_{L}	Durée affichée d'une lunaison	d	Chap. 2
T_{M}	Période des impulsions moteur	s	Chap. 7
t_{M}	Durée de révolution de la roue de centre	h	Chap. 1
t_{M}	Durée de mesure	s	Chap. 6
t_{M}	temps moyen local	min	Chap. 8
t_{N}	Heure de référence	s	Chap. 6
t_{R}	Réserve de marche	h	Chap. 1
T_{S}	Durée d'une alternance	s	Chap. 4
t_{s}	Temps entre deux sauts	d	Chap. 2
T_{sid}	mois sidéral	d	Chap. 8
T_{So}	jour solaire moyen	s	Chap. 8
T_{St}	Jour sidéral	s	Chap. 8
T_{syn}	Mois synodique	d	Chap. 2
T_{syn}	mois synodique	d	Chap. 8
t_{U}	Durée de révolution de l'arbre moteur	h	Chap. 1
t_{U}	Durée de révolution de la roue menante	s	Chap. 2
t_{U}	Indication de la montre	s	Chap. 6
t_{W}	Durée de révolution du tambour	h	Chap. 1
t_{W}	temps vrai local	min	Chap. 8
t_{Z}	Heure du fuseau	min	Chap. 8
U	Nombre de tours nécessaires de la roue motrice	1	Chap. 2
U	Tension	V	Chap. 7
u_G	plus grande erreur sur la marche due à la lecture	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
U_{N}	Tension nominale de la pile	V	Chap. 7
u_S	plus grande erreur de lecture d'un état	s	Chap. 6
U_{W}	Tours du volant par coup	1	Chap. 2
v	Vitesse	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$	Chap. 6, 8
ε	Angle	$^\circ$	Chap. 6
φ	Angle de torsion	rad	Chap. 1
φ	Angle	$^\circ$, rad	Chap. 3
φ	latitude géographique	$^\circ$	Chap. 4
φ_{E}	Arc supplémentaire	$^\circ$	Chap. 5
φ_{S}	Angle de pas du rotor	$^\circ$	Chap. 7
ϱ	Masse volumique	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	Chap. 6
$\Delta\vartheta$	Variation de température	K	Chap. 4
ϑ	Température	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 7, 8
ϑ_0	Température du point d'inversion	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 7
ϑ_1	Température d'essai la plus basse	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 3
ϑ_2	Température d'essai la plus élevée	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 3
v_{F}	Part du travail de la roue perdue dans la chute	$\%$	Chap. 5
W	Travail	mJ, J	Chap. 1, 7
W	Énergie	$\mu\mathrm{J}$, J	Chap. 3, 7
ΔW	Perte d'énergie par oscillation complète	$\mu\mathrm{J}$	Chap. 3
W_{ab}	Travail fourni au désarmage	mJ	Chap. 1

