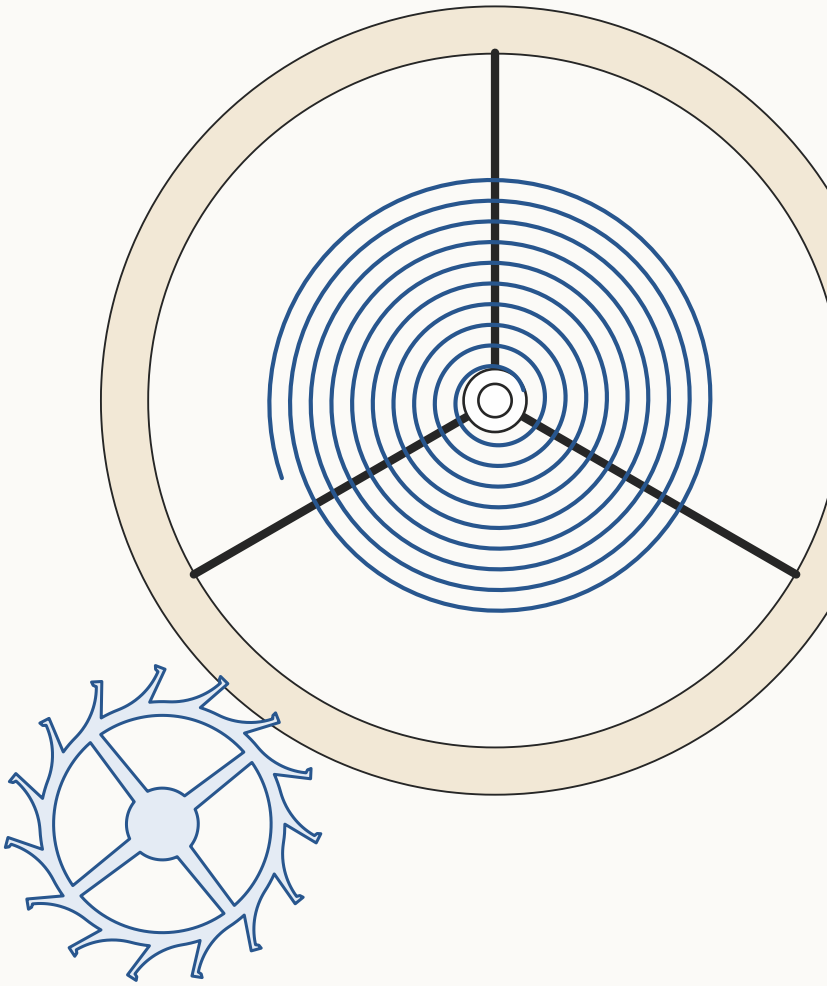
FORMATION · EXAMEN DE MAÎTRISE · ATELIER

Formulaire d'horlogerie

Formules, croquis et exemples entièrement calculés pour la petite et la grosse horlogerie – avec mathématiques, mécanique, fabrication et statistique



Robin Israel
Maître horloger · R.I.O. Uhrenwerkstätte Oppenheim
Président de la Hessische Uhrmacherschule (école d'horlogerie de Hesse)

Édition XL 2026

Comment lire ce formulaire

Chaque formule figure dans sa propre fiche : en haut le nom, le numéro et le niveau, en dessous la formule, transformée là où c'est utile, et à côté le tableau de toutes les grandeurs avec leur unité. Suivent, en une phrase, les conditions dans lesquelles la formule s'applique, puis un exemple entièrement calculé avec nombres et unités. Nous supposons acquise la transformation des formules ; les formes transformées ne figurent que là où l'atelier en a constamment besoin.

Niveaux

COMPAGNON	Connaissances de base pour l'apprentissage et l'examen de fin d'apprentissage.
MAÎTRE	Matière de l'examen de maîtrise.
APPROFONDISSEMENT	Contexte et construction ; pas à calculer à l'examen, mais utile pour comprendre ce qui se passe dans la montre.

Notation

Les fractions sont toujours écrites superposées, jamais avec une barre oblique. Un point de multiplication sépare les facteurs, les nombres décimaux prennent une virgule, les grands nombres une espace fine : $86\,400$.

La plupart des formules sont des **équations aux grandeurs** : on remplace chaque grandeur par sa valeur numérique et son unité, et l'on calcule aussi avec les unités. Toute unité appropriée est admise, à condition de convertir proprement. Quelques formules d'atelier sont des **équations aux valeurs numériques** ; elles portent la mention « équation aux valeurs numériques » et ne valent qu'avec exactement les unités de leur tableau des grandeurs.

Les formules avec « ≈ » sont des approximations. Leur domaine de validité figure sous « Validité ».

Marche, oscillation et alternance

La marche G est l'écart d'une montre par jour, en secondes ($\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$). Plus signifie : la montre avance. Moins signifie : elle retarde.

Une **oscillation** est un aller et retour ; sa durée est la période T, la fréquence f compte les oscillations complètes par seconde (Hz). Une **alternance** est une demi-oscillation. La fréquence d'alternances n_h compte les demi-oscillations, pour les montres par heure (A/h) : $28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$ correspondent à $4\ \mathrm{Hz}$.

Dans ce formulaire, T est un temps (sauf pour les ajustements au chapitre 9, où il désigne la tolérance). Les températures sont notées ϑ, les variations de température $\Delta\vartheta$.

Angles

Dans les fonctions trigonométriques ($\sin$, $\cos$, $\tan$), un angle peut être donné en degrés ; la calculatrice doit alors être réglée en degrés. Si un angle figure en revanche comme facteur ou comme puissance dans une formule, on l'introduit en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$. Le tableau des grandeurs indique chaque fois la forme voulue.

Même symbole, autre signification

Les symboles principaux ont partout la même signification. Là où un chapitre emploie un symbole autrement, par exemple A pour une surface au lieu de l'amplitude, cela est indiqué dans l'introduction du chapitre et dans le tableau des grandeurs de la formule. Le tableau des grandeurs fait toujours foi.

© 2026 Robin Israel. Licence CC BY-NC-SA 4.0 : ce formulaire peut être partagé et adapté gratuitement, avec mention de l'auteur, à des fins non commerciales et dans les mêmes conditions. creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0

Table des matières

1 Notions de base 5
1.1 Unités et conversions 5
1.2 Surfaces et périmètre 9
1.3 Solides et masse 17
1.4 Triangles et coordonnées 22
1.5 Moyenne et écart 28

2 Mécanique 30
2.1 Mouvement 30
2.2 Force, pression et plan incliné 34
2.3 Levier et couple 39
2.4 Travail, énergie, puissance et rendement 41
2.5 Frottement 47
2.6 Moment d'inertie 50
2.7 Résistance et élasticité 53
2.8 Dilatation thermique 62

3 Force motrice 64
3.1 Ressort moteur dans le barillet : géométrie 64
3.2 Couple et énergie du ressort moteur 70
3.3 Durée de marche 75
3.4 Entraînement par poids 78
3.5 Fusée et chaîne 80
3.6 Puissance de la force motrice 81
3.7 Remontage et mise à l'heure 83

4 Rouage et engrenages 88
4.1 Rapport de transmission 88
4.2 Calcul du rouage de finissage 92
4.3 Minuterie 95
4.4 Géométrie des engrenages 97
4.5 Sonnerie 108
4.6 Quantième et phase de lune 111
4.7 Rendement du rouage 114

5 Organe réglant : balancier et spiral 116
5.1 Oscillation du balancier 116
5.2 Spiral 119
5.3 Balancier 125
5.4 Réglage à partir des valeurs de consigne et des valeurs mesurées 129
5.5 Température 131
5.6 Énergie et facteur de qualité 134
5.7 Isochronisme 136

6 Pendule 138
6.1 Pendule simple 138
6.2 Réglage par la longueur du pendule 141
6.3 Pendule pesant 146
6.4 Amplitude et erreur circulaire 148
6.5 Température et lieu d'installation 149

7 Échappements 153
7.1 Grandeurs de base de tous les échappements 153
7.2 Échappement à ancre suisse : géométrie 156
7.3 Force et énergie 165
7.4 L'échappement au chronocomparateur 167
7.5 Échappements d'horloge 168
7.6 Autres échappements 170

8 Contrôle de la marche et mesure 172
8.1 État et marche 172
8.2 Chronocomparateur 175
8.3 Positions et indicateurs 180
8.4 Contrôle des chronomètres 184
8.5 Étanchéité et pression 186
8.6 Magnétisme et chocs 189
8.7 Erreur de lecture et dispersion 190

9 Fabrication et matériaux 191
9.1 Données de coupe 191
9.2 Cône et inclinaison 195
9.3 Filetages 197
9.4 Ajustements et tolérances 200
9.5 Division 205
9.6 Pliage et développé 208
9.7 Métaux précieux 209
9.8 Dureté et traitement thermique 213
9.9 Galvanoplastie 215

10 Électrotechnique, quartz et pile 218
10.1 Grandeurs de base du circuit électrique 218
10.2 Montages de résistances, pile en charge 222
10.3 Condensateur et bobine 225
10.4 Pile 229
10.5 Quartz et diviseur de fréquence 232
10.6 Moteur pas à pas 235
10.7 Mesures sur la montre à quartz 238

11 Temps et calendrier 240
11.1 Jour et année 240
11.2 Calendrier 242
11.3 Équation du temps 244
11.4 Temps local et heure du fuseau 247
11.5 Phase de lune 248
11.6 Échelles du chronographe 249

12 Qualité et statistique 253
12.1 Séries de mesures 253
12.2 Capabilité de la machine et du processus 255
12.3 Défauts et risque 258
12.4 Moyens de mesure et conditions de mesure 260

Symboles 262

Index 276

1 Notions de base

Ce chapitre rassemble les outils de calcul dont se servent tous les autres chapitres : unités, surfaces, solides et calcul dans le triangle. Les formules relèvent de l'école. Ce qui est nouveau, c'est l'endroit où elles interviennent dans la montre et à l'établi.

Les symboles suivent la géométrie : A est ici une surface, s une corde ou une ouverture de clé, m une masse, D un diamètre extérieur, α un angle et n un nombre. Dans les chapitres suivants, certaines de ces lettres prennent d'autres significations ; c'est toujours le tableau des grandeurs placé à côté de la formule qui fait foi.

1.1 Unités et conversions

Nous calculons dans le Système international d'unités (SI). L'horlogerie a conservé en outre ses propres unités : la ligne pour la grandeur des mouvements, les secondes par jour pour la marche et les alternances par heure pour la fréquence. Le titre et le carat des métaux précieux figurent au chapitre 9.

Préfixes des multiples et sous-multiples décimaux

Préfixe	Symbole	Facteur	Exemple d'atelier
Giga	G	10^{9}	Module d'élasticité de l'acier : 210 GPa
Méga	M	10^{6}	Résistance à la traction d'un ressort moteur : 2000 MPa
Kilo	k	10^{3}	Quartz horloger : 32,768 kHz
Déci	d	10^{-1}	1 dm = 100 mm
Centi	c	10^{-2}	Moment d'inertie d'un balancier : 10 mg·cm²
Milli	m	10^{-3}	Diamètre de pivot : 0,1 mm
Micro	µ	10^{-6}	Ébat de pivot : 10 µm ; consommation d'un mouvement à quartz : 1 µA
Nano	n	10^{-9}	Épaisseur d'un traitement antireflet : 100 nm

Un centième de millimètre vaut 10 µm, un millième de millimètre vaut 1 µm.

Unités de longueur de l'horlogerie

Unité	Symbole	Conversion
Ligne de Paris	‴	2,2558 mm
Douzième de ligne		0,188 mm
Pouce de Paris (12 lignes)		27,07 mm
Pouce anglais (inch)	″ ou in	25,4 mm (exactement)
Micromètre	µm	0,001 mm

Aujourd'hui, la ligne ne sert presque plus qu'à indiquer la grandeur des mouvements. Le pouce anglais se rencontre pour les filetages, les pendules et les machines.

Lignes en millimètres

(1.1) COMPAGNON

$$d = N_{\mathrm{L}} \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm}$$

TRANSFORMÉE $N_{\mathrm{L}} = \dfrac{d}{2{,}2558\,\mathrm{mm}}$

d	Diamètre (ou autre longueur)	mm
N_{L}	Nombre de lignes (mesure en lignes, nombre pur)	1

Aujourd'hui encore, la grandeur des mouvements s'exprime en lignes de Paris, notées avec trois traits : 11½‴. Une ligne est la douzième partie de l'ancien pouce de Paris.

Validité : toujours ; 1 ligne = 2,2558 mm.

Attention : L'indication en lignes d'un calibre est une classe de grandeur, pas une cote de fabrication. Le diamètre réel du mouvement s'en écarte souvent de quelques dixièmes de millimètre. Pour les porte-mouvements et les boîtes, c'est la cote de la fiche technique qui fait foi.

EXEMPLE Un mouvement est désigné comme mouvement de 11½ lignes. Quelle est sa grandeur en millimètres ?

Données : $N_{\mathrm{L}} = 11{,}5$

$$\begin{aligned} d &= N_{\mathrm{L}} \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm} \\ &= 11{,}5 \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm} \\ &\approx 25{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 25,9 mm. C'est la classe de grandeur de la plupart des montres-bracelets automatiques pour hommes.

Minutes et secondes en valeur décimale

(1.2) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$t = t_{\mathrm{h}} + \frac{t_{\mathrm{min}}}{60} + \frac{t_{\mathrm{s}}}{3600}$$

t	Temps (en nombre décimal d'heures)	h
t_{h}	Heures entières	h
t_{min}	Minutes	min
t_{s}	Secondes	s

Pour calculer, il nous faut les temps sous forme décimale. Les angles se convertissent de la même façon : degrés, minutes d'arc et secondes d'arc au lieu d'heures, minutes et secondes, par exemple 12° 30′ = 12,5°.

Validité : valeurs numériques dans les unités indiquées ; une heure compte 60 minutes, une minute 60 secondes.

EXEMPLE Après remontage complet, une montre marche 43 h 24 min 36 s. Quelle est la durée de marche en nombre décimal ?

Données : $t_{\mathrm{h}} = 43\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{min}} = 24\,\mathrm{min}$; $t_{\mathrm{s}} = 36\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} t &= t_{\mathrm{h}} + \frac{t_{\mathrm{min}}}{60} + \frac{t_{\mathrm{s}}}{3600} \\ &= 43 + \frac{24}{60} + \frac{36}{3600} \\ &= 43{,}41\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

43,41 h. Cette valeur se prête à la suite des calculs, par exemple pour la comparer à la durée de marche prescrite.

Marche, pour cent et ppm

Indication	Correspond à	Remarque
1 jour	24 h = 1440 min = 86 400 s	
1 s par jour	11,57 ppm = 0,001 157 %	très bonne montre mécanique
1 ppm	0,0864 s par jour	environ 2,6 s par mois, 31,5 s par an
1 ‰	86,4 s par jour	
1 %	864 s par jour	14,4 min par jour

ppm signifie « parties par million » (parts per million), donc 10^{-6}. Cette indication est courante pour les montres à quartz.

Marche en écart relatif

(1.3) COMPAGNON

$$x = \frac{G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

TRANSFORMÉE $G = x \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

x	Écart relatif (en nombre, en % ou en ppm)	ppm
G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

La marche en secondes par jour est le rapport de deux temps. En divisant par les 86 400 secondes du jour, on obtient l'écart relatif. On peut ainsi comparer montres mécaniques, montres à quartz et tolérances de composants.

Validité : toujours ; le signe est conservé.

EXEMPLE Une montre-bracelet mécanique avance de 6 s par jour. Quel est l'écart relatif ?

Données : $G = 6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} x &= \frac{G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 69{,}4\,\mathrm{ppm} \end{aligned}$$

Environ 69 ppm ou 0,007 %. La montre mesure le temps à sept cent-millièmes près.

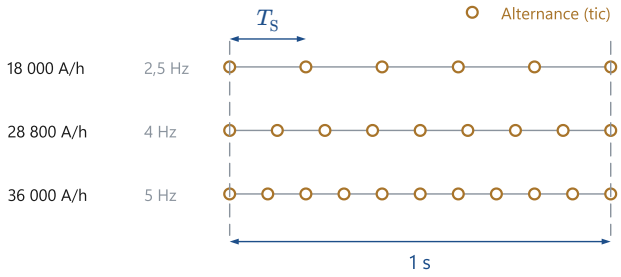
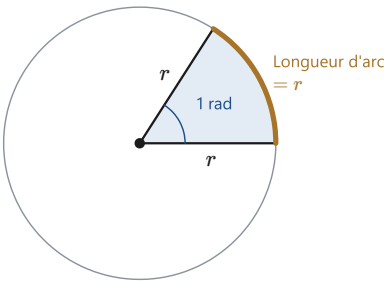


Fig. 1.1 Alternances en une seconde : plus la fréquence est élevée, plus la durée d'une alternance T_S est courte



Cercle complet : 360° = 2π rad

Fig. 1.2 Radian : pour un angle de 1 rad, soit environ 57,3°, l'arc a la même longueur que le rayon

Degrés en radians

(1.4) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$\widehat{\alpha} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180}$$

TRANSFORMÉE $\alpha = \frac{180 \cdot \widehat{\alpha}}{\pi}$

$\widehat{\alpha}$	Angle (en radians)	rad
α	Angle (en degrés)	$^\circ$

La mesure en radians indique la longueur de l'arc rapportée au rayon. Le cercle complet vaut $2\pi\,\mathrm{rad}$, donc $1\,\mathrm{rad} \approx 57{,}3^\circ$. Lorsqu'un angle figure comme facteur dans une formule, il doit y être introduit en radians.

Validité : valeurs numériques : α en degrés sous forme décimale, résultat en radians.

EXEMPLE Un balancier oscille avec une amplitude de 270°. Que vaut cet angle en radians ?

Données : $\alpha = 270^\circ$

$$\begin{aligned}\widehat{\alpha} &= \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \\ &= \frac{\pi \cdot 270}{180} \\ &\approx 4{,}71\,\mathrm{rad}\end{aligned}$$

Environ 4,71 rad, soit les trois quarts d'un tour.

Fréquence d'alternances et fréquence

(1.5) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot f$$

TRANSFORMÉE $f = \frac{n_\mathrm{h}}{2}$

n_h	Fréquence d'alternances (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

La fréquence compte les oscillations complètes, la fréquence d'alternances compte les alternances. Chaque oscillation complète se compose de deux alternances. Pour les montres, la fréquence d'alternances s'indique en alternances par heure (A/h).

Validité : toujours ; pour passer des alternances par seconde aux A/h, multiplier par 3600.

EXEMPLE Un balancier oscille à 4 Hz. Quelle est la fréquence d'alternances ?

Données : $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{h} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 8\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\end{aligned}$$

28 800 alternances par heure, soit 8 alternances par seconde.

Durée d'une alternance

(1.6) COMPAGNON

$$T_\mathrm{S} = \frac{1}{n_\mathrm{h}}$$

T_S	Durée d'une alternance (durée d'une demi-oscillation)	s
n_h	Fréquence d'alternances (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

La durée d'une alternance est le temps qui sépare un tic du suivant. La période T d'une oscillation complète est deux fois plus longue.

Validité : toujours ; introduire n_h en alternances par seconde si l'on veut obtenir T_S en secondes.

EXEMPLE Combien de temps dure une alternance à 28 800 A/h ?

Données : $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} T_\mathrm{S} &= \frac{1}{n_\mathrm{h}} \\ &= \frac{1}{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}} \\ &= \frac{3600\ \mathrm{s}}{28\,800} \\ &= 0{,}125\ \mathrm{s} \end{aligned}$$

Un huitième de seconde. C'est pourquoi l'aiguille des secondes fait huit petits pas par seconde.

Fréquences courantes des montres

Fréquence n_h en A/h	Fréquence f en Hz	Alternances par seconde	Durée d'une alternance T_S en s	Utilisation
18 000	2,5	5	0,2	montres de poche, anciennes montres-bracelets
19 800	2,75	5,5	0,1818	quelques anciens calibres
21 600	3	6	0,1667	nombreux mouvements à remontage manuel et automatiques
25 200	3,5	7	0,1429	quelques calibres
28 800	4	8	0,125	aujourd'hui la fréquence la plus répandue
36 000	5	10	0,1	calibres à haute fréquence

A signifie alternance, c'est-à-dire la demi-oscillation.

1.2 Surfaces et périmètre

Les surfaces nous servent pour les sections, les efforts de pression et comme base des solides. À l'atelier, on mesure le diamètre, pas le rayon ; c'est pourquoi les formules sont écrites avec d.

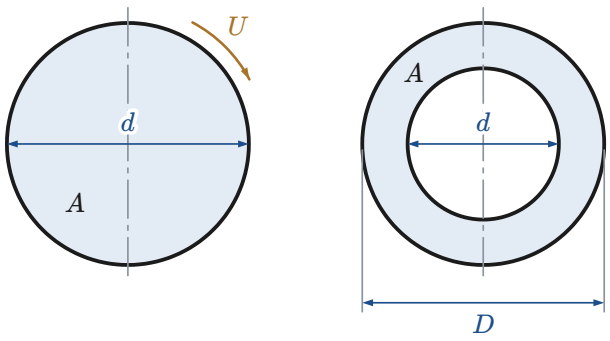


Fig. 1.3 Cercle de diamètre d, circonférence U et aire A ; couronne circulaire de diamètre extérieur D et de diamètre intérieur d

Circonférence du cercle

(1.7) COMPAGNON

$$U = \pi \cdot d$$

U	Circonférence	mm
d	Diamètre	mm

La circonférence vaut π fois le diamètre, soit un peu plus de trois fois sa longueur.

Validité : toujours.

EXEMPLE Une serge de balancier a un diamètre extérieur de 10 mm. Quel chemin parcourt un point de la serge en un tour complet ?

Données : $d = 10\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} U &= \pi \cdot d \\ &= \pi \cdot 10\,\mathrm{mm} \\ &\approx 31{,}4\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 31,4 mm. Avec une amplitude de 270°, il parcourt par alternance deux fois les trois quarts de cette longueur, soit environ 47 mm.

Aire du cercle

(1.8) COMPAGNON

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

A	Aire	mm^2
d	Diamètre	mm

TRANSFORMÉE $d = \sqrt{\dfrac{4 \cdot A}{\pi}}$

L'aire croît avec le carré du diamètre : diamètre double, aire quadruple.

Validité : toujours.

EXEMPLE Une glace de montre a un diamètre de 30 mm. Quelle est sa surface ?

Données : $d = 30\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{\pi \cdot (30\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &\approx 707\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Environ 707 mm². Sous une pression d'essai de 10 bar, soit $1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, la glace supporte environ 707 N.

Couronne circulaire

(1.9) COMPAGNON

$$A = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4}$$

A	Aire	mm^2
D	Diamètre (extérieur)	mm
d	Diamètre (intérieur)	mm

La couronne circulaire est la grande surface du cercle moins la petite. On calcule ainsi la section des tubes, des douilles, des joints et des serges.

Validité : les deux cercles ont le même centre.

EXEMPLE Une serge de balancier mesure 10 mm à l'extérieur et 8,4 mm à l'intérieur. Quelle est l'aire de sa face ?

Données : $D = 10\,\mathrm{mm}$; $d = 8{,}4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \\ &= \frac{\pi \cdot \left((10\,\mathrm{mm})^2 - (8{,}4\,\mathrm{mm})^2\right)}{4} \\ &\approx 23{,}1\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Environ 23,1 mm². Avec la hauteur de la serge, on en tire le volume, voir section 1.3.

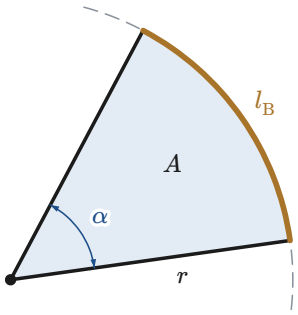


Fig. 1.4 Secteur circulaire : angle au centre α, longueur d'arc l_B, rayon r (moitié du diamètre d)

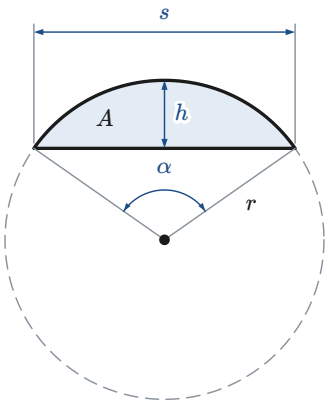


Fig. 1.5 Segment circulaire : corde s, flèche h, angle au centre α, rayon r (moitié du diamètre d)

Longueur d'arc

(1.10) COMPAGNON

$$l_{\mathrm{B}} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

l_{B}	Longueur d'arc	mm
d	Diamètre	mm
α	Angle au centre	$^\circ$

L'arc est la partie de la circonférence qui correspond à l'angle α. Avec l'angle en radians, l'écriture est plus courte : longueur d'arc égale rayon fois angle.

Validité : toujours ; α en degrés.

EXEMPLE Sur un cadran, la minuterie se trouve sur un cercle de 30 mm de diamètre. Quel est l'écart entre deux traits de minute ? Une minute correspond à 6°.

Données : $d = 30\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 6^\circ$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{B}} &= \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 6^\circ}{360^\circ} \\ &\approx 1{,}57\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 1,57 mm d'un trait à l'autre.

Secteur circulaire

(1.11) COMPAGNON

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

A	Aire	mm^2
d	Diamètre	mm
α	Angle au centre	$^\circ$

Le secteur circulaire est la part de gâteau. Son aire est la fraction de l'angle par rapport au cercle complet, multipliée par l'aire du cercle.

Validité : toujours ; α en degrés.

EXEMPLE La masse oscillante d'un mouvement automatique est un secteur circulaire de 28 mm de diamètre et de 150° d'ouverture. Quelle est son aire ?

Données : $d = 28\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 150^\circ$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2 \cdot 150^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \\ &\approx 257\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Environ 257 mm², soit les cinq douzièmes de l'aire du cercle complet.

Corde

(1.12) COMPAGNON

$$s = d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

s	Corde (ligne droite reliant deux points du cercle)	mm
d	Diamètre	mm
α	Angle au centre	°

La corde est la distance en ligne droite entre deux points du cercle, c'est-à-dire la cote qu'indique le pied à coulisse. L'arc qui les relie est toujours un peu plus long.

Validité : toujours ; α est l'angle entre les deux rayons.

EXEMPLE Une roue d'échappement a un diamètre de 4,8 mm et 15 dents ; le pas angulaire vaut donc 24°. Quelle distance sépare deux pointes de dents voisines ?

Données : $d = 4{,}8\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 24^\circ$

$$\begin{aligned} s &= d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 4{,}8\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{24^\circ}{2}\right) \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 1,00 mm d'une pointe à l'autre.

Flèche

(1.13) COMPAGNON

$$h = \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

h	Flèche (plus grande distance entre corde et arc)	mm
d	Diamètre	mm
α	Angle au centre	°

La flèche indique de combien l'arc dépasse la corde. Lorsqu'on fait un méplat sur un axe, c'est la profondeur enlevée.

Validité : α jusqu'à 180°.

EXEMPLE On fait un méplat sur un axe de 3 mm de diamètre. Le méplat doit sous-tendre un angle au centre de 90°. Quelle profondeur faut-il enlever ?

Données : $d = 3\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 90^\circ$

$$\begin{aligned} h &= \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \\ &= \frac{3\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right)\right) \\ &\approx 0{,}44\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 0,44 mm. Le méplat a alors une largeur de 2,12 mm, voir formule (1.12).

Rayon à partir de la corde et de la flèche

(1.14) MAÎTRE

$$r = \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2}$$

r	Rayon (de l'arc)	mm
s	Corde (ligne droite reliant deux points du cercle)	mm
h	Flèche (plus grande distance entre corde et arc)	mm

Sur un arc, la corde et la flèche se mesurent facilement, le rayon non. Cette formule permet de déterminer le rayon de bombé d'une glace ou d'un cadran bombé.

Validité : toujours ; découle du théorème de Pythagore.

EXEMPLE Une glace bombée a un diamètre de 30 mm et est plus haute de 1,9 mm au centre qu'au bord. Quel est le rayon de bombé ?

Données : $s = 30\,\mathrm{mm}; \quad h = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &= \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2} \\ &= \frac{(30\,\mathrm{mm})^2}{8 \cdot 1{,}9\,\mathrm{mm}} + \frac{1{,}9\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 60{,}2\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 60 mm. Le diamètre de la glace est ici la corde.

Segment circulaire

(1.15) MAÎTRE

$$A = \frac{d^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

A	Aire	mm^2
d	Diamètre	mm
α	Angle au centre	$^\circ$

Le segment circulaire est la surface comprise entre la corde et l'arc : le secteur circulaire moins le triangle formé par les deux rayons et la corde.

Validité : α en degrés, jusqu'à 360°.

EXEMPLE Sur l'axe de 3 mm de diamètre, on enlève un segment d'angle au centre de 90°. Quelle part de section perd-on ?

Données : $d = 3\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 90^\circ$

$$\begin{aligned} A &= \frac{d^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right) \\ &= \frac{(3\,\mathrm{mm})^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ} - \sin\left(90^\circ\right) \right) \\ &\approx 0{,}64\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Environ 0,64 mm², soit 9 % de la section complète de 7,07 mm².

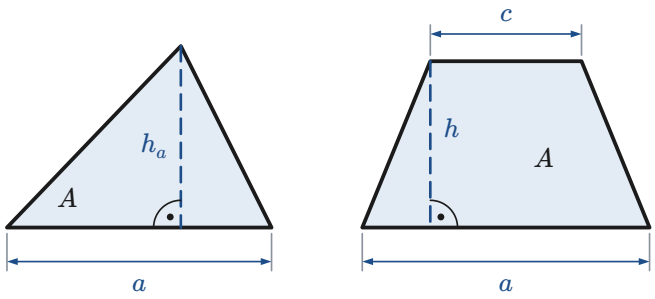


Fig. 1.6 Triangle de base a et de hauteur h_a ; trapèze de côtés parallèles a et c et de hauteur h

Triangle

(1.16) COMPAGNON

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

A	Aire	mm^2
a	Côté (base)	mm
h_a	Hauteur (perpendiculaire à la base)	mm

Tout triangle est la moitié d'un rectangle formé par la base et la hauteur. Le choix du côté servant de base est libre ; la hauteur doit lui être perpendiculaire.

Validité : toujours.

EXEMPLE Un index d'heure triangulaire mesure 2,4 mm de large à la base et 5 mm de haut. Quelle est son aire ?

Données : $a = 2{,}4\,\mathrm{mm}; \quad h_a = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{a \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{2{,}4\,\mathrm{mm} \cdot 5\,\mathrm{mm}}{2} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

6 mm². C'est par exemple la surface à couvrir de matière luminescente.

Trapèze

(1.17) COMPAGNON

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

A	Aire	mm^2
a	Côté (premier des deux côtés parallèles)	mm
c	Côté (second des deux côtés parallèles)	mm
h	Hauteur (distance entre les côtés parallèles)	mm

Le trapèze a l'aire d'un rectangle de largeur moyenne. Si les deux côtés parallèles sont de même longueur, il reste côté fois hauteur : l'aire du rectangle et du parallélogramme.

Validité : deux côtés sont parallèles.

EXEMPLE Sur 14 mm de longueur, une aiguille s'amincit de 3 mm à 1,2 mm de largeur. Quelle est son aire ?

Données : $a = 3\,\mathrm{mm}; \quad c = 1{,}2\,\mathrm{mm}; \quad h = 14\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{a + c}{2} \cdot h \\ &= \frac{3\,\mathrm{mm} + 1{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \cdot 14\,\mathrm{mm} \\ &= 29{,}4\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

29,4 mm². Avec l'épaisseur et la masse volumique, on en déduit la masse de l'aiguille, voir section 1.3.

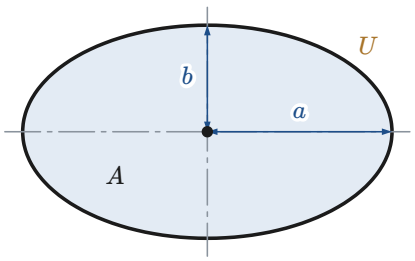


Fig. 1.7 Ellipse de demi-axes a et b

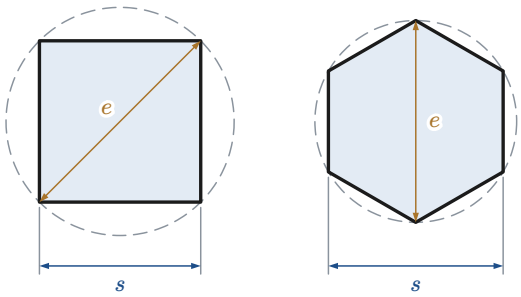


Fig. 1.8 Carré et hexagone : ouverture de clé s, cote sur angles e

Ellipse : aire

(1.18) COMPAGNON

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

L'ellipse est un cercle étiré. Si les deux demi-axes sont égaux, on retrouve l'aire du cercle.

Validité : toujours ; a et b sont les demi-cotes extérieures.

A	Aire	mm^2
a	Demi-axe (grand, demi-longueur)	mm
b	Demi-axe (petit, demi-largeur)	mm

EXEMPLE Une glace ovale mesure 22 mm × 18 mm. Quelle est son aire ?

Données : $a = 11\,\mathrm{mm}; \quad b = 9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot a \cdot b \\ &= \pi \cdot 11\,\mathrm{mm} \cdot 9\,\mathrm{mm} \\ &\approx 311\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Environ 311 mm². Les demi-axes sont les moitiés des cotes extérieures, soit 11 mm et 9 mm.

Ellipse : périmètre

(1.19) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$U \approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)}\right)$$

Il n'existe pas de formule fermée simple pour le périmètre de l'ellipse. Cette approximation suffit pour tout travail d'atelier, par exemple pour la longueur d'un joint ou d'une lunette de glace.

Validité : approximation ; l'erreur reste inférieure à 0,01 % tant que l'ellipse n'est pas plus de trois fois plus longue que large.

U	Périmètre	mm
a	Demi-axe (grand)	mm
b	Demi-axe (petit)	mm

EXEMPLE Quelle est la longueur du joint pour la glace ovale de 22 mm × 18 mm ?

Données : $a = 11\,\mathrm{mm}; \quad b = 9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} U &\approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)}\right) \\ &= \pi \cdot \left(3 \cdot (11\,\mathrm{mm} + 9\,\mathrm{mm}) - \sqrt{(3 \cdot 11\,\mathrm{mm} + 9\,\mathrm{mm}) \cdot (11\,\mathrm{mm} + 3 \cdot 9\,\mathrm{mm})}\right) \\ &\approx 63{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 63 mm. Un cercle de diamètre moyen 20 mm aurait une circonférence de 62,8 mm.

Carré : cote sur angles

(1.20) COMPAGNON

$$e = \sqrt{2} \cdot s$$

TRANSFORMÉE $s = \dfrac{e}{\sqrt{2}}$

e	Cote sur angles (mesurée par-dessus les arêtes)	mm
s	Ouverture de clé (mesurée sur plats)	mm

La cote sur angles est la diagonale du carré. Elle indique le diamètre minimal de la barre ronde dans laquelle un carré doit être limé ou fraisé. L'aire du carré est s^2.

Validité : carré à arêtes vives. En pratique, les arêtes sont souvent cassées ; un peu moins suffit alors.

EXEMPLE L'arbre de remontage d'une pendule doit recevoir un carré de 4 mm d'ouverture de clé. Quel diamètre minimal l'arbre doit-il avoir ?

Données : $s = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{2} \cdot s \\ &= \sqrt{2} \cdot 4\,\mathrm{mm} \\ &\approx 5{,}66\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Au moins 5,66 mm, si les arêtes doivent être complètes.

Hexagone : cote sur angles

(1.21) COMPAGNON

$$e = \frac{2 \cdot s}{\sqrt{3}}$$

TRANSFORMÉE $s = \dfrac{\sqrt{3} \cdot e}{2}$

e	Cote sur angles (mesurée par-dessus les arêtes)	mm
s	Ouverture de clé (mesurée sur plats)	mm

Pour l'hexagone, la cote sur angles dépasse l'ouverture de clé d'environ 15,5 %. L'aire de l'hexagone est $0{,}866 \cdot s^2$.

Validité : hexagone régulier à arêtes vives.

EXEMPLE Un écrou hexagonal a une ouverture de clé de 5,5 mm. Quel diamètre minimal la barre ronde doit-elle avoir ?

Données : $s = 5{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} e &= \frac{2 \cdot s}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2 \cdot 5{,}5\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}} \\ &\approx 6{,}35\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Au moins 6,35 mm.

À retenir : Diamètre double signifie circonférence double, mais aire quadruple.

1.3 Solides et masse

Le volume et la masse volumique de la matière donnent la masse d'une pièce. Nous en avons besoin pour les serges de balancier, les lentilles de pendule, les poids et pour la quantité de métal précieux nécessaire.

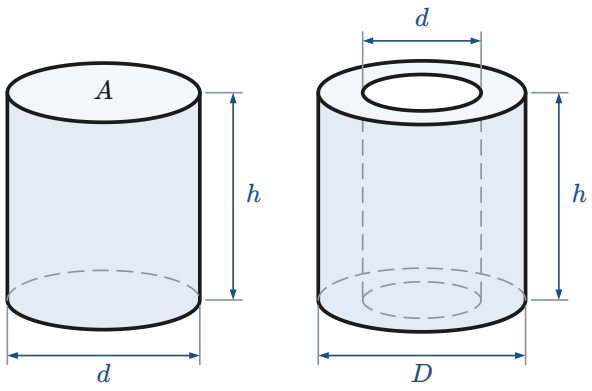


Fig. 1.9 Cylindre et cylindre creux ; la surface de base A fois la hauteur h donne le volume

Prisme : solide à section constante

(1.22) COMPAGNON

$$V = A \cdot h$$

Tout solide dont la section reste la même sur toute la hauteur a pour volume surface de base fois hauteur : barres, tôles, profilés. La surface de base se tire de la section 1.2.

Validité : section partout identique, hauteur perpendiculaire à la base.

V	Volume	mm^3
A	Aire (surface de base, section du solide)	mm^2
h	Hauteur (perpendiculaire à la base)	mm

EXEMPLE On tronçonne un morceau de 20 mm de longueur dans une barre hexagonale de 5 mm d'ouverture de clé (section 21,65 mm²). Quel est son volume ?

Données : $A = 21{,}65\,\mathrm{mm}^2$; $h = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= A \cdot h \\ &= 21{,}65\,\mathrm{mm}^2 \cdot 20\,\mathrm{mm} \\ &= 433\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

433 mm³, soit 0,433 cm³.

Cylindre

(1.23) COMPAGNON

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

Le cylindre est le prisme à base circulaire : axes, goupilles, rondelles, disques.

Validité : cylindre circulaire droit.

V	Volume	mm^3
d	Diamètre	mm
h	Hauteur (perpendiculaire à la base)	mm

EXEMPLE Une rondelle de laiton a un diamètre de 30 mm et une épaisseur de 2 mm. Quel est son volume ?

Données : $d = 30\,\mathrm{mm}$; $h = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot (30\,\mathrm{mm})^2}{4} \cdot 2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1414\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Environ 1414 mm³ ou 1,414 cm³.

Cylindre creux

(1.24) COMPAGNON

$$V = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \cdot h$$

Couronne circulaire fois hauteur : tubes, douilles, bagues et la serge d'un balancier.

Validité : cylindre creux droit, alésage centré.

V	Volume	mm^3
D	Diamètre (extérieur)	mm
d	Diamètre (intérieur)	mm
h	Hauteur (perpendiculaire à la base)	mm

EXEMPLE Une serge de balancier mesure 10 mm à l'extérieur, 8,4 mm à l'intérieur et 0,8 mm de hauteur. Quel est son volume ?

Données : $D = 10\,\mathrm{mm}$; $d = 8{,}4\,\mathrm{mm}$; $h = 0{,}8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot \left((10\,\mathrm{mm})^2 - (8{,}4\,\mathrm{mm})^2\right)}{4} \cdot 0{,}8\,\mathrm{mm} \\ &\approx 18{,}5\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Environ 18,5 mm³. En bronze au béryllium, cette serge pèse environ 0,15 g.

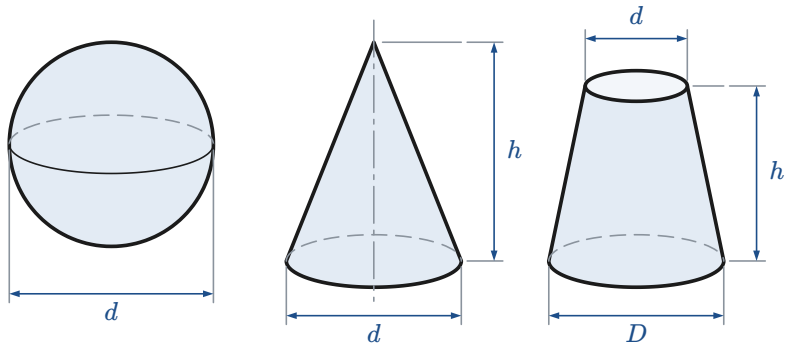


Fig. 1.10 Sphère, cône et tronc de cône

Sphère

(1.25) COMPAGNON

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

La sphère remplit un peu plus de la moitié du cube dans lequel elle s'inscrit tout juste. Sa surface vaut $\pi \cdot d^2$.

Validité : toujours.

V	Volume	mm^3
d	Diamètre	mm

EXEMPLE Une bille d'acier a un diamètre de 2 mm. Quel est son volume ?

Données : $d = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^3}{6} \\ &= \frac{\pi \cdot (2\,\mathrm{mm})^3}{6} \\ &\approx 4{,}19\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Environ 4,19 mm³ ; la bille pèse donc environ 33 mg.

Cône

(1.26) COMPAGNON

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$$

Le cône a le tiers du volume du cylindre de même base et de même hauteur. Il en va de même pour la pyramide par rapport au prisme.

Validité : hauteur mesurée perpendiculairement à la base.

V	Volume	mm^3
d	Diamètre (de la base)	mm
h	Hauteur (perpendiculaire à la base)	mm

EXEMPLE Une pointe de pointeau de 60° a un diamètre de 3 mm à la base et une hauteur de 2,6 mm. Quel est le volume de la pointe ?

Données : $d = 3\,\mathrm{mm}$; $h = 2{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12} \\ &= \frac{\pi \cdot (3\,\mathrm{mm})^2 \cdot 2{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 6{,}13\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Environ 6,13 mm³. Le cylindre de mêmes dimensions en aurait le triple.

Tronc de cône

(1.27) COMPAGNON

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot \left(D^2 + D \cdot d + d^2\right)}{12}$$

Le tronc de cône est un cône sans pointe : goupilles coniques, alésoirs, pièces de boîte coniques. Avec $d = 0$, on retrouve le cône ; avec $d = D$, le cylindre.

Validité : tronc de cône droit, face supérieure parallèle à la base.

V	Volume	mm^3
h	Hauteur (perpendiculaire à la base)	mm
D	Diamètre (au grand bout)	mm
d	Diamètre (au petit bout)	mm

EXEMPLE Un bouchon conique en laiton mesure 10 mm de long et s'amincit de 6 mm à 4 mm de diamètre. Quel est son volume ?

Données : $h = 10\,\mathrm{mm}$; $D = 6\,\mathrm{mm}$; $d = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot h \cdot \left(D^2 + D \cdot d + d^2\right)}{12} \\ &= \frac{\pi \cdot 10\,\mathrm{mm} \cdot \left((6\,\mathrm{mm})^2 + 6\,\mathrm{mm} \cdot 4\,\mathrm{mm} + (4\,\mathrm{mm})^2\right)}{12} \\ &\approx 199\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Environ 199 mm³. Le calcul comme cylindre de diamètre moyen 5 mm donnerait 196 mm³, donc un peu trop peu.

Masse à partir du volume et de la masse volumique

(1.28) COMPAGNON

$$m = \varrho \cdot V$$

TRANSFORMÉE $\varrho = \dfrac{m}{V}$

La masse volumique indique quelle masse contient un centimètre cube. Transformée, la formule sert à identifier une matière par pesée et mesure.

Validité : pièce massive sans cavités, matière homogène. $1\,\mathrm{cm}^3 = 1000\,\mathrm{mm}^3$.

m	Masse	g
ϱ	Masse volumique (de la matière)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
V	Volume	cm^3

EXEMPLE La rondelle de laiton de la formule (1.23) a un volume de 1414 mm³, soit 1,414 cm³. Quelle est sa masse pour une masse volumique de $8{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$?

Données : $\varrho = 8{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$; $V = 1{,}414\,\mathrm{cm}^3$

$$\begin{aligned} m &= \varrho \cdot V \\ &= 8{,}5\ \tfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1{,}414\,\mathrm{cm}^3 \\ &\approx 12{,}0\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Environ 12 g. En or 750, la même rondelle pèserait environ 22 g.

Masse volumique des matériaux horlogers (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	ϱ en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
Aluminium	2,7
Titane	4,5
Acier non allié	7,85
Acier inoxydable (1.4404, 316L)	8,0
Bronze au béryllium (CuBe2, serges de balancier)	8,3
Laiton (CuZn39Pb3)	8,5
Maillechort	8,6 … 8,7
Argent 925	10,4
Or 585	13 … 14
Or 750	15 … 16
Or fin	19,3
Platine 950	20 … 21,5
Saphir et rubis (corindon)	4,0
Verre minéral	2,5
Verre acrylique	1,19

Pour les alliages, la masse volumique dépend de la composition exacte ; c'est la fiche technique du fabricant qui fait foi. $1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ équivaut à $1\ \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$.

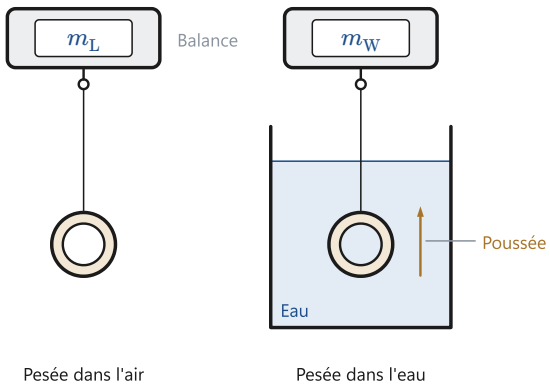


Fig. 1.11 Masse volumique par deux pesées : dans l'air, la balance indique m_L, avec la pièce dans l'eau seulement m_W. La différence est la masse de l'eau déplacée

Masse volumique par pesée dans l'air et dans l'eau

(1.29) COMPAGNON

$$\varrho = \frac{m_L}{m_L - m_W} \cdot \varrho_W$$

Une pièce immergée s'allège du poids de l'eau qu'elle déplace (principe d'Archimède). La différence entre les deux pesées donne donc le volume, sans qu'il faille mesurer la pièce. On peut ainsi vérifier si la masse volumique d'une bague ou d'une boîte correspond au titre poinçonné.

Validité : pièce massive d'une seule matière, sans cavités, pierres ni incrustations ; entièrement immergée, sans bulles d'air et sans contact avec le récipient ; fil de suspension fin. La poussée de l'air est négligée ; l'erreur est d'environ 0,1 %.

ϱ	Masse volumique (de la pièce)	$\frac{g}{cm^3}$
m_L	Masse (indication de la balance, pièce dans l'air)	g
m_W	Indication de la balance lorsque la pièce est entièrement immergée dans l'eau	g
ϱ_W	Masse volumique de l'eau ($0{,}998 \frac{g}{cm^3}$ à 20 °C)	$\frac{g}{cm^3}$

Attention : La masse volumique est un indice, pas une preuve. Des alliages différents peuvent avoir la même masse volumique, et le tungstène est presque aussi dense que l'or fin. Les soudures, les ressorts et les cavités faussent le résultat.

EXEMPLE Une alliance pèse 8,40 g dans l'air. Suspendue à un fil fin et entièrement immergée dans de l'eau à 20 °C, la balance indique 7,86 g. Quelle est la masse volumique de la bague ?

Données : $m_L = 8{,}40\,g$; $m_W = 7{,}86\,g$; $\varrho_W = 0{,}998 \frac{g}{cm^3}$

$$\varrho = \frac{m_L}{m_L - m_W} \cdot \varrho_W$$
$$= \frac{8{,}40\,g}{8{,}40\,g - 7{,}86\,g} \cdot 0{,}998 \frac{g}{cm^3}$$
$$\approx 15{,}5 \frac{g}{cm^3}$$

Environ $15{,}5 \frac{g}{cm^3}$. D'après le tableau, cela correspond à de l'or 750, pas à de l'or 585.

1.4 Triangles et coordonnées

Le triangle rectangle permet de résoudre presque tout problème de cotes : distances à partir de coordonnées, inclinaisons, angles au diviseur. La somme des angles d'un triangle vaut toujours 180°. Pour les fonctions trigonométriques, la calculatrice doit être réglée en degrés (DEG).

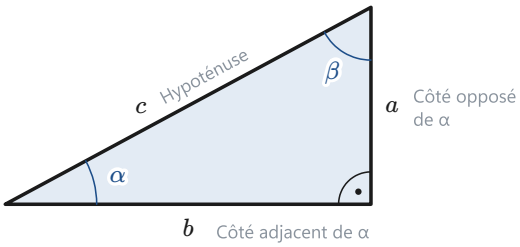


Fig. 1.12 Triangle rectangle : l'hypoténuse c est opposée à l'angle droit

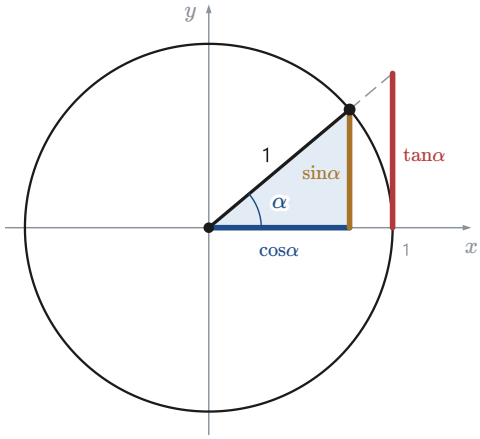


Fig. 1.13 Cercle unité (rayon 1) : sinus, cosinus et tangente représentés par des segments

Théorème de Pythagore

(1.30) COMPAGNON

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

TRANSFORMÉE $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Validité : uniquement dans le triangle rectangle.

c	Hypoténuse (côté le plus long, opposé à l'angle droit)	mm
a	Côté de l'angle droit	mm
b	Côté de l'angle droit	mm

EXEMPLE On veut tirer d'un lopin rond une platine rectangulaire de 15,3 mm × 17,2 mm. Quel diamètre minimal le lopin doit-il avoir ?

Données : $a = 15{,}3\,\mathrm{mm}; \quad b = 17{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \sqrt{(15{,}3\,\mathrm{mm})^2 + (17{,}2\,\mathrm{mm})^2} \\ &\approx 23{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Au moins 23 mm, car la diagonale du rectangle est le diamètre du plus petit cercle circonscrit à la platine.

Sinus

(1.31) COMPAGNON

$$a = c \cdot \sin\alpha$$

TRANSFORMÉE $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right)$

Le sinus est le rapport du côté opposé à l'hypoténuse. La forme transformée donne l'angle à partir de deux côtés ; la touche correspondante s'appelle généralement $\sin^{-1}$.

Validité : uniquement dans le triangle rectangle.

a	Côté opposé (situé en face de l'angle)	mm
c	Hypoténuse	mm
α	Angle	$^\circ$

EXEMPLE Une règle sinus de 100 mm d'entraxe des rouleaux doit être réglée sur 15°. Quelle doit être la hauteur de la pile de cales étalons ?

Données : $c = 100\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 15^\circ$

$$\begin{aligned} a &= c \cdot \sin\alpha \\ &= 100\,\mathrm{mm} \cdot \sin(15^\circ) \\ &\approx 25{,}88\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

On place sous l'un des rouleaux des cales étalons totalisant 25,88 mm.

Cosinus

(1.32) COMPAGNON

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

TRANSFORMÉE $\alpha = \arccos\left(\frac{b}{c}\right)$

b	Côté adjacent (attenant à l'angle)	mm
c	Hypoténuse	mm
α	Angle	°

Le cosinus est le rapport du côté adjacent à l'hypoténuse. Il indique quelle part d'une longueur inclinée reste effective dans une direction.

Validité : uniquement dans le triangle rectangle.

EXEMPLE Un levier de 20 mm de long est incliné de 30° par rapport à l'horizontale. Quelle est sa longueur mesurée à l'horizontale ?

Données : $c = 20\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 30^\circ$

$$\begin{aligned} b &= c \cdot \cos \alpha \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \cos\left(30^\circ\right) \\ &\approx 17{,}32\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 17,32 mm. Perpendiculairement, cela fait 20 mm fois sin 30°, soit exactement 10 mm.

Tangente

(1.33) COMPAGNON

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

TRANSFORMÉE $\alpha = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$

a	Côté opposé	mm
b	Côté adjacent	mm
α	Angle	°

La tangente est le rapport des deux côtés de l'angle droit, c'est-à-dire la pente d'une inclinaison. Elle sert à calculer chanfreins, fraisures et cônes ; pour le cône, voir aussi le chapitre 9.

Validité : uniquement dans le triangle rectangle ; α inférieur à 90°.

EXEMPLE Sur 12 mm de longueur, un cône diminue de 0,5 mm au rayon. Sur quel angle faut-il régler le chariot supérieur ?

Données : $a = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad b = 12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctan\left(\frac{a}{b}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{0{,}5\,\mathrm{mm}}{12\,\mathrm{mm}}\right) \\ &\approx 2{,}39^\circ \end{aligned}$$

Sur environ 2,39°. C'est le demi-angle du cône.

À retenir : Sinus = côté opposé sur hypoténuse, cosinus = côté adjacent sur hypoténuse, tangente = côté opposé sur côté adjacent.

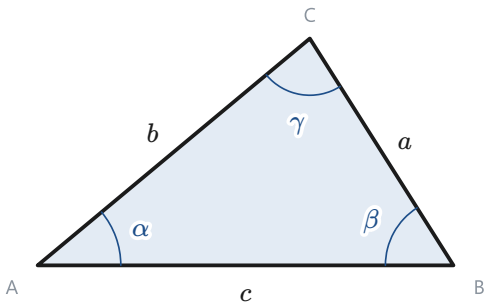


Fig. 1.14 Triangle quelconque : le côté a est opposé à l'angle α, b à l'angle β, c à l'angle γ

Loi des sinus

(1.34) MAÎTRE

$$a = \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta}$$

a	Côté (opposé à l'angle α)	mm
b	Côté (opposé à l'angle β)	mm
α	Angle (opposé au côté a)	°
β	Angle (opposé au côté b)	°

Dans tout triangle, les côtés sont proportionnels aux sinus des angles opposés. La loi des sinus convient lorsqu'un côté et deux angles sont connus.

Validité : dans tout triangle. Si l'on cherche un angle à partir de deux côtés, deux solutions sont possibles (aigu ou obtus).

EXEMPLE Dans un triangle formé par trois points de pivotement, on connaît le côté b = 6,0 mm et les angles α = 40° et β = 75°. Quelle est la longueur du côté a ?

Données : $b = 6{,}0\,\text{mm}; \quad \alpha = 40°; \quad \beta = 75°$

$$\begin{aligned} a &= \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} \\ &= \frac{6{,}0\,\text{mm} \cdot \sin(40°)}{\sin(75°)} \\ &\approx 3{,}99\,\text{mm} \end{aligned}$$

Environ 3,99 mm. Le troisième angle vaut 180° − 40° − 75° = 65°.

Loi des cosinus

(1.35) MAÎTRE

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma}$$

TRANSFORMÉE $\gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)$

c	Côté (opposé à l'angle γ)	mm
a	Côté (adjacent à l'angle γ)	mm
b	Côté (adjacent à l'angle γ)	mm
γ	Angle (compris entre les côtés a et b)	°

La loi des cosinus est le théorème de Pythagore généralisé à tout triangle. Elle convient lorsque deux côtés et l'angle qu'ils comprennent sont connus ou, sous forme transformée, lorsqu'on cherche un angle à partir des trois côtés.

Validité : dans tout triangle ; pour $\gamma = 90°$, le dernier terme disparaît.

EXEMPLE Depuis la roue de moyenne, la roue de centre se trouve à 7,2 mm et la roue de seconde à 5,4 mm. Les deux lignes de liaison forment un angle de 110°. Quelle distance sépare la roue de centre de la roue de seconde ?

Données : $a = 7{,}2\,\text{mm}; \quad b = 5{,}4\,\text{mm}; \quad \gamma = 110°$

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma} \\ &= \sqrt{(7{,}2\,\text{mm})^2 + (5{,}4\,\text{mm})^2 - 2 \cdot 7{,}2\,\text{mm} \cdot 5{,}4\,\text{mm} \cdot \cos(110°)} \\ &\approx 10{,}37\,\text{mm} \end{aligned}$$

Environ 10,37 mm d'axe à axe.

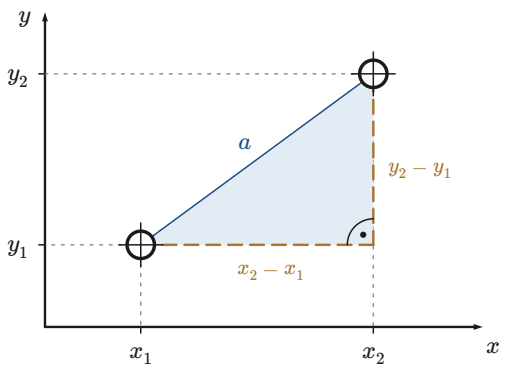


Fig. 1.15 Entraxe a comme hypoténuse sur les différences de coordonnées

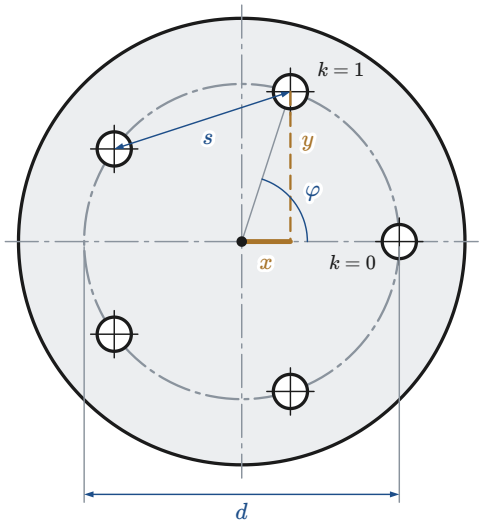


Fig. 1.16 Cercle de perçage à $n = 5$ trous : angle de division φ, corde s, coordonnées x et y du trou $k = 1$

Entraxe à partir des coordonnées

(1.36) COMPAGNON

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sur la pointeuse et dans le dessin CAO, les trous de pivotement sont définis par x et y. Leur distance est l'hypoténuse construite sur les deux différences de coordonnées.

Validité : système de coordonnées orthogonal ; les deux points rapportés à la même origine.

a	Entraxe (distance d'engrènement)	mm
x_1	Coordonnée (direction x, premier trou)	mm
y_1	Coordonnée (direction y, premier trou)	mm
x_2	Coordonnée (direction x, second trou)	mm
y_2	Coordonnée (direction y, second trou)	mm

EXEMPLE Deux trous de pivotement se trouvent en (2,50 mm | 1,20 mm) et (7,30 mm | 5,60 mm). Quel est l'entraxe ?

Données : $x_1 = 2{,}50\,\mathrm{mm}$; $y_1 = 1{,}20\,\mathrm{mm}$; $x_2 = 7{,}30\,\mathrm{mm}$; $y_2 = 5{,}60\,\mathrm{mm}$

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(7{,}30\,\mathrm{mm} - 2{,}50\,\mathrm{mm})^2 + (5{,}60\,\mathrm{mm} - 1{,}20\,\mathrm{mm})^2}$$
$$\approx 6{,}51\,\mathrm{mm}$$

Environ 6,51 mm. On compare cette valeur à l'entraxe d'engrènement de la paire de mobiles, voir chapitre 4.

Cercle de perçage : distance entre trous voisins

(1.37) COMPAGNON

$$s = d \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Avec la corde, on peut tracer un cercle de perçage au compas et le contrôler au pied à coulisse après perçage. L'angle de division entre deux trous vaut 360° divisé par n.

Validité : division régulière.

s	Corde (de centre de trou à centre de trou)	mm
d	Diamètre (du cercle de perçage)	mm
n	Nombre (de trous régulièrement répartis)	1

EXEMPLE Un cercle de perçage de 24 mm de diamètre porte 5 trous. Quelle est la distance entre trous voisins ?

Données : $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad n = 5$

$$\begin{aligned} s &= d \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \\ &= 24\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{5}\right) \\ &\approx 14{,}11\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 14,11 mm de centre à centre ; l'angle de division vaut 72°.

Coordonnées sur le cercle de division : x

(1.38) COMPAGNON

$$x = \frac{d}{2} \cdot \cos\varphi$$

Pour percer selon des coordonnées, chaque point du cercle de division est décomposé en x et y. Le trou numéro k se trouve à $\varphi = k \cdot 360^\circ$ divisé par n, en comptant à partir de $k = 0$ sur l'axe x.

Validité : origine au centre du cercle. Le signe se règle de lui-même : à gauche du centre, x devient négatif.

x	Coordonnée (direction x, depuis le centre du cercle)	mm
d	Diamètre (du cercle de division)	mm
φ	Angle (depuis l'axe x, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre)	°

EXEMPLE Cercle de perçage de 24 mm de diamètre à 5 trous : où se trouve le trou $k = 1$ dans la direction x ?

Données : $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad \varphi = 72^\circ$

$$\begin{aligned} x &= \frac{d}{2} \cdot \cos\varphi \\ &= \frac{24\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \cos\left(72^\circ\right) \\ &\approx 3{,}71\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

À 3,71 mm à droite du centre.

Coordonnées sur le cercle de division : y

(1.39) COMPAGNON

$$y = \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi$$

La seconde coordonnée du même point. Pour vérifier, x et y doivent redonner le rayon selon le théorème de Pythagore.

Validité : comme pour la formule (1.38) ; au-dessous du centre, y devient négatif.

y	Coordonnée (direction y, depuis le centre du cercle)	mm
d	Diamètre (du cercle de division)	mm
φ	Angle (depuis l'axe x, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre)	°

EXEMPLE Où se trouve le même trou dans la direction y ?

Données : $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad \varphi = 72^\circ$

$$\begin{aligned} y &= \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi \\ &= \frac{24\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \sin\left(72^\circ\right) \\ &\approx 11{,}41\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

À 11,41 mm au-dessus du centre. Vérification : avec 3,71 mm et 11,41 mm, le théorème de Pythagore donne le rayon de 12,00 mm.

1.5 Moyenne et écart

Deux petits outils pour toute série de mesures. L'étendue, l'écart type et l'exploitation de séries de mesures complètes figurent à la section 12.1, la mesure de la marche au chapitre 8.

Moyenne

(1.40) COMPAGNON

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

La moyenne compense les fluctuations aléatoires des mesures individuelles. Elle ne dit rien de la dispersion des valeurs individuelles.

Validité : toutes les valeurs dans la même unité ; tenir compte du signe.

$\bar{x}$	Moyenne (même unité que les valeurs individuelles)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum x_i$	Somme de toutes les valeurs mesurées (avec leur signe)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n	Nombre (de valeurs mesurées)	1

EXEMPLE Dans cinq positions, une montre présente les marches +4, +7, −2, +5 et +6 secondes par jour. La somme est de +20 secondes par jour. Quelle est la marche moyenne ?

Données : $\sum x_i = 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}; \quad n = 5$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 4{,}0\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

En moyenne +4 s par jour. L'écart maximal entre deux positions est ici de 9 s par jour.

Écart en pour cent

(1.41) COMPAGNON

$$p = \frac{x_{\text{ist}} - x_{\text{soll}}}{x_{\text{soll}}}$$

L'écart se rapporte toujours à la valeur de consigne. Le nombre multiplié par 100 donne des pour cent, multiplié par 1000 des pour mille.

Validité : valeur de consigne non nulle ; les deux valeurs dans la même unité.

p	Écart relatif (+ signifie : valeur réelle trop grande)	$\%$
x_{ist}	Valeur réelle (mesurée)	mm
x_{soll}	Valeur de consigne (même unité que la valeur réelle)	mm

EXEMPLE Un axe doit avoir un diamètre de 2,50 mm ; on mesure 2,47 mm. Quel est l'écart ?

Données : $x_{\text{ist}} = 2{,}47\,\text{mm}; \quad x_{\text{soll}} = 2{,}50\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \frac{x_{\text{ist}} - x_{\text{soll}}}{x_{\text{soll}}} \\ &= \frac{2{,}47\,\text{mm} - 2{,}50\,\text{mm}}{2{,}50\,\text{mm}} \\ &= -1{,}2\,\% \end{aligned}$$

L'axe est trop mince de 1,2 %.

2 Mécanique

Une montre mécanique, c'est de la mécanique appliquée : un ressort ou un poids fournit la force, des roues et des leviers la transmettent, le frottement en consomme une partie, et au bout de la chaîne une masse inerte donne la cadence. Ce chapitre rassemble les formules sur lesquelles reposent tous les chapitres suivants.

Les exemples utilisent des grandeurs de l'atelier, du balancier de quelques milligrammes jusqu'au poids moteur de l'horloge de parquet. Ce qui concerne en détail la force motrice, le rouage, le balancier et le pendule se trouve dans les chapitres 3 à 6. Certains symboles suivent ici l'usage de la mécanique : A est une surface, s le plus souvent un chemin parcouru, m une masse, P une puissance, G le module de cisaillement et α aussi un angle d'inclinaison. C'est toujours le tableau des grandeurs placé à côté de la formule qui fait foi.

2.1 Mouvement

Les pièces d'une montre se déplacent en ligne droite, comme un poids qui descend, ou elles tournent, comme les roues et le balancier. Pour chacun de ces mouvements il existe une vitesse ; la vitesse de rotation les relie.

Vitesse

(2.1) COMPAGNON

$$v = \frac{s}{t}$$

v	vitesse	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
s	chemin (parcouru)	m
t	temps (nécessaire)	s

La vitesse est le chemin parcouru par unité de temps.

Validité : mouvement uniforme. Si la vitesse varie en cours de route, la formule donne la valeur moyenne.

EXEMPLE Le poids d'une horloge de parquet descend de 1,2 m en 8 jours. À quelle vitesse descend-il ?

Données : $s = 1{,}2\,\mathrm{m}; \quad t = 8\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{m}}{8\,\mathrm{d}} \\ &= \frac{1200\,\mathrm{mm}}{192\,\mathrm{h}} \\ &= 6{,}25\ \tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Le poids descend de 6,25 mm par heure, soit 150 mm par jour. La position du poids indique ainsi quand l'horloge doit être remontée.

Accélération

(2.2) COMPAGNON

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'accélération est la variation de la vitesse par unité de temps. Les chocs sont de très grandes accélérations sur un temps très court.

Validité : accélération uniforme ; sinon valeur moyenne sur Δt.

a	accélération (au freinage : décélération)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
Δv	variation de la vitesse	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Δt	intervalle de temps (pendant lequel la vitesse varie)	s

EXEMPLE Une montre-bracelet tombe d'une hauteur de 1 m et touche le sol à $4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Le sol l'arrête en environ 1 ms. Quelle est la décélération ?

Données : $\Delta v = 4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\Delta t = 1\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{ms}} \\ &= 4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{aligned}$$

C'est environ 450 fois l'accélération de la pesanteur. Plus le sol est dur, plus le temps de freinage est court et plus la décélération est grande.

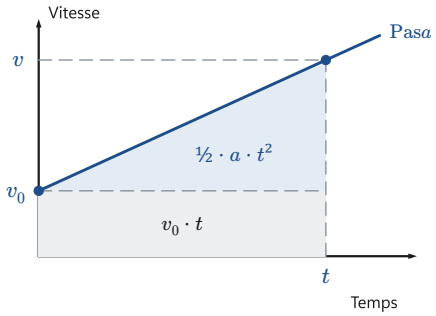


Fig. 2.1 Mouvement uniformément accéléré : la vitesse croît uniformément de v_0 à v. L'aire sous la droite est le chemin s

Vitesse en mouvement uniformément accéléré

(2.3) MAÎTRE

$$v = v_0 + a \cdot t$$

En accélération uniforme, la vitesse augmente chaque seconde de la même quantité. En chute libre, l'accélération est l'accélération de la pesanteur g.

Validité : accélération constante en grandeur et en direction, mouvement rectiligne. Chute libre sans résistance de l'air : $a = g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

v	vitesse (finale)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_0	vitesse initiale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	accélération (négative au freinage)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
t	temps (depuis le début de l'accélération)	s

EXEMPLE Une montre-bracelet glisse de l'établi et tombe pendant 0,45 s avant de heurter le sol. Quelle est alors sa vitesse ?

Données : $v_0 = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $a = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $t = 0{,}45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t \\ &= 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}45\,\mathrm{s} \\ &\approx 4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Environ $4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit 16 km à l'heure. C'est avec cette vitesse que calcule l'exemple de la formule (2.2).

Chemin parcouru en mouvement uniformément accéléré

(2.4) MAÎTRE

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

s	chemin (parcouru pendant ce temps)	m
v_0	vitesse initiale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	temps (depuis le début de l'accélération)	s
a	accélération (négative au freinage)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Le chemin comporte deux parts : le chemin parcouru à la vitesse initiale et le supplément dû à l'accélération. Dans le diagramme de la vitesse en fonction du temps, ce sont un rectangle et un triangle.

Validité : comme la formule (2.3).

EXEMPLE De quelle hauteur tombe la montre de l'exemple précédent en 0,45 s ?

Données : $v_0 = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $t = 0{,}45\,\mathrm{s}$; $a = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} s &= v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \\ &= 0\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}45\,\mathrm{s} + \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (0{,}45\,\mathrm{s})^2}{2} \\ &\approx 0{,}99\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Environ 1 m. L'essai de choc des montres antichocs reproduit une chute de cette hauteur sur un plancher en bois.

Vitesse et chemin sans le temps

(2.5) MAÎTRE

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

TRANSFORMÉE $\quad v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} \qquad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$

v	vitesse (finale)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_0	vitesse initiale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	accélération (négative au freinage)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
s	chemin (sur lequel on accélère ou on freine)	m

La formule relie la vitesse et le chemin sans qu'il soit nécessaire de connaître le temps. En partant du repos, elle devient $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$; pour une chute libre d'une hauteur h, donc $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Validité : comme la formule (2.3) ; au freinage, a est négatif.

Bon à savoir : Distance de freinage jusqu'à l'arrêt : avec $v = 0$, on obtient $s = \frac{v_0^2}{2 \cdot |a|}$. Une vitesse double donne une distance de freinage quadruple. La distance d'arrêt est la distance de freinage plus le chemin parcouru sans freinage pendant le temps de réaction.

EXEMPLE Peu après le remontage, la corde d'une horloge de parquet se rompt. Le poids tombe de 1,3 m. À quelle vitesse touche-t-il le fond de la caisse ?

Données : $v_0 = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $a = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $s = 1{,}3\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} \\ &= \sqrt{\left(0\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}3\,\mathrm{m}} \\ &\approx 5{,}05\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Environ $5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit 18 km à l'heure. Un poids de 4 kg frappe avec 51 J ; c'est pourquoi les cordes à boyau et les câbles usés doivent être remplacés à temps.

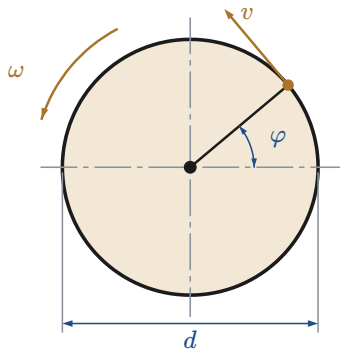


Fig. 2.2 Roue en rotation : angle de rotation φ, vitesse angulaire ω et vitesse circonférentielle v

Vitesse circonférentielle

(2.6) COMPAGNON

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

À chaque tour, un point de la circonférence parcourt une fois la circonférence $\pi \cdot d$. La même formule sert au chapitre 9 à calculer la vitesse de coupe.

Validité : d et n appartiennent à la même pièce. Pour un résultat en mètres par seconde, introduire le diamètre en mètres et la vitesse de rotation par seconde.

v	vitesse circonférentielle (vitesse d'un point de la circonférence)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
d	diamètre	mm
n	vitesse de rotation (tours par unité de temps)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Une meule de polissage de 100 mm de diamètre tourne à 2800 tours par minute. À quelle vitesse se déplace sa circonférence ?

Données : $d = 100\,\mathrm{mm}; \quad n = 2800\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v &= \pi \cdot d \cdot n \\ &= \pi \cdot 100\,\mathrm{mm} \cdot 2800\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= \pi \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} \cdot \frac{2800}{60\,\mathrm{s}} \\ &\approx 14{,}7\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

La circonférence se déplace à environ $14{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit 53 km à l'heure.

Vitesse angulaire

(2.7) MAÎTRE

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

ω	vitesse angulaire	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
φ	angle de rotation (en radians, un tour = 2π)	rad
t	temps (nécessaire)	s

La vitesse angulaire est l'angle balayé par unité de temps. Tous les points d'une roue ont la même vitesse angulaire, mais des vitesses circonférentielles différentes selon leur distance à l'axe.

Validité : rotation uniforme ; angle en radians : degrés multipliés par $\frac{\pi}{180}$.

> **Bon à savoir :** La vitesse circonférentielle et la vitesse angulaire sont liées par le rayon : $v = \omega \cdot r$.

EXEMPLE La roue de seconde fait un tour complet (360°) en 60 s. Quelle est sa vitesse angulaire ?

Données : $\varphi = 360^\circ$; $t = 60\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\varphi}{t} \\ &= \frac{360^\circ}{60\,\text{s}} \\ &= \frac{2\pi}{60\,\text{s}} \\ &\approx 0{,}105\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Environ $0{,}105\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La roue de centre est 60 fois plus lente.

Vitesse angulaire à partir de la vitesse de rotation

(2.8) MAÎTRE

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

TRANSFORMÉE $\quad n = \dfrac{\omega}{2 \cdot \pi}$

ω	vitesse angulaire	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
n	vitesse de rotation (tours par unité de temps)	$\frac{1}{\text{min}}$

Chaque tour balaie l'angle 2π. La vitesse angulaire sert à calculer la puissance et l'énergie cinétique des pièces en rotation (section 2.4).

Validité : introduire la vitesse de rotation par seconde si l'on veut obtenir ω en $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

EXEMPLE Un axe tourne sur le tour d'horloger à 3000 tours par minute, soit 50 tours par seconde.

Données : $n = 3000\ \frac{1}{\text{min}}$

$$\begin{aligned}\omega &= 2 \cdot \pi \cdot n \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 3000\ \frac{1}{\text{min}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} \\ &\approx 314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

L'axe tourne à $314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

2.2 Force, pression et plan incliné

Les forces ont une grandeur et une direction. Lorsqu'une force agit obliquement sur une surface, seule une partie de celle-ci agit dans la direction voulue. La décomposition et la composition des forces sont à la base de l'échappement, du filetage et du coin.

Force et accélération

(2.9) COMPAGNON

$$F = m \cdot a$$

Une force accélère une masse. L'unité newton découle de cette formule : 1 N accélère 1 kg de $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

F	force	N
m	masse	kg
a	accélération	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EXEMPLE Lors de l'impact de l'exemple sur l'accélération, le balancier (masse 60 mg) est lui aussi freiné à $4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Quelle force agit sur lui ?

Données : $m = 60\,\mathrm{mg}$; $a = 4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ &= 60\,\mathrm{mg} \cdot 4400\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ &\approx 0{,}26\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Environ 0,26 N, soit 450 fois son poids. Sans dispositif antichoc, deux pivots d'environ 0,1 mm de diamètre devraient supporter cette force.

Poids (force de pesanteur)

(2.10) COMPAGNON

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot g$$

Le poids est la force avec laquelle la Terre attire une masse. Il agit toujours verticalement vers le bas.

F_{G}	poids	N
m	masse	kg
g	accélération de la pesanteur (en Europe centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EXEMPLE Quelle force un poids moteur de 3,5 kg exerce-t-il sur la corde ?

Données : $m = 3{,}5\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{G}} &= m \cdot g \\ &= 3{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ &\approx 34{,}3\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Le poids tire avec 34,3 N. Valeur approximative : 1 kg pèse environ 10 N, 100 g pèsent environ 1 N.

Pression

(2.11) COMPAGNON

$$p = \frac{F}{A}$$

TRANSFORMÉE $F = p \cdot A$

p	pression	bar
F	force	N
A	surface (sur laquelle la force agit perpendiculairement)	mm^2

La pression est la force par unité de surface. Conversion : $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 100\,000\,\mathrm{Pa}$.

Validité : force répartie uniformément sur la surface.

Bon à savoir : 10 bar correspondent à la pression de l'eau à environ 100 m de profondeur.

EXEMPLE Une montre est contrôlée sous 10 bar de surpression. La glace a 30 mm de diamètre, donc une surface de 707 mm². Avec quelle force l'eau appuie-t-elle sur la glace ?

Données : $p = 10\,\mathrm{bar}; \quad A = 707\,\mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned} F &= p \cdot A \\ &= 10\,\mathrm{bar} \cdot 707\,\mathrm{mm}^2 \\ &= 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 707\,\mathrm{mm}^2 \\ &= 707\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

707 N, autant que le poids de 72 kg. C'est pourquoi les montres résistantes à la pression ont besoin de glaces épaisses et de fonds rigides.

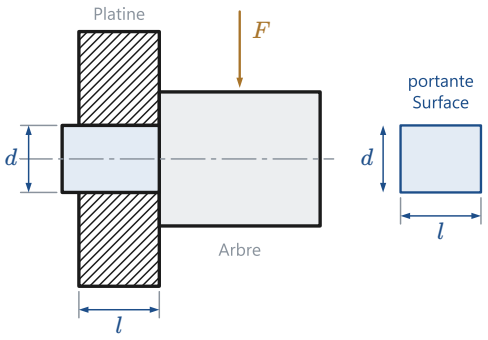


Fig. 2.3 Pression superficielle : le pivot porte sur la surface projetée $d \cdot l$

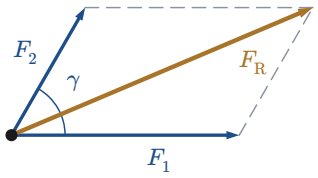


Fig. 2.4 Parallélogramme des forces : F_R remplace F_1 et F_2

Pression superficielle dans le palier d'un pivot

(2.12) MAÎTRE

$$p = \frac{F}{d \cdot l}$$

La pression superficielle est la pression entre deux corps solides. Pour un pivot, on calcule avec la surface projetée $d \cdot l$, c'est-à-dire avec le rectangle que le pivot projette comme une ombre dans le palier.

Validité : valeur moyenne. Aux arêtes et lorsque le pivot est de travers, la pression est localement plus élevée.

p	pression superficielle	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
F	force (charge du palier perpendiculaire à l'axe)	N
d	diamètre (du pivot)	mm
l	longueur (longueur portante du palier, épaisseur de la platine)	mm

EXEMPLE Le pivot d'un tambour porte 20 N. Il a 4 mm de diamètre et tourne dans une platine en laiton de 3 mm d'épaisseur.

Données : $F = 20\,\mathrm{N}; \quad d = 4\,\mathrm{mm}; \quad l = 3\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{d \cdot l} \\ &= \frac{20\,\mathrm{N}}{4\,\mathrm{mm} \cdot 3\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 1{,}67\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \end{aligned}$$

Environ $1{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Une platine plus épaisse ou un bouchon plus long réduit la pression, un pivot plus mince l'augmente.

Composer deux forces

(2.13) MAÎTRE

$$F_\mathrm{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\gamma}$$

Deux forces appliquées au même point peuvent être remplacées par une seule : la diagonale du parallélogramme des forces. Si les forces sont perpendiculaires, il reste le théorème de Pythagore : $F_\mathrm{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

Validité : les deux forces s'appliquent au même point ou leurs lignes d'action se coupent.

F_R	résultante (force équivalente)	N
F_1	première force	N
F_2	deuxième force	N
γ	angle (entre les deux directions des forces)	°

EXEMPLE Sur une roue agissent les forces de denture de deux engrenages : 0,8 N et 0,5 N, les directions formant un angle de 60°. Quelle est la force sur les paliers ?

Données : $F_1 = 0{,}8\,\mathrm{N}; \quad F_2 = 0{,}5\,\mathrm{N}; \quad \gamma = 60°$

$$\begin{aligned} F_\mathrm{R} &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\gamma} \\ &= \sqrt{(0{,}8\,\mathrm{N})^2 + (0{,}5\,\mathrm{N})^2 + 2 \cdot 0{,}8\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5\,\mathrm{N} \cdot \cos(60°)} \\ &= \sqrt{1{,}29\,\mathrm{N}^2} \\ &\approx 1{,}14\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Les paliers supportent ensemble 1,14 N. Si les deux forces agissaient dans la même direction, ce serait 1,3 N ; en directions opposées, seulement 0,3 N.

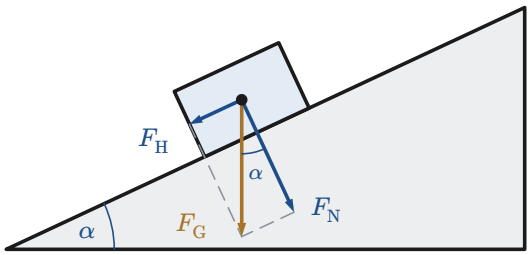


Fig. 2.5 Plan incliné : le poids se décompose en force parallèle à la pente et force normale

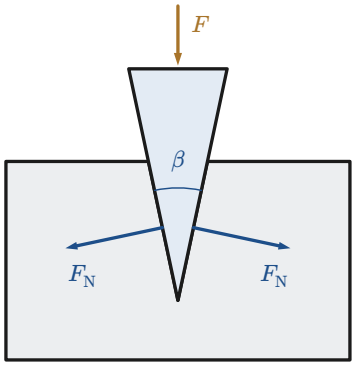


Fig. 2.6 Coin d'angle β

Plan incliné : force parallèle à la pente

(2.14) COMPAGNON

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

Sur le plan incliné, on décompose une force en deux composantes : l'une parallèle au plan, l'autre perpendiculaire. On calcule ainsi partout où une force agit obliquement sur une surface : aux plans de levée de l'échappement, aux flancs de filet, aux coins et aux rampes des leviers.

Validité : La décomposition est toujours valable. C'est le frottement qui décide si le corps glisse réellement (section 2.5).

F_H	force parallèle à la pente (le long du plan, vers le bas)	N
F_G	poids	N
α	angle d'inclinaison (du plan par rapport à l'horizontale)	°

EXEMPLE Une pièce d'un poids de 4,9 N (0,5 kg) repose sur une plaque inclinée de 15°. Avec quelle force tend-elle à glisser ?

Données : $F_G = 4{,}9\,\mathrm{N}; \quad \alpha = 15°$

$$\begin{aligned} F_H &= F_G \cdot \sin \alpha \\ &= 4{,}9\,\mathrm{N} \cdot \sin(15°) \\ &\approx 1{,}27\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Seuls 1,27 N tirent la pièce vers le bas de la pente, un peu plus du quart de son poids.

Plan incliné : force normale

(2.15) COMPAGNON

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

La force normale presse le corps sur son appui. Plus le plan est raide, plus elle diminue.

F_N	force normale (perpendiculaire au plan)	N
F_G	poids	N
α	angle d'inclinaison (du plan par rapport à l'horizontale)	°

EXEMPLE Avec quelle force la pièce de l'exemple précédent appuie-t-elle sur la plaque ?

Données : $F_G = 4{,}9\,\mathrm{N}; \quad \alpha = 15°$

$$\begin{aligned} F_N &= F_G \cdot \cos \alpha \\ &= 4{,}9\,\mathrm{N} \cdot \cos(15°) \\ &\approx 4{,}73\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Avec 4,73 N. Cette force normale détermine le frottement (section 2.5).

Coin

(2.16) MAÎTRE

$$F_{\mathrm{N}} = \frac{F}{2 \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

F_{N}	force normale (perpendiculaire à chaque flanc)	N
F	force (qui enfonce le coin)	N
β	angle du coin (entre les deux flancs)	°

Le coin est un double plan incliné. Il transforme une petite force agissant sur une longue course en deux grandes forces agissant sur une courte course.

Validité : coin symétrique, sans frottement. Le frottement sur les flancs réduit nettement les forces sur les flancs (section 2.5).

EXEMPLE Un couteau à ouvrir les boîtes, d'un angle de coin de 20°, est enfoncé avec 30 N dans la fente entre le fond et la carrure.

Données : $F = 30\,\mathrm{N}$; $\beta = 20^\circ$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{N}} &= \frac{F}{2 \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} \\ &= \frac{30\,\mathrm{N}}{2 \cdot \sin\left(\frac{20^\circ}{2}\right)} \\ &\approx 86{,}4\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Chaque flanc presse avec environ 86 N, presque le triple de la force de la main. Plus le coin est mince, plus la force est grande et plus la course est petite.

À retenir : Plus le plan incliné est plat et plus le coin est mince, plus le rapport des forces est grand et plus la course est longue.

2.3 Levier et couple

Presque chaque pièce mobile de la montre est un levier : l'ancre, les bascules, les cliquets, les leviers de sonnerie et chaque roue dentée. Ce qui compte, ce n'est jamais la force seule, mais la force multipliée par le bras de levier.

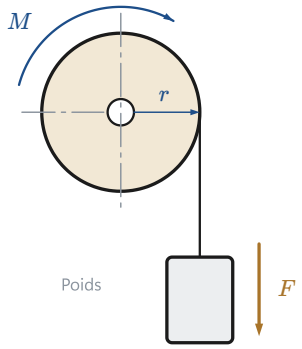


Fig. 2.7 Couple : force F sur le bras de levier r

Couple

(2.17) COMPAGNON

$$M = F \cdot r$$

Le couple est l'effet de rotation d'une force : la force multipliée par le bras de levier.

Validité : Le bras de levier est perpendiculaire à la direction de la force. Si la force agit obliquement, seule compte cette distance perpendiculaire.

M	couple	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
F	force	N
r	bras de levier (distance perpendiculaire entre la direction de la force et l'axe de rotation)	mm

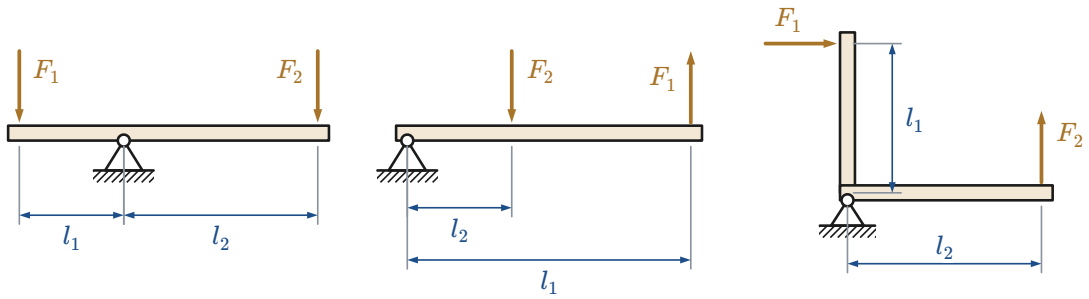
Bon à savoir : Conversion : $1\,\mathrm{N \cdot m} = 1000\,\mathrm{N \cdot mm}$. Les documents anciens indiquent les couples des ressorts en pond-centimètres (souvent écrits « g·cm ») : $1\,\mathrm{p \cdot cm}$ vaut environ $0{,}098\,\mathrm{N \cdot mm}$.

EXEMPLE Le poids moteur tire avec 34,3 N sur la corde d'un tambour de 20 mm de rayon. Quel couple entraîne le mouvement ?

Données : $F = 34{,}3\,\mathrm{N}; \quad r = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M &= F \cdot r \\ &= 34{,}3\,\mathrm{N} \cdot 20\,\mathrm{mm} \\ &= 686\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

686 N·mm, soit près de 0,7 N·m. Un tambour plus gros donne davantage de couple, mais fait descendre le poids plus vite.



levier à deux bras — levier à un bras — Levier coudé

Fig. 2.8 Types de leviers. Les bras de levier se mesurent toujours depuis le point de pivotement et perpendiculairement à la force

Loi du levier

(2.18) COMPAGNON

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

TRANSFORMÉE $F_2 = \dfrac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$

Un levier est en équilibre lorsque les deux couples sont égaux et de sens opposés. Cela vaut pour tous les types de leviers. Si plusieurs forces agissent, on compare la somme des moments dans le sens anti-horaire à celle des moments dans le sens horaire.

Validité : bras de levier mesurés perpendiculairement à la direction de chaque force ; sans frottement au point de pivotement.

F_1	première force (sur le premier bras de levier)	N
l_1	premier bras de levier	mm
F_2	deuxième force (sur le deuxième bras de levier)	N
l_2	deuxième bras de levier	mm

EXEMPLE Un poussoir agit avec 2 N, à 12 mm du point de pivotement, sur un levier coudé. Le bras court mesure 3 mm. Avec quelle force appuie-t-il sur la pièce suivante ?

Données : $F_1 = 2\,\mathrm{N}$; $l_1 = 12\,\mathrm{mm}$; $l_2 = 3\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} \\ &= \frac{2\,\mathrm{N} \cdot 12\,\mathrm{mm}}{3\,\mathrm{mm}} \\ &= 8\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Avec 8 N. Ce que le levier gagne en force, il le perd en course : le bras court ne se déplace que d'un quart.

À retenir : Force multipliée par bras de la force égale charge multipliée par bras de la charge.

Il en va de même dans le rouage : chaque roue est un levier en rotation. Le chapitre 4 montre comment le couple change de la roue au pignon.

2.4 Travail, énergie, puissance et rendement

Au remontage, on fournit du travail à la montre, qui le stocke sous forme d'énergie dans le ressort armé ou dans le poids remonté. Le mouvement la restitue sur plusieurs jours sous forme d'une puissance minime. L'énergie ne se perd jamais, mais le frottement la transforme en chaleur, et elle manque alors à l'organe réglant.

Travail

(2.19) COMPAGNON

$$W = F \cdot s$$

Le travail est la force multipliée par le chemin. Unité : $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{s}$.

Validité : force constante dans la direction du chemin.

W	travail	J
F	force	N
s	chemin (dans la direction de la force)	m

EXEMPLE Au remontage d'une horloge à chaîne, on tire la chaîne de 0,9 m avec 25 N.

Données : $F = 25\,\mathrm{N}$; $s = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= F \cdot s \\ &= 25\,\mathrm{N} \cdot 0{,}9\,\mathrm{m} \\ &= 22{,}5\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

La main fournit un travail de 22,5 J. La plus grande partie se trouve ensuite sous forme d'énergie potentielle dans le poids remonté.

Travail en rotation

(2.20) MAÎTRE

$$W = M \cdot \varphi$$

Pour les pièces en rotation, le couple remplace la force et l'angle de rotation remplace le chemin.

Validité : couple constant ; sinon calculer avec le couple moyen.

W	travail	J
M	couple	$\mathrm{N{\cdot}m}$
φ	angle de rotation (en radians, un tour = 2π)	rad

EXEMPLE Le ressort moteur d'une montre-bracelet fournit en moyenne 8 N·mm pendant que le barillet fait 7 tours. Quel travail fournit-il ?

Données : $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\varphi = 7\,\mathrm{U}$

$$\begin{aligned} W &= M \cdot \varphi \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 7\,\mathrm{U} \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 7 \cdot 2\pi \\ &\approx 352\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Environ 0,35 J. C'est toute la réserve d'énergie de la montre pour près de deux jours.

Énergie potentielle

(2.21) COMPAGNON

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Un poids remonté stocke le travail de levage. En descendant, il le restitue au mouvement.

E_{pot}	énergie potentielle	J
m	masse	kg
g	accélération de la pesanteur (en Europe centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	hauteur (au-dessus de la position la plus basse)	m

EXEMPLE Le poids d'une horloge de parquet (3,5 kg) est remonté de 1,2 m.

Données : $m = 3{,}5\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1{,}2\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{pot}} &= m \cdot g \cdot h \\ &= 3{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m} \\ &\approx 41{,}2\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Le poids remonté contient 41,2 J, une bonne centaine de fois plus que le ressort moteur d'une montre-bracelet.

Énergie cinétique

(2.22) MAÎTRE

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

La vitesse intervient au carré : deux fois plus vite signifie quatre fois plus d'énergie.

E_{kin}	énergie cinétique	J
m	masse	kg
v	vitesse	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Bon à savoir : Lorsqu'un corps tombe d'une hauteur h, l'énergie potentielle se transforme en énergie cinétique. On en déduit la vitesse d'impact $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. D'une hauteur de 1 m, cela donne $4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; c'est aussi à cette vitesse que le marteau de l'essai de choc normalisé frappe la montre.

EXEMPLE Une montre-bracelet de 80 g touche le sol à $4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ après une chute libre de 1 m.

Données : $m = 80\,\text{g}$; $\quad v = 4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{m \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{80\,\text{g} \cdot \left(4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &\approx 0{,}785\,\text{J} \end{aligned}$$

À l'impact, 0,785 J doivent être absorbés. C'est exactement l'énergie potentielle de la montre à 1 m de hauteur.

Énergie de rotation

(2.23) MAÎTRE

$$E_{\text{rot}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

Pour les pièces en rotation, le moment d'inertie remplace la masse et la vitesse angulaire remplace la vitesse.

Validité : J en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ et ω en $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ donnent des joules.

E_{rot}	énergie de rotation	J
J	moment d'inertie (par rapport à l'axe de rotation, section 2.6)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
ω	vitesse angulaire	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

EXEMPLE Un balancier de $10\,\text{mg} \cdot \text{cm}^2$ oscille à 4 Hz avec une amplitude de 270°. Au passage par le point mort, il tourne à $118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Données : $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $\quad \omega = 118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} E_{\text{rot}} &= \frac{J \cdot \omega^2}{2} \\ &= \frac{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2 \cdot \left(118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &= \frac{10^{-9}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 \cdot \left(118{,}4\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\,\mu\text{J} \end{aligned}$$

Le balancier en oscillation contient environ 7 µJ. À chaque oscillation, une petite partie se perd par frottement ; l'échappement la remplace.

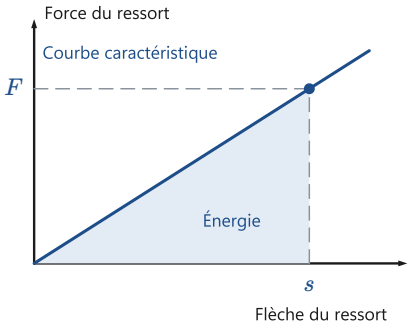


Fig. 2.9 Caractéristique d'un ressort : l'aire sous la caractéristique est l'énergie stockée

Force d'un ressort

(2.24) COMPAGNON

$$F = c \cdot s$$

La force d'un ressort croît dans la même proportion que sa flèche. La raideur indique la force nécessaire par millimètre de flèche.