W_{auf}	Travail dépensé à l'armage	mJ	Chap. 1
$W_{\max}$	Énergie maximale stockable élastiquement	mJ	Chap. 1
W_{S}	Travail de la roue d'échappement par alternance	$\mu\mathrm{J}$	Chap. 5
W_{U}	Travail fourni au balancier par alternance	$\mu\mathrm{J}$	Chap. 5
x	Distance	mm	Chap. 4
z	Nombre de dents	1	Chap. 2, 5
z'	Nombre d'ailes du pignon	1	Chap. 2
z'_1	Nombre d'ailes du pignon de la première roue de réduction	1	Chap. 1
z'_1	Nombre d'ailes du premier pignon mené	1	Chap. 2
z'_2	Nombre d'ailes du pignon de la deuxième roue de réduction	1	Chap. 1
z'_2	Nombre d'ailes du deuxième pignon mené	1	Chap. 2
z'_3	Nombre d'ailes du troisième pignon mené	1	Chap. 2
z'_{A}	Nombre de dents du pignon de remontoir	1	Chap. 1
z'_{B}	Nombre d'ailes du pignon de la roue intermédiaire	1	Chap. 1
z'_{H}	Nombre d'ailes du pignon d'échappement	1	Chap. 2
z'_{K}	Nombre de dents du pignon coulant	1	Chap. 1
z'_{K}	Nombre d'ailes du pignon de moyenne	1	Chap. 2
z'_{M}	Nombre d'ailes du pignon de centre	1	Chap. 1
z'_{N}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles	1	Chap. 2
z'_{R}	Nombre d'ailes du pignon de rotor	1	Chap. 1
z'_{S}	Nombre d'ailes du pignon de seconde	1	Chap. 2
z'_{Sch}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles, qui mène le chaperon	1	Chap. 2
z'_{W}	Nombre d'ailes du pignon de minuterie	1	Chap. 2
z_1	Nombre de dents de la première roue de réduction	1	Chap. 1
z_1	Nombre de dents de la première roue menante	1	Chap. 2
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue de réduction	1	Chap. 1
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue menante	1	Chap. 2
z_{24}	Nombre de dents de la roue de 24 heures	1	Chap. 2
z_3	Nombre de dents de la troisième roue menante	1	Chap. 2
z_{A}	Nombre de dents de la roue menante sur le canon des heures	1	Chap. 2
z_{A}	Nombre de dents de la roue motrice	1	Chap. 2
z_{B}	Nombre de dents de la roue intermédiaire	1	Chap. 1
z_{F}	Nombre de dents du barillet	1	Chap. 1
z_{H}	Nombre de dents de la roue d'échappement	1	Chap. 2
z_{K}	Nombre de dents de la roue de moyenne	1	Chap. 2
z_{M}	Nombre de dents de la roue de centre	1	Chap. 2
z_{N}	Nombre de chevilles de levée	1	Chap. 2
z_{S}	Nombre de dents de la roue de seconde	1	Chap. 2
z_{Sch}	Nombre de dents de la roue du chaperon	1	Chap. 2
z_{Sp}	Nombre de dents du rochet	1	Chap. 1
z_{St}	Nombre de dents de la roue des heures	1	Chap. 2
z_{V}	Nombre de dents de la chaussée	1	Chap. 1
z_{V}	Nombre d'ailes de la chaussée	1	Chap. 2
z_{W}	Nombre de dents de la roue de minuterie	1	Chap. 2

Index

A

Accélération de la pesanteur selon la latitude et l'altitude 94
accélération de la pesanteur, lieu 94
Affichage 24 heures 39
affichage 24 heures 39
âge de la lune 152
Âge de la lune à partir de la date 152
aile de pignon 44
ajustage numérique 139
alternance 60
alternance (A/h) 60
alternances par heure 34
amortissement, balancier 78
Amplitude à partir de l'angle de levée et du temps de levée 120
Amplitude à partir du bilan énergétique 109
Amplitude avec un angle de levée mal réglé 122
amplitude minimale 112
amplitude, angle de levée erroné 122
amplitude, balancier 61
amplitude, bilan énergétique 109
amplitude, chronocomparateur 120
amplitude, pendule 91
ancre, embrassement 99
ancre, entraxe 100
Angle annuel pour l'équation du temps 149
angle d'embrassement 99
angle de chute 97
angle de frottement 102
angle de levée, chronocomparateur 122
angle de levée, fourchette 104
angle de pas 140
angle de pression 50
angle de tirage 102
Angle du balancier en fonction du temps 61
année bissextile 147
année civile 147
année tropique 147
Années jusqu'à un jour d'écart 147
antichoc, contrôle 132
antimagnétique 131
Appariement : couple de rappel spécifique pour un balancier et une fréquence 73
appariement balancier-spiral 73
arc supplémentaire 98
Arc supplémentaire du balancier 98
Arc supplémentaire du pendule 112
arc supplémentaire, pendule 112
armage complet 26
asthmomètre 156
autodécharge 134
Autonomie à partir de la capacité et de la consommation 133
Autonomie avec autodécharge 134
autonomie de la pile 133
avance par alternance 96

B

balancier compensé 76
balancier sans raquette 70
balancier, période 59
balourd 71
barillet 7
barillet, rapport de transmission 18
besoin journalier, automatique 28
bilan énergétique, balancier 109
bonde 7
bras de l'ancre 100