Validité : domaine élastique et caractéristique linéaire, par exemple ressorts hélicoïdaux et ressorts à lame peu fléchis.

F	force	N
c	raideur du ressort (constante de raideur ; dans les normes aussi R)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
s	flèche du ressort (depuis la position détendue)	mm

EXEMPLE Un ressort de poussoir d'une raideur de 0,8 N par millimètre est comprimé de 2 mm.

Données : $c = 0{,}8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$; $s = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= c \cdot s \\ &= 0{,}8\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \cdot 2\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}6\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Le ressort repousse avec 1,6 N.

Énergie d'un ressort armé

(2.25) MAÎTRE

$$E_\mathrm{F} = \frac{c \cdot s^2}{2}$$

Pendant l'armage, la force croît de zéro jusqu'à la valeur finale ; en moyenne agit la moitié de la force finale. L'énergie est l'aire du triangle sous la caractéristique.

Validité : comme pour la force du ressort ; $1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

E_F	énergie du ressort armé	mJ
c	raideur du ressort	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
s	flèche du ressort (depuis la position détendue)	mm

EXEMPLE Quelle énergie stocke le ressort de poussoir de l'exemple précédent ?

Données : $c = 0{,}8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$; $s = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} E_\mathrm{F} &= \frac{c \cdot s^2}{2} \\ &= \frac{0{,}8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \cdot (2\,\mathrm{mm})^2}{2} \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

1,6 mJ. Avec une flèche double, ce serait le quadruple.

Énergie d'un ressort de torsion

(2.26) MAÎTRE

$$E_{\mathrm{F}} = \frac{D \cdot \varphi^2}{2}$$

Pour les spiraux et autres ressorts de torsion à caractéristique linéaire $M = D \cdot \varphi$ (chapitre 5).

Validité : domaine élastique ; angle en radians.

E_{F}	énergie du ressort armé	J
D	couple de rappel spécifique (couple par angle)	$\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
φ	angle de torsion (depuis la position de repos, en radians)	rad

EXEMPLE Le spiral du balancier de l'exemple sur l'énergie de rotation a un couple de rappel spécifique de 0,632 µN·m par radian. Quelle énergie stocke-t-il au point de rebroussement pour une amplitude de 270°, soit 4,71 rad ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{F}} &= \frac{D \cdot \varphi^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \mu\mathrm{N \cdot m} \cdot 4{,}71^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Environ 7 µJ, autant que l'énergie cinétique du balancier au point mort. À chaque alternance, l'énergie passe du spiral au balancier et inversement.

Puissance

(2.27) COMPAGNON

$$P = \frac{W}{t}$$

La puissance est le travail par unité de temps. Unité : 1 W = 1 J par seconde.

P	puissance	W
W	travail	J
t	temps (pendant lequel le travail est fourni)	s

EXEMPLE Le poids de l'horloge de parquet restitue ses 41,2 J régulièrement en 8 jours. Quelle puissance entraîne l'horloge ?

Données : $W = 41{,}2\ \mathrm{J}$; $t = 8\ \mathrm{d}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t} \\ &= \frac{41{,}2\ \mathrm{J}}{8\ \mathrm{d}} \\ &= \frac{41{,}2\ \mathrm{J}}{691\,200\ \mathrm{s}} \\ &\approx 59{,}6\ \mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Un peu moins de 60 µW, soit 60 millionièmes de watt. Une montre-bracelet se contente de quelques microwatts.

Puissance en rotation

(2.28) MAÎTRE

$$P = M \cdot \omega$$

La puissance est le couple multiplié par la vitesse angulaire. Exprimée avec la vitesse de rotation, elle vaut $P = 2\pi \cdot M \cdot n$, la vitesse de rotation étant en tours par seconde.

P	puissance	W
M	couple	$\mathrm{N{\cdot}m}$
ω	vitesse angulaire	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

EXEMPLE Un barillet fournit 8 N·mm et fait un tour en 6 heures, soit $0{,}000\,291\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Données : $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad \omega = 0{,}000\,291\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} P &= M \cdot \omega \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}000\,291\ \tfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \\ &\approx 2{,}33\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Le barillet fournit 2,33 µW. Une roue rapide en fin de rouage transmet, aux pertes près, la même puissance avec un faible couple et une vitesse de rotation élevée.

Rendement

(2.29) COMPAGNON

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}}$$

Le rendement indique quelle part de l'effort fourni arrive comme effet utile. Au lieu des puissances, on peut aussi rapporter des travaux ou des énergies.

η	rendement (toujours inférieur à 1)	1
P_{ab}	puissance fournie (utile)	W
P_{zu}	puissance absorbée	W

EXEMPLE Le barillet fournit 2,33 µW au rouage ; 1,63 µW arrivent à la roue d'échappement.

Données : $P_{\mathrm{ab}} = 1{,}63\,\mu\mathrm{W}; \quad P_{\mathrm{zu}} = 2{,}33\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}} \\ &= \frac{1{,}63\,\mu\mathrm{W}}{2{,}33\,\mu\mathrm{W}} \\ &\approx 0{,}70 \end{aligned}$$

Le rouage a un rendement de 0,70, soit 70 %. Les 30 % restants se transforment en chaleur dans les paliers et les engrenages.

Rendement global

(2.30) MAÎTRE

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3$$

Lorsque plusieurs étages se suivent, on multiplie leurs rendements. Cela vaut pour un nombre quelconque d'étages.

Validité : étages montés en série, chacun ne reçoit que ce que le précédent lui fournit.

η_{ges}	rendement global	1
η_1	rendement du premier étage	1
η_2	rendement du deuxième étage	1
η_3	rendement du troisième étage	1

EXEMPLE Supposons que le barillet transmette 85 % de l'énergie du ressort, le rouage 70 % et l'échappement 35 %. Quelle part atteint le balancier ?

Données : $\eta_1 = 0{,}85$; $\eta_2 = 0{,}70$; $\eta_3 = 0{,}35$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \\ &= 0{,}85 \cdot 0{,}70 \cdot 0{,}35 \\ &\approx 0{,}21\end{aligned}$$

Seul un cinquième environ de l'énergie du ressort parvient au balancier. Ces chiffres sont des ordres de grandeur ; ils montrent pourquoi des paliers propres et des engrenages corrects apportent autant d'amplitude.

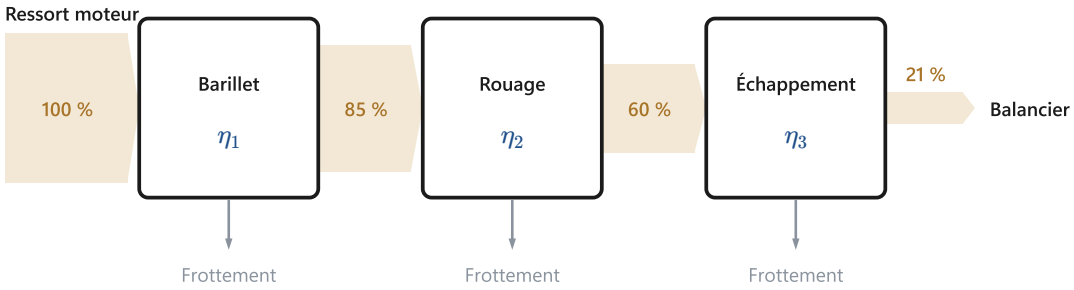


Fig. 2.10 Flux d'énergie du ressort moteur au balancier avec les rendements de l'exemple de la formule (2.30)

2.5 Frottement

Le frottement freine chaque palier et chaque engrenage, mais il maintient aussi en place les vis, les aiguilles et les frictions. On calcule avec le coefficient de frottement des deux matériaux qui glissent l'un sur l'autre.

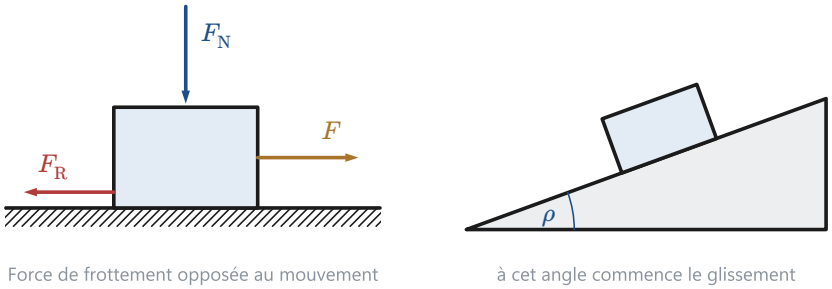


Fig. 2.11 Frottement de glissement (à gauche) et angle de frottement ρ (à droite)

Frottement de glissement

(2.31) COMPAGNON

$$F_{\mathrm{R}} = \mu \cdot F_{\mathrm{N}}$$

La force de frottement dépend de la force normale et du couple de matériaux, non de l'étendue de la surface de contact.

Validité : surfaces sèches ou légèrement huilées. Lorsqu'un film d'huile continu porte la charge, le frottement dépend en plus de la vitesse et de la viscosité de l'huile.

F_{R}	force de frottement (s'oppose au mouvement)	N
μ	coefficient de frottement (de glissement, dépend du couple de matériaux)	1
F_{N}	force normale (perpendiculaire à la surface de contact)	N

EXEMPLE Un ressort en acier appuie avec 2 N sur un levier en acier qui glisse. L'endroit est huilé ; on calcule avec un coefficient de frottement de 0,15.

Données : $\mu = 0{,}15$; $F_{\mathrm{N}} = 2\,\mathrm{N}$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{R}} &= \mu \cdot F_{\mathrm{N}} \\ &= 0{,}15 \cdot 2\,\mathrm{N} \\ &= 0{,}3\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Le frottement freine avec 0,3 N.

Frottement statique (adhérence)

(2.32) COMPAGNON

$$F_{\mathrm{R0}} = \mu_0 \cdot F_{\mathrm{N}}$$

Tant qu'un corps est au repos, l'adhérence le retient. Elle est égale à la force appliquée, mais au plus à $\mu_0 \cdot F_{\mathrm{N}}$. L'adhérence est un peu plus forte que le glissement : une pièce a besoin de plus de force pour se décoller que pour continuer à glisser.

F_{R0}	force de frottement statique maximale (force de décollement)	N
μ_0	coefficient d'adhérence	1
F_{N}	force normale	N

EXEMPLE Une vis presse un pont sur la platine avec 150 N. Par prudence, on prend 0,2 comme coefficient d'adhérence laiton sur laiton.

Données : $\mu_0 = 0{,}2$; $F_{\mathrm{N}} = 150\,\mathrm{N}$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{R0}} &= \mu_0 \cdot F_{\mathrm{N}} \\ &= 0{,}2 \cdot 150\,\mathrm{N} \\ &= 30\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Jusqu'à 30 N de force transversale, le frottement seul maintient le pont. Les pieds assurent en plus sa position exacte.

Coefficients de frottement de glissement μ (valeurs indicatives)

Couple de matériaux	à sec	huilé
Acier trempé sur rubis ou saphir	0,12 … 0,25	0,05 … 0,15
Acier trempé sur laiton	0,18 … 0,30	0,08 … 0,20
Acier trempé sur bronze	0,15 … 0,30	0,07 … 0,12
Acier trempé sur acier trempé	0,15 … 0,35	0,05 … 0,12
Acier sur matière plastique (POM)	0,20 … 0,35	0,07 … 0,12
Acier sur PTFE	0,05 … 0,15	–

Les valeurs varient fortement selon l'état de surface, l'huile, la charge et la vitesse. Le coefficient d'adhérence est un peu plus élevé. Valeurs de calcul usuelles pour des paliers de pivots huilés : 0,15 pour l'acier dans le rubis, 0,2 pour l'acier dans le laiton.

Angle de frottement

(2.33) MAÎTRE

$$\rho = \arctan \mu$$

TRANSFORMÉE $\mu = \tan \rho$

ρ	angle de frottement	°
μ	coefficient de frottement	1

L'angle de frottement est l'angle d'inclinaison d'un plan incliné pour lequel un corps commence tout juste à glisser. À cet angle, la force parallèle à la pente est égale à la force de frottement. Si le plan est plus plat, le corps reste en place : c'est l'irréversibilité (autoblocage).

Validité : pour le début du glissement, calculer avec le coefficient d'adhérence μ_0 ; pour la poursuite du glissement, avec μ.

EXEMPLE Quel est l'angle de frottement pour un coefficient de frottement de 0,15 ?

Données : $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}53^\circ\end{aligned}$$

8,53°. Une surface inclinée de moins d'environ 8,5° retient d'elle-même une pièce avec ce coefficient de frottement.

Plan incliné, coin et filetage avec frottement

(2.34) APPROFONDISSEMENT

$$F = F_\mathrm{Q} \cdot \tan(\alpha + \rho)$$

F	force (force de poussée parallèle à la base ; pour un filetage, force tangentielle)	N
F_Q	charge perpendiculaire à la base (pour un filetage : effort axial de la vis)	N
α	angle d'inclinaison (pour un filetage : angle d'hélice)	°
ρ	angle de frottement	°

Lorsqu'une force pousse un corps vers le haut d'un plan incliné, le frottement agit comme une pente plus raide de ρ. Un filetage est un plan incliné enroulé autour du boulon, un coin un plan incliné que l'on déplace.

Validité : mouvement contre la charge (serrage, enfoncement). Pour un filet triangulaire, le frottement effectif est un peu plus grand à cause des flancs inclinés. Si un coin glisse en plus sur une seconde surface, il faut ajouter le frottement de celle-ci.

Bon à savoir : Dans le sens de la charge (desserrage), on a $F = F_\mathrm{Q} \cdot \tan(\alpha - \rho)$. Si α est inférieur à ρ, cette force devient négative : l'assemblage tient de lui-même et doit être desserré activement. C'est pourquoi les vis de fixation et les coins sont autobloquants.

EXEMPLE Un filetage a un angle d'hélice de 3°, l'angle de frottement vaut 8,53°. La vis doit serrer avec 100 N. Quelle force tangentielle faut-il dans le filetage lors du serrage ?

Données : $F_\mathrm{Q} = 100\,\mathrm{N}; \quad \alpha = 3^\circ; \quad \rho = 8{,}53^\circ$

$$\begin{aligned}F &= F_\mathrm{Q} \cdot \tan(\alpha + \rho) \\ &= 100\,\mathrm{N} \cdot \tan(3^\circ + 8{,}53^\circ) \\ &= 100\,\mathrm{N} \cdot \tan 11{,}53^\circ \\ &\approx 20{,}4\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

20,4 N. Sans frottement, il ne faudrait que 5,2 N : la plus grande partie de l'effort de serrage passe dans le frottement, auquel s'ajoute encore le frottement sous la tête de vis.

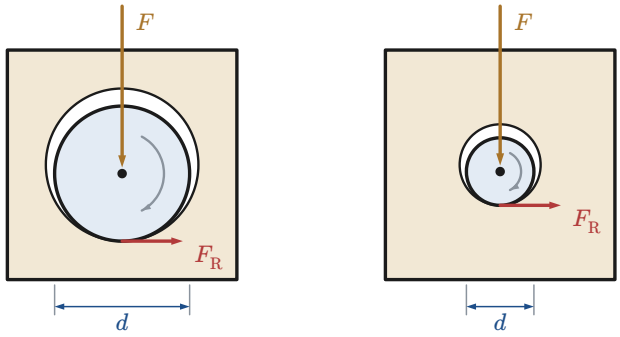


Fig. 2.12 Frottement des pivots : à charge égale, la force de frottement a le bras de levier le plus petit sur le pivot mince

Couple de frottement dans le palier d'un pivot

(2.35) MAÎTRE

$$M_R = \frac{\mu \cdot F \cdot d}{2}$$

La force de frottement agit à la circonférence du pivot ; son bras de levier est le rayon du pivot. C'est pourquoi un pivot mince freine moins qu'un pivot gros.

Validité : pivot avec ébat, en appui le long d'une ligne ; coefficient de frottement pris comme valeur de calcul.

M_R	couple de frottement (freine la rotation)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
μ	coefficient de frottement (pivot dans le palier)	1
F	force (charge du palier perpendiculaire à l'axe)	N
d	diamètre (du pivot)	mm

Bon à savoir : C'est pourquoi les pivots deviennent de plus en plus fins vers la fin du rouage : le couple y est faible et chaque couple de frottement compte. Lorsque la montre est à plat, le balancier tourne sur le bout d'un pivot ; le bras de levier du frottement est alors encore plus petit et l'amplitude plus grande que dans les positions verticales.

EXEMPLE Un pivot de 1,2 mm de diamètre porte 3 N et tourne huilé dans du laiton (valeur de calcul du coefficient de frottement : 0,2).

Données : $\mu = 0{,}2$; $F = 3\,\mathrm{N}$; $d = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

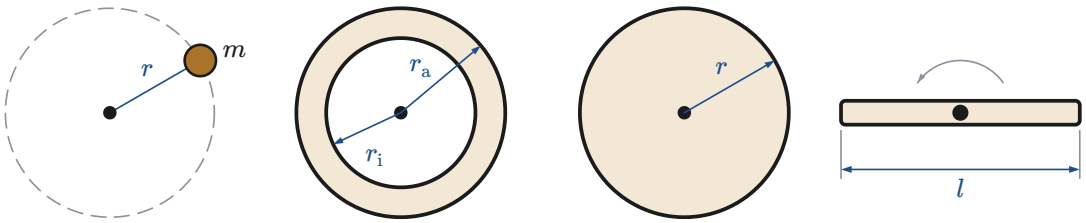
$$M_R = \frac{\mu \cdot F \cdot d}{2} = \frac{0{,}2 \cdot 3\,\mathrm{N} \cdot 1{,}2\,\mathrm{mm}}{2} = 0{,}36\,\mathrm{N{\cdot}mm}$$

Le frottement freine avec 0,36 N·mm. Avec un diamètre de pivot de 0,6 mm, ce ne serait que la moitié pour la même charge.

À retenir : Un faible frottement demande des surfaces dures et lisses, une faible force normale et un petit bras de levier.

2.6 Moment d'inertie

Ce que la masse est pour le mouvement rectiligne, le moment d'inertie l'est pour la rotation : la résistance à l'accélération et au freinage. Il dépend de la distance de la masse à l'axe de rotation. En petite horlogerie, on l'exprime en $\mathrm{mg \cdot cm^2}$. Le chapitre 5 montre comment le moment d'inertie du balancier détermine la période d'oscillation.



Point matériel | Anneau, cylindre creux | Disque plein | Barre, axe au milieu

Fig. 2.13 Corps dont le moment d'inertie se calcule simplement ; l'axe de rotation est perpendiculaire au plan du dessin

Masse ponctuelle et anneau mince

(2.36) MAÎTRE

$$J = m \cdot r^2$$

Chaque particule de masse compte avec le carré de sa distance à l'axe. La formule vaut aussi pour un anneau mince, car toute la masse s'y trouve à la même distance.

Validité : dimensions de la masse petites par rapport à sa distance à l'axe ; pour l'anneau, épaisseur petite par rapport au rayon.

J	moment d'inertie (par rapport à l'axe de rotation)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	masse	mg
r	distance (de la masse à l'axe de rotation)	mm

Bon à savoir : Conversion : $1\,\mathrm{mg \cdot cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$ et $1\,\mathrm{g \cdot cm^2} = 10^{-7}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$. Les balanciers de montres-bracelets se situent entre environ 2 et $25\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$.

EXEMPLE Une vis de réglage de 5 mg se trouve à 4,5 mm de l'axe du balancier.

Données : $m = 5\,\mathrm{mg}$; $\quad r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= m \cdot r^2 \\ &= 5\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 5\,\mathrm{mg} \cdot (0{,}45\,\mathrm{cm})^2 \\ &\approx 1{,}01\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

La vis apporte environ $1\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$. Pour un balancier de $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, cela fait 10 % ; c'est pourquoi de petites modifications des vis agissent déjà nettement sur la marche.

Anneau et cylindre creux

(2.37) MAÎTRE

$$J = \frac{m \cdot \left(r_{\mathrm{a}}^2 + r_{\mathrm{i}}^2\right)}{2}$$

La serge du balancier est un cylindre creux. Comme toute sa masse se trouve loin vers l'extérieur, elle fournit presque tout le moment d'inertie du balancier.

Validité : matériau de densité homogène, l'axe de rotation est l'axe central.

J	moment d'inertie (par rapport à l'axe central)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	masse (de la serge)	mg
r_{a}	rayon extérieur	mm
r_{i}	rayon intérieur	mm

EXEMPLE Une serge de balancier a un diamètre extérieur de 9 mm, un diamètre intérieur de 8 mm et pèse 55 mg.

Données : $m = 55\,\mathrm{mg}$; $r_{\mathrm{a}} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{i}} = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot \left(r_{\mathrm{a}}^2 + r_{\mathrm{i}}^2\right)}{2} \\ &= \frac{55\,\mathrm{mg} \cdot \left((4{,}5\,\mathrm{mm})^2 + (4\,\mathrm{mm})^2\right)}{2} \\ &= \frac{55\,\mathrm{mg} \cdot (0{,}2025 + 0{,}16)\ \mathrm{cm}^2}{2} \\ &\approx 9{,}97\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

La serge seule a $9{,}97\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$. L'approximation par un anneau mince de rayon moyen 4,25 mm donne $9{,}93\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, donc presque la même valeur.

Disque plein et cylindre

(2.38) MAÎTRE

$$J = \frac{m \cdot r^2}{2}$$

Un disque n'a que la moitié du moment d'inertie d'un anneau mince de même masse et de même diamètre, car une grande partie de sa masse se trouve près de l'axe.

Validité : matériau de densité homogène, l'axe de rotation est l'axe central ; l'épaisseur ne joue aucun rôle.

J	moment d'inertie (par rapport à l'axe central)	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	masse	kg
r	rayon	m

EXEMPLE Une lentille de pendule en forme de disque a une masse de 1,2 kg et un rayon de 60 mm. Quel est son moment d'inertie par rapport à son propre centre ?

Données : $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $r = 60\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot r^2}{2} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (60\,\mathrm{mm})^2}{2} \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2} \end{aligned}$$

C'est avec cette valeur que le pendule est calculé à la section 6.3.

Tige mince autour de son milieu

(2.39) MAÎTRE

$$J = \frac{m \cdot l^2}{12}$$

Pour les bras, les traverses et les aiguilles qui tournent perpendiculairement à leur longueur.

Validité : tige mince par rapport à sa longueur, section constante.

J	moment d'inertie (par rapport à l'axe transversal passant par le milieu de la tige)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	masse (de la tige)	mg
l	longueur (longueur totale de la tige)	mm

Bon à savoir : Si la tige tourne autour de son extrémité, comme une aiguille sans contrepoids, le moment d'inertie est quatre fois plus grand : $J = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$.

EXEMPLE Le bras d'un balancier à deux bras mesure 8 mm de long et pèse 6 mg.

Données : $m = 6\,\mathrm{mg}$; $l = 8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot l^2}{12} \\ &= \frac{6\,\mathrm{mg} \cdot (8\,\mathrm{mm})^2}{12} \\ &= 0{,}32\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

Le bras n'apporte que $0{,}32\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, environ 3 % de ce que fournit la serge de l'exemple précédent.

Théorème de Huygens-Steiner

(2.40) MAÎTRE

$$J_\mathrm{A} = J_\mathrm{S} + m \cdot a^2$$

Si l'axe de rotation ne passe pas par le centre de gravité, il faut ajouter le terme masse multipliée par le carré de la distance. Pour les pièces composées, on additionne les contributions de tous les éléments. L'application au pendule se trouve à la section 6.3.

Validité : les deux axes sont parallèles ; l'un d'eux passe par le centre de gravité.

J_A	moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
J_S	moment d'inertie par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	masse (de la pièce)	mg
a	distance (entre les deux axes)	mm

EXEMPLE Une aiguille des minutes (20 mg, 12 mm de long, homogène) tourne autour de son extrémité. Par rapport à son milieu, elle a $J_\mathrm{S} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 = 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$; le centre de gravité se trouve à 6 mm de l'axe de rotation.

Données : $J_\mathrm{S} = 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$; $m = 20\,\mathrm{mg}$; $a = 6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J_\mathrm{A} &= J_\mathrm{S} + m \cdot a^2 \\ &= 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2} + 20\,\mathrm{mg} \cdot (6\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2} + 7{,}2\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \\ &= 9{,}6\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

$9{,}6\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, le quadruple de la valeur par rapport au milieu. Une aiguille des minutes peut donc avoir autant d'inertie qu'un balancier entier.

À retenir : La masse à l'extérieur donne de l'inertie : la distance à l'axe compte au carré.

2.7 Résistance et élasticité

Toute pièce chargée se déforme. Si la contrainte reste assez faible, elle revient entièrement à sa forme ; tous les ressorts de la montre reposent sur ce principe. Si elle devient trop grande, la pièce se plie durablement ou se rompt.

Contrainte de traction et de compression

(2.41) COMPAGNON

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

La contrainte est la force par unité de section. Elle indique à quel point le matériau est sollicité, indépendamment de la taille de la pièce. Conversion : $1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} = 1\,\mathrm{MPa}$.

Validité : force dans la direction de l'axe de la tige, répartie uniformément sur la section.

σ	contrainte	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
F	force (traction ou compression)	N
A	surface (section perpendiculaire à la force)	$\mathrm{mm^2}$

EXEMPLE Le poids moteur (34,3 N) est suspendu à un fil d'acier de 1 mm de diamètre, donc de 0,785 mm² de section.

Données : $F = 34{,}3\,\mathrm{N}; \quad A = 0{,}785\,\mathrm{mm^2}$

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{34{,}3\,\mathrm{N}}{0{,}785\,\mathrm{mm^2}} \\ &\approx 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}\end{aligned}$$

Le fil subit $43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, bien en dessous de la résistance de l'acier.

Allongement

(2.42) COMPAGNON

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

L'allongement est un rapport sans unité, souvent exprimé en pour cent.

ε	allongement (variation de longueur par unité de longueur)	1
Δl	variation de longueur (+ signifie : plus long)	mm
l_0	longueur initiale (sans charge)	mm

EXEMPLE Un fil de 1200 mm de long s'allonge de 0,25 mm sous charge.

Données : $\Delta l = 0{,}25\,\mathrm{mm}; \quad l_0 = 1200\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\Delta l}{l_0} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm}}{1200\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}0208\,\%\end{aligned}$$

Le fil s'allonge de 0,0208 %, soit environ deux dix-millièmes de sa longueur.

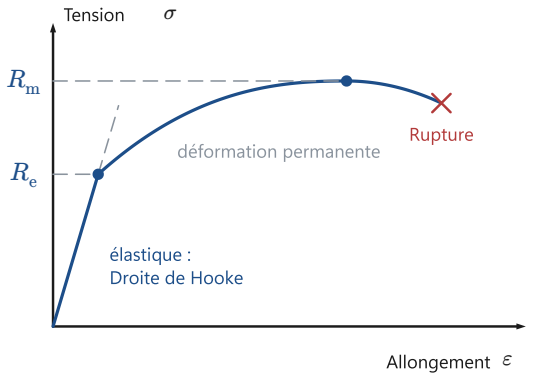


Fig. 2.14 Diagramme contrainte-allongement d'un métal ductile (schématique) : élastique jusqu'à R_e, contrainte maximale R_m

Loi de Hooke

(2.43) COMPAGNON

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

TRANSFORMÉE $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$

σ	contrainte	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
E	module d'élasticité (du matériau)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
ε	allongement	1

Dans le domaine élastique, la contrainte croît dans la même proportion que l'allongement. Le module d'élasticité est la rigidité du matériau : l'acier est deux fois plus rigide que le laiton.

Validité : seulement jusqu'à la limite d'élasticité R_e. Au-delà, la pièce se déforme durablement. La résistance à la traction R_m est la contrainte maximale que supporte le matériau.

EXEMPLE De combien s'allonge le fil d'acier de l'exemple sur la contrainte ($\sigma = 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$) ?

Données : $\sigma = 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\sigma}{E} \\ &= \frac{43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} \\ &\approx 0{,}0208\,\%\end{aligned}$$

De 0,0208 %. Un fil de 1,2 m de long s'allonge donc de 0,25 mm et revient entièrement à sa longueur après déchargement.

Contrainte admissible et coefficient de sécurité

(2.44) MAÎTRE

$$\sigma_\mathrm{zul} = \frac{R_\mathrm{e}}{\nu}$$

σ_zul	contrainte admissible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
R_e	limite d'élasticité (pour les matériaux durs, limite conventionnelle à 0,2 % $R_{\mathrm{p0,2}}$)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
ν	coefficient de sécurité (usuellement 1,2 à 2)	1

Une pièce ne doit pas se déformer durablement en service. On reste donc, avec une marge de sécurité, en dessous de la limite d'élasticité. Si la pièce doit seulement ne pas se rompre, on calcule de la même manière avec la résistance à la traction.

Validité : charge statique. Sous une charge variant sans cesse, le matériau se fatigue et supporte nettement moins.

EXEMPLE Un acier à ressort a une limite d'élasticité de $1500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. On calcule avec un coefficient de sécurité de 1,5.

Données : $R_\mathrm{e} = 1500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $\nu = 1{,}5$

$$\begin{aligned}\sigma_\mathrm{zul} &= \frac{R_\mathrm{e}}{\nu} \\ &= \frac{1500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{1{,}5} \\ &= 1000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

Le ressort peut être chargé jusqu'à $1000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

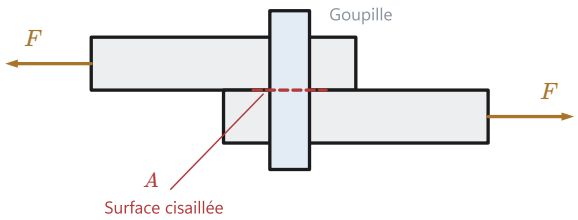


Fig. 2.15 Cisaillement d'une goupille dans le plan de séparation

Cisaillement

(2.45) MAÎTRE

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Pour les goupilles, rivets et vis soumis à une force transversale, la section est cisaillée dans le plan de séparation. La contrainte se situe alors dans la surface, et non perpendiculairement à celle-ci.

Validité : une seule surface cisaillée (assemblage à simple cisaillement). Si la goupille est dans une chape, deux surfaces cisaillées portent : compter A deux fois.

τ	contrainte de cisaillement	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
F	force (perpendiculaire à la goupille)	N
A	surface (surface cisaillée : section dans le plan de séparation)	mm^2

Bon à savoir : Valeur indicative pour l'acier : la résistance au cisaillement vaut environ 80 % de la résistance à la traction.

EXEMPLE Une goupille en acier de 0,8 mm de diamètre (section 0,503 mm²) relie deux pièces et est chargée transversalement avec 60 N.

Données : $F = 60\,\mathrm{N}; \quad A = 0{,}503\,\mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{60\,\mathrm{N}}{0{,}503\,\mathrm{mm}^2} \\ &\approx 119\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

$119\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Une goupille en acier doux supporte environ le triple.

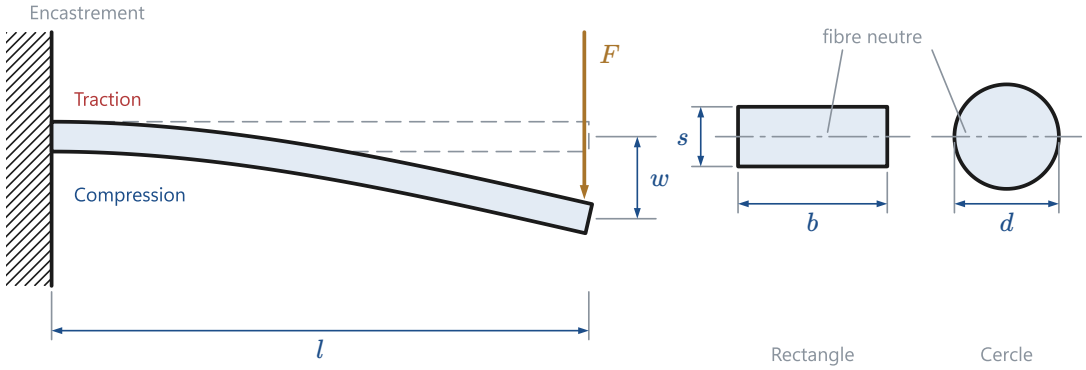


Fig. 2.16 Tige encastrée à une extrémité sous la force F (à gauche) ; sections avec fibre neutre (à droite)

Contrainte de flexion

(2.46) MAÎTRE

$$\sigma_\mathrm{b} = \frac{M_\mathrm{b}}{W_\mathrm{b}}$$

En flexion, un côté est étiré et l'autre comprimé ; entre les deux se trouve la fibre neutre, sans contrainte. La contrainte maximale se situe sur le bord extérieur. Pour une tige encastrée à une extrémité avec la force F à l'autre bout, le moment de flexion est maximal à l'encastrement : $M_\mathrm{b} = F \cdot l$. C'est là qu'un ressort se plie ou se rompt en premier.

Validité : domaine élastique, tige droite, section symétrique par rapport à la fibre neutre.

σ_b	contrainte de flexion maximale (dans la fibre extérieure)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
M_b	moment de flexion (à l'endroit considéré)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
W_b	module de résistance à la flexion	mm^3

EXEMPLE Un ressort à lame (1 mm de hauteur, 0,2 mm d'épaisseur) mesure 10 mm de long et est chargé à son extrémité avec 0,42 N. À l'encastrement agit le moment de flexion 0,42 N · 10 mm = 4,2 N·mm ; le module de résistance vaut 0,00667 mm³.

Données : $M_\mathrm{b} = 4{,}2\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad W_\mathrm{b} = 0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3$

$$\begin{aligned}\sigma_\mathrm{b} &= \frac{M_\mathrm{b}}{W_\mathrm{b}} \\ &= \frac{4{,}2\,\mathrm{N{\cdot}mm}}{0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3} \\ &\approx 630\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

$630\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Un acier à ressort trempé le supporte ; du laiton doux serait depuis longtemps plié durablement.

Module de résistance : rectangle

(2.47) MAÎTRE

$$W_\mathrm{b} = \frac{b \cdot s^2}{6}$$

Le module de résistance indique quel moment de flexion une section supporte pour une contrainte donnée.

Validité : flexion sur le côté plat, comme pour tout ressort à lame, ressort moteur et spiral.

W_b	module de résistance à la flexion	mm^3
b	hauteur de la lame (largeur du rectangle perpendiculaire au sens de flexion)	mm
s	épaisseur de la lame (épaisseur dans le sens de flexion)	mm

EXEMPLE Ressort à lame de 1 mm de hauteur et 0,2 mm d'épaisseur.

Données : $b = 1\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}W_\mathrm{b} &= \frac{b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &\approx 0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3\end{aligned}$$

0,00667 mm³. Avec 0,3 mm d'épaisseur, ce serait 2,25 fois plus : l'épaisseur compte au carré.

Module de résistance : cercle

(2.48) MAÎTRE

$$W_\mathrm{b} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Pour les axes, pivots, goupilles et fils de ressort ronds.

W_b	module de résistance à la flexion	mm^3
d	diamètre	mm

EXEMPLE Fil ou pivot rond de 1 mm de diamètre.

Données : $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} W_\mathrm{b} &= \frac{\pi \cdot d^3}{32} \\ &= \frac{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^3}{32} \\ &\approx 0{,}0982\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

0,0982 mm³. Un pivot de 0,5 mm de diamètre n'en a qu'un huitième : le diamètre compte à la puissance trois. C'est pourquoi les pivots minces cassent si facilement.

Moment quadratique : rectangle

(2.49) MAÎTRE

$$I = \frac{b \cdot s^3}{12}$$

Le moment quadratique décrit la rigidité d'une section en flexion. L'épaisseur intervient à la puissance trois : 10 % d'épaisseur en plus rendent un ressort plus rigide d'un tiers. C'est la raison pour laquelle les ressorts moteurs et les spiraux sont laminés au millième de millimètre près.

Validité : flexion sur le côté plat.

I	moment quadratique (moment d'inertie de surface)	mm^4
b	hauteur de la lame (largeur du rectangle perpendiculaire au sens de flexion)	mm
s	épaisseur de la lame (épaisseur dans le sens de flexion)	mm

Attention : Le moment quadratique I (unité mm⁴) décrit une section. Il n'a rien à voir avec le moment d'inertie J d'une masse en rotation de la section 2.6.

EXEMPLE Ressort à lame de 1 mm de hauteur et 0,2 mm d'épaisseur.

Données : $b = 1\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{b \cdot s^3}{12} \\ &= \frac{1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^3}{12} \\ &\approx 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4 \end{aligned}$$

0,000667 mm⁴. Un ressort de seulement 0,1 mm d'épaisseur en aurait un huitième, à hauteur égale.

Moment quadratique : cercle

(2.50) MAÎTRE

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

I	moment quadratique	mm^4
d	diamètre	mm

Le diamètre compte à la puissance quatre.

EXEMPLE Fil rond de 1 mm de diamètre.

Données : $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi \cdot d^4}{64} \\ &= \frac{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^4}{64} \\ &\approx 0{,}0491\,\mathrm{mm}^4 \end{aligned}$$

0,0491 mm⁴. Avec un diamètre réduit de moitié, il ne reste qu'un seizième.

Flèche d'une tige encastrée à une extrémité

(2.51) MAÎTRE

$$w = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

C'est la formule de base de tous les ressorts à lame : ressorts de cliquet, ressorts de sautoir, ressorts de poussoir. La longueur compte à la puissance trois ; un ressort deux fois plus long est huit fois plus souple.

Validité : domaine élastique, section constante, flèche petite par rapport à la longueur.

w	flèche à l'extrémité libre (souvent f dans les aide-mémoire)	mm
F	force (à l'extrémité libre, perpendiculaire à la tige)	N
l	longueur (libre, de l'encastrement jusqu'à la force)	mm
E	module d'élasticité (du matériau)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
I	moment quadratique	mm^4

EXEMPLE Le ressort à lame en acier ($E = 210\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$) avec $I = 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4$ mesure 10 mm de long et est chargé à son extrémité avec 0,42 N.

Données : $F = 0{,}42\,\mathrm{N}$; $l = 10\,\mathrm{mm}$; $E = 210\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $I = 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4$

$$\begin{aligned} w &= \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \\ &= \frac{0{,}42\,\mathrm{N} \cdot (10\,\mathrm{mm})^3}{3 \cdot 210\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

L'extrémité du ressort fléchit de 1 mm.

Raideur du ressort à lame

(2.52) APPROFONDISSEMENT

$$c = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{4 \cdot l^3}$$

La formule réunit la flèche et le moment quadratique du rectangle. Elle montre comment rendre un ressort plus souple : surtout en réduisant l'épaisseur et en augmentant la longueur ; en réduisant la hauteur, seulement de façon proportionnelle.

Validité : ressort à lame encastré à une extrémité, à section rectangulaire constante, faible flèche.

c	raideur du ressort (à l'extrémité libre)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
E	module d'élasticité (du matériau)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	hauteur de la lame	mm
s	épaisseur de la lame	mm
l	longueur (libre, de l'encastrement jusqu'à la force)	mm

Bon à savoir : La contrainte de flexion à l'encastrement découle de la flèche : $\sigma_\mathrm{b} = \frac{3 \cdot E \cdot s \cdot w}{2 \cdot l^2}$. Un ressort plus mince ou plus long supporte davantage de flèche pour la même contrainte.

EXEMPLE Ressort à lame en acier, 1 mm de hauteur, 0,2 mm d'épaisseur, 10 mm de long.

Données : $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $l = 10\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} c &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{4 \cdot l^3} \\ &= \frac{210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^3}{4 \cdot (10\,\mathrm{mm})^3} \\ &= 0{,}42\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \end{aligned}$$

0,42 N par millimètre de flèche. Si l'on amincit le ressort à 0,15 mm d'épaisseur, il n'en reste que 42 %.

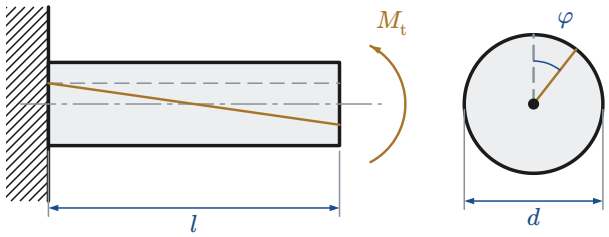


Fig. 2.17 Torsion : le moment M_t tord l'extrémité libre de l'angle φ

Torsion : contrainte dans un axe rond

(2.53) APPROFONDISSEMENT

$$\tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3}$$

Un couple autour de l'axe longitudinal tord l'axe. La contrainte est maximale à la circonférence et nulle au centre.

Validité : section ronde pleine, domaine élastique.

τ_t	contrainte de torsion maximale (à la circonférence)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
M_t	moment de torsion (couple autour de l'axe longitudinal)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
d	diamètre	mm

EXEMPLE Une tige de remontoir transmet 10 N·mm par une portée de 1 mm de diamètre.

Données : $M_t = 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\tau_t &= \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} \\ &= \frac{16 \cdot 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}}{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^3} \\ &\approx 50{,}9\,\tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

Environ $51\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, aucun problème pour de l'acier trempé. Au carré et aux gorges, la contrainte est cependant localement bien plus élevée ; c'est là que les tiges de remontoir cassent.

Torsion : angle de torsion

(2.54) APPROFONDISSEMENT

$$\varphi = \frac{32 \cdot M_t \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4}$$

Un fil rond agit comme un ressort de torsion. Le diamètre compte à la puissance quatre : un fil seulement 10 % plus mince se tord de moitié plus.

Validité : section ronde pleine, domaine élastique. Pour les rubans plats, comme ceux qui servent de ressort de torsion dans les pendules à torsion, d'autres coefficients s'appliquent.

φ	angle de torsion (entre les extrémités, en radians)	rad
M_t	moment de torsion	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
l	longueur (tronçon tordu)	mm
G	module de cisaillement (du matériau ; ici pas la marche)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
d	diamètre	mm

EXEMPLE La portée de la tige de remontoir (1 mm de diamètre) mesure 10 mm de long, acier avec $G = 80\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, couple 10 N·mm.

Données : $M_t = 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $l = 10\,\mathrm{mm}$; $G = 80\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{32 \cdot M_t \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4} \\ &= \frac{32 \cdot 10\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 10\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 80\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot (1\,\mathrm{mm})^4} \\ &= 0{,}0127\,\mathrm{rad} \\ &\approx 0{,}73^\circ\end{aligned}$$

La tige se tord de 0,73° ; on ne le sent pas au remontage.

Module d'élasticité, module de cisaillement et résistance à la traction des matériaux horlogers (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	E en 1000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	G en 1000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	R_m en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
Acier non allié, doux	210	80	350 … 700
Acier à ressort, trempé et revenu	206 … 210	80	1500 … 2200
Alliage à ressort cobalt-nickel-chrome (Nivaflex)	200 … 225	75 … 85	2400 … 3200
Acier inoxydable 1.4435 (316L)	200	77	500 … 700
Laiton (CuZn37, CuZn39Pb3), dur	95 … 110	36 … 40	400 … 550
Maillechort (CuNi18Zn20), dur	125 … 135	47 … 50	500 … 700
Bronze au béryllium (CuBe2), durci par vieillissement	125 … 135	48 … 50	1100 … 1400
Titane grade 5	114	42	900 … 1000
Silicium monocristallin	130 … 190	50 … 80	fragile
Rubis, saphir	350 … 450	150 … 175	fragile

Le module d'élasticité dépend à peine de l'état de dureté, la résistance au contraire fortement. La rigidité du silicium varie selon la direction cristalline. Les matériaux fragiles se rompent sans déformation permanente ; leur résistance dépend surtout de l'état de surface. Pour la plupart des métaux, on a $G \approx 0{,}38 \cdot E$.

2.8 Dilatation thermique

La chaleur agrandit les pièces. Dans la montre, cela modifie les ajustements, la longueur du pendule et les dimensions du balancier et du spiral.

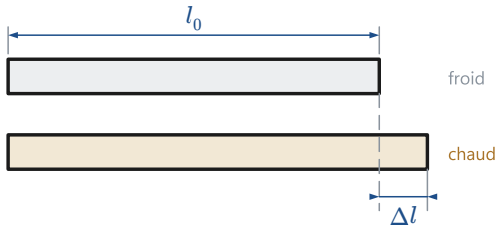


Fig. 2.18 Dilatation linéique à l'échauffement

Dilatation linéique

(2.55) COMPAGNON

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta$$

Presque tous les matériaux se dilatent à l'échauffement, et ce de la même fraction dans toutes les directions. Les trous et les diamètres intérieurs s'agrandissent aussi.

Validité : variations de température jusqu'à environ 100 K ; au-delà, α varie sensiblement. Une différence de température en °C a la même valeur numérique qu'en K.

Δl	variation de longueur (+ signifie : plus long)	mm
α	coefficient de dilatation linéique (du matériau)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_0	longueur initiale (ou un diamètre)	mm
$\Delta\vartheta$	variation de température (+ signifie : plus chaud)	K

EXEMPLE Un anneau en laiton ($\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) de 30 mm de diamètre intérieur est chauffé de 100 K. De combien le diamètre augmente-t-il ?

Données : $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l_0 = 30\,\mathrm{mm}$; $\quad \Delta\vartheta = 100\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta \\ &= 19 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 100\,\mathrm{K} \\ &= 0{,}057\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

De 0,057 mm, soit près de 6 centièmes. Cela suffit pour fretter un anneau : on l'enfile à chaud, et en refroidissant il est serré.

Coefficients de dilatation linéique (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	α en $10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$
Zinc	30
Aluminium	23
Argent	19
Laiton	18 … 21
Maillechort	17 … 18
Bronze au béryllium (CuBe2)	17
Acier inoxydable 1.4435 (316L)	16
Or	14
Acier non allié	11 … 13
Platine (métal)	9
Titane	8,5 … 9
Verre minéral	8 … 9
Saphir, rubis	5 … 7
Silicium	2,6
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
Verre de quartz	0,5

Les valeurs varient selon l'alliage et le traitement thermique. La section 6.5 montre comment la dilatation de la tige du pendule agit sur la marche.

Dilatation volumique

(2.56) MAÎTRE

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta$$

Pour les solides, le coefficient de dilatation volumique est le triple du coefficient de dilatation linéique : $\gamma \approx 3 \cdot \alpha$. Les liquides se dilatent beaucoup plus, les huiles d'environ $700 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$.

Validité : faibles variations de température.

ΔV	variation de volume (+ signifie : plus grand)	cm^3
γ	coefficient de dilatation volumique	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
V_0	volume initial	cm^3
$\Delta\vartheta$	variation de température (+ signifie : plus chaud)	K

EXEMPLE Le récipient d'un pendule à mercure contient 100 cm³ de mercure ($\gamma = 181 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$). La température augmente de 10 K.

Données : $\gamma = 181 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$; $V_0 = 100\,\mathrm{cm}^3$; $\Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta V &= \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \\ &= 181 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 100\,\mathrm{cm}^3 \cdot 10\,\mathrm{K} \\ &= 0{,}181\,\mathrm{cm}^3\end{aligned}$$

Le mercure se dilate de 0,181 cm³ et monte dans le récipient. Son centre de gravité se déplace vers le haut et compense l'allongement de la tige du pendule.

3 Force motrice

La force motrice fournit l'énergie que consomment le rouage, l'échappement et l'organe réglant. Dans la montre et dans beaucoup de pendules, un ressort moteur logé dans le barillet la stocke ; dans l'horloge à balancier, c'est souvent un poids. Le ressort est compact, mais son couple diminue au cours du désarmage. Le poids exige une hauteur de chute, mais tire en contrepartie toujours avec la même force.

On calcule avec les unités de l'atelier : dimensions en mm, forces en N, couples en $\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm}$. La transmission du couple par le rouage jusqu'à l'échappement est traitée au chapitre 4. Contrairement à l'usage ailleurs dans ce formulaire, P désigne dans ce chapitre la puissance et m la masse du poids ; N compte les spires, les tours et les révolutions.

3.1 Ressort moteur dans le barillet : géométrie

Le ressort moteur forme un paquet dans le barillet : désarmé contre la paroi, armé autour de la bonde. Pour le calcul, on suppose les spires jointives. Le ressort couvre alors la même surface dans les deux états, à savoir longueur fois épaisseur de lame. Toutes les formules de cette section en découlent.

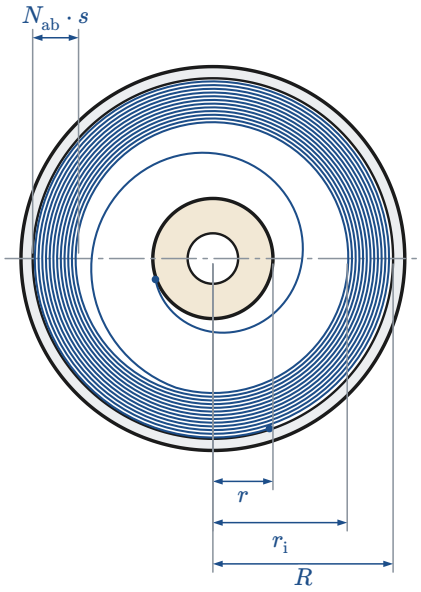


Fig. 3.1 Désarmé : le paquet repose contre la paroi et s'étend vers l'intérieur jusqu'à r_{i}

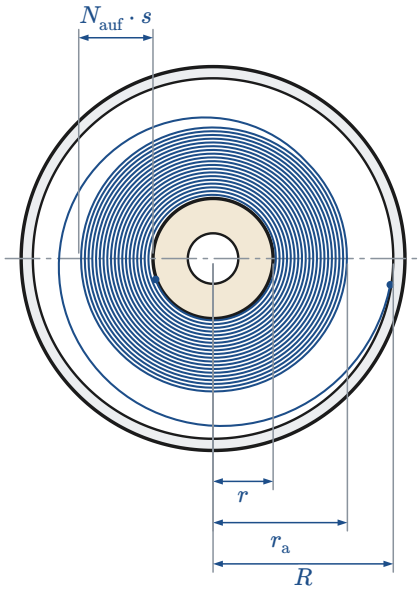


Fig. 3.2 Armé : le paquet repose sur la bonde et s'étend vers l'extérieur jusqu'à r_{a}

Rayon de la bonde (valeur indicative)

(3.1) APPROXIMATION COMPAGNON

$$r \approx \frac{R}{3}$$

r	Rayon (de la bonde)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm

La bonde occupe environ un tiers du rayon intérieur. Une bonde plus mince donnerait plus de tours, mais plierait trop fortement la spire intérieure.

Validité : valeur indicative pour montres et pendules.

Bon à savoir : Seconde condition : selon le matériau du ressort, le rayon de la bonde doit valoir au moins 10 à 16 fois environ l'épaisseur de la lame (valeur indicative). Une bonde plus mince plie trop fortement le ressort ; il se fatigue à la bonde et y casse.

EXEMPLE Un barillet a un diamètre intérieur de 11,4 mm, soit un rayon de 5,7 mm. Quel rayon doit avoir la bonde ?

Données : $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &\approx \frac{R}{3} \\ &= \frac{5{,}7\,\mathrm{mm}}{3} \\ &= 1{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La bonde reçoit un rayon d'environ 1,9 mm, soit 3,8 mm de diamètre. Avec une lame de 0,12 mm, cela fait presque 16 fois l'épaisseur de la lame.

Spires du ressort armé

(3.2) MAÎTRE

$$N_{\text{auf}} = \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s}$$

N_{auf}	Spires du ressort armé (autour de la bonde)	1
r	Rayon (de la bonde)	mm
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

La racine est le rayon extérieur r_{a} du paquet armé. Il découle de l'égalité des surfaces $l \cdot s = \pi \cdot (r_{\text{a}}^2 - r^2)$. La largeur du paquet $r_{\text{a}} - r$ divisée par l'épaisseur de la lame donne le nombre de spires.

Validité : spires jointives ; extrémités du ressort, crochet et bride non comptés.

EXEMPLE Un ressort moteur de 420 mm de longueur et de 0,12 mm d'épaisseur de lame est armé autour d'une bonde de 1,9 mm de rayon. Combien de spires compte le paquet ?

Données : $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{auf}} &= \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s} \\ &= \frac{\sqrt{(1{,}9\,\mathrm{mm})^2 + \dfrac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi}} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 21{,}1 \end{aligned}$$

Environ 21 spires. Le paquet s'étend jusqu'au rayon de 4,43 mm.

Spires du ressort désarmé

(3.3) MAÎTRE

$$N_{\text{ab}} = \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s}$$

N_{ab}	Spires du ressort désarmé (contre la paroi)	1
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

Ici, la racine est le rayon intérieur r_{i} du paquet contre la paroi, toujours d'après l'égalité des surfaces : $l \cdot s = \pi \cdot (R^2 - r_{\text{i}}^2)$.

Validité : spires jointives contre la paroi. Le ressort doit tenir dans le barillet : $l \cdot s$ inférieur à $\pi \cdot (R^2 - r^2)$.

EXEMPLE Le même ressort (420 mm de long, 0,12 mm d'épaisseur) repose désarmé contre la paroi d'un barillet de 5,7 mm de rayon intérieur.

Données : $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $l = 420\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{ab}} &= \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s} \\ &= \frac{5{,}7\,\text{mm} - \sqrt{(5{,}7\,\text{mm})^2 - \dfrac{420\,\text{mm} \cdot 0{,}12\,\text{mm}}{\pi}}}{0{,}12\,\text{mm}} \\ &\approx 13{,}7 \end{aligned}$$

Près de 14 spires. À l'intérieur, le paquet se termine au rayon de 4,06 mm.

Tours de barillet

(3.4) COMPAGNON

$$N = N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}}$$

N	Tours (du barillet)	1
N_{auf}	Spires du ressort armé (autour de la bonde)	1
N_{ab}	Spires du ressort désarmé (contre la paroi)	1

Au désarmage, les spires passent de la bonde à la paroi. Le barillet tourne alors d'autant de tours que le ressort armé compte de spires de plus que le ressort désarmé.

Validité : spires comptées dans les deux états à l'intérieur du barillet. La valeur est une limite supérieure : les extrémités du ressort ne travaillent pas ; en pratique, il manque jusqu'à un tour.

EXEMPLE Le ressort des deux exemples précédents compte 21,1 spires armé et 13,7 spires désarmé.

Données : $N_{\text{auf}} = 21{,}1$; $N_{\text{ab}} = 13{,}7$

$$\begin{aligned} N &= N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}} \\ &= 21{,}1 - 13{,}7 \\ &= 7{,}4 \end{aligned}$$

Le barillet fait en théorie 7,4 tours.

Longueur de ressort optimale

(3.5) MAÎTRE

$$l = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s}$$

l	Longueur (du ressort moteur)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

Le ressort qui donne le plus de tours est celui qui couvre exactement la moitié de la surface libre entre la bonde et la paroi. Un ressort plus court a trop peu de spires ; un ressort plus long ne leur laisse pas la place de se dérouler.

Validité : spires jointives ; supplément pour la fixation des extrémités non compris.

Bon à savoir : Le maximum est plat (fig. 3.3). Dans l'exemple, un ressort plus court ou plus long de 20 % ne coûte qu'environ 3 % des tours. La longueur n'est donc pas à un millimètre près, l'épaisseur de la lame en revanche compte beaucoup (section 3.2).

EXEMPLE Quelle longueur est optimale pour une lame de 0,12 mm dans un barillet de 5,7 mm de rayon intérieur avec une bonde de 1,9 mm de rayon ?

Données : $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $r = 1{,}9\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s} \\ &= \frac{\pi \cdot \left((5{,}7\,\text{mm})^2 - (1{,}9\,\text{mm})^2\right)}{2 \cdot 0{,}12\,\text{mm}} \\ &\approx 378\,\text{mm} \end{aligned}$$

Environ 378 mm. Le ressort de 420 mm des exemples précédents est donc un peu trop long, mais ne perd presque pas de tours.

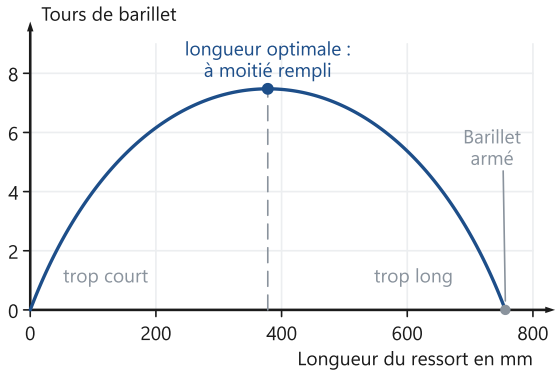


Fig. 3.3 Tours en fonction de la longueur du ressort, calculés pour $R = 5{,}7\,\text{mm}$, $r = 1{,}9\,\text{mm}$, $s = 0{,}12\,\text{mm}$

Taux de remplissage du barillet

(3.6) MAÎTRE

$$k_{\mathrm{F}} = \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

Le taux de remplissage indique si un ressort disponible ou commandé convient au barillet. L'optimum est 0,5.

Validité : spires jointives.

k_{F}	Taux de remplissage : part de la surface libre couverte par le ressort	1
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm

EXEMPLE Dans quelle mesure le ressort de 420 mm de longueur et 0,12 mm d'épaisseur de lame remplit-il le barillet (rayon intérieur 5,7 mm, rayon de bonde 1,9 mm) ?

Données : $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k_{\mathrm{F}} &= \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \\ &= \frac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} \\ &\approx 0{,}56 \end{aligned}$$

Le ressort couvre 56 % de la surface libre, un peu plus que la moitié optimale.

Cercle de séparation pour la longueur optimale

(3.7) MAÎTRE

$$\rho = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

À la longueur optimale, le paquet armé s'étend vers l'extérieur exactement aussi loin que le paquet désarmé s'étend vers l'intérieur. Ce cercle de séparation partage la surface libre en deux moitiés égales.

Validité : ressort de longueur optimale, taux de remplissage 0,5.

ρ	Rayon (du cercle de séparation)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm

Bon à savoir : Contrôle sur le barillet ouvert : si le ressort désarmé s'étend plus loin vers l'intérieur que le cercle de séparation, il est trop long. S'il reste plus à l'extérieur, il est trop court.

EXEMPLE Où se situe le cercle de séparation dans le barillet de 5,7 mm de rayon intérieur avec une bonde de 1,9 mm de rayon ?

Données : $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{(5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2}{2}} \\ &\approx 4{,}25\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Au rayon de 4,25 mm. Le paquet désarmé a alors une largeur de 1,45 mm, le paquet armé de 2,35 mm.

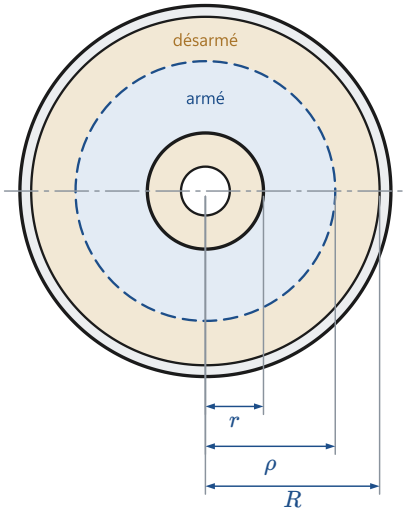


Fig. 3.4 Le cercle de séparation ρ partage la surface libre en deux : à l'intérieur le ressort armé, à l'extérieur le ressort désarmé

Nombre maximal de tours

(3.8) MAÎTRE

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

TRANSFORMÉE $$s = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{N_{\max}}$$

C'est le nombre de tours possible avec la longueur de ressort optimale. Transformée, la formule donne l'épaisseur de lame pour un nombre de tours demandé.

Validité : ressort de longueur optimale (taux de remplissage 0,5), spires jointives. Limite supérieure théorique comme pour la formule (3.4).

$N_{\max}$	Nombre maximal de tours du barillet	1
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r	Rayon (de la bonde)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

EXEMPLE Combien de tours au plus le barillet (rayon intérieur 5,7 mm, rayon de bonde 1,9 mm) peut-il faire avec une lame de 0,12 mm ?

Données : $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $r = 1{,}9\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot \left((5{,}7\,\text{mm})^2 + (1{,}9\,\text{mm})^2\right)} - 5{,}7\,\text{mm} - 1{,}9\,\text{mm}}{0{,}12\,\text{mm}}$$

$$\approx 7{,}5$$

Environ 7,5 tours. Avec une lame de 0,10 mm, ce serait 9 tours ; avec 0,14 mm, seulement 6,4.

Valeurs indicatives pour un rayon de bonde $r = \frac{1}{3}\,R$ et une longueur de ressort optimale

Grandeur	Valeur
Rayon du cercle de séparation	$\rho = 0{,}745 \cdot R$
Largeur du paquet désarmé	$0{,}255 \cdot R$, environ un quart du rayon intérieur
Largeur du paquet armé	$0{,}412 \cdot R$
Longueur de ressort optimale	$l = 1{,}40 \cdot \frac{R^2}{s}$
Nombre maximal de tours	$N_{\max} = 0{,}157 \cdot \frac{R}{s}$

Calculé d'après les formules (3.5), (3.7) et (3.8). Ces valeurs ne valent que si la bonde mesure un tiers du rayon intérieur.

Longueur du ressort d'après les spires du ressort désarmé

(3.9) COMPAGNON

$$l = \pi \cdot (R + r_{\mathrm{i}}) \cdot N_{\mathrm{ab}}$$

La longueur est la circonférence moyenne du paquet multipliée par le nombre de spires. On peut ainsi déterminer la longueur du ressort sans le sortir du barillet. L'épaisseur de la lame découle de la largeur du paquet : $s = (R - r_{\mathrm{i}}) : N_{\mathrm{ab}}$.

Validité : spires jointives contre la paroi. Le tronçon entre le paquet et la bonde n'est pas compté ; le ressort réel est plus long d'environ une spire intérieure.

l	Longueur (du ressort moteur)	mm
R	Rayon intérieur (du barillet)	mm
r_{i}	Rayon intérieur du paquet de spires désarmé	mm
N_{ab}	Spires du ressort désarmé (contre la paroi)	1

EXEMPLE Dans un barillet de 5,7 mm de rayon intérieur, le ressort désarmé repose contre la paroi avec 13,75 spires. Le bord intérieur du paquet a un rayon de 4,05 mm.

Données : $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{i}} = 4{,}05\,\mathrm{mm}$; $N_{\mathrm{ab}} = 13{,}75$

$$\begin{aligned} l &= \pi \cdot (R + r_{\mathrm{i}}) \cdot N_{\mathrm{ab}} \\ &= \pi \cdot (5{,}7\,\mathrm{mm} + 4{,}05\,\mathrm{mm}) \cdot 13{,}75 \\ &\approx 421\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le paquet contient environ 421 mm de ressort. L'épaisseur de la lame vaut 1,65 mm divisé par 13,75, soit 0,12 mm.

À retenir : Le ressort doit remplir la moitié de la surface libre du barillet. Pour obtenir davantage de tours, il ne reste alors qu'une lame plus mince.

3.2 Couple et énergie du ressort moteur

Le ressort armé tend à reprendre sa forme et fait ainsi tourner le barillet. Son couple dépend surtout de l'épaisseur de la lame, l'énergie stockée du volume du ressort et du matériau.

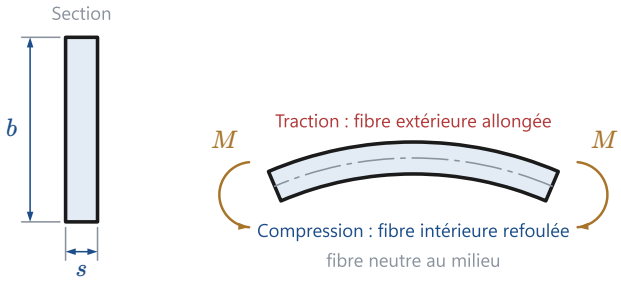


Fig. 3.5 Section de la lame, de hauteur b et d'épaisseur s (épaisseur exagérée) ; à la flexion, la face extérieure est allongée, la face intérieure comprimée

Couple du ressort moteur

(3.10) MAÎTRE

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

Le couple croît avec l'angle de torsion, avec la hauteur de la lame et avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame. Un ressort plus long est plus souple. Un tour correspond à $\varphi = 2\pi$.

Validité : domaine élastique, section rectangulaire, spires sans contact ni frottement entre elles. L'angle est compté à partir de la forme libre du ressort hors du barillet.

M	Couple (du ressort)	$\mathrm{N \cdot mm}$
E	Module d'élasticité (du matériau du ressort)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Hauteur de la lame (largeur du ressort)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm
φ	Angle de torsion (par rapport à la forme libre, en radians)	rad
l	Longueur (du ressort moteur)	mm

Attention : Dans le barillet, des spires reposent les unes contre les autres, à la bonde et contre la paroi. Elles ne travaillent pas et frottent. La courbe réelle n'est donc pas une droite (fig. 3.6). La formule montre de quoi dépend le couple ; le couple d'un ressort donné se mesure.

EXEMPLE Un ressort moteur ($E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, hauteur 1,3 mm, épaisseur 0,12 mm, longueur 420 mm) est armé de 12 tours par rapport à sa forme libre, soit 75,4 rad.

Données : $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$
$$= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^3 \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{12 \cdot 420\,\mathrm{mm}}$$
$$\approx 6{,}72\,\mathrm{N \cdot mm}$$

Environ 6,7 $\mathrm{N \cdot mm}$, un ordre de grandeur courant pour le barillet d'une montre-bracelet homme.

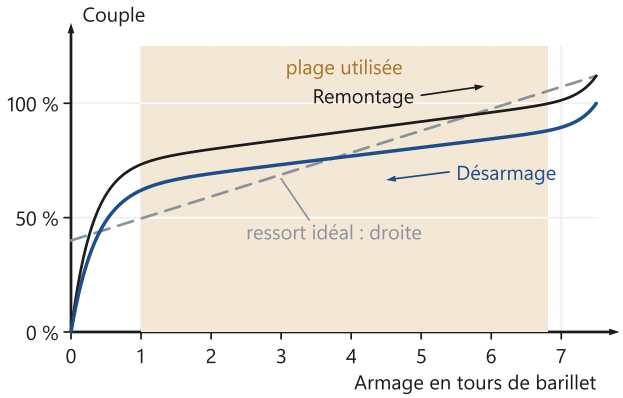


Fig. 3.6 Couple dans le barillet à l'armage et au désarmage (schéma de principe, pas une courbe mesurée) ; 100 % correspond au couple au début du désarmage après un armage complet

La fig. 3.6 montre l'évolution dans le barillet. Tout en haut et tout en bas, le couple varie fortement ; entre les deux, il ne diminue que lentement. On utilise la partie plate. À l'armage, la courbe se situe plus haut qu'au désarmage ; la différence est le frottement entre les spires. Les ressorts en forme de S (fig. 3.8) sont, à l'état libre, courbés dans le sens inverse de leur enroulement ultérieur. Ils sont sollicités plus uniformément sur toute leur longueur et délivrent un couple plus régulier que les ressorts en simple spirale.

Couple maximal d'après la contrainte de flexion admissible

(3.11) MAÎTRE

$$M_{\max} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6}$$

Au-delà de ce couple, la lame ne tient plus élastiquement : la fibre extrême atteint la contrainte admissible. La fraction $\frac{b \cdot s^2}{6}$ est le module de résistance du rectangle (chapitre 2).

Validité : section rectangulaire, flexion pure. Au-delà de la limite élastique, le ressort se déforme durablement : il s'affaisse.

$M_{\max}$	Couple maximal transmissible élastiquement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
σ_{zul}	Contrainte de flexion admissible (limite élastique du matériau du ressort)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Hauteur de la lame (largeur du ressort)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm

EXEMPLE Quel couple transmet une lame de 1,3 mm de hauteur et 0,12 mm d'épaisseur pour une contrainte de flexion admissible de $2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$?

Données : $\sigma_{\text{zul}} = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &= 7{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Au plus 7,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. L'exemple précédent, avec 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$, reste en dessous.

Matériaux pour ressorts moteurs (valeurs indicatives)

Matériau	E en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	σ_{zul} en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
Acier à ressort (acier au carbone, trempé et revenu)	206 000 … 210 000	1 500 … 2 000
Alliage cobalt-nickel-chrome (par exemple Nivaflex)	200 000 … 225 000	2 200 … 2 800

Valeurs indicatives grossières pour une estimation. La contrainte admissible dépend fortement de l'alliage, du taux de laminage et du traitement thermique. Les indications du fabricant de ressorts font foi. Le module d'élasticité et la résistance à la traction d'autres matériaux figurent à la section 2.7.

Influence de l'épaisseur de la lame

(3.12) COMPAGNON

$$M_2 = M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3$$

Le couple varie avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame. Un centième de millimètre déjà se fait nettement sentir.

Validité : même hauteur de lame, même longueur, même matériau, même angle de torsion.

M_2	Couple du ressort de remplacement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_1	Couple du ressort d'origine	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
s_2	Épaisseur de lame du ressort de remplacement	mm
s_1	Épaisseur de lame du ressort d'origine	mm

Attention : Une lame plus épaisse remplit davantage le barillet et donne moins de tours. Pour une autre épaisseur de lame, il faut donc aussi recalculer la longueur et les tours selon la section 3.1.

EXEMPLE Au lieu d'un ressort de 0,12 mm d'épaisseur de lame et de 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$, on pose un ressort de 0,125 mm. Quel sera le couple ?

Données : $M_1 = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $s_2 = 0{,}125\,\mathrm{mm}$; $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3 \\ &= 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot \left(\frac{0{,}125\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}\right)^3 \\ &\approx 6{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Environ 6,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. La lame, plus épaisse de seulement 0,005 mm, apporte 13 % de couple en plus.

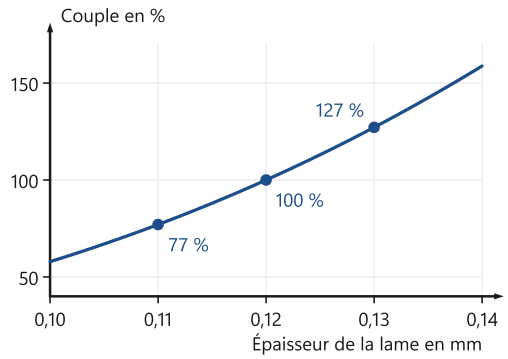


Fig. 3.7 Le couple croît avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame (100 % pour $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$)

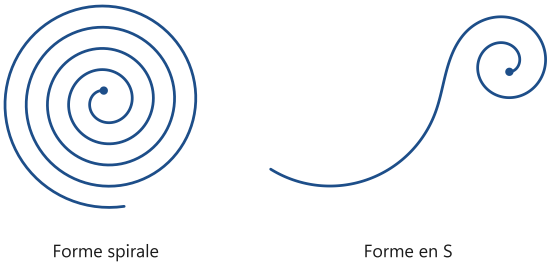


Fig. 3.8 Ressorts moteurs à l'état libre : forme en spirale simple et forme en S à contre-courbure

Ressort de remplacement de même effet

(3.13) COMPAGNON

$$b_1 \cdot s_1^3 = b_2 \cdot s_2^3$$

TRANSFORMÉE $\quad s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{b_1}{b_2}}$

Si le ressort d'origine n'est pas disponible, une lame un peu plus épaisse compense une hauteur plus faible, et inversement. Le couple reste le même si le produit de la hauteur par la puissance trois de l'épaisseur reste le même.

Validité : même longueur, même matériau. Le ressort de remplacement ne doit pas être plus haut que le barillet ne le permet.

b_1	Hauteur de lame du ressort d'origine	mm
s_1	Épaisseur de lame du ressort d'origine	mm
b_2	Hauteur de lame du ressort de remplacement	mm
s_2	Épaisseur de lame du ressort de remplacement	mm

EXEMPLE Le ressort d'origine mesure 1,50 mm × 0,12 mm. Seul un ressort de 1,40 mm de hauteur est disponible. Quelle épaisseur de lame donne le même couple ?

Données : $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\quad b_1 = 1{,}50\,\mathrm{mm}$; $\quad b_2 = 1{,}40\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s_2 &= s_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}} \\ &= 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}50\,\mathrm{mm}}{1{,}40\,\mathrm{mm}}} \\ &\approx 0{,}1228\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Par le calcul, un peu moins de 0,123 mm. Dans la liste, on choisit l'épaisseur suivante, ici 0,125 mm, en acceptant un couple un peu plus élevé.

Énergie stockée du ressort idéal

(3.14) MAÎTRE

$$W = \frac{M \cdot \varphi}{2}$$

Comme le couple croît linéairement depuis l'état libre, c'est en moyenne la moitié du couple final qui compte. On a $1\,\mathrm{N \cdot mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

Validité : ressort idéal à caractéristique linéaire selon la formule (3.10).

W	Travail (énergie stockée dans le ressort, travail d'armage)	mJ
M	Couple (du ressort)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
φ	Angle de torsion (par rapport à la forme libre, en radians)	rad

EXEMPLE Le ressort de l'exemple de la formule (3.10) a un couple de 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$ à 75,4 rad.

Données : $M = 6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad \varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{M \cdot \varphi}{2} \\ &= \frac{6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{2} \\ &\approx 253\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Le ressort contient environ 253 mJ, soit 0,25 J. Seule est utilisable la part que le barillet restitue au désarmage (formule (3.16)).

Énergie maximale stockable

(3.15) APPROFONDISSEMENT

$$W_{\max} = \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E}$$

Le produit $b \cdot s \cdot l$ est le volume du ressort. L'énergie stockable croît donc avec le volume du ressort et avec $\sigma_{\mathrm{zul}}^2 : E$. C'est pourquoi le barillet reçoit autant de place que possible dans le mouvement, et pourquoi les matériaux à limite élastique élevée sont intéressants.

Validité : ressort idéal, fléchi sur toute sa longueur jusqu'à la contrainte admissible. Limite supérieure ; les ressorts réels ne l'atteignent pas.

$W_{\max}$	Énergie maximale stockable élastiquement	mJ
σ_{zul}	Contrainte de flexion admissible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Hauteur de la lame (largeur du ressort)	mm
s	Épaisseur de la lame (épaisseur du ressort)	mm
l	Longueur (du ressort moteur)	mm
E	Module d'élasticité (du matériau du ressort)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

EXEMPLE Ressort 1,3 mm × 0,12 mm × 420 mm, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$.

Données : $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}; \quad b = 1{,}3\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E} \\ &= \frac{\left(2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}\right)^2 \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot 420\,\mathrm{mm}}{6 \cdot 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}} \\ &\approx 341\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Au plus environ 0,34 J. C'est l'énergie nécessaire pour soulever 35 g d'un mètre.

Travail fourni au désarmage

(3.16) COMPAGNON

$$W = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}}$$

Le travail est le couple multiplié par l'angle de rotation ; à chaque tour, le barillet tourne de 2π. On lit le couple moyen sur la courbe de désarmage mesurée.

Validité : couple moyenné sur le désarmage.

W	Travail (fourni par le barillet au désarmage)	mJ
N	Tours (du barillet)	1
M_{m}	Couple moyen sur ces tours	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EXEMPLE Un barillet fournit en moyenne 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$ sur 6,5 tours.

Données : $N = 6{,}5$; $M_{\mathrm{m}} = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \\ &\approx 245\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Le mouvement reçoit environ 245 mJ, à peine un quart de joule pour près de deux jours de marche.

Rendement du ressort moteur

(3.17) MAÎTRE

$$\eta_{\mathrm{F}} = \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}}$$

Le frottement entre les spires et contre la paroi absorbe une partie du travail d'armage. Des lames propres et la bonne graisse dans le barillet limitent la perte.

Validité : les deux travaux mesurés sur les mêmes tours.

η_{F}	Rendement du ressort dans le barillet	1
W_{ab}	Travail fourni au désarmage (aire sous la courbe de désarmage)	mJ
W_{auf}	Travail dépensé à l'armage (aire sous la courbe d'armage)	mJ

EXEMPLE Le barillet de l'exemple précédent fournit 245 mJ au désarmage. À l'armage, 288 mJ ont été dépensés sur les mêmes tours.

Données : $W_{\mathrm{ab}} = 245\,\mathrm{mJ}$; $W_{\mathrm{auf}} = 288\,\mathrm{mJ}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{F}} &= \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{288\,\mathrm{mJ}} \\ &= 0{,}85 \end{aligned}$$

Le ressort restitue 85 % du travail d'armage ; 15 % sont perdus en frottement.

À retenir : Hauteur de lame double, couple double. Épaisseur de lame double, couple huit fois plus grand.

3.3 Durée de marche

La durée de marche est le temps pendant lequel le mouvement marche avec un armage complet. Elle résulte des tours du barillet et de la durée d'un tour. La réserve de marche est la part de la durée de marche qui reste encore au mouvement. Comme au chapitre 4, le nombre de dents d'un pignon porte un prime et l'indice de son axe.

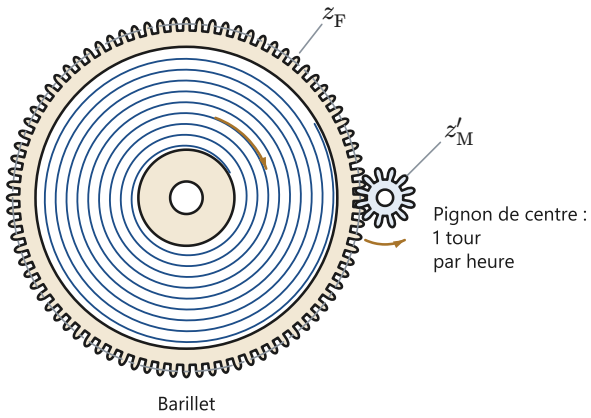


Fig. 3.9 Le barillet à z_F dents entraîne le pignon de centre à z'_M ailes

Durée de révolution du barillet

(3.18) COMPAGNON

$$t_\mathrm{F} = \frac{z_\mathrm{F}}{z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M}$$

Le barillet engrène avec le pignon de la roue de centre, qui fait un tour par heure. Si le barillet a sept fois plus de dents que le pignon, un tour dure sept heures.

Validité : le barillet engrène directement avec le pignon d'une roue qui fait un tour par heure. Si la roue entraînée tourne autrement, introduire sa durée de révolution.

t_F	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h
z_F	Nombre de dents du barillet	1
z'_M	Nombre d'ailes du pignon de centre	1
t_M	Durée de révolution de la roue de centre (1 h)	h

EXEMPLE Un barillet de 84 dents entraîne un pignon de centre de 12 ailes.

Données : $z_\mathrm{F} = 84$; $z'_\mathrm{M} = 12$; $t_\mathrm{M} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{F} &= \frac{z_\mathrm{F}}{z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M} \\ &= \frac{84}{12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 7\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Le barillet met 7 heures pour faire un tour.

Durée de marche d'après les tours du barillet

(3.19) COMPAGNON

$$t_{\mathrm{G}} = N \cdot t_{\mathrm{F}}$$

TRANSFORMÉE $N = \dfrac{t_{\mathrm{G}}}{t_{\mathrm{F}}}$

Avec les tours que le barillet fournit réellement, on obtient la durée de marche. Transformée, la formule donne les tours nécessaires pour une durée de marche demandée.

Validité : mouvement à marche régulière ; tours depuis l'armage complet jusqu'à l'arrêt. Pour la durée de marche utile, ne compter que les tours où le couple suffit pour une amplitude suffisante.

t_{G}	Durée de marche	h
N	Tours (du barillet)	1
t_{F}	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h

Bon à savoir : La réserve de marche est la durée de marche qui reste après un certain temps de fonctionnement : tours restants multipliés par la durée de révolution du barillet.

EXEMPLE Le barillet de l'exemple précédent (7 h par tour) fournit 6,5 tours utiles.

Données : $N = 6{,}5; \quad t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= N \cdot t_{\mathrm{F}} \\ &= 6{,}5 \cdot 7\,\mathrm{h} \\ &= 45{,}5\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

La montre marche 45,5 heures. Après 24 heures, il reste 21,5 heures de réserve de marche.

Durée de révolution du barillet avec roue intermédiaire

(3.20) COMPAGNON

$$t_{\mathrm{F}} = \frac{z_{\mathrm{F}} \cdot z_{\mathrm{B}}}{z'_{\mathrm{B}} \cdot z'_{\mathrm{M}}} \cdot t_{\mathrm{M}}$$

Pour les longues durées de marche, une roue intermédiaire se place entre le barillet et la roue de centre. Au numérateur figurent les roues menantes, au dénominateur les pignons menés.

Validité : le barillet entraîne le pignon de la roue intermédiaire, la roue intermédiaire le pignon de centre ; la roue de centre fait un tour par heure.

t_{F}	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h
z_{F}	Nombre de dents du barillet	1
z_{B}	Nombre de dents de la roue intermédiaire	1
z'_{B}	Nombre d'ailes du pignon de la roue intermédiaire	1
z'_{M}	Nombre d'ailes du pignon de centre	1
t_{M}	Durée de révolution de la roue de centre (1 h)	h

EXEMPLE Mouvement huit jours : barillet 84 dents, pignon de la roue intermédiaire 12, roue intermédiaire 72, pignon de centre 12.

Données : $z_{\mathrm{F}} = 84; \quad z_{\mathrm{B}} = 72; \quad z'_{\mathrm{B}} = 12; \quad z'_{\mathrm{M}} = 12; \quad t_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{F}} &= \frac{z_{\mathrm{F}} \cdot z_{\mathrm{B}}}{z'_{\mathrm{B}} \cdot z'_{\mathrm{M}}} \cdot t_{\mathrm{M}} \\ &= \frac{84 \cdot 72}{12 \cdot 12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 42\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Un tour dure 42 heures. Pour huit jours, soit 192 heures, le mouvement a besoin d'environ 4,6 tours selon la formule (3.19).

Dans le mouvement automatique, l'extrémité extérieure du ressort n'est pas accrochée. Elle porte une bride glissante qui s'arc-boute contre la paroi du barillet et glisse dès que le ressort est entièrement armé. Son couple de glissement fixe le couple maximal que le ressort transmet au mouvement. Si la bride glisse trop tôt, le ressort n'est jamais entièrement armé et la réserve de marche est insuffisante. Si elle tient trop fort, le couple devient trop grand et le balancier rebat.

3.4 Entraînement par poids

Un poids tire sur le tambour par une corde, une corde à boyau ou une chaîne. Son couple reste le même pendant toute la durée de marche ; c'est ce qui fait de l'entraînement par poids la force motrice la plus régulière. Le prix à payer est la hauteur de chute.

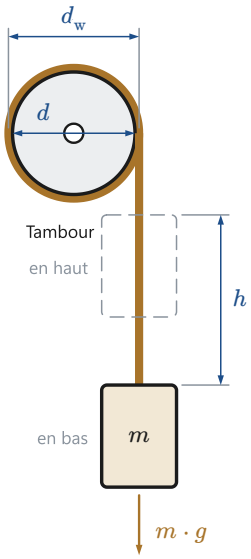


Fig. 3.10 Poids directement à la corde ($k = 1$) : diamètre effectif d_w jusqu'au milieu de la corde, hauteur de chute h

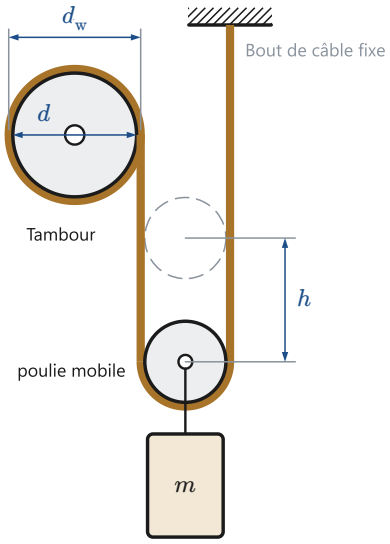


Fig. 3.11 Poids à une poulie mobile ($k = 2$) : la corde se déroule deux fois plus que le poids ne descend

Diamètre effectif du tambour

(3.21) COMPAGNON

$$d_w = d + d_S$$

La force de la corde s'applique au milieu de la corde. Le bras de levier vaut donc la moitié du diamètre du tambour plus la moitié de l'épaisseur de la corde.

Validité : tambour lisse, corde en une seule couche. Pour les tambours à gorges, mesurer le diamètre jusqu'au milieu de la corde.

d_w	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
d	Diamètre (du tambour)	mm
d_S	Épaisseur de la corde	mm

EXEMPLE Une corde de 1,5 mm d'épaisseur est enroulée sur un tambour de 36 mm de diamètre.

Données : $d = 36\,\mathrm{mm}$; $d_S = 1{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_w &= d + d_S \\ &= 36\,\mathrm{mm} + 1{,}5\,\mathrm{mm} \\ &= 37{,}5\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

On calcule avec 37,5 mm.

Couple au tambour

(3.22) COMPAGNON

$$M = \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k}$$

Le poids agit à la moitié du diamètre effectif. Si le poids est suspendu à une poulie mobile, chacun des deux brins porte la moitié de la charge ; seule la moitié du poids tire donc sur le tambour.

Validité : frottement de la poulie et poids de la corde et de la poulie négligés.

M	Couple (au tambour)	$\mathrm{N \cdot mm}$
m	Masse (du poids)	kg
g	Accélération de la pesanteur ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
d_{w}	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
k	Nombre (de brins porteurs : 1 sans poulie, 2 avec poulie mobile)	1

EXEMPLE Une horloge de parquet a un poids de 4 kg suspendu à une poulie mobile ; diamètre effectif du tambour 37,5 mm.

Données : $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} M &= \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k} \\ &= \frac{4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 2} \\ &\approx 368\,\mathrm{N \cdot mm} \end{aligned}$$

Environ $368\,\mathrm{N \cdot mm}$, soit $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$, environ cinquante fois plus qu'une montre-bracelet. Sans poulie, le couple serait deux fois plus grand.

Hauteur de chute du poids

(3.23) COMPAGNON

$$h = \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k}$$

À chaque révolution, le tambour libère une circonférence de corde. Avec une poulie mobile, la corde se répartit sur deux brins ; le poids ne descend que de la moitié.

Validité : corde en une seule couche sur le tambour.

h	Hauteur (hauteur de chute du poids)	mm
d_{w}	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
N_{W}	Révolutions du tambour	1
k	Nombre (de brins porteurs : 1 sans poulie, 2 avec poulie mobile)	1

Bon à savoir : À la place nécessaire dans la caisse s'ajoutent la hauteur du poids et, avec une poulie mobile, la poulie et son crochet.

EXEMPLE Le tambour de l'horloge de parquet (diamètre effectif 37,5 mm, poulie mobile) fait 16 révolutions en huit jours.

Données : $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $N_{\mathrm{W}} = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} h &= \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k} \\ &= \frac{\pi \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 16}{2} \\ &\approx 942\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le poids descend d'environ 94 cm en huit jours. Sans poulie, ce serait 1,88 m, plus que ne le permet une caisse courante.

Durée de marche d'après la hauteur de chute

(3.24) COMPAGNON

$$t_{\mathrm{G}} = \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}}$$

La fraction est le nombre de révolutions du tambour que contient la hauteur de chute. La durée de révolution du tambour découle, comme pour le barillet, des nombres de dents (formule (3.18)).

Validité : corde en une seule couche. Seule compte comme hauteur de chute la course que le poids peut réellement parcourir, sans la hauteur du poids et de la poulie.

t_{G}	Durée de marche	h
k	Nombre (de brins porteurs : 1 sans poulie, 2 avec poulie mobile)	1
h	Hauteur (hauteur de chute du poids)	mm
d_{w}	Diamètre effectif du tambour (jusqu'au milieu de la corde)	mm
t_{W}	Durée de révolution du tambour	h

EXEMPLE Dans un régulateur mural, le poids peut descendre de 1100 mm. Le tambour (diamètre effectif 31 mm) fait un tour en 12 heures. Combien de temps l'horloge marche-t-elle avec une poulie mobile ?

Données : $k = 2$; $h = 1100\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{w}} = 31\,\mathrm{mm}$; $t_{\mathrm{W}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}} \\ &= \frac{2 \cdot 1100\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 31\,\mathrm{mm}} \cdot 12\,\mathrm{h} \\ &\approx 271\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Environ 271 heures, soit un peu plus de 11 jours. Sans poulie, ce ne serait que 5,6 jours ; pour un mouvement huit jours, cette caisse exige donc la poulie mobile.

Énergie du poids

(3.25) COMPAGNON

$$W = m \cdot g \cdot h$$

L'énergie ne dépend que de la masse et de la hauteur de chute du poids. Une poulie mobile n'y change rien : moitié moins de force au tambour, mais longueur de corde double.

Validité : frottement de la poulie négligé.

W	Travail (fourni par le poids, énergie potentielle)	J
m	Masse (du poids)	kg
g	Accélération de la pesanteur ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Hauteur (hauteur de chute du poids)	m

EXEMPLE Le poids de l'horloge de parquet (4 kg) descend de 0,942 m en huit jours.

Données : $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 0{,}942\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h \\ &= 4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}942\,\mathrm{m} \\ &\approx 37{,}0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

L'horloge de parquet consomme 37 J en huit jours. La montre-bracelet de la section 3.2 se contente de 0,245 J pour près de deux jours.

À retenir : La poulie mobile divise par deux la hauteur de chute et le couple ; la durée de marche reste la même. Pour le même couple, il faut un poids double.

3.5 Fusée et chaîne

La fusée compense la diminution du couple du ressort moteur. Ressort armé, la chaîne tire sur le petit rayon de la fusée ; ressort presque désarmé, sur le grand. Le couple à la roue de fusée reste ainsi presque constant.

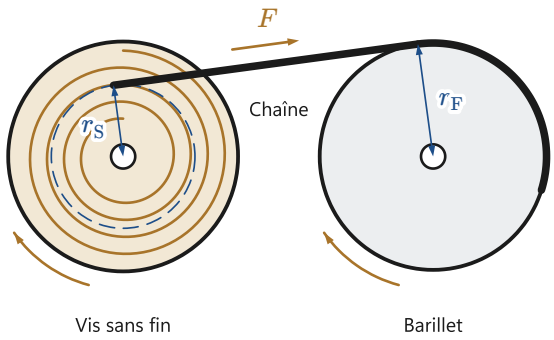


Fig. 3.12 Fusée et barillet vus de dessus : la chaîne tire avec la force F au rayon effectif r_S

Couple à la fusée

(3.26) APPROFONDISSEMENT

$$M_S = \frac{M_F \cdot r_S}{r_F}$$

TRANSFORMÉE $r_S = \dfrac{M_S \cdot r_F}{M_F}$

La chaîne transmet la force $F = M_F : r_F$ du barillet à la fusée, où elle agit au rayon r_S. Transformée, la formule donne, pour chaque état d'armage, le rayon auquel la fusée fournit le couple demandé.

Validité : les deux rayons mesurés jusqu'au milieu de la chaîne ; frottement de la chaîne et des pivots négligé.

M_S	Couple à la fusée	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_F	Couple du barillet au même instant	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
r_S	Rayon effectif de la fusée à l'endroit où la chaîne se déroule	mm
r_F	Rayon du barillet (jusqu'au milieu de la chaîne)	mm

EXEMPLE Le barillet d'une montre de poche à fusée a un rayon de 9 mm. La fusée doit fournir un couple constant de $32\ \mathrm{N \cdot mm}$. Entièrement armé, le ressort fournit $48\ \mathrm{N \cdot mm}$. Quel rayon la fusée doit-elle avoir à cet endroit ?

Données : $M_S = 32\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $r_F = 9\,\mathrm{mm}$; $M_F = 48\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} r_S &= \frac{M_S \cdot r_F}{M_F} \\ &= \frac{32\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 9\,\mathrm{mm}}{48\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

6 mm à l'extrémité mince de la fusée. Lorsque le ressort est tombé à $32\ \mathrm{N \cdot mm}$, le rayon doit être de 9 mm.

3.6 Puissance de la force motrice

La puissance est l'énergie par unité de temps. Une montre mécanique en consomme très peu : au barillet d'une montre-bracelet, de un à quelques microwatts ; au tambour d'une horloge de parquet, quelques dizaines de microwatts.

Puissance moyenne

(3.27) COMPAGNON

$$P = \frac{W}{t_{\mathrm{G}}}$$

Pour l'application numérique, convertir la durée de marche en secondes : $1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$. On a alors $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{W}$.

Validité : valeur moyenne sur toute la durée de marche.

P	Puissance (de la force motrice)	$\mu\mathrm{W}$
W	Travail (fourni pendant la durée de marche)	mJ
t_{G}	Durée de marche	h

EXEMPLE Le barillet de la section 3.2 fournit 245 mJ en 45,5 heures.

Données : $W = 245\,\mathrm{mJ}$; $t_{\mathrm{G}} = 45{,}5\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t_{\mathrm{G}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{45{,}5\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{0{,}245\,\mathrm{J}}{163\,800\,\mathrm{s}} \\ &\approx 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Environ 1,5 microwatt. Une diode électroluminescente de 1 W consomme environ 700 000 fois plus.

Puissance d'après le couple et la durée de révolution

(3.28) MAÎTRE

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_{\mathrm{U}}}$$

La puissance est le couple multiplié par la vitesse angulaire. L'arbre moteur tourne une fois de 2π pendant la durée de révolution.

Validité : couple constant pendant la période considérée ; introduire la durée de révolution en secondes.

P	Puissance (de la force motrice)	$\mu\mathrm{W}$
M	Couple (sur l'arbre moteur : barillet ou tambour)	$\mathrm{N{\cdot}m}$
t_{U}	Durée de révolution de l'arbre moteur	h

EXEMPLE Au tambour de l'horloge de parquet agissent $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$; il fait un tour en 12 heures.

Données : $M = 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}$; $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_{\mathrm{U}}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{12\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{43\,200\,\mathrm{s}} \\ &\approx 53{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Environ 54 microwatts, soit environ 36 fois plus que pour la montre-bracelet. Le même calcul avec $6\,\mathrm{N \cdot mm}$ et 7 heures redonne 1,5 microwatt pour la montre-bracelet.

Puissance à l'organe réglant

(3.29) MAÎTRE

$$P_{\mathrm{U}} = \eta \cdot P$$

P_{U}	Puissance qui parvient au balancier ou au pendule	$\mu\mathrm{W}$
η	Rendement (du rouage et de l'échappement ensemble)	1
P	Puissance (de la force motrice)	$\mu\mathrm{W}$

En traversant le rouage et l'échappement, la plus grande partie de la puissance motrice se perd. Le rendement total est le produit des rendements partiels (chapitres 2 et 4).

Validité : marche établie à amplitude constante. Le rendement de 0,3 de l'exemple est une valeur indicative grossière pour les montres à échappement à ancre.

EXEMPLE Le barillet fournit 1,5 microwatt. Le rouage et l'échappement ont ensemble un rendement de 0,3.

Données : $\eta = 0{,}3$; $P = 1{,}5\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{U}} &= \eta \cdot P \\ &= 0{,}3 \cdot 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \\ &= 0{,}45\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Environ un demi-microwatt parvient au balancier. Selon le calibre et la fréquence, la puissance au balancier se situe entre quelques dixièmes de microwatt et environ un microwatt.