C

cadran solaire 152
calendrier grégorien 147
calendrier julien 147
capacité de la pile 133
centième de minute 156
centre d'oscillation 89
Cercle de base 50
cercle de base 50
cercle de pied 45
Cercle de pied de la denture en développante 49
Cercle de pied de la roue 45
Cercle de pied du pignon 46
Cercle de pied du pignon (valeur indicative) 45
cercle de pied, développante 49
cercle de pied, pignon 45, 46
cercle de séparation 10
Cercle de séparation pour la longueur optimale 10
cercle de tête 42
Cercle de tête de la denture en développante 49
Cercle de tête de la roue 42
Cercle de tête du pignon 44
cercle de tête, développante 49
cercle de tête, pignon 44
cercle primitif 40
Cercle primitif d'après l'entraxe 41
chaîne de division 136
champ magnétique 131
Chaperon 52
chaperon 52
chaussée 38
chemin perdu 103
cheville de plateau 104
cheville de plateau, rayon 105
chronocomparateur, amplitude 120
chronocomparateur, marche 117
chute 97
chute d'amplitude 126
Chute d'amplitude en 24 heures 126
Chute exprimée en chemin de la pointe de dent 98
chute, en chemin 98
chute, perte 108
coefficient thermique 74
Coefficient thermique à partir de la mesure 75
Coefficient thermique à partir des caractéristiques des matériaux 74
Coefficient thermique dans le contrôle des chronomètres 128
coefficient thermique, contrôle des chronomètres 128
coefficient thermique, mesure 75

coefficient thermoélastique 74
colonne d'eau 129
Compensation thermique par deux matériaux 93
Comportement thermique du quartz diapason 138
comptage des dents 35
compteur de production 154
Condition pour la roue de seconde 36
consommation 133
Consommation moyenne du mouvement 141
consommation, moyenne 141
constante de rappel 62
Contenu énergétique de la pile 134
contrainte de flexion, ressort moteur 14
contrôle de résistance aux chocs 132
contrôle des chronomètres 127
contrôle des chronomètres, température 75
Couple à la fusée 23
Couple au tambour 21
couple de rappel 62
Couple de rappel du spiral 62
couple de rappel spécifique 62
Couple de rappel spécifique à partir des dimensions du spiral 62
couple du ressort 13
Couple du ressort moteur 13
Couple maximal d'après la contrainte de flexion admissible 14
Couple sur la roue d'échappement 57
Couple sur le pignon 33
couple, entraînement par poids 21
couple, maximal 14
couple, ressort moteur 13
couple, rouage 33
couple, roue d'échappement 57
coups en 12 heures 50
Coups par jour 51
Coups par tour de la roue motrice 52
courbe terminale 66
course de l'ancre 103
Course de l'ancre entre les limitations 103
creux 45
creux entre les dents 46
cycle bissextil 148
cylindre, diamètre 113

D

défaut d'équilibre 71
Défaut d'isochronisme à partir de 0 h et 24 h 126
Défaut de repère 119
défaut de repère 119
Défaut de repère exprimé en angle 119
défaut de repère, angle 119
delta, positions 124
demi-oscillation 81
Démultiplication de la minuterie 38
Démultiplication du rotor à la roue de seconde 141
démultiplication, mouvement à quartz 141
denture cycloïdale 42
denture en développante 49
denture horlogère 42
Déplacement de la lentille à partir de la marche et de la fréquence d'alternances (formule d'atelier) 85
déplacer la lentille 85
détermination d'une roue manquante 35, 44
diamètre du noyau, pignon 45
diamètre du tambour, effectif 20
Diamètre effectif du tambour 20
Diamètre primitif 40
Différence vertical–horizontal 124
différence vertical–horizontal 124
Disque de lune 54
disque de lune 54
Distance des points de contact 101
Diviseur de fréquence 136
Durée d'une alternance (demi-oscillation) 81
durée de l'impulsion 141
durée de marche 19
Durée de marche d'après la hauteur de chute 22
Durée de marche d'après les tours du barillet 19
Durée de marche jusqu'à l'écart de la phase de lune 55
durée de marche, entraînement par poids 22
durée de mesure 117
Durée de révolution 32
durée de révolution 32
Durée de révolution du barillet 18
Durée de révolution du barillet avec roue intermédiaire 19
durée de révolution, barillet 18
Durée moyenne de l'année civile 147