3.7 Remontage et mise à l'heure

Au remontage manuel, la couronne fait tourner l'arbre de barillet par le pignon de remontoir, la roue de couronne et le rochet. Dans le mouvement automatique, c'est la masse oscillante, le rotor, qui s'en charge par un rouage fortement démultiplicateur. En position tirée, la couronne entraîne la minuterie par le pignon coulant. Dans le remontage, de petites roues entraînent de grandes ; la transmission est réductrice. On calcule donc, comme pour la minuterie (section 4.3), avec le rapport de réduction : nombres de dents des roues menées divisés par ceux des roues menantes. C'est l'inverse du rapport de transmission de la section 4.1.

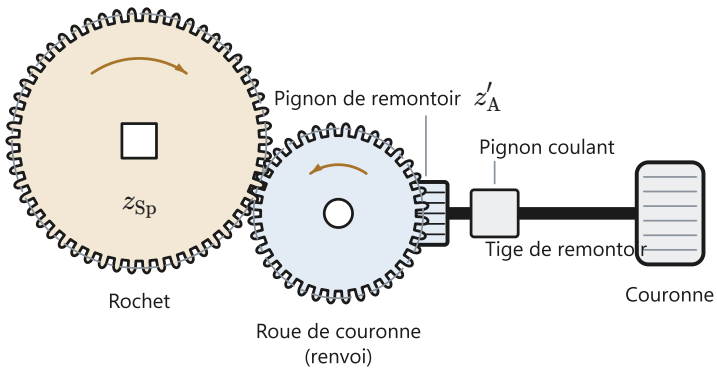


Fig. 3.13 Remontage par la couronne vu de dessus (schéma) : le pignon de remontoir à z'_{A} dents entraîne, par la roue de couronne, le rochet à z_{Sp} dents sur l'arbre de barillet

Tours de couronne pour le remontage

(3.30) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{K}} = \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}}$$

TRANSFORMÉE $$N = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{Sp}}}$$

N_{K}	Tours de la couronne	1
N	Tours (dont l'arbre de barillet arme le ressort)	1
z_{Sp}	Nombre de dents du rochet	1
z'_{A}	Nombre de dents du pignon de remontoir (sur la tige de remontoir)	1

La roue de couronne se trouve entre le pignon de remontoir et le rochet et n'est qu'une roue intermédiaire : son nombre de dents disparaît du calcul. Le rapport de réduction du remontage est le nombre de dents du rochet divisé par celui du pignon de remontoir.

Validité : pignon de remontoir, roue de couronne et rochet en une seule chaîne ; la roue de couronne engrène avec les deux par la même denture. Si l'axe de la roue de couronne porte deux roues différentes, cet étage compte comme dans la formule (4.3).

Bon à savoir : Chaque tour de couronne apporte une durée de marche égale à la durée de révolution du barillet divisée par le rapport de réduction. Dans l'exemple, avec 7 heures par tour, cela fait près de 2 heures par tour de couronne.

EXEMPLE Le pignon de remontoir a 15 dents, la roue de couronne 36, le rochet 54. Le ressort peut être armé de 6,5 tours. Combien de fois faut-il tourner la couronne pour un armage complet ?

Données : $N = 6{,}5$; $z_{\mathrm{Sp}} = 54$; $z'_{\mathrm{A}} = 15$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{K}} &= \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{6{,}5 \cdot 54}{15} \\ &= 23{,}4 \end{aligned}$$

23,4 tours complets. À la main, on tourne le plus souvent par demi-tours, soit environ 47 mouvements. Les 36 dents de la roue de couronne ne jouent aucun rôle dans le calcul.

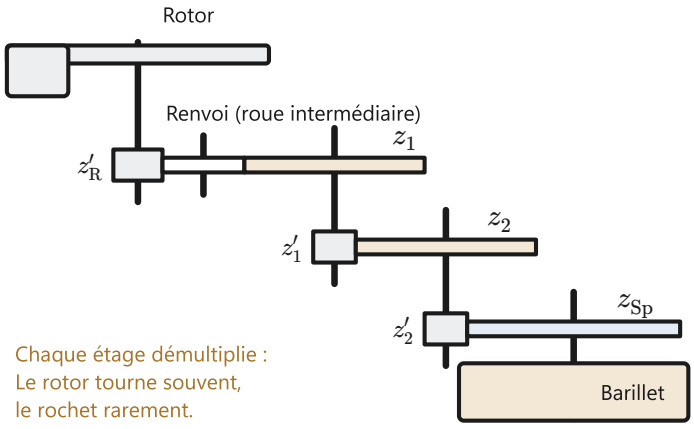


Fig. 3.14 Remontage automatique, développé en vue latérale (schéma) : pignon de rotor, inverseur, deux étages de réduction et rochet

Rapport de réduction du remontage automatique

(3.31) MAÎTRE

$$i_{\mathrm{R}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2}$$

Le rotor a peu de couple, mais beaucoup de course. Le rouage de réduction démultiplie donc fortement : au numérateur figurent les roues menées, au dénominateur les pignons menants. Les roues de l'inverseur qui ne font que redresser le sens de rotation et engrènent avec leurs deux voisines par la même denture sont des roues intermédiaires et disparaissent du calcul.

Validité : deux étages de réduction entre le pignon de rotor et le rochet ; pour un autre nombre d'étages, autant de facteurs en plus ou en moins. Valeur indicative : le rapport de réduction se situe le plus souvent entre 100 et 180.

i_{R}	Rapport de réduction du remontage automatique (tours du rotor par tour du rochet)	1
z_1	Nombre de dents de la première roue de réduction	1
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue de réduction	1
z_{Sp}	Nombre de dents du rochet	1
z'_{R}	Nombre d'ailes du pignon de rotor	1
z'_1	Nombre d'ailes du pignon de la première roue de réduction	1
z'_2	Nombre d'ailes du pignon de la deuxième roue de réduction	1

EXEMPLE Le pignon de rotor a 24 ailes. La première roue de réduction a 66 dents et un pignon de 8 ailes, la deuxième 64 dents et un pignon de 10 ailes, le rochet 70 dents.

Données : $z_1 = 66;\quad z_2 = 64;\quad z_{\mathrm{Sp}} = 70;\quad z'_{\mathrm{R}} = 24;\quad z'_1 = 8;\quad z'_2 = 10$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{R}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2} \\ &= \frac{66 \cdot 64 \cdot 70}{24 \cdot 8 \cdot 10} \\ &= 154 \end{aligned}$$

Le rotor tourne 154 fois jusqu'à ce que le rochet ait fait un tour et armé le ressort d'un tour.

Tours de rotor pour une réserve de marche

(3.32) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{R}} = \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}}$$

Un tour du rochet coûte i_{R} tours de rotor et apporte autant d'heures de marche que le barillet en met pour un tour. Avec 24 heures, la formule donne le besoin journalier : le nombre de tours que le rotor doit faire par jour pour que le mouvement conserve son état d'armage.

Validité : valeur minimale sans pertes : la course à vide de l'inverseur au changement de sens n'est pas comptée, la bride glissante ne glisse pas. Pour le remontage unidirectionnel, seuls comptent les tours dans le sens du remontage.

N_{R}	Tours du rotor (dans le sens du remontage)	1
i_{R}	Rapport de réduction du remontage automatique (tours du rotor par tour du rochet)	1
t_{R}	Réserve de marche (à constituer)	h
t_{F}	Durée de révolution du barillet (durée d'un tour)	h

Bon à savoir : Au porté, on obtient le plus souvent plus de tours que nécessaire ; la bride glissante laisse glisser l'excédent (section 3.3). Si une montre automatique s'arrête bien qu'elle soit portée, soit le mouvement ne suffit pas pour le besoin journalier, soit le remontage perd de la course, par exemple à cause de roues d'inverseur encrassées par de l'huile figée.

EXEMPLE Le mouvement de l'exemple précédent a un barillet qui fait un tour en 7 heures. Combien de tours de rotor faut-il pour 24 heures de marche ?

Données : $i_{\mathrm{R}} = 154$; $t_{\mathrm{R}} = 24\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{R}} &= \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{154 \cdot 24\,\mathrm{h}}{7\,\mathrm{h}} \\ &= 528 \end{aligned}$$

528 tours par jour, soit 22 par heure de marche. Pour 42 heures de réserve de marche à partir de l'arrêt, il en faut 924.

Mise à l'heure : course de l'aiguille des minutes

(3.33) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{M}} = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}}$$

En position de mise à l'heure, le pignon coulant engrène avec le renvoi de mise à l'heure. Celui-ci entraîne, par la roue de minuterie, la chaussée portant l'aiguille des minutes. Le renvoi de mise à l'heure et la roue de minuterie sont alors des roues intermédiaires. Un tour de l'aiguille des minutes correspond à 60 minutes de course d'aiguille.

Validité : renvoi de mise à l'heure, autres roues intermédiaires et roue de minuterie engrènent chacun avec leurs deux voisins par la même denture. L'aiguille des heures suit par la minuterie dans le rapport 12 à 1 (section 4.3).

N_{M}	Tours de l'aiguille des minutes	1
N_{K}	Tours de la couronne	1
z'_{K}	Nombre de dents du pignon coulant (denture de mise à l'heure)	1
z_{V}	Nombre de dents de la chaussée	1

EXEMPLE Le pignon coulant a 9 dents pour la mise à l'heure, la chaussée 12. De combien l'aiguille des minutes avance-t-elle pour un tour de couronne ?

Données : $N_{\mathrm{K}} = 1$; $z'_{\mathrm{K}} = 9$; $z_{\mathrm{V}} = 12$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{M}} &= \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}} \\ &= \frac{1 \cdot 9}{12} \\ &= 0{,}75 \end{aligned}$$

De trois quarts de tour, soit 45 minutes de course d'aiguille par tour de couronne.

À retenir : La roue de couronne, le renvoi de mise à l'heure et la roue de minuterie ne sont ici que des roues intermédiaires. Seules comptent la première roue menante et la dernière roue menée.

4 Rouage et engrenages

Le rouage transmet la force du moteur à l'échappement et compte en même temps les oscillations de l'organe réglant : ses rapports de transmission déterminent la vitesse de rotation de chaque axe et la fréquence propre à un mouvement. C'est pourquoi le calcul d'un mouvement inconnu commence par le comptage des dents.

Les sections 4.1 à 4.3 calculent avec les nombres de dents, la section 4.4 avec les dimensions de la denture. Sonnerie, quantième et phase de lune suivent les mêmes règles ; le chapitre se termine par le frottement dans le rouage. Selon la formule, le symbole k désigne le supplément de saillie ou un nombre ; c'est toujours le tableau des grandeurs de la formule qui fait foi.

4.1 Rapport de transmission

Une roue mène un pignon : c'est l'élément de base de tout rouage. Les pignons sont de petites roues dentées, le plus souvent de 6 à 16 dents (ailes) ; ils sont fixés sur l'axe de la roue suivante.

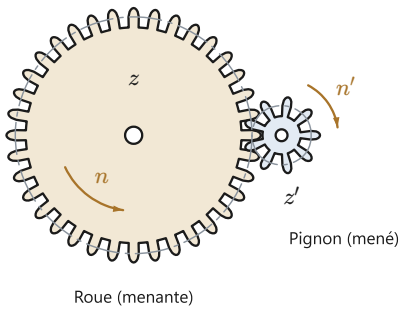


Fig. 4.1 La roue mène le pignon : le pignon tourne plus vite, dans le rapport de transmission, et en sens inverse

Rapport de transmission d'un engrenage

(4.1) COMPAGNON

$$i = \frac{z}{z'}$$

Le rapport de transmission indique combien de tours fait le pignon pendant que la roue fait un tour. Dans ce chapitre, z est le nombre de dents d'une roue et z' celui d'un pignon ; un indice désigne l'axe.

Validité : la roue mène le pignon, comme dans le rouage de finissage et dans la sonnerie : il y a multiplication. Là où un pignon mène une roue (minuterie, remontoir), il y a démultiplication ; on calcule alors avec le rapport de démultiplication, nombre de dents de la roue menée divisé par celui du pignon menant, formule (4.11).

i	Rapport de transmission (supérieur à 1 : multiplication)	1
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE La roue de centre a 80 dents et mène le pignon de moyenne de 10 ailes.

Données : $z = 80$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} i &= \frac{z}{z'} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Le pignon de moyenne fait huit tours pendant que la roue de centre en fait un.

Vitesse de rotation du pignon

(4.2) COMPAGNON

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'}$$

Dans l'engrenage, il passe autant de dents des deux côtés : $z \cdot n = z' \cdot n'$. Le pignon tourne donc plus vite que la roue, dans le rapport de transmission.

n'	Vitesse de rotation du pignon mené	$\frac{1}{\text{h}}$
n	Vitesse de rotation (de la roue menante)	$\frac{1}{\text{h}}$
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE La roue de centre (80 dents) fait un tour par heure. À quelle vitesse tourne le pignon de moyenne de 10 ailes ?

Données : $n = 1\,\frac{1}{\text{h}}; \quad z = 80; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} n' &= \frac{n \cdot z}{z'} \\ &= \frac{1\,\frac{1}{\text{h}} \cdot 80}{10} \\ &= 8\,\frac{1}{\text{h}} \end{aligned}$$

Le pignon et la roue de moyenne font huit tours par heure ; un tour dure 7,5 min.

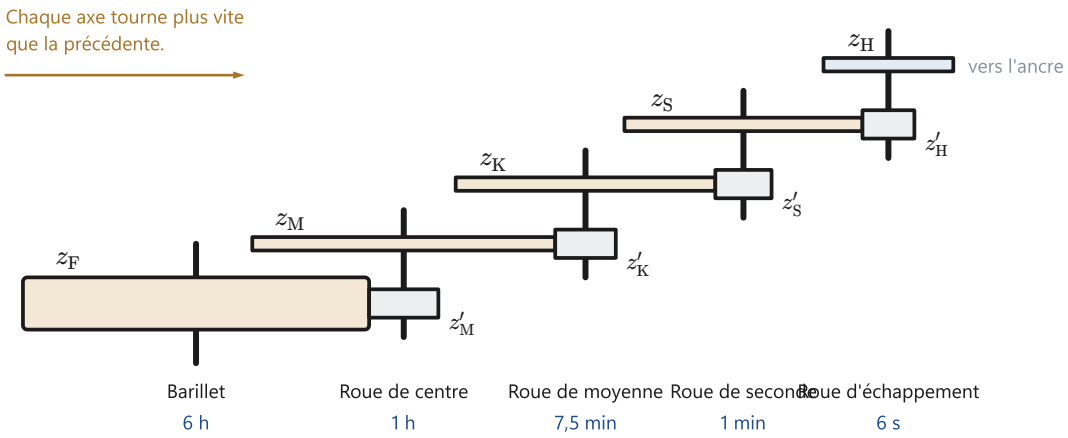


Fig. 4.2 Rouage d'une montre, développé en vue de côté. En dessous, les durées de révolution pour les nombres de dents 72 : 12, 80 : 10, 75 : 10 et 80 : 8

Rapport de transmission total

(4.3) COMPAGNON

$$i_{\text{ges}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3}$$

Lorsque plusieurs engrenages se suivent, on multiplie les rapports partiels : produit des nombres de dents de toutes les roues menantes divisé par le produit des nombres d'ailes de tous les pignons menés. Avec plus ou moins d'engrenages, la fraction s'allonge ou se raccourcit en conséquence.

i_{ges}	Rapport de transmission total (du premier au dernier axe)	1
z_1	Nombre de dents de la première roue menante	1
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue menante	1
z_3	Nombre de dents de la troisième roue menante	1
z'_1	Nombre d'ailes du premier pignon mené	1
z'_2	Nombre d'ailes du deuxième pignon mené	1
z'_3	Nombre d'ailes du troisième pignon mené	1

Bon à savoir : Une roue intermédiaire, menée puis menante avec les mêmes dents, figure une fois au numérateur et une fois au dénominateur. Elle ne modifie pas le rapport de transmission, seulement le sens de rotation.

EXEMPLE Un mouvement de montre de poche a une roue de centre de 80 dents, une roue de moyenne de 75 dents et une roue de seconde de 80 dents ; les pignons de moyenne et de seconde ont chacun 10 ailes, le pignon d'échappement 8 ailes.

Données : $z_1 = 80;\quad z_2 = 75;\quad z_3 = 80;\quad z'_1 = 10;\quad z'_2 = 10;\quad z'_3 = 8$

$$\begin{aligned} i_{\text{ges}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3} \\ &= \frac{80 \cdot 75 \cdot 80}{10 \cdot 10 \cdot 8} \\ &= 600 \end{aligned}$$

La roue d'échappement fait 600 tours pendant que la roue de centre en fait un. Les rapports partiels sont 8, 7,5 et 10.

Durée de révolution

(4.4) COMPAGNON

$$t'_{\text{U}} = \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z}$$

La durée de révolution est l'inverse de la vitesse de rotation. D'un axe à l'autre, elle diminue dans le rapport de transmission. Sur la fig. 4.2, les durées de révolution figurent sous les axes.

t'_{U}	Durée de révolution du pignon (temps pour un tour)	s
t_{U}	Durée de révolution de la roue menante	s
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE La roue de seconde (80 dents) fait un tour en 60 s et mène le pignon d'échappement de 8 ailes.

Données : $t_{\text{U}} = 60\,\text{s};\quad z' = 8;\quad z = 80$

$$\begin{aligned} t'_{\text{U}} &= \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z} \\ &= \frac{60\,\text{s} \cdot 8}{80} \\ &= 6\,\text{s} \end{aligned}$$

La roue d'échappement met 6 s pour faire un tour.

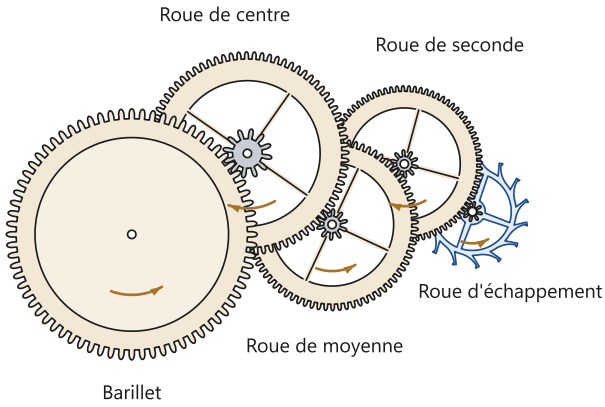


Fig. 4.3 Le même rouage vu de dessus : chaque axe tourne en sens inverse du précédent

À retenir : Chaque engrenage inverse le sens de rotation. Après un nombre pair d'engrenages, le dernier axe tourne dans le même sens que le premier ; après un nombre impair, en sens inverse.

Couple sur le pignon

(4.5) COMPAGNON

$$M' = \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z}$$

Ce que le rouage gagne en vitesse de rotation, il le perd en couple. Le frottement sur les flancs des dents et dans les paliers en prélève en outre une partie.

Validité : rotation uniforme. Le couple varie quelque peu pendant la menée d'une dent ; la formule donne la valeur moyenne.

M'	Couple sur l'axe du pignon mené	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M	Couple (sur l'axe de la roue menante)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η	Rendement (par engrenage ; valeur indicative 0,90 à 0,95 ; sans frottement 1)	1
z	Nombre de dents (de la roue menante)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mené)	1

EXEMPLE Un barillet de 72 dents fournit 8 N·mm et mène le pignon de centre de 12 ailes. L'engrenage a un rendement de 0,95.

Données : $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta = 0{,}95$; $z' = 12$; $z = 72$

$$\begin{aligned} M' &= \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}95 \cdot 12}{72} \\ &\approx 1{,}27\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

L'axe de la roue de centre reçoit 1,27 N·mm. Sans frottement, ce serait 1,33 N·mm.

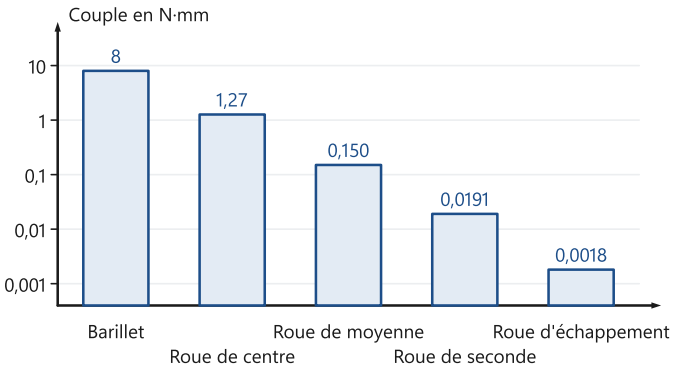


Fig. 4.4 Couple sur les axes du rouage de la fig. 4.2 pour 8 N·mm au barillet et $\eta = 0{,}95$ par engrenage

4.2 Calcul du rouage de finissage

Le rouage de finissage relie la roue de centre, qui fait un tour par heure, à la roue d'échappement. Son rapport de transmission et le nombre de dents de la roue d'échappement déterminent le nombre d'alternances par heure que doit faire l'organe réglant pour que les aiguilles indiquent l'heure juste.

Ces formules permettent de déterminer la fréquence d'un mouvement inconnu, la longueur d'un pendule manquant (chapitre 6) et le nombre de dents d'une roue ou d'un pignon manquant.

Fréquence d'après le rouage

(4.6) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M}$$

Chaque dent de la roue d'échappement fait faire deux alternances à l'organe réglant : une à l'entrée, une à la sortie. Par tour de la roue d'échappement, cela fait $2 \cdot z_\mathrm{H}$ alternances.

Validité : tous les échappements usuels ; i selon la formule (4.3). La roue de centre fait un tour par heure ; si le calcul part d'un autre axe, on introduit la vitesse de rotation de celui-ci.

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Nombre de dents de la roue d'échappement	1
i	Rapport de transmission (de la roue de centre à la roue d'échappement)	1
n_M	Vitesse de rotation de la roue de centre (un tour par heure)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$

EXEMPLE Un régulateur a une roue de centre de 80 dents et une roue intermédiaire de 75 dents, deux pignons de 10 ailes chacun et une roue d'échappement de 30 dents. Le rapport de transmission de la roue de centre à la roue d'échappement est $8 \cdot 7{,}5 = 60$.

Données : $z_\mathrm{H} = 30$; $\quad i = 60$; $\quad n_\mathrm{M} = 1\ \frac{1}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M} \\ &= 2 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 1\ \tfrac{1}{\mathrm{h}} \\ &= 3600\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

3600 alternances par heure font 60 par minute. Ce mouvement demande un pendule battant la seconde de 994 mm de longueur (chapitre 6).

Fréquence d'une montre d'après les nombres de dents

(4.7) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{K} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{K} \cdot z'_\mathrm{S} \cdot z'_\mathrm{H}}$$

Au numérateur figurent les roues menantes, au dénominateur les pignons menés. Chaque pignon porte l'indice de l'axe sur lequel il est monté (fig. 4.2).

Validité : rouage à trois engrenages entre la roue de centre et la roue d'échappement. Pour une autre construction, adapter la fraction selon la formule (4.3).

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Nombre de dents de la roue d'échappement	1
n_M	Vitesse de rotation de la roue de centre (un tour par heure)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z_M	Nombre de dents de la roue de centre	1
z_K	Nombre de dents de la roue de moyenne	1
z_S	Nombre de dents de la roue de seconde	1
z'_K	Nombre d'ailes du pignon de moyenne	1
z'_S	Nombre d'ailes du pignon de seconde	1
z'_H	Nombre d'ailes du pignon d'échappement	1

Bon à savoir : S'il manque une roue ou un pignon, on résout la formule par rapport à son nombre de dents. Le résultat doit être un nombre entier ; sinon, un nombre de dents a été mal compté ou la fréquence mal supposée.

EXEMPLE On a compté : roue de centre 80, roue de moyenne 75, roue de seconde 84, roue d'échappement 20 dents ; pignon de moyenne 10, pignon de seconde 10, pignon d'échappement 7 ailes.

Données : $z_\mathrm{H} = 20$; $n_\mathrm{M} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$; $z_\mathrm{M} = 80$; $z_\mathrm{K} = 75$; $z_\mathrm{S} = 84$; $z'_\mathrm{K} = 10$; $z'_\mathrm{S} = 10$; $z'_\mathrm{H} = 7$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{M} \cdot z_\mathrm{K} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{K} \cdot z'_\mathrm{S} \cdot z'_\mathrm{H}} \\ &= \frac{2 \cdot 20 \cdot 1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80 \cdot 75 \cdot 84}{10 \cdot 10 \cdot 7} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Le mouvement bat 28 800 alternances par heure ; le balancier oscille à 4 Hz.

Vitesse de rotation de la roue d'échappement

(4.8) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{H}} = \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}}$$

On trouve ainsi la vitesse de rotation que le rouage doit fournir à la roue d'échappement. Plus la roue d'échappement a de dents, plus le rouage peut tourner lentement.

n_{H}	Vitesse de rotation de la roue d'échappement	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Nombre de dents de la roue d'échappement	1

EXEMPLE À quelle vitesse tourne une roue d'échappement de 20 dents à 28 800 A/h ?

Données : $n_{\mathrm{h}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z_{\mathrm{H}} = 20$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{H}} &= \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 20} \\ &= 12\ \frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Douze tours par minute ; un tour dure 5 s. Une roue d'échappement de 15 dents devrait faire 16 tours par minute à la même fréquence.

Les montres jusqu'à 21 600 A/h ont presque toujours une roue d'échappement de 15 dents, les mouvements à 28 800 A/h et plus souvent une roue de 20 dents. En grosse horlogerie, l'éventail va d'environ 15 à 40 dents. Si l'aiguille des secondes est montée sur l'axe de la roue d'échappement et que le pendule bat la seconde, la roue d'échappement a 30 dents.

Condition pour la roue de seconde

(4.9) COMPAGNON

$$\frac{z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}} = 60$$

TRANSFORMÉE $z_{\mathrm{K}} = \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}}$

Si l'axe de la roue de seconde porte l'aiguille des secondes, il doit tourner 60 fois plus vite que la roue de centre. La répartition usuelle est $8 \cdot 7{,}5$.

Validité : mouvements dont la roue de seconde fait un tour par minute (petite seconde ou seconde au centre).

z_{M}	Nombre de dents de la roue de centre	1
z_{K}	Nombre de dents de la roue de moyenne	1
z'_{K}	Nombre d'ailes du pignon de moyenne	1
z'_{S}	Nombre d'ailes du pignon de seconde	1

EXEMPLE Dans un mouvement, la roue de moyenne manque. La roue de centre a 80 dents, les pignons de moyenne et de seconde ont chacun 10 ailes.

Données : $z'_{\mathrm{K}} = 10$; $z'_{\mathrm{S}} = 10$; $z_{\mathrm{M}} = 80$

$$\begin{aligned} z_{\mathrm{K}} &= \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}} \\ &= \frac{60 \cdot 10 \cdot 10}{80} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La roue de moyenne manquante a 75 dents. Le module se déduit de l'entraxe, formule (4.16).

Fréquence d'après le dernier engrenage

(4.10) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{H}}$$

TRANSFORMÉE $$z_\mathrm{S} = \frac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}}$$

Si la roue de seconde fait un tour par minute, le dernier engrenage suffit pour vérifier la fréquence ou pour calculer une roue de seconde manquante.

Validité : la roue de seconde fait un tour par minute.

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Nombre de dents de la roue d'échappement	1
n_S	Vitesse de rotation de la roue de seconde (un tour par minute)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
z_S	Nombre de dents de la roue de seconde	1
z'_H	Nombre d'ailes du pignon d'échappement	1

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 A/h a une roue d'échappement de 20 dents et un pignon d'échappement de 7 ailes. La roue de seconde manque.

Données : $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z'_\mathrm{H} = 7$; $z_\mathrm{H} = 20$; $n_\mathrm{S} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} z_\mathrm{S} &= \frac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 7}{2 \cdot 20 \cdot 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La roue de seconde doit avoir 84 dents.

Jeux de nombres de dents pour montres (exemples calculés, roue de seconde à un tour par minute)

Fréquence en A/h	Roue de centre : pignon de moyenne	Roue de moyenne : pignon de seconde	Roue de seconde : pignon d'échappement	Roue d'échappement	Rapport de transmission
18 000	80 : 10	75 : 10	80 : 8	15	600
18 000	64 : 8	60 : 8	70 : 7	15	600
21 600	80 : 10	75 : 10	72 : 6	15	720
21 600	64 : 8	60 : 8	84 : 7	15	720
28 800	80 : 10	75 : 10	84 : 7	20	720
36 000	80 : 10	75 : 10	90 : 6	20	900

Les jeux sont calculés avec la formule (4.7) et montrent comment la fréquence résulte des nombres de dents. Les calibres réels s'en écartent ; ce sont toujours les dents comptées qui font foi.

À retenir : Fréquence égale deux fois le nombre de dents de la roue d'échappement multiplié par le rapport de transmission de la roue de centre à la roue d'échappement. Roues menantes au numérateur, pignons menés au dénominateur.

4.3 Minuterie

La minuterie se trouve sous le cadran et dérive la rotation de l'aiguille des heures de celle de l'aiguille des minutes. La chaussée est montée à frottement sur l'axe de la roue de centre, afin que l'on puisse mettre les aiguilles à l'heure.

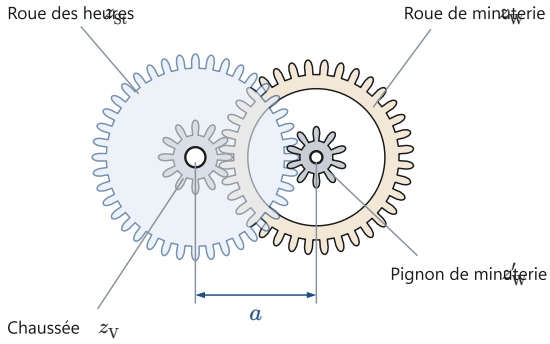


Fig. 4.5 Minuterie vue de dessus : les deux engrenages ont le même entraxe a

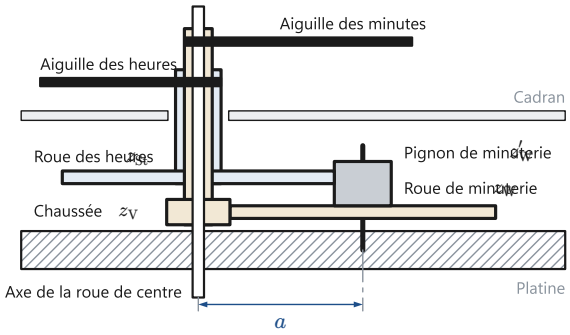


Fig. 4.6 Minuterie en coupe (schéma) : la roue des heures tourne librement sur la chaussée

Démultiplication de la minuterie

(4.11) COMPAGNON

$$\frac{z_W \cdot z_{St}}{z_V \cdot z'_W} = 12$$

TRANSFORMÉE $$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W}$$

z_W	Nombre de dents de la roue de minuterie	1
z_{St}	Nombre de dents de la roue des heures	1
z_V	Nombre d'ailes de la chaussée (mène la roue de minuterie)	1
z'_W	Nombre d'ailes du pignon de minuterie (mène la roue des heures)	1

La chaussée porte l'aiguille des minutes et fait un tour par heure, la roue des heures un tour en 12 heures. Comme ce sont ici les pignons qui mènent, les roues menées figurent au numérateur : la minuterie démultiplie dans le rapport 12 à 1.

Validité : affichage de 12 heures par tour de l'aiguille des heures. Après deux engrenages, la roue des heures tourne dans le même sens que la chaussée.

EXEMPLE Dans une minuterie, la roue des heures manque. La chaussée a 14 ailes, la roue de minuterie 42 dents, le pignon de minuterie 12 ailes.

Données : $z_V = 14$; $z'_W = 12$; $z_W = 42$

$$\begin{aligned} z_{St} &= \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W} \\ &= \frac{12 \cdot 14 \cdot 12}{42} \\ &= 48 \end{aligned}$$

La roue des heures a 48 dents. La démultiplication se répartit en 3 au premier et 4 au second engrenage.

Affichage 24 heures

(4.12) MAÎTRE

$$z_{24} = 2 \cdot z_{\mathrm{A}}$$

z_{24}	Nombre de dents de la roue de 24 heures	1
z_{A}	Nombre de dents de la roue menante sur le canon des heures	1

L'aiguille 24 heures tourne deux fois moins vite que l'aiguille des heures. Une roue intermédiaire ne modifie pas la démultiplication, mais fait tourner l'aiguille dans le sens horaire. La même démultiplication 2 à 1 mène la roue d'entraînement du quantième, qui avance une fois par jour (section 4.6).

Validité : entraînement depuis la roue des heures. Calculée depuis la chaussée, la démultiplication est de 24 à 1.

EXEMPLE Sur le canon des heures est montée une roue de 24 dents qui mène la roue de 24 heures par l'intermédiaire d'une roue intermédiaire.

Données : $z_{\mathrm{A}} = 24$

$$\begin{aligned} z_{24} &= 2 \cdot z_{\mathrm{A}} \\ &= 2 \cdot 24 \\ &= 48 \end{aligned}$$

La roue de 24 heures doit avoir 48 dents. Le nombre de dents de la roue intermédiaire est libre.

Entraxe identique dans la minuterie

(4.13) MAÎTRE

$$m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}}) = m_2 \cdot (z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}})$$

TRANSFORMÉE $$m_2 = \frac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}}$$

m_1	Module de l'engrenage chaussée – roue de minuterie	mm
z_{V}	Nombre d'ailes de la chaussée (mène la roue de minuterie)	1
z_{W}	Nombre de dents de la roue de minuterie	1
m_2	Module de l'engrenage pignon de minuterie – roue des heures	mm
z'_{W}	Nombre d'ailes du pignon de minuterie (mène la roue des heures)	1
z_{St}	Nombre de dents de la roue des heures	1

La chaussée et la roue des heures tournent autour du même axe, de même que la roue et le pignon de minuterie. Les deux engrenages ont donc le même entraxe selon la formule (4.16). Si les sommes des nombres de dents diffèrent, les modules doivent aussi différer.

EXEMPLE Une minuterie comporte une chaussée de 12 ailes, une roue de minuterie de 36 dents, un pignon de minuterie de 10 ailes et une roue des heures de 40 dents. Le premier engrenage a un module de 0,25 mm.

Données : $m_1 = 0{,}25\,\mathrm{mm}$; $z_{\mathrm{V}} = 12$; $z_{\mathrm{W}} = 36$; $z'_{\mathrm{W}} = 10$; $z_{\mathrm{St}} = 40$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm} \cdot (12 + 36)}{10 + 40} \\ &= 0{,}24\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le second engrenage demande un module de 0,24 mm. Avec les nombres de dents 10 et 30 ainsi que 8 et 32, les deux engrenages pourraient avoir le même module.

4.4 Géométrie des engrenages

Toutes les dimensions d'une denture dépendent du module. Module et nombre de dents fixent le cercle primitif, l'entraxe et la grandeur des dents ; la forme de la dent détermine ensuite les cercles de tête et de pied.

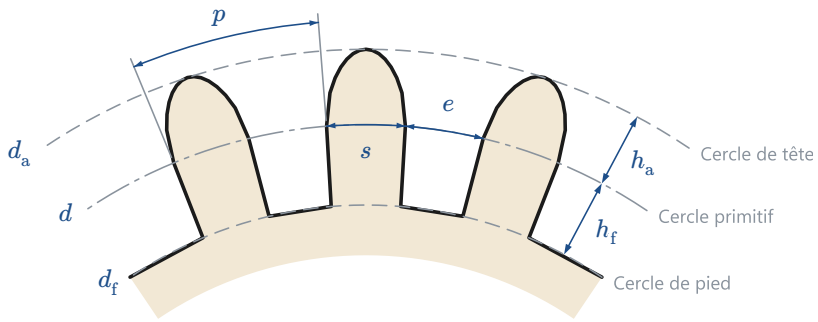


Fig. 4.7 Dimensions de la roue dentée : cercle de tête d_a, cercle primitif d, cercle de pied d_f, pas p, épaisseur de dent s, creux e, saillie h_a et creux h_f

Pas et module

(4.14) COMPAGNON

$$p = \pi \cdot m$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{p}{\pi}$

Le module est le pas divisé par π. Il mesure la grandeur des dents : seuls une roue et un pignon de même module vont ensemble.

p	Pas (distance d'une dent à l'autre, mesurée en arc sur le cercle primitif)	mm
m	Module	mm

EXEMPLE Quel est le pas pour un module de 0,2 mm ?

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \pi \cdot m \\ &= \pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}628\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

D'une dent à l'autre, il y a 0,628 mm sur le cercle primitif ; la dent et le creux mesurent donc chacun environ 0,3 mm de large.

Diamètre primitif

(4.15) COMPAGNON

$$d = m \cdot z$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{d}{z}$

Le cercle primitif est le cercle imaginaire sur lequel la roue et le pignon roulent l'un sur l'autre comme deux roues de friction lisses.

d	Diamètre primitif	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents	1

EXEMPLE Une roue a 80 dents et un module de 0,2 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}; \quad z = 80$

$$\begin{aligned} d &= m \cdot z \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot 80 \\ &= 16\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le cercle primitif mesure 16 mm. On ne le voit pas sur la roue finie ; seul le cercle de tête peut être mesuré.

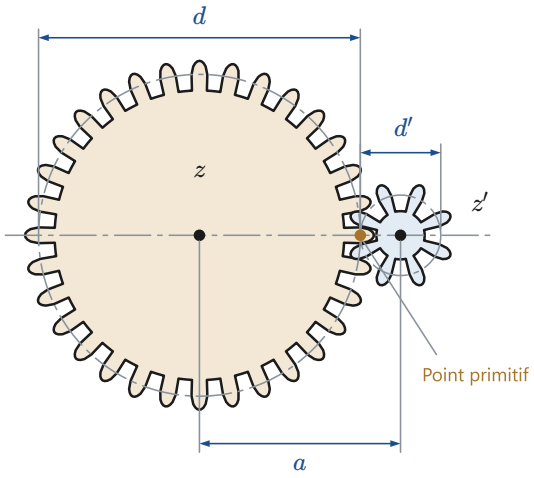


Fig. 4.8 Engrenage : les cercles primitifs d et d' se touchent au point primitif

Entraxe

(4.16) COMPAGNON

$$a = \frac{m \cdot (z + z')}{2}$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{2 \cdot a}{z + z'}$

a	Entraxe	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon	1

Les cercles primitifs se touchent au point primitif. L'entraxe est la somme des deux rayons primitifs. Résolue autrement, la formule donne le module à partir de l'entraxe mesuré.

Validité : denture extérieure avec une pénétration correctement réglée.

EXEMPLE On mesure un entraxe de 8,5 mm entre deux paliers. La roue a 75 dents, le pignon 10 ailes.

Données : $a = 8{,}5\,\text{mm}$; $z = 75$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} m &= \frac{2 \cdot a}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\text{mm}}{75 + 10} \\ &= 0{,}2\,\text{mm} \end{aligned}$$

L'engrenage a un module de 0,2 mm.

Cercle primitif d'après l'entraxe

(4.17) MAÎTRE

$$d = \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'}$$

d	Diamètre primitif (de la roue)	mm
a	Entraxe	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon	1

L'entraxe se répartit entre la roue et le pignon dans le rapport des nombres de dents. Pour le pignon, z' figure au numérateur.

EXEMPLE Entraxe 8,5 mm, roue de 75 dents, pignon de 10 ailes.

Données : $a = 8{,}5\,\text{mm}$; $z = 75$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} d &= \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\text{mm} \cdot 75}{75 + 10} \\ &= 15\,\text{mm} \end{aligned}$$

Le cercle primitif de la roue mesure 15 mm ; il reste 2 mm pour le pignon.

Denture horlogère. Dans le rouage de finissage, la roue mène le pignon, avec une force aussi régulière que possible et peu de frottement. C'est la denture cycloïdale qui s'est imposée, aujourd'hui le plus souvent réalisée en denture à arcs de cercle selon les normes de l'industrie horlogère : la dent de la roue porte une ogive au-dessus du cercle primitif, l'aile du pignon a des flancs droits dirigés vers le centre et une tête arrondie ou en ogive. Les saillies dépendent des nombres de dents. Les formules suivantes les résument par un supplément ajouté au nombre de dents.

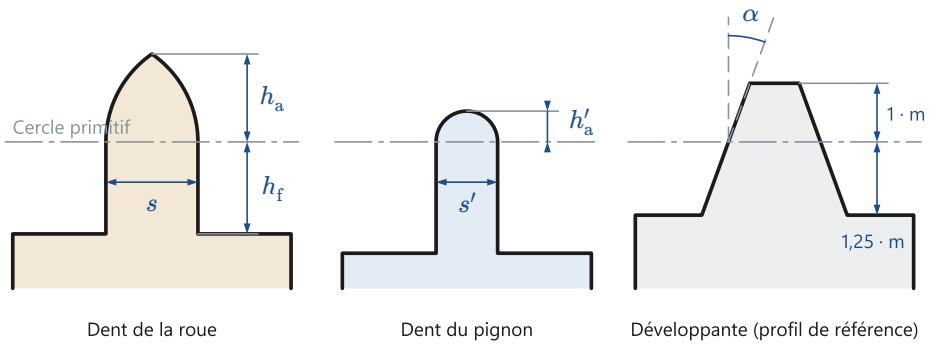


Fig. 4.9 Formes de dents, dessinées sur un cercle primitif rectifié : dent de roue en ogive, aile de pignon à tête demi-ronde, profil de référence de la denture en développante avec $\alpha = 20°$

Cercle de tête de la roue

(4.18) APPROXIMATION COMPAGNON

$$d_a \approx m \cdot (z + k)$$

Le cercle de tête est le diamètre extérieur de la roue et la seule dimension facile à mesurer. La saillie vaut $h_a = \frac{k}{2} \cdot m$.

Validité : denture horlogère, la roue mène le pignon. k d'après le tableau ; sans tableau, on calcule avec $k \approx 3$, dans les exercices de cours aussi avec $k \approx \pi$.

d_a	Diamètre de tête (de la roue)	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
k	Supplément de saillie (de la roue : double saillie, exprimée en modules)	1

EXEMPLE Une roue de 80 dents et de module 0,2 mm engrène avec un pignon de 10 ailes ; d'après le tableau, $k = 3{,}19$.

Données : $m = 0{,}2\,\text{mm}; \quad z = 80; \quad k = 3{,}19$

$$\begin{aligned} d_a &\approx m \cdot (z + k) \\ &= 0{,}2\,\text{mm} \cdot (80 + 3{,}19) \\ &\approx 16{,}64\,\text{mm} \end{aligned}$$

La roue est tournée à un diamètre de tête de 16,64 mm ; le cercle primitif se trouve 0,32 mm sous les pointes des dents.

Supplément de saillie k de la roue, vue d'ensemble (arrondi, pour des rapports de 6 à 10)

Nombre d'ailes du pignon	6	7	8	10	12
Supplément de saillie k	2,6	2,8	2,9	3,2	3,4

Plus le pignon a d'ailes, plus l'ogive de la dent de la roue est haute. Les valeurs exactes dépendent aussi du nombre de dents de la roue ; elles figurent dans le tableau suivant.

Supplément de saillie k de la roue selon les nombres de dents de la roue et du pignon (valeurs tabulées de la denture horlogère, denture cycloïdale)

Nombre de dents z de la roue	Pignon $z' = 6$	$z' = 7$	$z' = 8$	$z' = 9$	$z' = 10$	$z' = 12$	$z' = 15$
20	2,53	2,65	2,76	2,86	2,95	3,10	3,24
24	2,56	2,68	2,79	2,90	2,99	3,14	3,31
25	2,57	2,69	2,80	2,91	3,00	3,15	3,33
28	2,57	2,71	2,82	2,93	3,03	3,18	3,38
30	2,58	2,71	2,83	2,94	3,04	3,20	3,40
32	2,59	2,72	2,84	2,95	3,06	3,22	3,43
35	2,60	2,73	2,85	2,96	3,07	3,25	3,46
36	2,60	2,73	2,85	2,96	3,08	3,26	3,47
40	2,60	2,74	2,86	2,98	3,10	3,29	3,51
42	2,61	2,74	2,87	2,98	3,10	3,30	3,53
45	2,61	2,74	2,88	3,00	3,12	3,32	3,55
48	2,62	2,75	2,88	3,00	3,12	3,33	3,56
50	2,62	2,75	2,89	3,01	3,12	3,33	3,57
54	2,62	2,75	2,89	3,01	3,13	3,35	3,59
56	2,62	2,76	2,90	3,02	3,13	3,35	3,60
60	2,63	2,76	2,90	3,02	3,14	3,36	3,61
64	2,63	2,77	2,91	3,03	3,15	3,37	3,62
70	2,63	2,77	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
72	2,64	2,78	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
75	2,64	2,78	2,93	3,06	3,18	3,40	3,65
80	2,64	2,79	2,93	3,07	3,19	3,41	3,66
84	2,64	2,79	2,93	3,07	3,20	3,42	3,67
90	2,65	2,80	2,94	3,08	3,21	3,44	3,69
96	2,65	2,80	2,94	3,09	3,22	3,45	3,70
100	2,66	2,81	2,95	3,10	3,23	3,46	3,71
110	2,66	2,81	2,96	3,11	3,24	3,47	3,73
120	2,67	2,82	2,97	3,12	3,25	3,49	3,75
140	2,68	2,84	2,99	3,13	3,27	3,51	3,78
150	2,69	2,84	3,00	3,14	3,28	3,52	3,80
160	2,69	2,85	3,01	3,15	3,29	3,52	3,81
180	2,70	2,86	3,01	3,15	3,30	3,53	3,83
200	2,71	2,87	3,02	3,16	3,31	3,55	3,85

Les exercices de cours et d'examen calculent avec ces valeurs. Pour des nombres de dents situés entre les lignes, on prend la ligne la plus proche ; d'une ligne à l'autre, k ne varie que de quelques centièmes. La saillie de la dent de la roue vaut $h_{\mathrm{a}} = \frac{k}{2} \cdot m$. Les valeurs correspondent à la dent en ogive de la denture cycloïdale : son flanc est engendré par un cercle de diamètre égal à la moitié du diamètre primitif du pignon, qui roule à l'extérieur sur le cercle primitif de la roue (épicycloïde). Recalculées, les valeurs tabulées se situent à environ 95 % de la hauteur à laquelle les deux flancs se rejoignent en pointe, lorsque la dent a une épaisseur d'un demi-pas sur le cercle primitif. Pour la fabrication, ce sont les normes de denture de l'industrie horlogère (NHS, NIHS) qui s'appliquent. Selon la norme et le profil, elles donnent des valeurs un peu différentes de ce tableau, pour la denture de la roue de quelques centièmes à quelques dixièmes ; celui qui fabrique une roue calcule donc avec la feuille de norme.

Module d'après le cercle de tête mesuré

(4.19) APPROXIMATION COMPAGNON

$$m \approx \frac{d_a}{z + k}$$

m	Module	mm
d_a	Diamètre de tête (de la roue)	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1
k	Supplément de saillie (de la roue : double saillie, exprimée en modules)	1

La démarche habituelle pour une roue ou un pignon manquant : sur la pièce conjuguée existante, compter les dents, mesurer le cercle de tête et calculer le module. Contrôler le résultat avec l'entraxe selon la formule (4.16).

Validité : comme pour la formule (4.18). Pour un pignon existant, la formule (4.20) s'applique de la même manière.

EXEMPLE Le pignon d'une roue manque. La roue a 64 dents et un diamètre de tête de 10,06 mm ; elle doit mener un pignon de 8 ailes, donc $k = 2{,}9$.

Données : $d_a = 10{,}06\,\text{mm}; \quad z = 64; \quad k = 2{,}9$

$$\begin{aligned} m &\approx \frac{d_a}{z + k} \\ &= \frac{10{,}06\,\text{mm}}{64 + 2{,}9} \\ &\approx 0{,}150\,\text{mm} \end{aligned}$$

Le module est de 0,15 mm. Le pignon manquant a donc un diamètre primitif de 1,2 mm, l'entraxe est de 5,4 mm.

Cercle de tête du pignon

(4.20) APPROXIMATION MAÎTRE

$$d'_a \approx m \cdot (z' + k')$$

d'_a	Diamètre de tête du pignon	mm
m	Module	mm
z'	Nombre d'ailes du pignon	1
k'	Supplément de saillie du pignon (tableau)	1

Dans le rouage de finissage, la tête de l'aile du pignon ne travaille que peu avant la ligne des centres. Elle est donc basse ; pour une tête demi-ronde, la saillie est égale à la moitié de l'épaisseur de l'aile. De manière générale, la saillie vaut $h'_a = \frac{k'}{2} \cdot m$.

Validité : denture horlogère, le pignon est mené. k' d'après les deux tableaux.

EXEMPLE Un pignon de 8 ailes et de module 0,15 mm reçoit des têtes demi-rondes ; de l'épaisseur de l'aile on déduit $k' = 1{,}05$.

Données : $m = 0{,}15\,\text{mm}; \quad z' = 8; \quad k' = 1{,}05$

$$\begin{aligned} d'_a &\approx m \cdot (z' + k') \\ &= 0{,}15\,\text{mm} \cdot (8 + 1{,}05) \\ &\approx 1{,}36\,\text{mm} \end{aligned}$$

Le pignon a un diamètre extérieur de 1,36 mm pour un diamètre primitif de 1,2 mm. Avec la valeur tabulée arrondie $k' = 1{,}0$, on obtient 1,35 mm.

Aile de pignon en denture horlogère : épaisseur et supplément de saillie qui en découle (valeurs indicatives)

Nombre d'ailes du pignon	Épaisseur de l'aile s'	Supplément de saillie k' pour tête demi-ronde
6 à 10	environ un tiers du pas, $1{,}05 \cdot m$	1,05
à partir de 11	environ deux cinquièmes du pas, $1{,}25 \cdot m$	1,25

Pour une tête demi-ronde, la saillie est la moitié de l'épaisseur de l'aile ; ces valeurs en découlent. La limite entre 10 et 11 ailes suit la norme de denture de l'industrie horlogère.

Supplément de saillie k' du pignon selon la forme de la tête (valeurs tabulées arrondies des exercices de cours et d'examen)

Forme de la tête de l'aile	Pignon de 6 à 10 ailes	Pignon à partir de 11 ailes
demi-ronde (arrondie)	1,0	1,2
en ogive (pointue)	1,5	1,8

Les valeurs pour la tête demi-ronde sont les valeurs arrondies 1,05 et 1,25 du tableau précédent. La différence ne modifie le cercle de tête que de $0{,}05 \cdot m$, soit 0,01 mm pour un module de 0,2 mm. Comme dans la norme de denture de l'industrie horlogère, la limite se situe entre 10 et 11 ailes : jusqu'à 10 ailes, l'aile du pignon doit rester mince pour que la dent de la roue ait sa place dans le creux. Certains supports de cours rangent déjà le pignon de 10 ailes dans le second groupe ; à l'examen, c'est la valeur indiquée par l'énoncé ou son tableau qui s'applique. Les têtes en ogive sont plus hautes ; selon le profil, elles atteignent environ $k' = 2$.

Cercle de pied de la roue

(4.21) APPROXIMATION MAÎTRE

$$d_\mathrm{f} \approx m \cdot (z - \pi)$$

d_f	Diamètre de pied (de la roue)	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents (de la roue)	1

Le creux de la dent de la roue vaut environ un demi-pas, $h_\mathrm{f} \approx \frac{\pi}{2} \cdot m$. Ainsi, la tête de l'aile du pignon passe librement dans le creux.

Validité : valeur indicative de la denture horlogère. La profondeur du creux de la roue n'est pas critique, tant que la tête de l'aile ne touche pas le fond.

EXEMPLE Roue de 80 dents, module 0,2 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z = 80$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z - \pi) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 - \pi) \\ &\approx 15{,}37\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le fond des dents se trouve sur un diamètre de 15,37 mm. La hauteur totale de la dent est donc d'environ 0,63 mm.

Cercle de pied du pignon (valeur indicative)

(4.22) APPROXIMATION COMPAGNON

$$d'_\mathrm{f} \approx m \cdot (z' - 4)$$

d'_f	Diamètre de pied du pignon (diamètre du noyau)	mm
m	Module	mm
z'	Nombre d'ailes du pignon	1

Le creux de l'aile du pignon vaut environ $2 \cdot m$. Cela suffit pour toutes les têtes de dent de roue du tableau : la plus haute mesure $1{,}93 \cdot m$, les usuelles environ $1{,}3 \cdot m$ à $1{,}7 \cdot m$. Le reste est le jeu de fond.

Validité : valeur indicative de la denture horlogère pour les exercices de cours et d'examen. La formule suivante calcule plus précisément avec le supplément de saillie de la roue conjuguée.

EXEMPLE Un pignon de 12 ailes a un module de 0,31 mm. Quel est son cercle de pied ?

Données : $m = 0{,}31\,\mathrm{mm}$; $z' = 12$

$$\begin{aligned} d'_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z' - 4) \\ &= 0{,}31\,\mathrm{mm} \cdot (12 - 4) \\ &= 2{,}48\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

2,48 mm pour un diamètre primitif de 3,72 mm.

Cercle de pied du pignon

(4.23) APPROFONDISSEMENT

$$d'_{\mathrm{f}} = m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c$$

Le creux du pignon doit recevoir la tête de la dent de la roue et laisser encore du jeu au-dessous : creux du pignon égal à saillie de la roue plus jeu de fond.

d'_{f}	Diamètre de pied du pignon (diamètre du noyau)	mm
m	Module	mm
z'	Nombre d'ailes du pignon	1
k	Supplément de saillie (de la roue conjuguée)	1
c	Jeu de fond entre la tête de la dent de roue et le fond du pignon (valeur indicative $0{,}4 \cdot m$)	mm

EXEMPLE Pignon de 10 ailes, module 0,2 mm, roue conjuguée avec $k = 3{,}2$, jeu de fond 0,08 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z' = 10$; $k = 3{,}2$; $c = 0{,}08\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d'_{\mathrm{f}} &= m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (10 - 3{,}2) - 2 \cdot 0{,}08\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}20\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le noyau du pignon mesure 1,2 mm pour un diamètre primitif de 2 mm. Sans jeu de fond, ce serait 1,36 mm ; avec cette cote, la dent de la roue toucherait déjà le fond.

Épaisseur de la dent de la roue

(4.24) COMPAGNON

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

La dent et le creux se partagent le pas : $p = s + e$. Pour la roue, les deux sont égaux ; l'épaisseur de la dent est donc la moitié du pas.

Validité : roue en denture horlogère (valeur indicative). Les ailes de pignon sont plus minces, voir le tableau de la formule (4.20).

s	Épaisseur de dent (de la roue, sur le cercle primitif)	mm
m	Module	mm

EXEMPLE Module 0,2 mm.

Données : $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\pi \cdot m}{2} \\ &= \frac{\pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 0{,}314\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Sur le cercle primitif, la dent et le creux de la roue mesurent chacun 0,314 mm de large.

Jeu entre-dents

(4.25) MAÎTRE

$$j = p - s - s'$$

L'aile du pignon est plus étroite que le creux de la roue. La différence est le jeu entre-dents. Il laisse de la place pour l'huile, la saleté, les erreurs de division et de faux-rond.

Validité : mesure sur le cercle primitif, à l'entraxe correct.

j	Jeu entre-dents sur le cercle primitif	mm
p	Pas (distance d'une dent à l'autre, mesurée en arc sur le cercle primitif)	mm
s	Épaisseur de dent (de la roue, sur le cercle primitif)	mm
s'	Épaisseur de l'aile du pignon sur le cercle primitif	mm

EXEMPLE Module 0,2 mm : pas 0,628 mm, épaisseur de dent de la roue 0,314 mm, de l'aile d'un pignon de 8 ailes 0,209 mm.

Données : $p = 0{,}628\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}314\,\mathrm{mm}$; $s' = 0{,}209\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} j &= p - s - s' \\ &= 0{,}628\,\mathrm{mm} - 0{,}314\,\mathrm{mm} - 0{,}209\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}105\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il reste environ 0,1 mm de jeu entre les flancs, soit un sixième du pas.

Pénétration. Si les axes sont trop rapprochés, les cercles primitifs se coupent : l'engrenage est trop pénétré, les dents s'arc-boutent, le mouvement tourne difficilement et, dans le pire des cas, se bloque. S'ils sont trop éloignés, l'engrenage est trop peu pénétré : les pointes des dents conduisent, la force est transmise irrégulièrement et l'engrenage produit une chute audible. On contrôle avec le compas aux engrenages ou en sentant le jeu des dents ; on corrige par l'entraxe ou avec un pignon adapté.

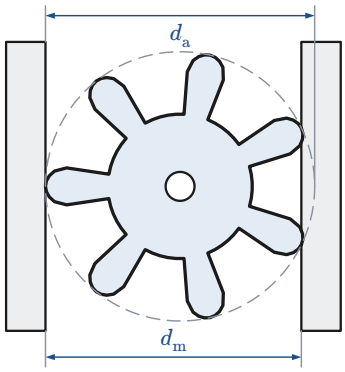


Fig. 4.10 Nombre de dents impair : la cote mesurée d_m est plus petite que le cercle de tête d_a

Mesure du cercle de tête pour un nombre de dents impair

(4.26) MAÎTRE

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)}$$

d_a	Diamètre de tête	mm
d_m	Cote mesurée entre les faces de mesure	mm
z	Nombre de dents (impair)	1

Pour un nombre de dents impair, chaque dent fait face à un creux. L'une des faces de mesure repose sur une pointe de dent, l'autre sur deux. La cote mesurée est donc plus petite que le cercle de tête.

Validité : nombre de dents impair ; faces de mesure planes, parallèles et plus larges qu'un pas. Pour un nombre de dents pair, on mesure directement le cercle de tête.

EXEMPLE Un pignon de 7 ailes mesure 1,62 mm entre les becs du pied à coulisse.

Données : $d_m = 1{,}62\,\text{mm}; \quad z = 7$

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)} = \frac{1{,}62\,\text{mm}}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{7}\right)} \approx 1{,}70\,\text{mm}$$

Le cercle de tête est plus grand de 0,08 mm que la cote mesurée. Avec 15 dents, la différence représente encore environ 1 %, à partir d'environ 60 dents moins de 0,1 %.

Denture en développante. La denture de la construction mécanique se rencontre dans la montre là où il y a démultiplication ou changement de sens de la force : au remontoir, à la mise à l'heure, dans le rouage d'automatique et dans les mécanismes de quantième. Ses flancs sont des développantes, c'est-à-dire les courbes décrites par un fil déroulé du cercle de base. Cette denture tolère de petites erreurs d'entraxe : la rotation est malgré tout transmise uniformément. Le pas, le cercle primitif et l'entraxe se calculent comme ci-dessus.

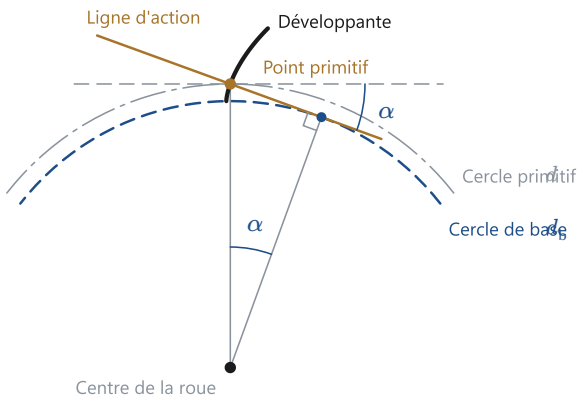


Fig. 4.11 Denture en développante : la ligne d'action est tangente au cercle de base et inclinée de l'angle de pression α

Cercle de tête de la denture en développante

(4.27) MAÎTRE

$$d_\mathrm{a} = m \cdot (z + 2)$$

TRANSFORMÉE $m = \dfrac{d_\mathrm{a}}{z + 2}$

d_a	Diamètre de tête	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents	1

La saillie est égale au module. Résolue autrement, la formule donne le module d'une roue en développante à partir du cercle de tête et du nombre de dents.

Validité : denture normale sans déport de profil, angle de pression 20°, saillie $1 \cdot m$.

EXEMPLE Une roue de 24 dents et de module 0,5 mm.

Données : $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 24$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{a} &= m \cdot (z + 2) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 + 2) \\ &= 13\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Cercle de tête 13 mm pour un diamètre primitif de 12 mm.

Cercle de pied de la denture en développante

(4.28) MAÎTRE

$$d_\mathrm{f} = m \cdot (z - 2{,}5)$$

d_f	Diamètre de pied	mm
m	Module	mm
z	Nombre de dents	1

Le creux vaut 1,25 fois le module : saillie de la roue conjuguée plus $0{,}25 \cdot m$ de jeu de fond.

Validité : denture normale sans déport de profil. En mécanique de précision, des creux plus grands sont aussi courants ; on remplace alors 2,5 par le double du facteur de creux.

EXEMPLE La même roue : 24 dents, module 0,5 mm.

Données : $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 24$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &= m \cdot (z - 2{,}5) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 - 2{,}5) \\ &= 10{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Cercle de pied 10,75 mm ; la hauteur de dent vaut $2{,}25 \cdot m$, soit 1,125 mm.

Cercle de base

(4.29) APPROFONDISSEMENT

$$d_\mathrm{b} = d \cdot \cos \alpha$$

La développante se déroule à partir du cercle de base. Les dents se touchent toujours sur la ligne d'action, qui est tangente aux deux cercles de base et inclinée de l'angle de pression par rapport à la tangente commune aux cercles primitifs.

d_b	Diamètre du cercle de base	mm
d	Diamètre primitif	mm
α	Angle de pression (normalisé 20°)	°

EXEMPLE Diamètre primitif 12 mm, angle de pression 20°.

Données : $d = 12\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 20°$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{b} &= d \cdot \cos \alpha \\ &= 12\,\mathrm{mm} \cdot \cos\left(20°\right) \\ &\approx 11{,}28\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le cercle de base se trouve 0,36 mm sous le cercle primitif. Au-dessous du cercle de base, il n'y a pas de développante.

4.5 Sonnerie

La sonnerie est un mécanisme indépendant, avec son moteur, son rouage et son volant. Le rouage de mouvement la déclenche, un mécanisme de comptage détermine le nombre de coups : le chaperon ou le râteau.

Somme des coups des heures

(4.30) MAÎTRE

$$N = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

Les coups des heures 1 + 2 + 3 et ainsi de suite s'additionnent selon la formule de la somme.

N	Nombre (de coups pour les heures 1 à k)	1
k	Dernière heure sonnée	1

EXEMPLE Combien de coups sont frappés de 1 heure à 12 heures ?

Données : $k = 12$

$$\begin{aligned} N &= \frac{k \cdot (k+1)}{2} \\ &= \frac{12 \cdot (12+1)}{2} \\ &= 78 \end{aligned}$$

78 coups en 12 heures, 156 par jour.

Coups par jour

(4.31) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{d}} = 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b)$$

La sonnerie des demi-heures ajoute 12 coups en 12 heures.

Validité : sonnerie des heures avec au plus un coup à la demi-heure. Les sonneries des quarts ont leur propre rouage et se calculent séparément.

N_{d}	Coups en 24 heures	1
N_{12}	Coups des heures en 12 heures (78)	1
b	Coups à chaque demi-heure (0 ou 1)	1

EXEMPLE Une sonnerie frappe les heures et un coup à chaque demi-heure.

Données : $N_{12} = 78; \quad b = 1$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{d}} &= 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b) \\ &= 2 \cdot (78 + 12 \cdot 1) \\ &= 180 \end{aligned}$$

180 coups par jour : 90 en 12 heures au lieu de 78.

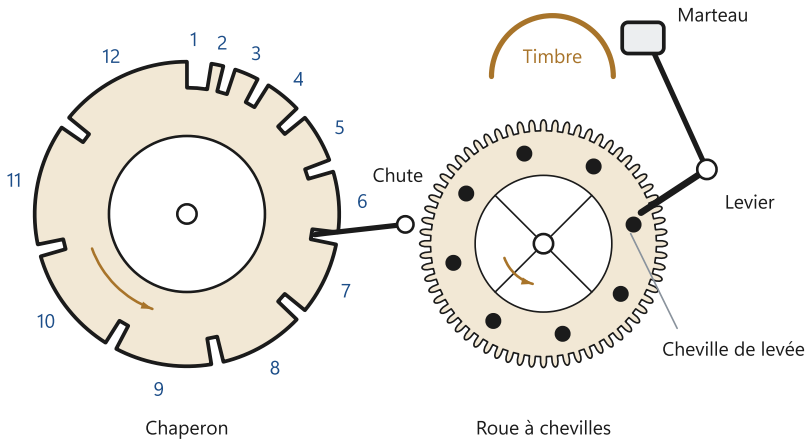


Fig. 4.12 Chaperon à 78 divisions (chaque heure occupe autant de divisions qu'elle a de coups) et roue à chevilles avec marteau

Chaperon

(4.32) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{Sch}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}}$$

Le chaperon compte les coups. Il fait un tour en 12 heures ; sa circonférence est divisée en 78 ou 90 parties, et après chaque série de coups le levier tombe dans une entaille et arrête le rouage de sonnerie.

Validité : le chaperon est entraîné par l'axe de la roue à chevilles et fait un tour en 12 heures.

N_{Sch}	Coups par tour du chaperon (78, avec sonnerie des demi-heures 90)	1
z_{N}	Nombre de chevilles de levée	1
z_{Sch}	Nombre de dents de la roue du chaperon	1
z'_{Sch}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles, qui mène le chaperon	1

EXEMPLE Une roue à chevilles porte 10 chevilles de levée. Sur son axe est monté un pignon de 8 ailes qui mène une roue de chaperon de 72 dents.

Données : $z_{\mathrm{N}} = 10$; $z_{\mathrm{Sch}} = 72$; $z'_{\mathrm{Sch}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{Sch}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}} \\ &= \frac{10 \cdot 72}{8} \\ &= 90 \end{aligned}$$

90 coups par tour : une sonnerie avec coup à la demi-heure. Pour 78 coups, 13 chevilles avec une démultiplication de 6 conviennent.

Dans la sonnerie à râteau, le limaçon des heures, un disque à 12 degrés solidaire de la roue des heures, détermine la profondeur de chute du râteau. À chaque coup, la cueillerette fait remonter le râteau d'une dent, jusqu'à ce que le rouage de sonnerie soit de nouveau bloqué. Contrairement au chaperon, la sonnerie à râteau ne peut pas se désynchroniser des aiguilles.

Coups par tour de la roue motrice

(4.33) MAÎTRE

$$N_{\mathrm{A}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}}$$

Chaque cheville soulève le marteau une fois. La roue à chevilles tourne plus vite que la roue motrice, dans le rapport de transmission.

Validité : la roue motrice engrène directement avec le pignon de la roue à chevilles. Si une roue intermédiaire s'intercale, son rapport de transmission s'ajoute comme facteur.

N_{A}	Coups par tour de la roue motrice (roue du tambour ou barillet)	1
z_{N}	Nombre de chevilles de levée	1
z_{A}	Nombre de dents de la roue motrice	1
z'_{N}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles	1

EXEMPLE Une roue de tambour de 96 dents mène le pignon (8 ailes) d'une roue à chevilles portant 8 chevilles.

Données : $z_{\mathrm{N}} = 8$; $z_{\mathrm{A}} = 96$; $z'_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{A}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{8 \cdot 96}{8} \\ &= 96 \end{aligned}$$

Chaque tour du tambour donne 96 coups.

Tours par remontage

(4.34) MAÎTRE

$$U = \frac{t_\mathrm{G} \cdot n_\mathrm{d}}{N_\mathrm{A}}$$

Le nombre de coups par jour est donné par la formule (4.31). Le rouage de mouvement et la sonnerie sont conçus de sorte que tous deux marchent aussi longtemps avec un seul remontage.

U	Nombre de tours nécessaires de la roue motrice	1
t_G	Durée de marche	d
n_d	Coups par jour	$\frac{1}{\mathrm{d}}$
N_A	Coups par tour de la roue motrice	1

EXEMPLE La sonnerie de l'exemple précédent doit marcher 8 jours et frappe 180 coups par jour.

Données : $t_\mathrm{G} = 8\,\mathrm{d}$; $n_\mathrm{d} = 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}$; $N_\mathrm{A} = 96$

$$\begin{aligned} U &= \frac{t_\mathrm{G} \cdot n_\mathrm{d}}{N_\mathrm{A}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{d} \cdot 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}}{96} \\ &= 15 \end{aligned}$$

En 8 jours, il y a 1440 coups ; le tambour fait pour cela 15 tours. L'épaisseur de la corde et le diamètre du tambour en déduisent la hauteur de chute du poids (chapitre 3).

Tours du volant par coup

(4.35) MAÎTRE

$$U_\mathrm{W} = \frac{i_\mathrm{W}}{z_\mathrm{N}}$$

Le volant freine le rouage par la résistance de l'air sur ses ailettes. Comme la résistance croît fortement avec la vitesse de rotation, une vitesse régulière s'établit et les coups se suivent à intervalles égaux. Des ailettes plus grandes ou plus inclinées ralentissent la sonnerie.

U_W	Tours du volant par coup	1
i_W	Rapport de transmission de la roue à chevilles au volant	1
z_N	Nombre de chevilles de levée	1

EXEMPLE De la roue à chevilles (64 dents, 8 chevilles) au volant, il y a trois engrenages : 64 sur 8, 56 sur 7 et 49 sur 7. Le rapport de transmission est $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$.

Données : $i_\mathrm{W} = 448$; $z_\mathrm{N} = 8$

$$\begin{aligned} U_\mathrm{W} &= \frac{i_\mathrm{W}}{z_\mathrm{N}} \\ &= \frac{448}{8} \\ &= 56 \end{aligned}$$

Le volant fait 56 tours par coup.

4.6 Quantième et phase de lune

Les mécanismes de quantième comptent les jours. Leurs roues ne sont pas entraînées en continu, mais avancées d'une dent une fois par jour ; le nombre de dents est alors le nombre de jours par tour.

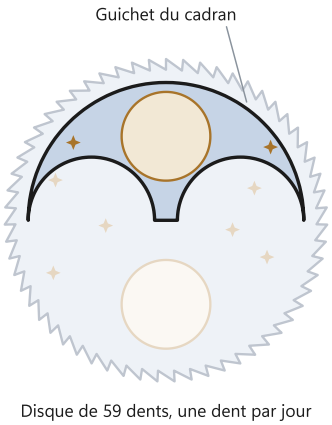


Fig. 4.13 Disque de lune derrière le guichet du cadran

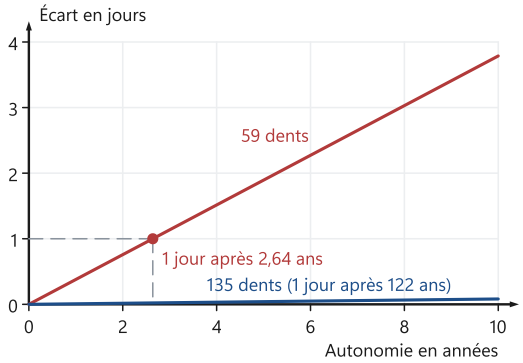


Fig. 4.14 Écart de l'affichage de la phase de lune par rapport à la lune moyenne

Disque de lune

(4.36) MAÎTRE

$$t_\mathrm{L} = \frac{z \cdot t_\mathrm{s}}{k}$$

D'une nouvelle lune à la suivante, il s'écoule en moyenne 29,530 59 jours, le mois synodique. Comme une roue ne peut pas avoir de demi-dents, le disque porte deux lunes et 59 dents.

t_L	Durée affichée d'une lunaison	d
z	Nombre de dents (du disque de lune)	1
t_s	Temps entre deux sauts (une dent par jour)	d
k	Nombre (de lunes sur le disque)	1

EXEMPLE Un disque de lune de 59 dents portant deux lunes avance d'une dent chaque jour.

Données : $z = 59$; $t_\mathrm{s} = 1\,\mathrm{d}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{L} &= \frac{z \cdot t_\mathrm{s}}{k} \\ &= \frac{59 \cdot 1\,\mathrm{d}}{2} \\ &= 29{,}5\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'affichage parcourt toutes les phases en 29,5 jours. La lune met en moyenne 29,530 59 jours ; l'affichage avance donc un peu trop vite.

Durée de marche jusqu'à l'écart de la phase de lune

(4.37) MAÎTRE

$$t_{\mathrm{F}} = \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|}$$

À chaque lunaison, l'affichage s'écarte de la différence entre la lunaison affichée et la lunaison réelle. Les écarts s'additionnent.

Validité : mouvement moyen de la lune. La lune réelle s'en écarte au cours d'un mois jusqu'à environ une demi-journée.

t_{F}	Durée de marche jusqu'à ce que l'affichage s'écarte de Δt	d
Δt	Écart de l'affichage par rapport à l'âge réel de la lune	d
t_{L}	Durée affichée d'une lunaison	d
T_{syn}	Mois synodique (valeur moyenne 29,530 59 d, section 11.1)	d

EXEMPLE Au bout de combien de temps l'affichage à 59 dents s'écarte-t-il d'un jour ?

Données : $\Delta t = 1\,\mathrm{d}$; $t_{\mathrm{L}} = 29{,}5\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{F}} &= \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 29{,}5\,\mathrm{d}}{|29{,}530\,59\,\mathrm{d} - 29{,}5\,\mathrm{d}|} \\ &\approx 964\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Au bout de 964 jours, soit environ 2,6 ans, l'affichage avance d'un jour et doit être corrigé.

Phase de lune précise avec rapport de transmission

(4.38) APPROFONDISSEMENT

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k}$$

Un rapport de transmission entre la roue d'entraînement et le disque de lune reproduit le mois synodique bien plus précisément que le simple disque de 59 dents.

Validité : le disque de lune est entraîné par des roues. Le disque de 135 dents est répandu ; l'entraînement de l'exemple est un jeu de nombres de dents possible, d'autres sont réalisés.

t_{L}	Durée affichée d'une lunaison	d
t_{A}	Durée de révolution de l'axe menant (étoile de 7 dents, avancée chaque jour : 7 d)	d
z	Nombre de dents (du disque de lune)	1
z'	Nombre d'ailes du pignon (mène le disque de lune)	1
k	Nombre (de lunes sur le disque)	1

EXEMPLE Une étoile de 7 dents avance chaque jour. Sur son axe est monté un pignon de 16 ailes qui mène, par une roue intermédiaire, un disque de lune de 135 dents portant deux lunes.

Données : $t_{\mathrm{A}} = 7\,\mathrm{d}$; $z = 135$; $z' = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{L}} &= \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k} \\ &= \frac{7\,\mathrm{d} \cdot 135}{16 \cdot 2} \\ &= 29{,}531\,25\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'affichage ne retarde plus que de 57 s par lunaison. Selon la formule (4.37) avec $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$, il faut 44 744 jours, soit un peu plus de 122 ans, pour qu'il retarde d'un jour.

Roues de comptage des affichages de calendrier

Affichage	Roue	Avance	Un tour en
Date	Disque ou roue des quantièmes à 31 dents	chaque jour	31 jours
Jour de la semaine	Étoile de 7 dents	chaque jour	7 jours
Mois	Étoile de 12 dents	chaque mois	1 an
Phase de lune	Disque de 59 dents portant deux lunes	chaque jour	59 jours
Quantième perpétuel	Roue programme à 48 crans de mois	chaque mois	4 ans (1461 jours)

Le quantième simple doit être corrigé à la main cinq fois par an, à savoir après chaque mois de moins de 31 jours. Le quantième annuel demande une correction à la fin de février. Le quantième perpétuel tient compte aussi des années bissextiles ; il ne doit être corrigé qu'en 2100, année qui n'est pas bissextile.

La roue d'entraînement du quantième fait un tour en 24 heures et est entraînée par la roue des heures avec une démultiplication de 2 à 1, formule (4.12). Les années bissextiles, la durée de l'année et l'équation du temps figurent au chapitre 11.

4.7 Rendement du rouage

Chaque engrenage et chaque palier consomment par frottement une partie de la force motrice. Le rendement indique quelle part du couple subsiste.

Rendement total du rouage

(4.39) MAÎTRE

$$\eta_{\text{ges}} = \eta^{k}$$

Les rendements d'engrenages successifs se multiplient. S'ils sont différents, le produit des valeurs individuelles remplace la puissance. La forme générale figure dans la formule (2.30).

Validité : valeurs indicatives pour des mouvements propres et huilés. Les pignons à peu d'ailes, les paliers secs et les engrenages trop ou trop peu pénétrés réduisent nettement le rendement.

η_{ges}	Rendement total du rouage	1
η	Rendement (par engrenage ; frottement des paliers compris, valeur indicative 0,90 à 0,95)	1
k	Nombre (d'engrenages)	1

EXEMPLE Du barillet à la roue d'échappement, il y a quatre engrenages d'un rendement de 0,95 chacun.

Données : $\eta = 0{,}95; \quad k = 4$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta^{k} \\ &= 0{,}95^{4} \\ &\approx 0{,}81\end{aligned}$$

Environ un cinquième du couple se perd dans le rouage. Avec 0,90 par engrenage, ce serait déjà un tiers.

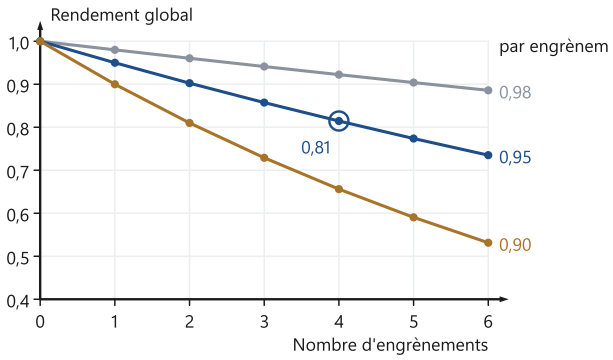


Fig. 4.15 Rendement total selon le nombre d'engrenages

Couple sur la roue d'échappement

(4.40) MAÎTRE

$$M_{\mathrm{H}} = \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}}$$

D'un axe à l'autre, le couple diminue selon le rapport de transmission et les pertes par frottement (fig. 4.4).

M_{H}	Couple sur la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
M_{F}	Couple sur le barillet	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η_{ges}	Rendement total du rouage	1
i_{ges}	Rapport de transmission total (du barillet à la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Un barillet fournit 8 N·mm. Le rapport de transmission jusqu'à la roue d'échappement est $6 \cdot 600 = 3600$, le rendement total 0,81.

Données : $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta_{\mathrm{ges}} = 0{,}81$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{H}} &= \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}81}{3600} \\ &= 1{,}8\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Il reste 1,8 µN·m sur la roue d'échappement, à peine plus d'un cinq-millième du couple du ressort. C'est pourquoi un peu de saleté sur les axes rapides suffit à arrêter un mouvement.

Rendement d'après les couples mesurés

(4.41) APPROFONDISSEMENT

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}}$$

Sans frottement, la roue d'échappement recevrait le couple du ressort divisé par le rapport de transmission. Le rendement est le rapport entre la valeur mesurée et cette valeur idéale.

η_{ges}	Rendement total du rouage	1
M_{H}	Couple sur la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
i_{ges}	Rapport de transmission total (du barillet à la roue d'échappement)	1
M_{F}	Couple sur le barillet	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EXEMPLE Sur un mouvement, on mesure 8 N·mm au barillet et 1,7 µN·m à la roue d'échappement ; le rapport de transmission est de 3600.

Données : $M_{\mathrm{H}} = 1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$; $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{ges}} &= \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 3600}{8\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 0{,}765 \end{aligned}$$

Le rouage transmet un peu plus des trois quarts du couple. Cela correspond à 0,935 par engrenage pour quatre engrenages.

5 Organe réglant : balancier et spiral

Le balancier et le spiral forment l'organe réglant de la montre. Le balancier est la masse inerte, le spiral le ressort qui le ramène en position d'équilibre. Deux grandeurs seulement déterminent la vitesse à laquelle ils oscillent ensemble : le moment d'inertie du balancier et le couple de rappel spécifique du spiral.

Presque toutes les formules de réglage de ce chapitre découlent d'une seule règle : la période croît avec la racine du moment d'inertie et décroît avec la racine du couple de rappel spécifique. Un pour cent de moment d'inertie en plus, ou un pour cent de couple de rappel en moins, ralentit la montre d'un demi pour cent, soit 432 s par jour. Dans ce chapitre, N désigne un nombre (spires du spiral, vis identiques sur la serge), W l'énergie et P la puissance.

5.1 Oscillation du balancier

Le balancier oscille de part et d'autre de sa position d'équilibre. Une oscillation est un aller et retour ; la montre bat alors deux fois, car chaque battement est une alternance.

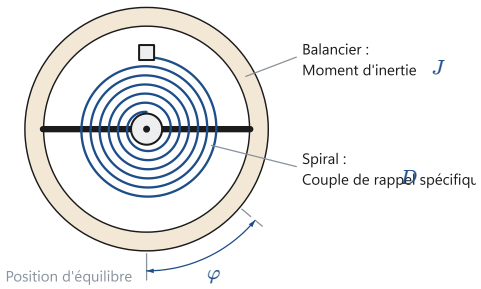


Fig. 5.1 Balancier et spiral : le balancier apporte le moment d'inertie J, le spiral le couple de rappel spécifique D

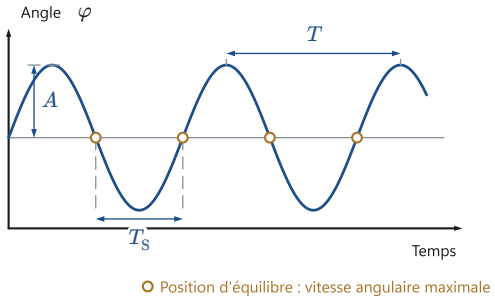


Fig. 5.2 Angle du balancier en fonction du temps : amplitude A, période T, durée d'une alternance $T_S = \frac{1}{2}T$

Période du balancier

(5.1) COMPAGNON

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

TRANSFORMÉE $D = \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2}$

Un balancier plus inerte oscille plus lentement, un spiral plus fort plus vite. Les deux grandeurs sont sous la racine : un moment d'inertie quadruple double la période.

Validité : couple de rappel du spiral proportionnel à l'angle, sans frottement et sans influence de l'échappement. J comprend la serge, les bras, l'axe, le double plateau et la virole.

T	Période (oscillation complète, aller et retour)	s
J	Moment d'inertie (du balancier, avec tout ce qui oscille avec lui)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral ; couple par unité d'angle)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

Bon à savoir : L'amplitude n'apparaît pas dans la formule. Un organe réglant idéal oscille à la même vitesse pour une petite et une grande amplitude ; cette propriété s'appelle l'isochronisme (section 5.7).

EXEMPLE Un balancier a un moment d'inertie de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, son spiral un couple de rappel spécifique de $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Combien de temps dure une oscillation ?

Données : $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 0{,}250\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Une oscillation dure un quart de seconde. Le balancier effectue donc 4 oscillations et 8 alternances par seconde.

Fréquence du balancier

(5.2) COMPAGNON

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}}$$

La fréquence est l'inverse de la période : $f = \frac{1}{T}$.

Validité : comme pour la formule (5.1).

f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Quelle est la fréquence de l'organe réglant de l'exemple précédent ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}} \\ &\approx 4{,}00\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

4 Hz, la fréquence courante des montres-bracelets actuelles.

Fréquence d'alternances à partir de la fréquence

(5.3) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{h}} = 2 \cdot f$$

TRANSFORMÉE $f = \dfrac{n_{\mathrm{h}}}{2}$

À chaque oscillation, la montre bat deux fois. Pour les montres, la fréquence s'indique en alternances par heure (A/h, A pour alternance). Exprimée avec la durée d'une alternance, la formule figure déjà à la section 1.1.

n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

EXEMPLE Un balancier oscille à 3 Hz. Combien d'alternances cela fait-il ?

Données : $f = 3\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 3\,\mathrm{Hz} \\ &= 6\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &\approx 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

21 600 alternances par heure. Ce nombre figure dans la fiche technique du calibre, et le chronocomparateur calcule avec lui.

Fréquences courantes

Alternances n_{h} en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Alternances par seconde	Fréquence f en Hz	Période T en s	Durée d'une alternance T_{S} en s
18 000	5	2,5	0,4	0,2
19 800	5,5	2,75	0,3636	0,1818
21 600	6	3	0,3333	0,1667
25 200	7	3,5	0,2857	0,1429
28 800	8	4	0,25	0,125
36 000	10	5	0,2	0,1

La durée d'une alternance T_{S} est la moitié de la période.

Pulsation

(5.4) MAÎTRE

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

La pulsation est la fréquence exprimée en radians : 2π par oscillation. Pour le balancier, on a aussi $\omega = \sqrt{\frac{D}{J}}$.

ω	Pulsation	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

EXEMPLE Quelle est la pulsation à 4 Hz ?

Données : $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &\approx 25{,}1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Environ 25,1 rad par seconde. Les formules suivantes utilisent cette valeur.

Angle du balancier en fonction du temps

(5.5) MAÎTRE

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Le balancier oscille de façon sinusoïdale : il est le plus rapide en position d'équilibre et s'arrête un instant aux points de rebroussement.

Validité : oscillation libre, non amortie. Le produit $\omega \cdot t$ est un angle en radians ; la calculatrice doit être réglée sur rad pour le sinus.

φ	Angle (du balancier par rapport à la position d'équilibre)	$^\circ$
A	Amplitude (angle maximal par rapport à la position d'équilibre)	$^\circ$
ω	Pulsation	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
t	Temps (depuis le passage par la position d'équilibre)	s

EXEMPLE Un balancier oscille à 4 Hz ($\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$) avec une amplitude de 270°. Où se trouve-t-il 0,02 s après le passage par la position d'équilibre ?

Données : $A = 270^\circ; \quad \omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad t = 0{,}02\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\varphi &= A \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ &= 270^\circ \cdot \sin\left(25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}02\,\text{s}\right) \\ &\approx 130^\circ\end{aligned}$$

Après 0,02 s, le balancier a déjà parcouru environ 130°, presque la moitié de l'amplitude. Il lui faut au total 0,0625 s, un quart d'oscillation, pour atteindre le point de rebroussement.

Vitesse angulaire maximale

(5.6) MAÎTRE

$$\omega_{\max} = A \cdot \omega$$

En position d'équilibre, toute l'énergie de l'oscillation est sous forme cinétique. C'est là qu'intervient l'échappement, car une perturbation à cet endroit modifie le moins la marche.

Validité : amplitude en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$.

$\omega_{\max}$	Vitesse angulaire du balancier au passage par la position d'équilibre	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
A	Amplitude (en radians)	rad
ω	Pulsation	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

EXEMPLE À quelle vitesse tourne en position d'équilibre un balancier de 4 Hz avec une amplitude de 270° (4,71 rad) ?

Données : $A = 4{,}71\,\text{rad}; \quad \omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned}\omega_{\max} &= A \cdot \omega \\ &= 4{,}71\,\text{rad} \cdot 25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \\ &\approx 118\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Environ 118 rad par seconde ; en rotation continue, cela ferait presque 19 tours par seconde. Un point de la serge à 5 mm de rayon se déplace alors à environ 0,6 m par seconde.

À retenir : 28 800 alternances par heure correspondent à 8 alternances par seconde et à 4 Hz.

5.2 Spiral

Le spiral est un ressort de flexion. Son couple de rappel spécifique indique le couple qu'il produit par unité d'angle. Il dépend du matériau, de la section de la lame et de la longueur active.

Couple de rappel du spiral

(5.7) COMPAGNON

$$M = D \cdot \varphi$$

Le couple de rappel croît proportionnellement à l'angle et est toujours dirigé vers la position d'équilibre. C'est la seule raison pour laquelle le balancier oscille à la même vitesse quelle que soit l'amplitude.

Validité : spiral dans le domaine élastique ; les spires ne se touchent pas.

M	Couple (couple de rappel du spiral)	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Angle (du balancier par rapport à la position d'équilibre ; en radians)	rad

EXEMPLE Avec quel couple un spiral de $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$ ramène-t-il le balancier au point de rebroussement à 270° (4,71 rad) ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} M &= D \cdot \varphi \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \cdot 4{,}71\ \mathrm{rad} \\ &\approx 2{,}98\ \mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Un peu moins de 3 µN·m. C'est l'ordre de grandeur du couple qui arrive à la roue d'échappement.

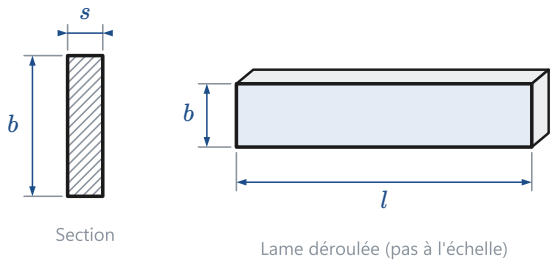


Fig. 5.3 Lame du spiral : hauteur de la lame b, épaisseur de la lame s, longueur active l

Couple de rappel spécifique à partir des dimensions du spiral

(5.8) MAÎTRE

$$D = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l}$$

La hauteur et le module d'élasticité interviennent linéairement, l'épaisseur à la puissance trois. Un spiral plus long est plus souple.

Validité : section rectangulaire, lame uniforme, flexion pure. Avec N et mm, on obtient D en N·mm par rad ; $1\ \mathrm{N{\cdot}mm} = 1000\ \mu\mathrm{N{\cdot}m}$.

D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
E	Module d'élasticité (du matériau du spiral)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
b	Hauteur de la lame (dans la direction de l'axe de balancier)	mm
s	Épaisseur de la lame (dans la direction radiale)	mm
l	Longueur (active du spiral)	mm

EXEMPLE Un spiral a $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, une hauteur de lame de 0,14 mm, une épaisseur de lame de 0,032 mm et une longueur active de 121 mm.

Données : $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $b = 0{,}14\ \mathrm{mm}$; $s = 0{,}032\ \mathrm{mm}$; $l = 121\ \mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} D &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l} \\ &= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}14\ \mathrm{mm} \cdot (0{,}032\ \mathrm{mm})^3}{12 \cdot 121\ \mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Ce spiral convient au balancier de $10\ \mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ de la section 5.1 et donne avec lui 4 Hz.

Variation de marche due à l'épaisseur de la lame

(5.9) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Comme le couple de rappel spécifique croît avec s^3, une épaisseur supérieure de 1 % modifie ce couple de 3 % et la marche de 1,5 %.

Validité : petites variations ; hauteur, longueur et balancier inchangés. Pour la hauteur de la lame, on a de même $\Delta G \approx \frac{\Delta b}{2 \cdot b} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δs	Variation de l'épaisseur de la lame (+ signifie : plus épaisse)	$\mu\mathrm{m}$
s	Épaisseur de la lame	$\mu\mathrm{m}$

EXEMPLE Un spiral est plus épais de 0,1 µm que les 32 µm prévus.

Données : $\Delta s = 0{,}1\,\mu\mathrm{m}; \quad s = 32\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{3 \cdot 0{,}1\,\mu\mathrm{m}}{2 \cdot 32\,\mu\mathrm{m}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 405\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Un dixième de micromètre fait presque 7 minutes par jour. Aucune lame ne se mesure avec une telle précision ; c'est pourquoi les spiraux ne sont pas triés selon leurs cotes, mais selon leur couple mesuré, puis appariés au balancier.

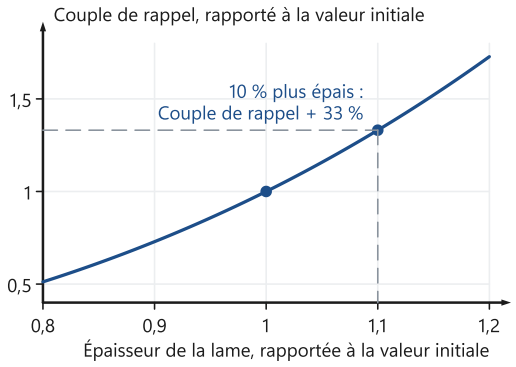


Fig. 5.4 Le couple de rappel spécifique croît avec la puissance trois de l'épaisseur de la lame

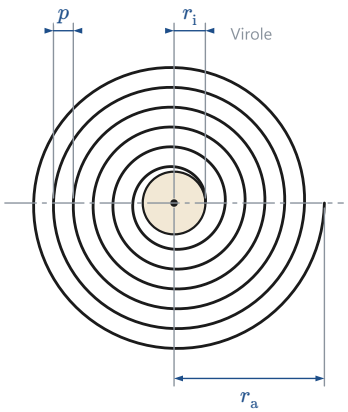


Fig. 5.5 Spiral plat : rayons r_i et r_a, pas p

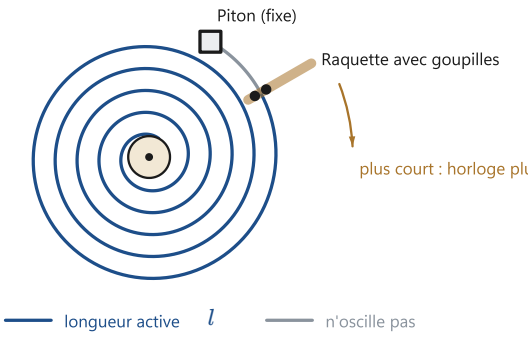


Fig. 5.6 Raquette : la longueur active l va de la virole aux goupilles de raquette

Longueur du spiral plat

(5.10) APPROXIMATION MAÎTRE

$$l \approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i})$$

Chaque spire est presque un cercle. La longueur est le nombre de spires multiplié par la circonférence de la spire moyenne.

Validité : spiral plat enroulé régulièrement (spirale d'Archimède) d'au moins 5 spires environ ; courbe terminale et extrémités de fixation non comprises.

l	Longueur (du spiral)	mm
N	Nombre (de spires)	1
r_a	Rayon de la spire extérieure	mm
r_i	Rayon de la spire intérieure (à la virole)	mm

EXEMPLE Un spiral a 12 spires entre 0,6 mm et 2,6 mm de rayon.

Données : $N = 12$; $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &\approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i}) \\ &= \pi \cdot 12 \cdot (2{,}6\,\mathrm{mm} + 0{,}6\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 121\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La lame mesure environ 121 mm, autant que le spiral des exemples sur le couple de rappel spécifique et sur la raquette. Une montre-bracelet renferme donc plus de 12 cm de lame sur la surface d'un bouton de chemise.

Pas du spiral

(5.11) MAÎTRE

$$p = \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N}$$

Le pas détermine le jeu dont disposent les spires lorsque le spiral « respire ». À grande amplitude, elles ne doivent pas se toucher.

Validité : spiral plat enroulé régulièrement.

p	Pas du spiral (du milieu d'une lame au milieu de la suivante)	mm
r_a	Rayon de la spire extérieure	mm
r_i	Rayon de la spire intérieure	mm
N	Nombre (de spires)	1

EXEMPLE Quel est l'écartement des spires du spiral de l'exemple précédent ?