E

écart de fréquence 72, 137
écart entre positions 124
Écart maximal entre positions 124
écarts de positions 71, 124
échappement à cylindre 113
Échappement à cylindre : pas, longueur de dent et cylindre 113
échappement Graham 111
échappement Graham, largeur des becs 111
échappement libre 98
échappement, rendement 108
Échelle tachymétrique 154
écrou de réglage 85
ellipse (cheville de plateau) 104
embrassement 99
Embrassement de l'ancre 99
énergie d'impulsion 142
énergie d'oscillation 76
Énergie d'une impulsion moteur 142
Énergie du balancier en oscillation 76
Énergie du poids 22
Énergie maximale stockable 16
énergie potentielle 22
Énergie stockée du ressort idéal 16
énergie, balancier 76
énergie, barillet 17
énergie, entraînement par poids 22
énergie, maximale 16
énergie, ressort moteur 16
entraînement par poids 21
entraînement par poids, hauteur de chute 21
Entraxe 41
entraxe 41
Entraxe de la roue et de l'ancre 100
Entraxe identique dans la minuterie 39
entraxe, roue et ancre 100

épaisseur de dent 46
Épaisseur de la dent de la roue 46
épaisseur de la lame 14, 62
épaisseur de lame d'après les tours 11
équation 149
Équation du temps 149
équation du temps 149
Équation du temps à partir de la date 150
équation du temps, formule approchée 150
équilibrage 71
erreur circulaire 91
erreur de lecture 132
erreur de mesure, marche 132
erreur de température, balancier 74
erreur de température, pendule 92
erreur du calendrier 147
Erreur secondaire 76
erreur secondaire 76
Erreur sur la marche due à la lecture 132
essai d'amortissement 78
étanchéité 129
État 114
état 114
état d'armage 126

F

Facteur de qualité 77
facteur de qualité 77, 109
facteur de qualité, balancier 77
facteur de remplissage 10
force de pression 130
Force de pression sur la glace ou le fond 130
formule d'atelier déplacement de la lentille 85
formule d'atelier longueur du pendule 83
formule de la pesanteur 94
fourchette 104
Fourchette et cheville de plateau : longueurs et angles 104
fourchette, rapport 106
Fréquence d'alternances à partir de la fréquence 60
Fréquence d'alternances à partir de la période 82
Fréquence d'alternances et vitesse de rotation de la roue d'échappement 96
fréquence d'alternances, balancier 60
fréquence d'alternances, écart 116
fréquence d'alternances, pendule 82
fréquence d'alternances, roue d'échappement 96
Fréquence d'après le dernier engrenage 37
Fréquence d'après le rouage 34
fréquence d'après les nombres de dents 34
Fréquence d'une montre d'après les nombres de dents 35
Fréquence du balancier 59
fréquence du quartz 32 768 Hz 136
fréquence, balancier 59
fréquence, montre 35
fusée 23
fusée et chaîne 23

G

gabarit de courbes 66
gauss 131

H

hauteur de chute 21
Hauteur de chute du poids 21
hauteur de dent 45
hauteur de la lame 62
HEC 151
heure de référence 114
heure du fuseau 151
Heure du fuseau à partir du cadran solaire 152
horloge sidérale 145
Huygens-Steiner, théorème de 90

I

Impulsion et chute à la roue 97
impulsion moteur 141
impulsion, à l'ancre 103
impulsion, à la roue 97
Induction et champ magnétique dans l'air 131
Influence de l'épaisseur de la lame 14
inhibition 139
Inhibition : correction de marche par suppression d'impulsions 139
inverseur 27
ISO 1413 132
ISO 3159 127
ISO 764 131
isochronisme, 0 h et 24 h 126
isochronisme, pendule 91

J

jeu d'engrenage 47
jeu de fond 46
Jeu entre-dents 47
jeu entre-dents 47
jour sidéral 145
Jour sidéral à partir du jour solaire et de l'année 145
jour solaire, moyen 145
Jours dans le cycle bissextil 148

L

largeur des becs 111
Largeur des becs de l'échappement Graham 111
levées, distance 101
ligne d'action 50
limitation 103
longitude 151
longueur active 67
Longueur active pour la fréquence de consigne 67
longueur de la fourchette 106
Longueur de la fourchette à partir de l'entraxe 106
Longueur de ressort optimale 9
Longueur du bras de l'ancre 100
longueur du pendule 82
Longueur du pendule à partir de la fréquence d'alternances 82
Longueur du pendule à partir des alternances par minute (formule d'atelier) 83
longueur du ressort 9
longueur du ressort d'après les spires 12
Longueur du ressort d'après les spires du ressort désarmé 12
Longueur du spiral plat 64
Longueur réduite du pendule 89