Données : $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$; $N = 12$

$$\begin{aligned} p &= \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N} \\ &= \frac{2{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 0{,}167\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Environ 0,17 mm d'une lame à l'autre. Avec une épaisseur de lame de 0,032 mm, il reste environ 0,13 mm de jeu.

Numéro CGS du spiral

(5.12) MAÎTRE

$$K = D \cdot \left(d_\mathrm{a}^2 - d_\mathrm{i}^2\right)$$

La valeur CGS est le couple de rappel spécifique multiplié par la différence des carrés des diamètres. Elle ne dépend que du matériau, de la lame et du pas, et non de l'endroit où le spiral est fixé : fixé plus à l'extérieur, le couple diminue dans la même proportion que la différence des carrés augmente. C'est pourquoi les spiraux bruts sont classés et commandés selon cette valeur.

Validité : spiral plat enroulé régulièrement ; d_a à l'endroit où le spiral est fixé, d_i à la virole. Le numéro CGS est la même valeur dans l'ancienne unité $\mathrm{dyn \cdot cm^3}$ par rad : valeur numérique en $\mathrm{N \cdot mm^3}$ multipliée par 100.

K	Valeur CGS du spiral (multipliée par 100, elle donne le numéro CGS)	$\frac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
d_a	Diamètre de la spire extérieure ($2 \cdot r_\mathrm{a}$)	mm
d_i	Diamètre de la spire intérieure ($2 \cdot r_\mathrm{i}$)	mm

Bon à savoir : Avec la longueur et le pas des deux formules précédentes, on obtient $K \approx \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot p}{3 \cdot \pi}$. Ni la longueur ni les diamètres n'y figurent.

EXEMPLE Au balancier de $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ de la section 5.1 correspond, pour 4 Hz, le couple de rappel spécifique $0{,}632\ \frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$. Le spiral doit être fixé à un diamètre de 5,0 mm, sa spire intérieure mesure 1,2 mm. Quel spiral commande-t-on ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $d_\mathrm{a} = 5{,}0\,\mathrm{mm}$; $d_\mathrm{i} = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} K &= D \cdot \left(d_\mathrm{a}^2 - d_\mathrm{i}^2\right) \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot \left((5{,}0\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}2\,\mathrm{mm})^2\right) \\ &\approx 0{,}0149\ \tfrac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

La valeur CGS est 0,0149, le numéro CGS donc 1,49. On commande le numéro normalisé le plus proche, ici 1,50.

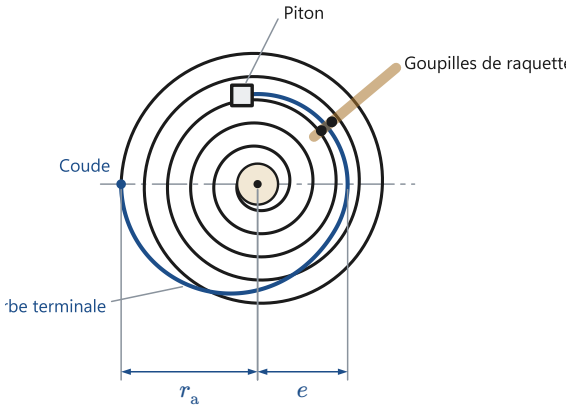


Fig. 5.7 Spiral Breguet vu de dessus : la courbe terminale relevée conduit la lame du rayon extérieur r_a au rayon de courbe terminale e, sur lequel se déplacent les goupilles de raquette

Numéro de courbe terminale

(5.13) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{E}} = \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}}$$

TRANSFORMÉE $e = \dfrac{N_{\mathrm{E}} \cdot r_{\mathrm{a}}}{100}$

N_{E}	Numéro de courbe terminale	1
e	Rayon de la courbe terminale (de l'axe du balancier au milieu entre les goupilles de raquette)	mm
r_{a}	Rayon de la spire extérieure	mm

Sur le spiral Breguet, l'extrémité extérieure est relevée et ramenée vers l'intérieur par une courbe terminale. Sa dernière partie est un arc de cercle centré sur l'axe du balancier, sur lequel se déplacent les goupilles de raquette. Le numéro de courbe terminale indique le rayon de cet arc en pour cent du rayon extérieur. C'est d'après lui que l'on choisit la forme de la courbe dans le gabarit de courbes.

Validité : spiral à courbe terminale relevée. Les gabarits de courbes sont échelonnés ; on choisit le numéro le plus proche. Les numéros courants vont d'environ 40 à 100.

EXEMPLE Un spiral Breguet a un diamètre extérieur de 6,4 mm, soit un rayon extérieur de 3,2 mm. Les goupilles de raquette se trouvent à 2,4 mm de l'axe du balancier. Quelle courbe terminale convient ?

Données : $e = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{a}} = 3{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{E}} &= \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}} \\ &= \frac{100 \cdot 2{,}4\,\mathrm{mm}}{3{,}2\,\mathrm{mm}} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La courbe terminale numéro 75 : son arc se trouve aux trois quarts du rayon extérieur.

Vibrage : oscillations pendant le temps de comptage

(5.14) COMPAGNON

$$N_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2}$$

N_{S}	Nombre d'oscillations complètes (pendant le temps de comptage)	1
n_{h}	Fréquence d'alternances (valeur de consigne)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
t	Temps (temps de comptage)	s

Au vibrage, on cherche l'endroit du spiral où il donne, avec son balancier, la fréquence de consigne. On pince le spiral à titre d'essai, on laisse osciller librement le balancier et on compte les oscillations complètes.

Validité : n_{h} et t dans des unités compatibles : convertir les A/h en alternances par seconde (diviser par 3600) si t est en secondes.

EXEMPLE Un balancier pour 18 000 A/h est vibré avec son nouveau spiral. Combien d'oscillations complètes doit-il effectuer en 60 s ?

Données : $n_{\mathrm{h}} = 18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $t = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{S}} &= \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2} \\ &= \frac{18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 60\,\mathrm{s}}{2} \\ &= 150 \end{aligned}$$

150 oscillations par minute. Si l'on en compte davantage, le spiral est pincé trop court à cet endroit ; si l'on en compte moins, trop long.

Longueur active pour la fréquence de consigne

(5.15) COMPAGNON

$$l_2 = l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

l_2	Longueur active nécessaire	mm
l_1	Longueur active lors de l'essai	mm
n_1	Fréquence d'alternances lors de l'essai	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
n_2	Fréquence d'alternances (valeur de consigne)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

La fréquence d'alternances varie avec la racine de l'inverse de la longueur. Plus court signifie plus rapide.

Validité : même balancier, lame uniforme.

EXEMPLE Avec une longueur active de 130 mm, un balancier fait 28 000 A/h. Il doit faire 28 800 A/h.

Données : $l_1 = 130\,\mathrm{mm}$; $n_1 = 28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $n_2 = 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \\ &= 130\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}\right)^2 \\ &\approx 122{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le spiral doit être pincé environ 7 mm plus court.

Variation de marche par la raquette

(5.16) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variation de longueur (de la longueur active ; + signifie : plus long)	mm
l	Longueur (active du spiral : de la virole aux goupilles de raquette)	mm

La raquette déplace les goupilles de raquette le long de la spire extérieure. Une longueur active plus courte signifie un couple de rappel spécifique plus grand, la montre avance ; d'où le signe moins.

Validité : petites variations ; le spiral se trouve sans jeu entre les goupilles de raquette. Avec du jeu, la raquette agit moins, et la marche dépend de l'amplitude (section 5.7).

EXEMPLE Une montre dont le spiral a une longueur active de 121 mm retarde de 20 s par jour. Elle doit donc avancer de 20 s par jour.

Données : $\Delta G = 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 121\,\mathrm{mm} \cdot 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx -0{,}056\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La raquette doit raccourcir la longueur active d'environ 0,06 mm. C'est à peine visible ; c'est pourquoi les bons mouvements ont un réglage fin sur la raquette.

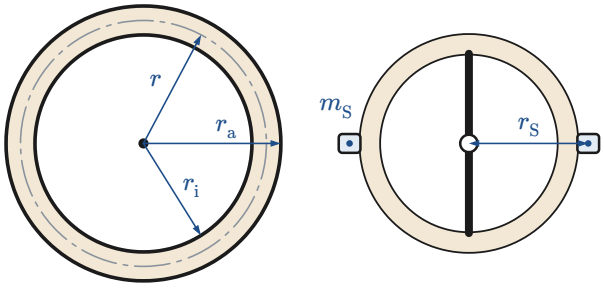
À retenir : Spiral plus court, montre plus rapide. 1 ‰ de longueur active en moins donne environ 43 s par jour.

5.3 Balancier

Le moment d'inertie indique avec quelle inertie le balancier s'oppose à la rotation. Ce n'est pas seulement la masse qui compte, mais surtout sa distance à l'axe : le rayon intervient au carré. C'est pourquoi presque tout l'effet se trouve dans la serge.

Les moments d'inertie des balanciers s'indiquent en mg·cm² : $1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. En calculant avec des milligrammes et des millimètres, on obtient des mg·mm² ; 100 mg·mm² font 1 mg·cm².

Les formules générales du moment d'inertie des corps simples et le théorème de Steiner figurent à la section 2.6.



Anneau, masse m Vis ou masselottes

Fig. 5.8 À gauche, la serge de rayon moyen r, de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_a ; à droite, des vis de masse m_S à la distance r_S

Moment d'inertie de la serge (anneau mince)

(5.17) APPROXIMATION MAÎTRE

$$J \approx m \cdot r^2$$

Pour une estimation, on suppose toute la masse de la serge concentrée sur le rayon moyen. Les bras et l'axe contribuent peu, car leur masse est proche de l'axe.

Validité : serge étroite par rapport au rayon ; serge seule, sans bras, axe ni vis.

J	Moment d'inertie (de la serge)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masse (de la serge)	mg
r	Rayon (de la serge, valeur moyenne)	mm

Bon à savoir : Exactement, la serge est un cylindre creux, formule (2.37). Avec un rayon extérieur de 4,9 mm et un rayon intérieur de 4,1 mm, on obtient pour la serge de l'exemple $8{,}16\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; l'estimation n'est inférieure que de 0,8 %.

EXEMPLE Une serge de balancier pèse 40 mg et a un rayon moyen de 4,5 mm.

Données : $m = 40\,\mathrm{mg}$; $r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &\approx m \cdot r^2 \\ &= 40\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &\approx 8{,}1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Environ $8\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ pour la serge seule. Avec les bras, l'axe et les vis, un tel balancier atteint environ $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, la valeur des autres exemples. Les balanciers de montres-bracelets pour homme se situent le plus souvent entre 5 et 20 mg·cm².

Moment d'inertie des vis et des masselottes

(5.18) MAÎTRE

$$\Delta J = N \cdot m_S \cdot r_S^2$$

Les petites masses sur la serge comptent comme des masses ponctuelles. Les vis sont toujours posées ou modifiées par paires opposées, afin que le balancier reste équilibré.

Validité : vis petite par rapport à sa distance à l'axe.

ΔJ	Variation du moment d'inertie (augmentation due aux vis)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
N	Nombre (de vis ou masselottes identiques)	1
m_S	Masse d'une vis	mg
r_S	Distance de son centre de gravité à l'axe du balancier	mm

EXEMPLE On pose dans un balancier deux vis opposées de 0,5 mg chacune. Leur centre de gravité se trouve à 5 mm de l'axe.

Données : $N = 2$; $m_S = 0{,}5\,\mathrm{mg}$; $r_S = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta J &= N \cdot m_S \cdot r_S^2 \\ &= 2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mg} \cdot (5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}\end{aligned}$$

Les deux vis ajoutent $0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Variation de marche due au moment d'inertie

(5.19) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\quad \Delta J \approx -\dfrac{2 \cdot J \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

Un balancier plus inerte oscille plus lentement ; d'où le signe moins. 1 % de moment d'inertie en plus coûte 432 s par jour.

Validité : petites variations (jusqu'à quelques pour cent) ; spiral inchangé.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
ΔJ	Variation du moment d'inertie (+ signifie : plus inerte)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Les deux vis de l'exemple précédent sont posées sur un balancier de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Données : $\Delta J = 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{2 \cdot 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -1080\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

La montre ralentit de 18 minutes par jour. Inversement, deux vis plus légères permettent de rattraper un fort retard.

Réglage fin par vis de réglage

(5.20) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \tfrac{s}{d}$$

Les balanciers sans raquette se règlent en déplaçant des masses de la serge vers l'intérieur ou l'extérieur : on tourne les vis de réglage, on fait pivoter les masselottes excentriques. Vers l'extérieur signifie plus inerte, la montre ralentit.

Validité : petits déplacements ; les N masses sont déplacées de la même façon. Un réglage inégal crée un balourd.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{s}{d}$
N	Nombre (de vis ou masselottes identiques)	1
m_S	Masse d'une vis	mg
r_S	Distance de son centre de gravité à l'axe du balancier	mm
Δr	Déplacement du centre de gravité (+ signifie : vers l'extérieur)	mm
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Deux vis de réglage de 1,5 mg chacune se trouvent à 4,5 mm de l'axe d'un balancier de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. On les dévisse toutes deux de 0,01 mm.

Données : $N = 2$; $m_S = 1{,}5\,\mathrm{mg}$; $r_S = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\Delta r = 0{,}01\,\mathrm{mm}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \tfrac{s}{d} \\ &= -\frac{2 \cdot 1{,}5\,\mathrm{mg} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}01\,\mathrm{mm}}{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{s}{d} \\ &\approx -11{,}7\ \tfrac{s}{d}\end{aligned}$$

Un centième de millimètre donne environ 12 s par jour. Les visser agit avec la même intensité dans l'autre sens.

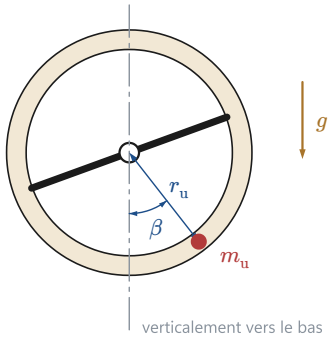


Fig. 5.9 Balourd dans une position verticale : balourd m_u à la distance r_u, angle β

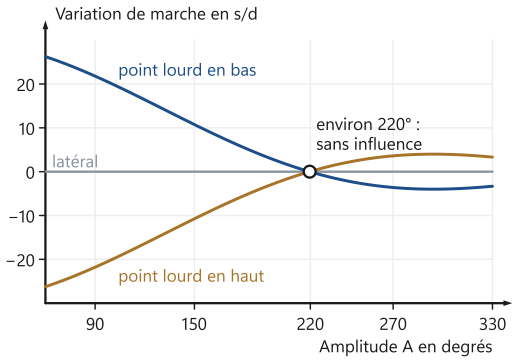


Fig. 5.10 Variation de marche due à un balourd de 10 µg sur la serge (exemple de la formule (5.21)), en fonction de l'amplitude

Variation de marche due à un balourd (défaut d'équilibre)

(5.21) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Dans les positions verticales, un balourd agit comme un petit pendule sur le balancier. En dessous d'environ 220° d'amplitude, la montre avance lorsque le point lourd est en bas, au-dessus elle retarde ; s'il est en haut, c'est l'inverse. Vers 220°, l'effet s'annule.

Validité : montre en position verticale (axe de balancier horizontal), petit balourd, oscillation sinusoïdale ; β est mesuré balancier en position d'équilibre. Dans les positions horizontales, le balourd n'a pas d'influence sur la marche.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
k_A	Facteur d'amplitude du balourd (selon le tableau ci-dessous)	1
m_u	Balourd (masse qui décale le centre de gravité hors de l'axe)	µg
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
r_u	Distance du balourd à l'axe du balancier	mm
β	Angle (du balourd par rapport à la verticale descendante ; balancier en position d'équilibre)	°
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

Bon à savoir : On reconnaît ainsi un balourd : les marches de positions verticales opposées s'écartent de la moyenne en sens contraires, et la différence augmente quand l'amplitude baisse. C'est pourquoi on contrôle l'équilibre à faible amplitude.

EXEMPLE Une serge porte un balourd de 10 µg à 4,5 mm de l'axe, exactement en bas dans la position verticale contrôlée ($\beta = 0°$). La montre fonctionne avec une amplitude de 270° ($k_\mathrm{A} = -0{,}12$), le spiral a $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$.

Données : $k_\mathrm{A} = -0{,}12$; $m_\mathrm{u} = 10\,\mu\mathrm{g}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $r_\mathrm{u} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\beta = 0°$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}12 \cdot 10\,\mu\mathrm{g} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot \cos(0°)}{2 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -3{,}6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Le balourd fait retarder la montre de 3,6 s par jour dans cette position et avancer de 3,6 s par jour dans la position opposée. Si l'amplitude tombe à 150° ($k_\mathrm{A} = 0{,}36$), cela devient une avance d'environ 11 s par jour.

Facteur d'amplitude k_A du balourd

Amplitude A	très petite	90°	120°	150°	180°	200°	220°	240°	270°	300°	330°
k_A	1	0,72	0,54	0,36	0,18	0,08	0,00	−0,06	−0,12	−0,13	−0,11

Calculé à partir de l'oscillation sinusoïdale du balancier dans le champ de pesanteur ; zéro à 219,5°.

À retenir : Point lourd en bas : avance en dessous de 220° d'amplitude, retard au-dessus de 220°.

5.4 Réglage à partir des valeurs de consigne et des valeurs mesurées

Régler, c'est accorder le moment d'inertie et le couple de rappel spécifique de façon à obtenir la fréquence de consigne. La marche montre de combien la fréquence s'en écarte encore.

Marche à partir de l'écart de fréquence

(5.22) COMPAGNON

$$G = \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
f_{ist}	Fréquence mesurée	Hz
f_{soll}	Fréquence de consigne	Hz

Si le balancier oscille trop vite, la minuterie compte trop d'alternances : la montre avance. Le facteur $86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$ convertit l'écart relatif en secondes par jour. Le même calcul avec les nombres d'alternances figure à la section 8.1, pour le quartz à la section 10.5.

Validité : fréquence moyennée sur la durée de mesure. On peut aussi utiliser les nombres d'alternances à la place des fréquences.

EXEMPLE Un balancier de fréquence de consigne 4 Hz oscille à 4,0005 Hz.

Données : $f_{\text{ist}} = 4{,}0005\,\text{Hz}$; $f_{\text{soll}} = 4\,\text{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{4{,}0005\,\text{Hz} - 4\,\text{Hz}}{4\,\text{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 10{,}8\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

La montre avance de 10,8 s par jour. Une fréquence trop élevée d'un huit-millième seulement se voit déjà nettement sur la marche.

Variation de marche par le couple de rappel spécifique et le moment d'inertie

(5.23) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
ΔD	Variation du couple de rappel spécifique (+ signifie : spiral plus fort)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
ΔJ	Variation du moment d'inertie (+ signifie : balancier plus inerte)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

C'est la formule de base du réglage. Il en découle la formule de la raquette (5.16) et les formules pour les vis et les masselottes. Pour supprimer une marche G, il faut la variation de marche $\Delta G = -G$.

Validité : petites variations (jusqu'à quelques pour cent).

EXEMPLE Lors d'une réparation, on remplace le spiral ; le nouveau a $0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$ de couple de rappel spécifique de plus que l'ancien, qui avait $0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$. En même temps, le balancier de $10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ devient plus inerte de $0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ par l'ajout de rondelles.

Données : $\Delta D = 0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $\Delta J = 0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}}{0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}} - \frac{0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2}{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx 93{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

La montre avance ainsi d'environ une minute et demie par jour : le spiral plus fort apporte 137 s, le balancier plus inerte en retire 43 s.

Appariement : couple de rappel spécifique pour un balancier et une fréquence

(5.24) MAÎTRE

$$D = \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J$$

C'est ainsi que l'on choisit le spiral pour un balancier. Exprimée avec la fréquence, la formule s'écrit $D = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot J$.

Validité : introduire n_h en alternances par seconde et J en kg·m², on obtient alors D en N·m par rad.

D	Couple de rappel spécifique (du spiral ; recherché)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
n_h	Fréquence d'alternances (valeur de consigne)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
J	Moment d'inertie (du balancier)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EXEMPLE Un balancier de $12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ doit battre 21 600 A/h, soit 6 alternances par seconde.

Données : $n_\mathrm{h} = 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $J = 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} D &= \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J \\ &= \pi^2 \cdot \left(21\,600\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\right)^2 \cdot 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \\ &\approx 0{,}426\,\tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Le spiral doit avoir environ $0{,}43\,\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Pour 28 800 A/h, il devrait être presque deux fois plus fort avec le même balancier.

Mesure du moment d'inertie avec un disque additionnel

(5.25) APPROFONDISSEMENT

$$J = \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1}$$

Un moment d'inertie inconnu ne se pèse pas, mais il se mesure par la période : un disque de moment d'inertie connu ralentit l'oscillation d'une quantité calculable.

Validité : même spiral pour les deux mesures, disque monté centré, oscillation libre sans échappement.

J	Moment d'inertie (du balancier ; recherché)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J_Z	Moment d'inertie connu du disque ajouté	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
T_1	Période sans disque	s
T_2	Période avec disque	s

EXEMPLE Un balancier oscille avec son spiral avec une période de 0,250 s. Avec un disque ajouté de $5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, l'oscillation dure 0,306 s.

Données : $J_\mathrm{Z} = 5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $T_1 = 0{,}250\,\mathrm{s}$; $T_2 = 0{,}306\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} \\ &= \frac{5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{\left(\frac{0{,}306\,\mathrm{s}}{0{,}250\,\mathrm{s}}\right)^2 - 1} \\ &\approx 10{,}0\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Le balancier a environ $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. À partir de J et de T_1, la formule (5.1) donne aussi le couple de rappel spécifique du spiral.

5.5 Température

La chaleur modifie l'organe réglant de deux façons. Le spiral devient plus souple, car son module d'élasticité diminue, et toutes les pièces se dilatent. Avec un spiral en acier, le premier effet l'emporte de loin : la montre retarde fortement à la chaleur.

Deux solutions se sont imposées. Le balancier compensé a une serge coupée, en acier à l'intérieur et en laiton à l'extérieur ; à la chaleur, les extrémités libres se courbent vers l'intérieur, le moment d'inertie diminue et compense le spiral plus souple. Aujourd'hui, on utilise des spiraux autocompensateurs en alliages fer-nickel

comme le Nivarox, ou en silicium oxydé, dont le module d'élasticité ne varie presque pas avec la température, associés à un balancier monométallique.

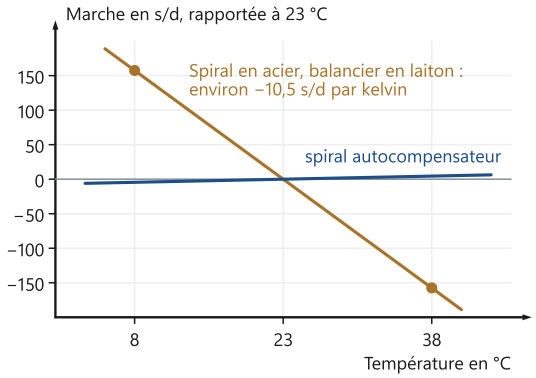


Fig. 5.11 Marche en fonction de la température : spiral en acier avec balancier monométallique et spiral autocompensateur

Coefficient thermique à partir des caractéristiques des matériaux

(5.26) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$C \approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

À la chaleur, le spiral devient plus souple (β_E est négatif pour l'acier) et en même temps plus grand dans toutes ses dimensions ; le balancier grandit et devient donc plus inerte. La formule additionne les trois contributions.

Validité : balancier monométallique non coupé ; échauffement uniforme ; petites variations de température. L'influence de l'huile, de l'échappement et des goupilles de raquette n'est pas prise en compte.

C	Coefficient thermique de la marche (+ signifie : la montre avance à la chaleur)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
β_E	Coefficient thermique du module d'élasticité du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_S	Coefficient de dilatation linéaire du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_U	Coefficient de dilatation linéaire du balancier	$\frac{1}{\mathrm{K}}$

EXEMPLE Un spiral en acier ($\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$, $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) travaille avec un balancier monométallique en laiton ($\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$).

Données : $\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} C &\approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(-240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} + 3 \cdot 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} - 2 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -10{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

La montre perd environ 10,5 s par jour et par kelvin d'échauffement, donc plus de 5 minutes par jour entre 8 °C et 38 °C. Presque tout provient du module d'élasticité.

Matériaux du spiral et du balancier (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	Utilisation	β_E en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$	α en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$
Acier au carbone, trempé	Spiral des montres anciennes	−200 … −270	11 … 13
Nivarox et alliages fer-nickel similaires	Spiral autocompensateur	env. 0, ajustable	env. 8
Silicium, non revêtu	Pour comparaison ; non compensé sans couche d'oxyde	env. −60	2,6
Silicium avec couche d'oxyde	Spiral autocompensateur	env. 0, ajustable	env. 2,6
Laiton	Balancier monométallique		18 … 21
Bronze au béryllium (Glucydur)	Balancier monométallique		17

Pour les spiraux autocompensateurs, le fabricant ajuste β_E de façon qu'il compense exactement la dilatation du spiral et du balancier.

Coefficient thermique à partir de la mesure

(5.27) MAÎTRE

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

TRANSFORMÉE $G_2 = G_1 + C \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$

On contrôle à deux températures, dans la même position et avec le même état d'armage. Les valeurs usuelles sont 8 °C et 38 °C ; le dénominateur vaut alors 30 K. Dans le contrôle des chronomètres, les deux températures sont fixées (section 8.4).

Validité : coefficient moyen entre les deux températures d'essai ; la montre doit être entièrement réchauffée ou refroidie avant chaque mesure.

C	Coefficient thermique de la marche	$\frac{s}{d \cdot K}$
G_2	Marche à la température la plus élevée	$\frac{s}{d}$
G_1	Marche à la température la plus basse	$\frac{s}{d}$
ϑ_2	Température d'essai la plus élevée	°C
ϑ_1	Température d'essai la plus basse	°C

EXEMPLE Une montre avance de 6,0 s par jour à 8 °C et de 1,5 s par jour à 38 °C, chaque fois dans la même position.

Données : $G_2 = 1{,}5\,\frac{s}{d}$; $G_1 = 6{,}0\,\frac{s}{d}$; $\vartheta_2 = 38°C$; $\vartheta_1 = 8°C$

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{1{,}5\,\frac{s}{d} - 6{,}0\,\frac{s}{d}}{38°C - 8°C} = -0{,}15\,\frac{s}{d \cdot K}$$

La montre perd 0,15 s par jour et par kelvin d'échauffement. Le contrôle des chronomètres selon ISO 3159 admet, pour les mouvements de plus de 20 mm de diamètre, jusqu'à 0,6 s par jour et par kelvin dans les deux sens.

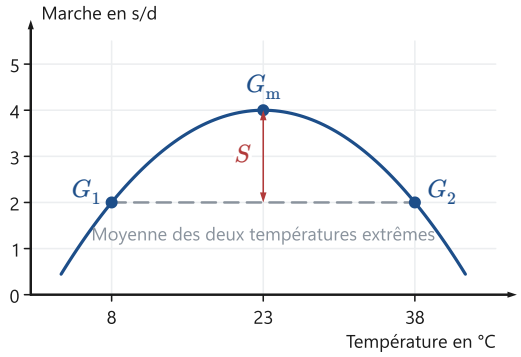


Fig. 5.12 Erreur secondaire S : à la température moyenne, la montre avance, bien que les marches G_1 et G_2 à 8 °C et 38 °C soient égales

Erreur secondaire

(5.28) APPROFONDISSEMENT

$$S = G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

Le balancier compensé compense de façon presque linéaire, mais le spiral en acier ne devient pas plus souple de façon linéaire. Si la marche est juste aux deux températures extrêmes, la montre avance entre les deux. Les spiraux autocompensateurs ne présentent presque plus cette erreur.

Validité : trois mesures dans la même position ; température moyenne exactement au milieu des deux températures extrêmes.

S	Erreur secondaire (+ signifie : la montre avance à la température moyenne)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{m}	Marche à la température moyenne (23 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marche à la température la plus basse (8 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marche à la température la plus élevée (38 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE Une montre de poche à balancier compensé et spiral en acier avance de 2,0 s par jour à 8 °C et à 38 °C, mais de 4,0 s par jour à 23 °C.

Données : $G_{\mathrm{m}} = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} S &= G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'erreur secondaire vaut 2 s par jour ; quelques secondes par jour sont typiques de cette construction. Le coefficient thermique selon la formule (5.27) est ici nul et ne révèle pas l'erreur.

À retenir : Spiral en acier avec balancier simple : environ 11 s de retard par jour et par kelvin d'échauffement.

5.6 Énergie et facteur de qualité

Le balancier en oscillation est un réservoir d'énergie. À chaque oscillation, une petite partie de l'énergie se perd par le frottement de l'air et des paliers ; l'échappement doit restituer exactement cette partie. Plus la perte est faible, moins l'échappement perturbe la marche.

Énergie du balancier en oscillation

(5.29) MAÎTRE

$$W = \frac{D \cdot A^2}{2}$$

Au point de rebroussement, toute l'énergie se trouve dans le spiral armé, en position d'équilibre dans le mouvement du balancier : $W = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{\max}^2$. L'énergie croît avec le carré de l'amplitude. C'est l'énergie d'un ressort de torsion selon la formule (2.26).

Validité : amplitude en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$.

W	Énergie (de l'oscillation)	$\mu\mathrm{J}$
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$
A	Amplitude (en radians)	rad

EXEMPLE Quelle énergie contient un balancier avec $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$ à 270° d'amplitude (4,71 rad) ?

Données : $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $A = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{D \cdot A^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Environ 7 µJ. À 220°, il n'y aurait plus que 4,7 µJ, soit les deux tiers.

Facteur de qualité

(5.30) APPROFONDISSEMENT

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W}$$

Q	Facteur de qualité	1
W	Énergie (de l'oscillation)	μJ
ΔW	Perte d'énergie par oscillation complète	μJ

Le facteur de qualité compare l'énergie stockée à la perte par oscillation. Un facteur de qualité élevé signifie que l'oscillateur a besoin de peu d'apport et se laisse peu perturber par l'échappement.

Validité : oscillateur faiblement amorti (Q très supérieur à 1). Pour le balancier, Q dépend un peu de l'amplitude et de la position.

EXEMPLE Le balancier de l'exemple précédent perd 0,176 µJ par oscillation.

Données : $W = 7{,}01\,\mu J; \quad \Delta W = 0{,}176\,\mu J$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}01\,\mu J}{0{,}176\,\mu J} \\ &\approx 250 \end{aligned}$$

Un facteur de qualité d'environ 250 est courant pour une montre-bracelet. Un bon pendule battant la seconde atteint quelques milliers à plus de dix mille, un quartz horloger plusieurs dizaines de milliers.

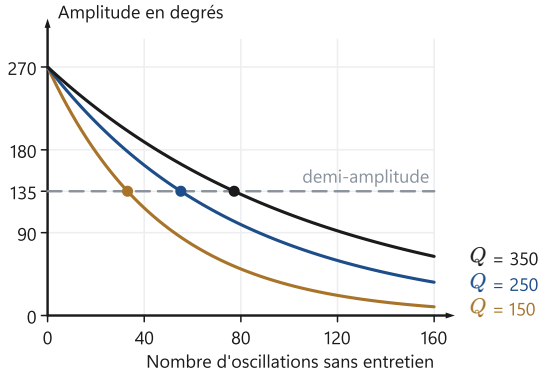


Fig. 5.13 Oscillations libres sans entretien : l'amplitude diminue de moitié après environ $0{,}22 \cdot Q$ oscillations

Oscillations libres sans entretien

(5.31) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$A_\mathrm{N} \approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_\mathrm{S}}{Q}}$$

TRANSFORMÉE

$$Q \approx \frac{\pi \cdot N_\mathrm{S}}{\ln\left(\frac{A_0}{A_\mathrm{N}}\right)}$$

A_N	Amplitude après N_S oscillations	°
A_0	Amplitude initiale	°
N_S	Nombre d'oscillations complètes (sans entretien)	1
Q	Facteur de qualité	1

Sans entretien, l'oscillation s'amortit. L'amplitude diminue de moitié après environ $0{,}22 \cdot Q$ oscillations. Inversement, un essai d'amortissement fournit le facteur de qualité.

Validité : frottement proportionnel à la vitesse (frottement de l'air), Q constant pendant l'essai. Le frottement des paliers fait chuter l'amplitude plus vite vers la fin.

EXEMPLE Un balancier avec $Q = 250$ oscille à 270° et n'est plus entretenu. Quelle est l'amplitude après 55 oscillations ?

Données : $A_0 = 270°$; $N_\mathrm{S} = 55$; $Q = 250$

$$\begin{aligned} A_\mathrm{N} &\approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_\mathrm{S}}{Q}} \\ &= 270° \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot 55}{250}} \\ &\approx 135° \end{aligned}$$

Après 55 oscillations, soit un peu moins de 14 s à 4 Hz, l'amplitude a diminué de moitié.

Puissance nécessaire au balancier

(5.32) MAÎTRE

$$P = \Delta W \cdot f$$

P	Puissance (que l'échappement doit fournir au balancier)	µW
ΔW	Perte d'énergie par oscillation complète	µJ
f	Fréquence (oscillations complètes par seconde)	Hz

En régime établi, l'échappement remplace exactement la perte à chaque oscillation. Exprimée avec le facteur de qualité : $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot W}{Q}$. P désigne ici la puissance, et non le pas de vis.

Validité : régime établi à amplitude constante.

EXEMPLE Le balancier des exemples précédents perd 0,176 µJ par oscillation et oscille à 4 Hz.

Données : $\Delta W = 0{,}176\,\mu\mathrm{J}$; $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} P &= \Delta W \cdot f \\ &= 0{,}176\,\mu\mathrm{J} \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}704\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Le balancier a besoin d'environ 0,7 µW. Le barillet doit fournir plusieurs fois plus, car le rouage et l'échappement n'en transmettent qu'une partie (chapitres 3 et 7).

À retenir : Amplitude double, énergie quadruple.

5.7 Isochronisme

Isochrone signifie « de même durée » : un organe réglant idéal met le même temps pour les grandes et les petites oscillations. La formule (5.1) le satisfait, la montre réelle seulement approximativement. Comme l'amplitude diminue lorsque le ressort moteur se désarme et dans les positions verticales, tout défaut d'isochronisme se manifeste par un écart de marche entre la montre entièrement remontée et presque désarmée, ainsi qu'entre les positions.

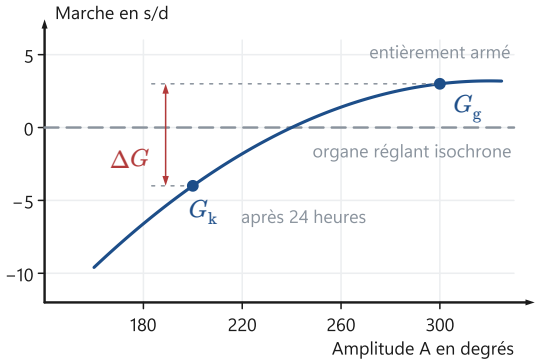


Fig. 5.14 Diagramme marche-amplitude (principe) : le défaut d'isochronisme ΔG est l'écart de marche entre petite et grande amplitude

Le **défaut d'isochronisme** est l'écart de marche entre petite et grande amplitude, mesuré dans la même position et à la même température (fig. 5.14). Le plus simple est de mesurer la montre entièrement remontée puis après 24 heures de marche ; la formule et l'exemple correspondants figurent à la section 8.3, formule (8.14). Si la montre ralentit à faible amplitude, cela tient souvent à un jeu trop important du spiral entre les goupilles de raquette. Le tableau indique d'autres causes.

Ce qui perturbe l'isochronisme

Cause	Effet à faible amplitude	Remède
Jeu du spiral entre les goupilles de raquette	Retard : le spiral appuie sur la goupille pendant une plus petite partie de l'oscillation et agit en moyenne comme s'il était plus long	Réduire le jeu, placer le spiral au milieu entre les goupilles
Échappement (dégagement avant, impulsion autour de la position d'équilibre)	Le plus souvent retard, car l'engrènement occupe une plus grande partie de l'oscillation	Échappement libre, amplitude élevée, facteur de qualité élevé
Balourd du balancier	Dans les positions verticales, avance ou retard selon la position du point lourd (section 5.3)	Équilibrer
Développement excentrique du spiral plat	Le centre de gravité du spiral se déplace, les pivots sont chargés latéralement ; la marche dépend de l'amplitude et de la position	Courbe terminale Breguet ou spiral de forme adaptée
Position du point d'attache intérieur à la virole	Avance ou retard dans les positions verticales selon la position du point d'attache	Point d'attache selon les indications du fabricant ; exploité de façon ciblée lors du réglage de précision

Les effets se superposent. Lors du réglage de précision, on les accorde de façon qu'ils s'annulent autant que possible.

La courbe terminale Breguet relève la spire extérieure et la conduit vers le piton par un arc plus serré. Si la forme est correcte, le spiral s'ouvre et se ferme uniformément dans toutes les directions, son centre de gravité reste dans l'axe et les pivots ne subissent pas de poussée latérale. La forme de la courbe terminale obéit à des règles de construction, mais il n'existe pas de formule simple ; on la forme d'après un gabarit et on la contrôle sur la marche.

À retenir : Un organe réglant est isochrone lorsque sa marche ne dépend pas de l'amplitude.

6 Pendule

Le pendule est l'organe réglant de l'horloge. Sa période ne dépend que de sa longueur et de l'accélération de la pesanteur, non de la masse de la lentille, et pour de faibles amplitudes à peine de l'amplitude. C'est pourquoi on règle une pendule par la longueur : lentille plus haute, horloge plus rapide.

Les formules valent pour de faibles amplitudes de quelques degrés, telles qu'elles sont usuelles dans les horloges. L'effet des grandes amplitudes, de la température et du lieu d'installation est traité aux sections 6.4 et 6.5.

6.1 Pendule simple

Le pendule simple (pendule mathématique) est le modèle avec lequel nous calculons : une masse ponctuelle suspendue à un fil sans poids. Les pendules réels s'en écartent peu ; leur calcul exact est donné à la section 6.3.

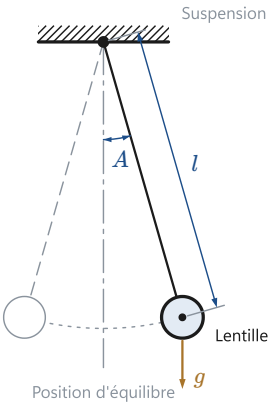


Fig. 6.1 Pendule simple : longueur l jusqu'au centre de gravité de la lentille, amplitude A (exagérée pour la clarté)

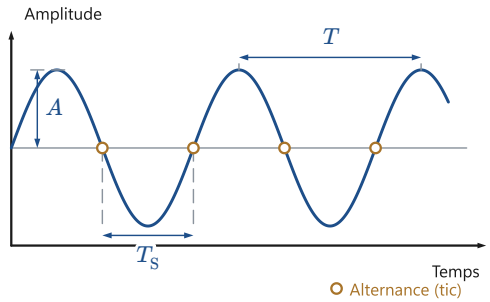


Fig. 6.2 Une alternance est une demi-oscillation : $T_S = \frac{1}{2} T$

Période

(6.1) COMPAGNON

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

TRANSFORMÉE $l = \dfrac{g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$

T	Période (oscillation complète, aller et retour)	s
l	Longueur du pendule (du point de suspension au centre de gravité de la lentille)	m
g	Accélération de la pesanteur (en Europe centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

La période croît comme la racine carrée de la longueur : un pendule quatre fois plus long oscille deux fois plus lentement.

Validité : faibles amplitudes (jusqu'à environ 5°), lentille ponctuelle, sans frottement. Pour un pendule réel, remplacer l par la longueur réduite l_{r} (section 6.3).

Bon à savoir : La masse de la lentille n'apparaît pas dans la formule. Une lentille plus lourde ne modifie pas la période ; elle rend seulement le pendule moins sensible aux perturbations venant de l'échappement et du rouage.

EXEMPLE Un pendule mesure 0,5 m du point de suspension au milieu de la lentille. Quelle est sa période ?

Données : $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}42\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Une oscillation complète, aller et retour, dure environ 1,42 s ; chaque alternance dure 0,71 s.

Durée d'une alternance (demi-oscillation)

(6.2) COMPAGNON

$$T_{\mathrm{S}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

T_{S}	Durée d'une alternance (demi-oscillation, d'un point mort à l'autre)	s
l	Longueur du pendule	m
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Les horlogers comptent les alternances. Une alternance est une demi-oscillation, donc la moitié de la période ; chaque alternance s'entend comme un tic.

Validité : comme pour la formule (6.1).

EXEMPLE Combien de temps dure une alternance pour un pendule de 994 mm de longueur ?

Données : $l = 0{,}994\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{S}} &= \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}994\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Exactement une seconde : un pendule de 994 mm est un pendule battant la seconde, tel qu'il oscille dans les régulateurs et dans beaucoup d'horloges de parquet.

Fréquence d'alternances à partir de la période

(6.3) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{h}} = \frac{2}{T}$$

TRANSFORMÉE $T = \frac{2}{n_{\mathrm{h}}}$

n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
T	Période	s

À chaque oscillation complète, le pendule bat deux fois. Pour les horloges, on indique souvent la fréquence d'alternances par minute, pour les montres en demi-oscillations par heure (A/h).

EXEMPLE Un pendule a une période de 1,5 s. Quelle est la fréquence d'alternances par heure ?

Données : $T = 1{,}5\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= \frac{2}{T} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 4800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

4800 alternances par heure, soit 80 alternances par minute.

Longueur du pendule à partir de la fréquence d'alternances

(6.4) COMPAGNON

$$l = \frac{g}{\pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	Longueur du pendule	m
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
n_{h}	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

C'est ainsi qu'on détermine la longueur d'un pendule manquant : calculer la fréquence d'alternances à partir des nombres de dents du rouage (chapitre 4), puis la longueur.

Validité : comme pour la période, formule (6.1) ; introduire n_{h} en alternances par seconde lorsque g est en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

EXEMPLE Un mouvement d'horloge est conçu pour 90 alternances par minute, soit 1,5 alternance par seconde. Quelle doit être la longueur du pendule ?

Données : $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $n_{\mathrm{h}} = 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{g}{\pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\pi^2 \cdot \left(1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2} \\ &\approx 0{,}442\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Le pendule doit mesurer environ 442 mm du point de suspension au milieu de la lentille.

Longueur du pendule à partir des alternances par minute (formule d'atelier)

(6.5) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$l = \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	Longueur du pendule en mm	mm
n_{h}	Fréquence d'alternances en alternances par minute	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Le nombre 3 578 400 est la longueur du pendule battant la seconde (994 mm) multipliée par 60^2. N'introduire les valeurs que dans les unités indiquées.

Validité : $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; l en mm, n_{h} en alternances par minute.

EXEMPLE Quelle est la longueur du pendule pour 90 alternances par minute ?

Données : $n_{\mathrm{h}} = 90\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$l = \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2}$$
$$= \frac{3\,578\,400}{90^2}$$
$$\approx 442\,\mathrm{mm}$$

Environ 442 mm, comme avec la formule précédente.

À retenir : Un pendule de 994 mm bat la seconde. Un pendule quatre fois plus long bat deux fois moins souvent.

6.2 Réglage par la longueur du pendule

Si une pendule avance, on allonge le pendule ; si elle retarde, on le raccourcit. Comme la période croît avec la racine carrée de la longueur, 1 ‰ de longueur en plus ralentit l'oscillation de 0,5 ‰, soit 43 s par jour.

Variation de marche par variation de longueur

(6.6) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variation de longueur (+ signifie : pendule plus long, lentille plus basse)	mm
l	Longueur du pendule	mm

Un pendule plus long oscille plus lentement, l'horloge ralentit ; d'où le signe moins. Le facteur $86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ convertit la variation relative en secondes par jour.

Validité : petites variations (Δl très petit devant l) ; pendule sans tige lourde.

Bon à savoir : Pour les pendules à tige lourde, le centre d'oscillation se déplace moins que la lentille. Il faut alors déplacer la lentille davantage que calculé. Si l'on calcule avec la longueur du pendule déduite de la fréquence d'alternances, une tige pesant 10 %, 20 % et 30 % de la masse de la lentille demande environ 3 %, 7 % et 10 % de course en plus. Pour le pendule réel, on calcule donc souvent avec le facteur 2,2 au lieu de 2, voir formule (6.7).

EXEMPLE Une horloge de parquet avec un pendule de 994 mm avance de 30 s par jour. Elle doit donc ralentir de 30 s par jour. De combien faut-il descendre la lentille ?

Données : $\Delta G = -30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $\quad l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 994\,\mathrm{mm} \cdot \left(-30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\right)}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}69\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lentille doit descendre d'environ 0,7 mm, le pendule doit donc s'allonger.

Déplacement de la lentille à partir de la marche et de la fréquence d'alternances (formule d'atelier)

(6.7) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$\Delta l \approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

Δl	Course de la lentille en mm (+ signifie : lentille plus basse)	mm
G	Marche de l'horloge en secondes par jour (+ signifie : l'horloge avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n_{h}	Fréquence d'alternances en alternances par minute	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Si l'horloge avance, on descend la lentille ; si elle retarde, on la monte. Le nombre 90 contient la longueur du pendule déduite de la fréquence d'alternances et un supplément pour le pendule réel. Pour le pendule simple, les formules (6.5) et (6.6) donnent ensemble $\frac{2 \cdot 3\,578\,400}{86\,400} \approx 83$. Avec le facteur 2,2 au lieu de 2, on obtient 91, arrondi à 90.

Validité : Δl en mm, G en secondes par jour, n_{h} en alternances par minute. Valeur indicative pour un pendule dont la tige participe à l'oscillation ; pour une tige très légère, on prend 83 au lieu de 90. Après le déplacement, on mesure de nouveau la marche.

EXEMPLE L'horloge de parquet de l'exemple de la formule (6.6) bat 60 fois par minute et avance de 30 s par jour. De combien descend-on la lentille ?

Données : $G = 30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n_{\mathrm{h}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{90 \cdot 30}{60^2} \\ &= 0{,}75\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lentille descend de 0,75 mm. Pour le pendule simple, on avait 0,69 mm ; la différence est le supplément pour la tige qui oscille avec la lentille.

Variation de marche par l'écrou de réglage

(6.8) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $N \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{P \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Nombre de tours (de l'écrou ; + signifie : lentille plus basse)	1
P	Pas du filetage (de l'écrou de réglage)	mm
l	Longueur du pendule	mm

Un tour complet de l'écrou déplace la lentille d'un pas de filetage.

Validité : la lentille repose sur l'écrou ; pendule sans tige lourde.

EXEMPLE De combien un tour complet de l'écrou de réglage (pas 0,5 mm) modifie-t-il la marche d'un pendule battant la seconde, si la lentille descend ?

Données : $N = 1$; $P = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -21{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'horloge ralentit d'environ 22 s par jour. Les corrections plus fines se font par fractions de tour ; beaucoup d'écrous portent pour cela une graduation.

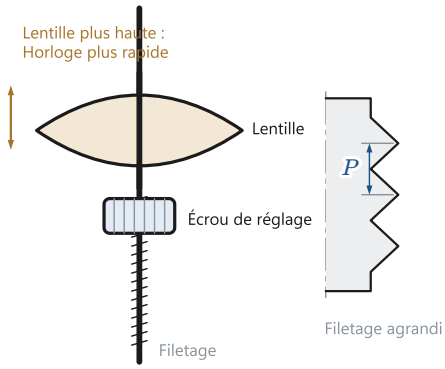


Fig. 6.3 L'écrou de réglage monte ou descend la lentille du pas P à chaque tour

À retenir : Lentille plus haute, horloge plus rapide. Pour le pendule battant la seconde, 1 mm donne environ 43 s par jour.