M

marche 115

Marche à partir de deux états 115
Marche à partir de l'écart de fréquence 72
Marche à partir de l'écart de la fréquence d'alternances 116
Marche à partir du décalage temporel des alternances 117
marche au porter 125
Marche au porter à partir de deux groupes de positions 125
Marche d'une horloge sidérale par rapport au temps moyen 145
Marche de la montre à quartz à partir de l'écart de fréquence 137
marche diurne 115
marche diurne moyenne 116
Marche moyenne 116
marche, à partir de la fréquence d'alternances 116
marche, au porter 125
marche, fréquence 72
marche, longueur du pendule 84
marche, moment d'inertie 69
marche, montre à quartz 137
marche, moyenne 116
marche, par mois 115
marche, reprise de 128
marche, temps sidéral 145
masselotte de réglage 87
Masselotte de réglage à hauteur quelconque 88
Masselotte de réglage à mi-longueur du pendule 87
masselotte de réglage, hauteur 88
masselottes 69
mesure du cercle de tête 48
Mesure du cercle de tête pour un nombre de dents impair 48
Mesure du moment d'inertie avec un disque additionnel 73
mesure du rendement 57
milliampère-heure 133
minuterie 38
minuterie, entraxe 39
Minutes décimales 156
minutes décimales 156
mise à l'heure 29
Mise à l'heure : course de l'aiguille des minutes 29
module 40
module d'après l'entraxe 41
module d'après le cercle de tête 44
Module d'après le cercle de tête mesuré 44
module d'élasticité, spiral 62
mois sidéral 146
mois synodique 54, 146
Mois synodique à partir de la révolution lunaire 146
Moment d'inertie de la serge (anneau mince) 68
Moment d'inertie des vis et des masselottes 69
Moment d'inertie par rapport à la suspension (théorème de Huygens-Steiner) 90
moment d'inertie, balancier 68
moment d'inertie, mesure 73
moteur Lavet 140
moteur pas à pas 140
mouvement huit jours 19

N

nombre de dents impair 48
nombre de spires 64
Nombre maximal de tours 11
nouvelle lune 152
numéro CGS 65
Numéro CGS du spiral 65
Numéro de courbe terminale 66
numéro de spiral 65
numéro du jour 149

O

oscillation sinusoïdale 61
Oscillations libres sans entretien 78

P

paquet de spires 7
paquet de spires, largeur 10
pas 40
Pas de la roue d'échappement 96
Pas du spiral 64
pas du spiral 64
Pas et module 40
pas, roue d'échappement 96
pendule à gril 93
pendule battant la seconde 81
pendule compensé 93
pendule pesant 89
pendule, arc supplémentaire 112
pendule, période 81
Période 81
Période du balancier 59
Période du pendule pesant 89
Période pour une grande amplitude 91
période, balancier 59
Perte due à la chute 108
perte par la chute 108
pesanteur normale 94
phase de lune 54, 152
phase de lune précise 55
Phase de lune précise avec rapport de transmission 55
phase de lune, précision 55
pignon 30
pignon coulant 29
pignon de remontoir 26
pignon manquant 44
plateau 104
poids additionnel 87
poids de réglage 88
point d'inversion 138
point primitif 41
points de contact, distance 101
positions, horizontales et verticales 124
poulie mobile 21
ppm et marche 137
pression d'essai 130
Pression d'une colonne d'eau 129
pression de l'eau 129
pression dynamique 130
Pression dynamique lors d'un mouvement dans l'eau 130
Puissance à l'organe réglant 25
puissance d'après le couple 24
Puissance d'après le couple et la durée de révolution 24
Puissance moyenne 24
puissance nécessaire 78
Puissance nécessaire au balancier 78
puissance, balancier 25, 78
puissance, force motrice 24
puissance, moyenne 24

puissance, roue d'échappement 107
Pulsation 60
pulsation 60
Pulsomètre 156
pulsomètre 156

Q

quantième perpétuel 148
quantième séculaire 148
quartz diapason 138
quartz, comportement thermique 138

R

rapport d'engrenage 30
Rapport de réduction du remontage automatique 27
rapport de transmission 30
Rapport de transmission d'un engrenage 30
Rapport de transmission total 32
rapport de transmission total 32
Rapport entre fourchette et balancier 106
rapport, fourchette et balancier 106
raquette 67
Rayon de la bonde (valeur indicative) 7
Rayon de la cheville de plateau à partir de l'entraxe 105
rayon de la courbe terminale 66
régime permanent 109
réglage 72
réglage fin 70
Réglage fin par vis de réglage 70
réglage fin, pendule 87
réglage, balancier 69
réglage, formule de base 72
réglage, pendule 84, 85
réglage, raquette 67
remontage automatique 27
remontage manuel 26
remontage par la couronne 26
remontoir de montres (rotomat) 28
remplissage du barillet 9
Rendement d'après les couples mesurés 57
Rendement de l'échappement 108
Rendement du ressort moteur 17
Rendement total du rouage 56
rendement, échappement 108
rendement, mouvement 25
rendement, ressort moteur 17
rendement, rouage 56
renvoi de mise à l'heure 29
repère 119
repos 103
Reprise de marche 128
reprise de marche 128
réserve de marche 19
réserve de marche, automatique 28
ressort de remplacement 15
Ressort de remplacement de même effet 15
ressort moteur, couple 13
ressort moteur, épaisseur de la lame 14
ressort moteur, longueur 9
ressort moteur, remplacement 15
ressort moteur, spires 7, 8
révolution lunaire 146
rochet 26
rotor 27, 140
rouage 32
rouage de finissage 34
rouage de réduction 27
roue à chevilles 52
roue à chevilles, rapport de transmission 52
roue d'échappement, pas 96
roue d'échappement, travail par alternance 107
roue d'échappement, vitesse de rotation 36, 96
roue de couronne 26
roue de cylindre 113
roue de minuterie 38
roue de moyenne 36
roue de seconde 36
roue de seconde manquante 37
roue de seconde, mouvement à quartz 141
roue des heures 38
roue intermédiaire 19, 32

S

saillie 42
serge du balancier 68
Somme des coups des heures 50
sonnerie 50
sonnerie à chaperon 52
sonnerie des demi-heures 51
sonnerie, durée de marche 53
spiral Breguet 66
spiral, choix 73
spiral, commande 65
spiral, couple de rappel spécifique 62
spiral, épaisseur et marche 63
spiral, longueur 64
spiral, raccourcir 67
spiral, vibrage 66
spirale d'Archimède 64
Spires du ressort armé 7
Spires du ressort désarmé 8

T

tablette de réglage 87
tachymètre 154
tambour 20
tangente, échappement à ancre 100
taux de remplissage 10
Taux de remplissage du barillet 10
télémètre 155
Télémètre : distance à partir du temps de propagation du son 155
temps de levée 120
temps local 151
Temps local à partir de la longitude 151
temps sidéral 145
temps solaire moyen 149
temps solaire vrai 149
temps vrai local 152
tirage 102
Tirage : l'angle de frottement comme limite 102
Tours de barillet 8
tours de barillet 8
Tours de couronne pour le remontage 26
Tours de rotor pour une réserve de marche 28
Tours du volant par coup 53

Tours par remontage 53
tours, barillet 8
tours, nombre maximal 11
travail d'armage 16
Travail de la roue d'échappement par alternance 107
Travail fourni au désarmage 17
travail, barillet 17
travail, roue d'échappement 107
trimmer 139

V

valeur CGS 65
variation d'état 115
Variation d'état sur une durée de fonctionnement 115
variation de la marche, moyenne 127
Variation de marche due à l'épaisseur de la lame 63
Variation de marche due à la température 92
Variation de marche due à un autre lieu d'installation 94
Variation de marche due à un balourd (défaut d'équilibre) 71
Variation de marche due au moment d'inertie 69
Variation de marche lors d'une variation d'amplitude 91
Variation de marche par l'écrou de réglage 85
Variation de marche par la raquette 67
Variation de marche par le couple de rappel spécifique et le moment d'inertie 72
Variation de marche par variation de longueur 84
Variation moyenne de la marche 127
Vibrage : oscillations pendant le temps de comptage 66
vibrage du spiral 66
vieillissement, quartz 138
vis de balancier 69
vis de réglage 69, 70
Vitesse à partir de la base de mesure et du temps chronométré 153
Vitesse angulaire maximale 61
vitesse angulaire, balancier 61
Vitesse d'impact lors d'une chute 132
vitesse de rotation 31
Vitesse de rotation de la roue d'échappement 36
Vitesse de rotation du pignon 31
Vitesse de rotation du rotor 140
vitesse de rotation, roue d'échappement 96
vitesse du son 155
Vitesse du son et température 155
vitesse du son, température 155
vitesse, chronographe 153
volant 53
volume du ressort 16

W

wattheure 134