Masselottes de réglage. Les pendules de précision ne se règlent finalement plus à l'écrou, mais avec de petits poids posés sur une tablette fixée à la tige du pendule. Le pendule continue d'osciller pendant l'opération. Chaque poids ajouté fait avancer l'horloge, chaque poids retiré la fait retarder.

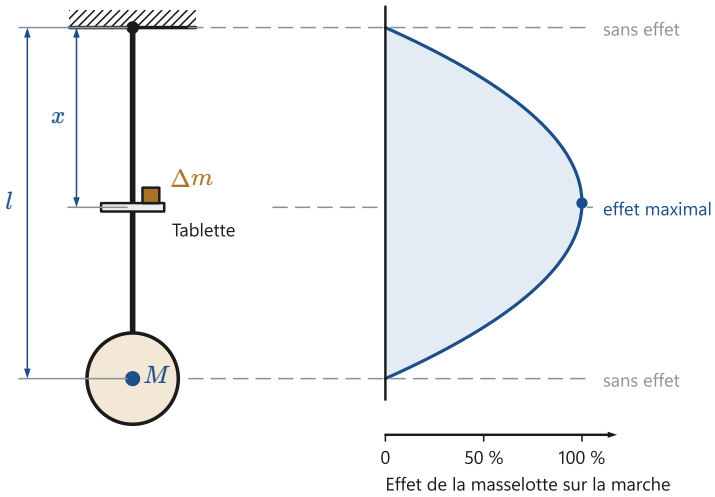


Fig. 6.4 Masselotte Δm à la distance x sous la suspension : l'effet sur la marche est maximal à mi-longueur du pendule et nul à la suspension et au centre d'oscillation M

Masselotte de réglage à mi-longueur du pendule

(6.9) APPROXIMATION COMPAGNON

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m}{8 \cdot m} \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

TRANSFORMÉE $\Delta m \approx \dfrac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masse de la masselotte (+ signifie : ajoutée)	g
m	Masse (du pendule)	kg

La masselotte se trouve au-dessus du centre d'oscillation et raccourcit un peu la longueur efficace du pendule. Comme 86 400 divisé par 8 donne 10 800, on calcule plus simplement à l'atelier : $\Delta m = \frac{m \cdot \Delta G}{10\,800}$ avec ΔG en secondes par jour.

Validité : tablette à mi-longueur du pendule, donc à mi-chemin entre la suspension et le centre d'oscillation ; masselotte beaucoup plus légère que le pendule ; masse du pendule concentrée pour l'essentiel dans la lentille. Avec une tige lourde, la masselotte agit un peu plus fortement.

EXEMPLE Une pendule de précision avec un pendule de 6 kg retarde de 0,5 s par jour. Quelle masselotte compense ce retard ?

Données : $m = 6\,\mathrm{kg}$; $\Delta G = 0{,}5 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta m &\approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{8 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}28\,\mathrm{g}\end{aligned}$$

Environ 0,28 g. À retenir : la 10 800e partie de la masse du pendule, ici 0,56 g, donne 1 s par jour.

Masselotte de réglage à hauteur quelconque

(6.10) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

À la suspension et au centre d'oscillation, une masselotte reste sans effet. Entre les deux, elle fait avancer l'horloge, le plus fortement au milieu. Au-dessous du centre d'oscillation, elle la fait retarder.

Validité : masselotte beaucoup plus légère que le pendule ; pendule calculé comme masse ponctuelle à la longueur l.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masse de la masselotte (+ signifie : ajoutée)	g
x	Distance (de la suspension à la masselotte)	mm
m	Masse (du pendule)	kg
l	Longueur du pendule (de la suspension au centre d'oscillation)	mm

Bon à savoir : Autour de la mi-longueur du pendule, l'effet varie à peine avec la hauteur. C'est donc là que la tablette est bien placée : quelques millimètres n'y changent rien. Un poids de réglage coulissant, en revanche, n'a pas sa place au milieu, car son déplacement n'y produit presque rien.

EXEMPLE Le pendule de l'exemple précédent (6 kg) est un pendule battant la seconde de 994 mm de longueur. On y pose 1 g non pas au milieu, mais 331 mm sous la suspension, donc au tiers de la longueur. De combien la marche varie-t-elle ?

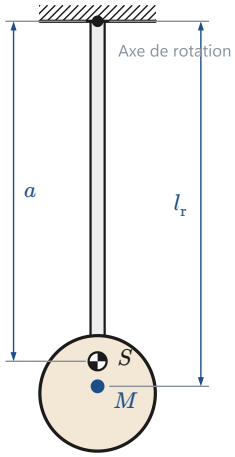
Données : $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$; $x = 331\,\mathrm{mm}$; $m = 6\,\mathrm{kg}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{g} \cdot 331\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot \left(1 - \frac{331\,\mathrm{mm}}{994\,\mathrm{mm}}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 1{,}60\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'horloge avance d'environ 1,6 s par jour de plus. À mi-longueur, ce serait 1,8 s.

6.3 Pendule pesant

Un pendule réel a une tige de masse propre et une lentille étendue. Il oscille comme un pendule simple de longueur réduite l_r. Celle-ci va jusqu'au centre d'oscillation, situé un peu au-dessous du centre de gravité.



S centre de gravité · M centre d'oscillation

Fig. 6.5 Pendule pesant : centre de gravité S à la distance a, centre d'oscillation M à la longueur réduite l_r

Période du pendule pesant

(6.11) MAÎTRE

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}}$$

Validité : faibles amplitudes, sans frottement, pendule rigide.

T	Période	s
J_A	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation (suspension)	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masse (du pendule entier)	kg
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
a	Distance (de l'axe de rotation au centre de gravité)	m

EXEMPLE Une tige homogène (longueur 1 m, masse 0,6 kg) oscille autour de son extrémité supérieure. Son moment d'inertie par rapport à cette extrémité est $J_\mathrm{A} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$, le centre de gravité se trouve au milieu.

Données : $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}}} \\ &\approx 1{,}64\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

1,64 s ; un pendule à fil de 1 m aurait 2,01 s. La tige oscille plus vite, car une partie de sa masse est proche de l'axe de rotation.

Longueur réduite du pendule

(6.12) MAÎTRE

$$l_\mathrm{r} = \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a}$$

La longueur réduite est la longueur du pendule simple de même période. Avec l_r au lieu de l, toutes les formules des sections 6.1 et 6.2 s'appliquent.

l_r	longueur réduite du pendule (de l'axe de rotation au centre d'oscillation)	m
J_A	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masse (du pendule entier)	kg
a	Distance (de l'axe de rotation au centre de gravité)	m

EXEMPLE Quelle est la longueur du pendule à fil équivalent pour la tige de l'exemple précédent ?

Données : $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{r} &= \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} \\ &\approx 0{,}667\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

La tige oscille comme un pendule à fil de 667 mm, donc comme un pendule des deux tiers de sa longueur.

Moment d'inertie par rapport à la suspension (théorème de Huygens-Steiner) (6.13) MAÎTRE

$$J_{\mathrm{A}} = J_{\mathrm{S}} + m \cdot a^2$$

C'est ainsi qu'on ramène le moment d'inertie d'une pièce de son centre de gravité à l'axe de rotation du pendule. Pour plusieurs pièces, on additionne les contributions.

J_{A}	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
J_{S}	Moment d'inertie par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
m	Masse (de la pièce)	kg
a	Distance (entre les deux axes)	m

EXEMPLE Une lentille (disque, masse 1,2 kg, rayon 60 mm) est suspendue avec son centre 0,9 m sous la suspension. Autour de son propre centre, elle a $J_{\mathrm{S}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.

Données : $J_{\mathrm{S}} = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$; $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} J_{\mathrm{A}} &= J_{\mathrm{S}} + m \cdot a^2 \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg{\cdot}m^2} + 1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}9\,\mathrm{m})^2 \\ &\approx 0{,}974\,\mathrm{kg{\cdot}m^2} \end{aligned}$$

Presque tout le moment d'inertie provient de la distance à la suspension. C'est pourquoi un pendule à lentille lourde et tige légère se comporte presque comme un pendule simple.

6.4 Amplitude et erreur circulaire

Les formules de la section 6.1 ne sont exactes que pour des amplitudes infiniment petites. Plus le pendule s'écarte, plus une oscillation dure longtemps. L'horloge ne ressent cette erreur circulaire que lorsque l'amplitude varie, par exemple parce que la force motrice diminue ou que l'huile de l'échappement vieillit.

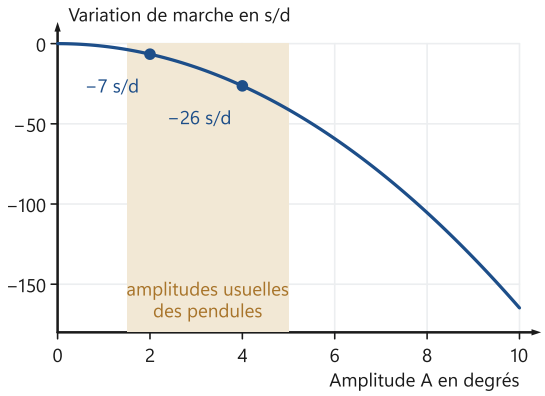


Fig. 6.6 Erreur circulaire : plus l'amplitude est grande, plus le pendule oscille lentement (marche par rapport à une très faible amplitude)

Période pour une grande amplitude

(6.14) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$T \approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right)$$

Validité : amplitudes jusqu'à environ 20°. Introduire A en radians : degrés fois $\frac{\pi}{180}$.

T	Période (à l'amplitude A)	s
T_0	Période pour une très faible amplitude (formule 6.1)	s
A	Amplitude (écart du pendule, en radians)	rad

EXEMPLE Un pendule battant la seconde ($T_0 = 2\,\mathrm{s}$) oscille avec une amplitude de 4°, soit 0,0698 rad.

Données : $T_0 = 2\,\mathrm{s}$; $A = 0{,}0698\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} T &\approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right) \\ &= 2\,\mathrm{s} \cdot \left(1 + \frac{(0{,}0698\,\mathrm{rad})^2}{16}\right) \\ &\approx 2{,}0006\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Chaque oscillation dure 0,6 ms de plus ; par rapport à une très faible amplitude, l'horloge perd ainsi environ 26 s par jour.

Variation de marche lors d'une variation d'amplitude

(6.15) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Si l'amplitude diminue, l'horloge devient plus rapide.

Validité : comme ci-dessus.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
A_2	Amplitude après (radians)	rad
A_1	Amplitude avant (radians)	rad

EXEMPLE L'amplitude passe de 2,5° (0,0436 rad) à 2,0° (0,0349 rad).

Données : $A_2 = 0{,}0349\,\mathrm{rad}$; $A_1 = 0{,}0436\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{(0{,}0349\,\mathrm{rad})^2 - (0{,}0436\,\mathrm{rad})^2}{16} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 3{,}7\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'horloge gagne environ 3,7 s par jour. Une force motrice constante maintient l'amplitude et donc la marche constantes ; c'est une des raisons pour lesquelles les pendules de précision sont entraînées par un poids.

6.5 Température et lieu d'installation

La chaleur dilate la tige du pendule, l'horloge retarde. Et comme l'accélération de la pesanteur n'est pas partout la même, une pendule doit être réglée de nouveau après un déménagement.

Variation de marche due à la température

(6.16) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Plus chaud signifie plus long, plus long signifie plus lent.

Validité : pendule non compensé ; dilatation de la lentille et de la suspension négligée.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
α	Coefficient de dilatation linéique (de la tige du pendule)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	Variation de température	K

EXEMPLE Une pendule à tige d'acier ($\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) se trouve en été dans une pièce plus chaude de 10 K qu'en hiver.

Données : $\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 10\,\mathrm{K}}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -4{,}97\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En été, l'horloge ralentit d'environ 5 s par jour. Avec une tige en bois, l'erreur se réduit à environ un tiers, avec une tige en invar à environ un dixième à un sixième.

Coefficients de dilatation linéique pour tiges de pendule (valeurs indicatives à 20 °C)

Matériau	α en $10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$
Zinc	30
Aluminium	23
Laiton	18 … 21
Acier non allié	11 … 13
Bois (épicéa, dans le sens des fibres)	3 … 5
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
Verre de quartz	0,5

Les valeurs varient selon l'alliage, le traitement thermique et, pour le bois, l'humidité.

Compensation thermique par deux matériaux

(6.17) APPROFONDISSEMENT

$$\alpha_1 \cdot l_1 = \alpha_2 \cdot l_2$$

TRANSFORMÉE $l_2 = \dfrac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2}$

Dans le pendule à gril et dans le pendule acier-zinc, un matériau à forte dilatation soulève la lentille d'autant que l'acier l'abaisse.

Validité : simplifié, tiges seules. La dilatation de la lentille et la position du centre d'oscillation décalent un peu le résultat ; c'est pourquoi on ajuste finement après la construction.

α_1	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le bas (acier)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_1	Longueur totale des parties agissant vers le bas	m
α_2	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le haut (zinc, laiton)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_2	Longueur totale des parties agissant vers le haut	m

EXEMPLE Un pendule acier-zinc comporte au total 1,2 m d'acier ($\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) qui se dilate vers le bas. Quelle doit être la longueur du tube de zinc ($\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) ?

Données : $\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $l_1 = 1{,}2\,\mathrm{m}$; $\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2} \\ &= \frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}} \\ &\approx 0{,}46\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Le tube de zinc doit mesurer environ 46 cm.

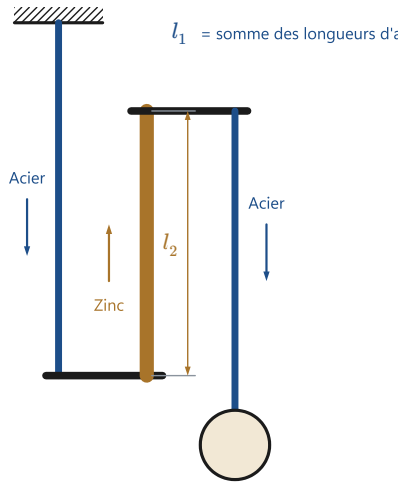


Fig. 6.7 Pendule acier-zinc, éclaté pour la clarté : l'acier abaisse la lentille, le zinc la soulève

Variation de marche due à un autre lieu d'installation

(6.18) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\Delta G \approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Là où l'accélération de la pesanteur est plus grande, le pendule oscille plus vite.

ΔG	Variation de marche (+ signifie : l'horloge devient plus rapide)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δg	Variation de l'accélération de la pesanteur (nouveau lieu moins ancien lieu)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
g	Accélération de la pesanteur à l'ancien lieu	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EXEMPLE Une horloge de parquet réglée à Hambourg ($g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) est transportée à Munich ($g = 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$), donc $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Données : $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -28{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

À Munich, l'horloge retarde d'environ 28 s par jour et doit y être réglée de nouveau.

Accélération de la pesanteur selon la latitude et l'altitude

(6.19) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$g \approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h$$

La formule donne la pesanteur normale d'une Terre idéale. Le sous-sol s'en écarte localement jusqu'à environ $0{,}0005\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, davantage en haute montagne ; pour régler une horloge, cela suffit.

Validité : formule internationale de la pesanteur de 1980 avec correction d'altitude à l'air libre.

g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
φ	latitude géographique	°
h	Altitude (au-dessus du niveau de la mer)	m

EXEMPLE Accélération de la pesanteur à Munich : latitude 48,14°, altitude 520 m.

Données : $\varphi = 48{,}14°$; $h = 520\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}g &\approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h \\ &= 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 (48{,}14°) - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot 48{,}14°)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot 520\,\mathrm{m} \\ &\approx 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\end{aligned}$$

Environ $9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; Hambourg, au niveau de la mer, a $9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

7 Échappements

L'échappement se situe entre le rouage et l'organe réglant. Il arrête le rouage, le libère dent par dent au rythme du balancier ou du pendule et restitue à l'organe réglant l'énergie qu'il perd par frottement. L'échappement compte donc les oscillations. La précision de la montre dépend aussi du peu qu'il perturbe l'organe réglant.

Le chapitre commence par les grandeurs communes à tous les échappements. Suivent la géométrie de l'échappement à ancre suisse, le bilan énergétique, les bruits de l'échappement qu'exploite un chronocomparateur, et les échappements d'horloge.

7.1 Grandeurs de base de tous les échappements

Tout échappement libère le rouage par pas égaux et entretient en même temps l'organe réglant. Les notions sont les mêmes pour tous les types. Dans ce chapitre, les angles sont notés uniformément γ à la roue d'échappement, β à l'ancre, λ et A au balancier. Dans l'échappement à ancre, la roue d'échappement est aussi appelée roue d'ancre.

Notions de l'échappement

Notion	Signification	Angle
Repos	Une dent repose sur le plan de repos, la roue est arrêtée. Mesuré comme chemin de l'ancre jusqu'au début de l'impulsion.	β_{R} à l'ancre
Dégagement	L'organe réglant pousse la levée hors du repos et libère la dent.	partie de λ
Impulsion	La dent glisse sur le plan d'impulsion et entretient l'organe réglant par l'intermédiaire de l'ancre.	γ_{H} à la roue, β_{H} à l'ancre
Chute	La roue tourne librement jusqu'à ce que la dent suivante tombe sur son plan de repos.	γ_{F} à la roue
Tirage	Inclinaison du plan de repos par laquelle la roue attire l'ancre contre la limitation.	ψ à la levée
Chemin perdu	Chemin de l'ancre après la chute jusqu'à la limitation ; sécurité pour le repos.	β_{V} à l'ancre
Angle de levée	Chemin du balancier tant que la cheville de plateau est dans la fourchette.	λ au balancier
Arc supplémentaire	Chemin de l'organe réglant hors de la levée, jusqu'au point mort.	φ_{E} au balancier ou au pendule

Le balancier utilise son angle de levée à la fois pour le dégagement et pour l'impulsion.

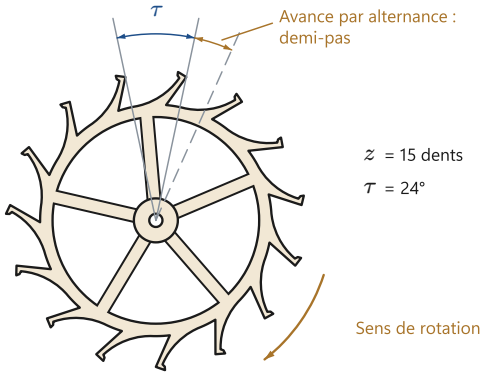


Fig. 7.1 Pas τ de la roue d'échappement ; à chaque alternance, la roue avance d'un demi-pas

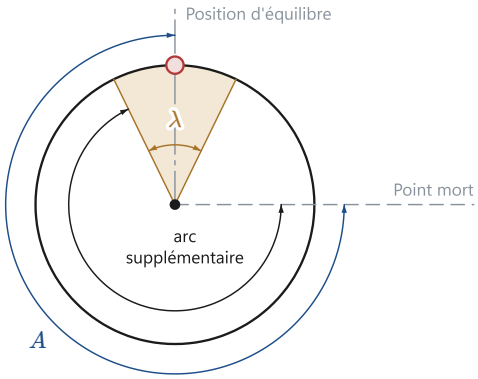


Fig. 7.2 Chemin de la cheville de la position d'équilibre au point mort : amplitude A, angle de levée λ et arc supplémentaire

Pas de la roue d'échappement

(7.1) COMPAGNON

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

Le pas est l'angle d'une dent à la suivante. À chaque alternance, la roue avance d'un demi-pas, car chaque dent travaille successivement sur les deux levées.

Validité : échappements à ancre, à cylindre, Graham et à recul. Dans l'échappement à détente, la roue n'avance qu'à une alternance sur deux, mais alors d'un pas entier.

τ	Pas (de la roue d'échappement ; angle d'une dent à la suivante)	$^\circ$
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Quel est le pas d'une roue d'échappement de 15 dents ?

Données : $z = 15$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{15} \\ &= 24^\circ\end{aligned}$$

Le pas vaut 24°, l'avance par alternance donc 12°.

Fréquence d'alternances et vitesse de rotation de la roue d'échappement

(7.2) COMPAGNON

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z \cdot n_\mathrm{H}$$

TRANSFORMÉE $n_\mathrm{H} = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z}$

Pendant un tour de la roue d'échappement, chaque dent passe une fois et permet deux alternances. La formule relie le rouage et l'organe réglant : de la fréquence d'alternances et du nombre de dents découle la vitesse à laquelle la roue d'échappement doit tourner (chapitre 4). Le même calcul figure avec les nombres de dents du rouage à la section 4.2.

Validité : tous les échappements où une dent passe par oscillation, y compris les échappements à cylindre et à détente.

n_h	Fréquence (alternances par unité de temps)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
n_H	Vitesse de rotation de la roue d'échappement	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Bon à savoir : Avec un pendule battant la seconde et 30 dents, la roue d'échappement fait exactement un tour par minute. C'est pourquoi son axe peut porter l'aiguille des secondes.

EXEMPLE Un mouvement à pendule fait 4800 alternances par heure, soit 80 par minute. La roue d'échappement a 32 dents. À quelle vitesse tourne-t-elle ?

Données : $n_\mathrm{h} = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z = 32$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{H} &= \frac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z} \\ &= \frac{4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 32} \\ &= \frac{80\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{2 \cdot 32} \\ &\approx 1{,}25\ \frac{1}{\mathrm{min}}\end{aligned}$$

La roue d'échappement fait 1,25 tour par minute ; un tour dure donc 48 s. Pour la montre, un exemple figure à la formule (4.8).

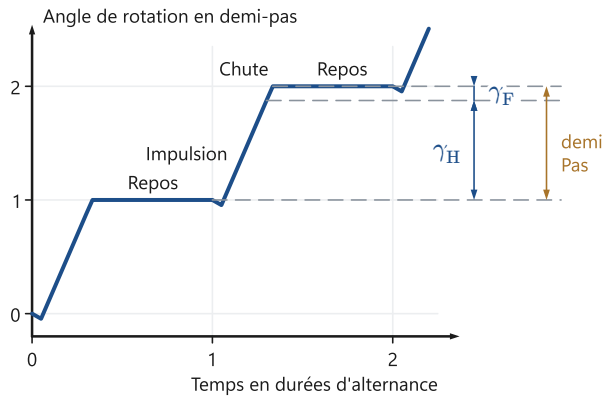


Fig. 7.3 Chemin de la roue d'échappement en deux alternances : impulsion γ_H et chute γ_F donnent le demi-pas. Le petit creux avant chaque impulsion est le recul au dégagement d'un échappement avec tirage. L'axe du temps n'est pas à l'échelle : dans la montre, impulsion et chute ne durent que quelques centièmes de la durée d'une alternance

Impulsion et chute à la roue

(7.3) MAÎTRE

$$\gamma_H + \gamma_F = \frac{180^\circ}{z}$$

TRANSFORMÉE $\gamma_F = \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H$

L'avance de la roue se compose de deux parties. Pendant l'impulsion, la dent entraîne la levée ; pendant la chute, la roue tourne librement jusqu'à ce que la dent suivante tombe sur son plan de repos. La chute est une sécurité nécessaire, mais de l'énergie perdue.

Validité : γ_H compte tout le chemin de la roue entre deux chutes. Dans les échappements avec tirage, la roue recule d'une fraction de degré au dégagement et la regagne aussitôt ; ce recul s'annule dans la somme.

γ_H	Impulsion à la roue (angle de rotation de la roue entre deux chutes)	°
γ_F	Chute (angle de rotation libre de la roue)	°
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Sur une roue d'échappement de 15 dents, la roue tourne de 10,5° pendant l'impulsion. Quelle est la chute ?

Données : $z = 15$; $\gamma_H = 10{,}5^\circ$

$$\begin{aligned}\gamma_F &= \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H \\ &= \frac{180^\circ}{15} - 10{,}5^\circ \\ &= 1{,}5^\circ\end{aligned}$$

Il reste 1,5° pour la chute, une valeur usuelle pour l'échappement à ancre suisse.

Chute exprimée en chemin de la pointe de dent

(7.4) MAÎTRE

$$s_{\mathrm{F}} = R \cdot \gamma_{\mathrm{F}}$$

Sous la loupe, la chute apparaît comme un petit chemin de la pointe de dent. La formule convertit l'angle de chute en ce chemin et montre avec quel faible jeu l'échappement travaille.

Validité : angles en radians : $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

s_{F}	Chute exprimée en chemin (à la périphérie de la roue)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ_{F}	Chute (angle à introduire en radians)	rad

EXEMPLE Une roue d'échappement a un rayon de 2,40 mm, la chute vaut 1,5°. De combien tombe la pointe de dent ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma_{\mathrm{F}} = 1{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} s_{\mathrm{F}} &= R \cdot \gamma_{\mathrm{F}} \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 1{,}5^\circ \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}02618 \\ &\approx 0{,}063\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La pointe de dent tombe librement de 0,063 mm. C'est à peu près l'épaisseur d'un cheveu.

Arc supplémentaire du balancier

(7.5) MAÎTRE

$$\varphi_{\mathrm{E}} = A - \frac{\lambda}{2}$$

Hors de l'angle de levée, le balancier oscille librement, sans contact avec l'ancre. Il parcourt cet arc supplémentaire deux fois à chaque alternance : en descendant jusqu'à la levée et, après la levée, en remontant jusqu'au point mort.

Validité : échappements libres (à ancre et à détente) ; angle de levée symétrique par rapport à la position d'équilibre, donc repère correctement réglé.

φ_{E}	Arc supplémentaire (de la fin de la levée au point mort)	°
A	Amplitude (de la position d'équilibre au point mort)	°
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°

EXEMPLE Un balancier oscille avec une amplitude de 270°, l'angle de levée vaut 52°. Quel est l'arc supplémentaire ?

Données : $A = 270^\circ$; $\lambda = 52^\circ$

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathrm{E}} &= A - \frac{\lambda}{2} \\ &= 270^\circ - \frac{52^\circ}{2} \\ &= 244^\circ \end{aligned}$$

De chaque côté, le balancier oscille librement sur 244°. Sur les 540° d'une alternance, 52° seulement reviennent à la levée ; sur environ 90 % de son chemin, le balancier n'est pas perturbé.

À retenir : À chaque alternance, la roue d'échappement avance d'un demi-pas : d'abord l'impulsion, puis la chute.

7.2 Échappement à ancre suisse : géométrie

L'échappement à ancre suisse équipe presque toutes les montres mécaniques, bracelets et montres de poche. Son ancre embrasse 2,5 pas de la roue. Le centre de l'ancre se trouve à l'intersection des deux tangentes au cercle de la roue aux points de contact. Ainsi, la pression de la dent au repos agit le long du bras de l'ancre et ne fait pas tourner l'ancre. Seul le tirage donne au plan de repos une légère inclinaison.

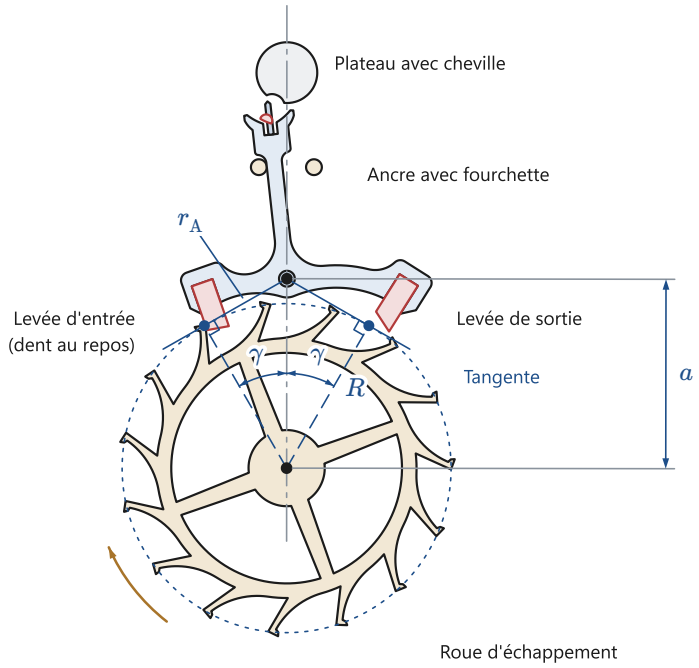


Fig. 7.4 Échappement à ancre suisse d'après le modèle, dent au repos sur la levée d'entrée : le centre de l'ancre se trouve à l'intersection des tangentes ; pour 15 dents, $\gamma = 30^\circ$

Embrassement de l'ancre

(7.6) MAÎTRE

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z}$$

L'ancre embrasse k pas de la roue. Comme une levée est toujours engagée dans la roue quand l'autre est libre, l'embrassement se termine sur un demi-pas : 2,5 pas dans la montre, 6,5 à 10,5 dans les pendules. On calcule avec le demi-angle d'embrassement γ.

Validité : points de contact symétriques par rapport à la ligne des centres de la roue et de l'ancre.

γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°
k	Embrassement en pas (2,5 pour l'échappement à ancre suisse)	1
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Quel est le demi-angle d'embrassement pour 15 dents et un embrassement de 2,5 pas ?

Données : $k = 2{,}5; \quad z = 15$

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{k \cdot 180^\circ}{z} \\ &= \frac{2{,}5 \cdot 180^\circ}{15} \\ &= 30^\circ\end{aligned}$$

L'ancre embrasse 60°, soit 30° de chaque côté de la ligne des centres.

Entraxe de la roue et de l'ancre

(7.7) MAÎTRE

$$a = \frac{R}{\cos\gamma}$$

L'axe de la roue, le point de contact et l'axe de l'ancre forment un triangle rectangle, avec l'angle droit au point de contact. Plus l'embrassement est grand, plus l'ancre s'éloigne de la roue.

Validité : engrènement tangentiel : la droite du centre de l'ancre au point de contact est tangente au cercle de la roue. R va jusqu'aux points sur lesquels on construit, selon le type les arêtes de repos ou le milieu des plans d'impulsion.

a	Entraxe (de la roue d'échappement et de l'ancre)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°

EXEMPLE Une roue d'échappement de 15 dents a un rayon de 2,40 mm, l'ancre embrasse 2,5 pas. Quel est l'entraxe ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30°$

$$\begin{aligned} a &= \frac{R}{\cos\gamma} \\ &= \frac{2{,}40\,\mathrm{mm}}{\cos(30°)} \\ &\approx 2{,}77\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Les axes sont distants de 2,77 mm. Pour 15 dents et 2,5 pas, on a toujours $a = 1{,}155 \cdot R$.

Longueur du bras de l'ancre

(7.8) APPROFONDISSEMENT

$$r_{\mathrm{A}} = R \cdot \tan\gamma$$

Le bras de l'ancre est le segment de tangente du centre de l'ancre au point de contact. Il transforme un angle de l'ancre en chemin de la levée.

Validité : engrènement tangentiel, comme pour l'entraxe.

r_{A}	Bras de l'ancre (du centre de l'ancre au point de contact)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°

EXEMPLE Quelle est la longueur du bras de l'ancre pour une roue de 2,40 mm de rayon et un demi-angle d'embrassement de 30° ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30°$

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{A}} &= R \cdot \tan\gamma \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \tan(30°) \\ &\approx 1{,}39\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le bras de l'ancre mesure 1,39 mm. Un repos de 1,5° à l'ancre n'y représente qu'un chemin de la levée de 0,036 mm.

Distance des points de contact

(7.9) APPROFONDISSEMENT

$$l_{\mathrm{P}} = 2 \cdot R \cdot \sin\gamma$$

La corde entre les points de contact est l'ouverture avec laquelle l'ancre saisit la roue. Elle permet de vérifier si une ancre convient à la roue.

Validité : points de contact sur le cercle de la roue de rayon R, symétriques par rapport à la ligne des centres.

l_{P}	Distance des deux points de contact (corde dans le cercle de la roue)	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux points de contact)	mm
γ	demi-angle d'embrassement (mesuré à l'axe de la roue)	°

EXEMPLE Quelle est la distance des points de contact pour un rayon de roue de 2,40 mm et un demi-angle d'embrassement de 30° ?

Données : $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{P}} &= 2 \cdot R \cdot \sin\gamma \\ &= 2 \cdot 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin(30^\circ) \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La distance est égale au rayon de la roue : pour un embrassement de 60°, l'axe de la roue et les deux points de contact forment un triangle équilatéral.

À retenir : Pour 15 dents et un embrassement de 2,5 pas, l'entraxe vaut 1,155 fois le rayon de la roue, et les points de contact sont distants d'exactement un rayon de roue.

Angles de l'échappement à ancre suisse à 15 dents (valeurs indicatives)

Grandeur	Symbole	Valeur indicative
Pas de la roue	τ	24°
Embrassement de l'ancre	2γ	2,5 pas = 60°
Chute	γ_{F}	1° … 1,5°
Impulsion à la roue	γ_{H}	10,5° … 11°
Repos à l'ancre	β_{R}	1,5°
Chemin perdu	β_{V}	0,25° … 0,5°
Impulsion à l'ancre	β_{H}	8,5°
Angle de tirage	ψ	12° … 15°
Angle de levée du balancier	λ	le plus souvent 49° … 53° ; mouvements anciens de montres-bracelets et de poche souvent plus petits, environ 38° … 46°

Avec la dent à massue, l'impulsion à l'ancre se répartit entre le plan d'impulsion de la levée et celui de la dent. Les indications du fabricant font toujours foi, pour l'angle de levée aussi au chronocomparateur (section 8.2).

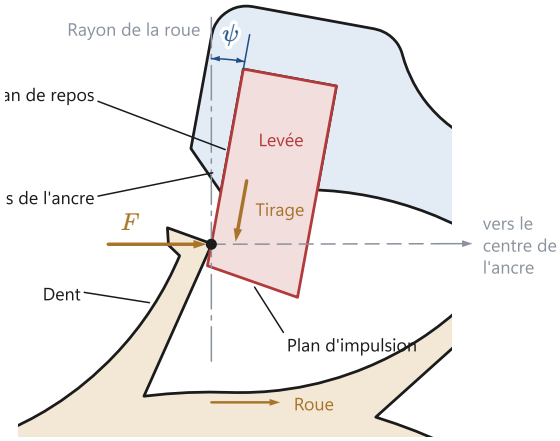


Fig. 7.5 Levée d'entrée au repos : le plan de repos est incliné de l'angle de tirage ψ par rapport au rayon de la roue, la pression F de la dent attire la levée dans la roue

Tirage : l'angle de frottement comme limite

(7.10) MAÎTRE

$$\rho = \arctan \mu$$

ρ	Angle de frottement (l'angle de tirage doit être plus grand)	°
μ	Coefficient de frottement (entre la dent et le plan de repos)	1

Le plan de repos est incliné de l'angle de tirage ψ. Ainsi, la pression de la dent attire la levée plus profondément dans la roue et maintient l'ancre contre la limitation, même en cas de chocs. Cela ne réussit que si ψ est plus grand que l'angle de frottement ρ. Sinon, le frottement retient la levée là où elle se trouve. L'angle de frottement en général figure à la formule (2.33).

Validité : engrènement tangentiel ; ψ mesuré entre le plan de repos et le rayon de la roue au point de contact.

Attention : Trop de tirage coûte de l'amplitude : au dégagement, le balancier doit faire reculer un peu la roue contre son couple.

EXEMPLE L'acier sur rubis huilé a un coefficient de frottement d'environ 0,15. Quel est l'angle de frottement ?

Données : $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}5^\circ\end{aligned}$$

L'angle de frottement vaut 8,5°. Avec les 12° à 15° de tirage usuels, il reste une réserve, même quand l'huile vieillit.

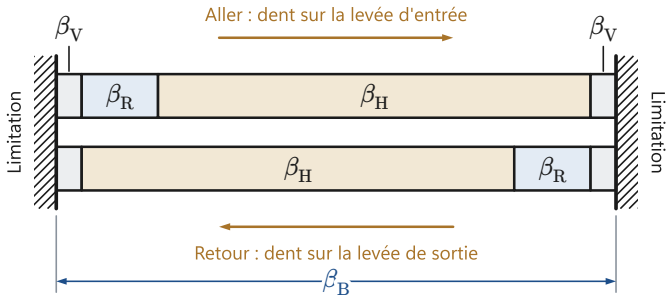


Fig. 7.6 Course de l'ancre entre les limitations, dessinée pour $\beta_V = 0{,}5^\circ$, $\beta_R = 1{,}5^\circ$ et $\beta_H = 8{,}5^\circ$

Course de l'ancre entre les limitations

(7.11) MAÎTRE

$$\beta_B = \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V$$

β_B	Course de l'ancre d'une limitation à l'autre	°
β_R	Repos (immédiatement après la chute)	°
β_H	Impulsion à l'ancre	°
β_V	chemin perdu	°

Depuis la limitation, l'ancre parcourt d'abord tout le repos, puis l'impulsion. Après la chute, le tirage l'attire encore du chemin perdu contre l'autre limitation. Le chemin perdu garantit que la dent tombe sûrement sur le plan de repos ; il compte des deux côtés.

Validité : Le repos total avant le dégagement est $\beta_R + \beta_V$. Les deux levées réglées de la même façon.

EXEMPLE Une ancre a 1,5° de repos, 8,5° d'impulsion et 0,5° de chemin perdu. De combien tourne-t-elle d'une limitation à l'autre ?

Données : $\beta_R = 1{,}5°$; $\beta_H = 8{,}5°$; $\beta_V = 0{,}5°$

$$\begin{aligned}\beta_B &= \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V \\ &= 1{,}5° + 8{,}5° + 2 \cdot 0{,}5° \\ &= 11°\end{aligned}$$

L'ancre tourne de 11°. Sans chemin perdu, on obtiendrait les 10° souvent cités.

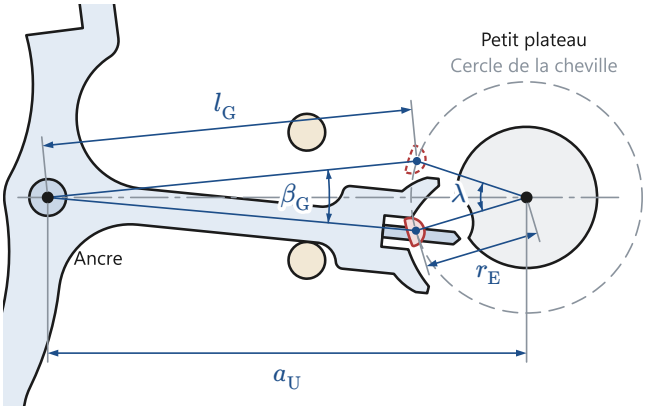


Fig. 7.7 Fourchette, petit plateau et cheville d'après le modèle ($\beta_G \approx 11^\circ$, $\lambda \approx 35^\circ$) : cheville à l'entrée (trait plein) et à la sortie (tirets)

Fourchette et cheville de plateau : longueurs et angles

(7.12) MAÎTRE

$$l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right) = r_{\mathrm{E}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)$$

TRANSFORMÉE $$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

À l'entrée et à la sortie, la cheville de plateau se trouve à la fois sur son cercle autour de l'axe du balancier et dans l'entaille de la fourchette. Sa distance à la ligne des centres est la même vue des deux axes ; c'est ce qu'exprime l'équation. Une fourchette longue et un petit rayon de cheville donnent un grand angle de levée du balancier.

Validité : cheville de plateau considérée comme un point sur l'axe de l'entaille de la fourchette ; largeur de la cheville et jeu dans la fourchette négligés. β_{G} est alors égal à la course de l'ancre entre les limitations.

l_{G}	Longueur de la fourchette (de l'axe de l'ancre à la cheville à l'entrée)	mm
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette (environ 10°)	°
r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°

EXEMPLE Une fourchette mesure 2,89 mm. L'ancre tourne de 10° pendant que la cheville est dans la fourchette ; le balancier doit avoir un angle de levée de 52°. Sur quel rayon la cheville de plateau doit-elle se trouver ?

Données : $l_{\mathrm{G}} = 2{,}89\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

$$= \frac{2{,}89\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

La cheville de plateau se trouve à 0,575 mm de l'axe du balancier. La fourchette est environ cinq fois plus longue que ce rayon.

Rayon de la cheville de plateau à partir de l'entraxe

(7.13) APPROFONDISSEMENT

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm
a_{U}	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette (environ 10°)	°
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°

À la conception, l'entraxe et les angles sont donnés. La loi des sinus dans le triangle formé par l'axe de l'ancre, l'axe du balancier et la cheville donne le rayon sur lequel la cheville de plateau doit se trouver.

Validité : comme ci-dessus : cheville de plateau considérée comme un point, sans jeu dans la fourchette.

EXEMPLE L'ancre et le balancier sont distants de 3,40 mm. L'ancre tourne de 10°, le balancier doit avoir un angle de levée de 52°. Quel est le rayon de la cheville de plateau ?

Données : $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{E}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 0{,}575\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La cheville de plateau se trouve sur un rayon de 0,575 mm.

Longueur de la fourchette à partir de l'entraxe

(7.14) APPROFONDISSEMENT

$$l_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

l_{G}	Longueur de la fourchette (de l'axe de l'ancre à la cheville à l'entrée)	mm
a_{U}	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm
λ	Angle de levée (du balancier ; dégagement et impulsion ensemble)	°
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette (environ 10°)	°

Le même triangle donne la longueur de la fourchette. La longueur de la fourchette et le rayon de la cheville donnent ensemble un peu plus que l'entraxe, car tous deux sont inclinés par rapport à la ligne des centres à l'entrée.

Validité : comme ci-dessus : cheville de plateau considérée comme un point, sans jeu dans la fourchette.

EXEMPLE Quelle doit être la longueur de la fourchette pour un entraxe de 3,40 mm, un angle d'ancre de 10° et un angle de levée de 52° ?

Données : $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\lambda = 52°$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{52°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 2{,}89\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La fourchette mesure 2,89 mm. Vérification sur la ligne des centres : $2{,}89 \cdot \cos 5^\circ + 0{,}575 \cdot \cos 26^\circ = 3{,}40$.

Rapport entre fourchette et balancier

(7.15) APPROFONDISSEMENT

$$i_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}}$$

i_{G}	Rapport dans la position médiane (vitesse angulaire du balancier divisée par celle de l'ancre)	1
a_{U}	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm
r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm

Dans la position médiane, la fourchette touche la cheville sur la ligne des centres. Le balancier y tourne i_{G} fois plus vite que l'ancre, et, sans frottement, le balancier reçoit la i_{G}-ième partie du couple de l'ancre. En moyenne sur toute la levée, le rapport vaut $\frac{\lambda}{\beta_{\mathrm{G}}}$.

Validité : position médiane ; à l'entrée et à la sortie, le rapport est plus grand.

EXEMPLE Quel est le rapport pour un entraxe de 3,40 mm et un rayon de cheville de 0,575 mm ?

Données : $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{E}} = 0{,}575\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} - 0{,}575\,\mathrm{mm}}{0{,}575\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 4{,}91 \end{aligned}$$

Dans la position médiane, le rapport vaut 4,91 ; en moyenne sur la levée, 52° pour 10°, soit 5,2.

7.3 Force et énergie

À chaque alternance, la roue d'échappement fournit un travail. Une partie seulement atteint le balancier ; le reste se perd dans la chute, dans le frottement sur les plans d'impulsion et dans les chocs. Le dégagement coûte lui aussi de l'énergie : le balancier doit tirer la levée hors de la roue contre le frottement et le tirage.

En régime permanent, l'échappement fournit au balancier à chaque oscillation exactement autant d'énergie que celui-ci en perd par frottement. L'amplitude en résulte. Comme au chapitre 4, M_{H} est le couple à la roue d'échappement.

Travail de la roue d'échappement par alternance

(7.16) MAÎTRE

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z}$$

Le travail est le couple multiplié par l'angle de rotation. À chaque alternance, la roue tourne d'un demi-pas, en radians $\frac{\pi}{z}$. L'échappement ne peut transmettre plus que ce travail à aucune alternance.

Validité : couple constant pendant l'avance. M_{H} est le couple qui arrive à la roue d'échappement après les pertes du rouage (chapitre 4).

W_{S}	Travail de la roue d'échappement par alternance	$\mu\mathrm{J}$
M_{H}	Couple à la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE À la roue d'échappement de 20 dents arrivent 1,6 µN·m. Quel travail la roue fournit-elle par alternance ?

Données : $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}; \quad z = 20$

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{S}} &= \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z} \\ &= \frac{1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot \pi}{20} \\ &\approx 0{,}251\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Par alternance, 0,25 µJ sont disponibles. À 8 alternances par seconde, cela fait 2 µW. C'est l'ordre de grandeur de la puissance à la roue d'échappement d'une montre-bracelet.

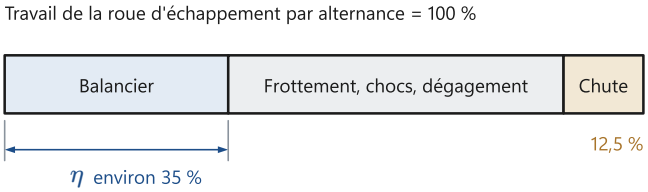


Fig. 7.8 Où va le travail de la roue d'échappement (valeurs indicatives pour l'échappement à ancre suisse)

Perte due à la chute

(7.17) MAÎTRE

$$v_\mathrm{F} = \frac{\gamma_\mathrm{F} \cdot z}{180^\circ}$$

Pendant la chute, la roue tourne sans entraîner. La part de la chute dans le demi-pas est donc la part du travail de la roue qui se dissipe dans le choc sur le plan de repos.

Validité : couple constant à la roue.

v_F	Part du travail de la roue perdue dans la chute	%
γ_F	Chute (angle de rotation libre de la roue)	°
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1

EXEMPLE Quelle part du travail de la roue se perd avec la roue de la section 7.1 (15 dents, 1,5° de chute) ?

Données : $\gamma_\mathrm{F} = 1{,}5^\circ$; $z = 15$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{F} &= \frac{\gamma_\mathrm{F} \cdot z}{180^\circ} \\ &= \frac{1{,}5^\circ \cdot 15}{180^\circ} \\ &= 12{,}5\,\% \end{aligned}$$

Un huitième du travail se perd par la seule chute. C'est pourquoi on maintient la chute aussi petite que la sécurité le permet. Avec la roue de 20 dents de l'exemple précédent, ce serait déjà 16,7 % pour la même chute.

Rendement de l'échappement

(7.18) MAÎTRE

$$\eta = \frac{W_\mathrm{U}}{W_\mathrm{S}}$$

Le rendement indique quelle part du travail de la roue parvient au balancier. Pour l'échappement à ancre suisse, il est en service d'environ 30 % à 40 % (valeur indicative). Le reste se perd dans la chute, le frottement de glissement sur les plans d'impulsion, les chocs et l'accélération de la roue et de l'ancre.

Validité : régime permanent, donc amplitude constante.

η	Rendement (de l'échappement)	1
W_U	Travail fourni au balancier par alternance (impulsion moins dégagement)	µJ
W_S	Travail de la roue d'échappement par alternance	µJ

EXEMPLE La roue d'échappement fournit 0,251 µJ par alternance, 0,088 µJ parviennent au balancier. Quel est le rendement ?

Données : $W_\mathrm{U} = 0{,}088\,\mu\mathrm{J}$; $W_\mathrm{S} = 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_\mathrm{U}}{W_\mathrm{S}} \\ &= \frac{0{,}088\,\mu\mathrm{J}}{0{,}251\,\mu\mathrm{J}} \\ &\approx 0{,}35 \end{aligned}$$

Le rendement vaut 0,35, soit 35 %. C'est une valeur usuelle.

Amplitude à partir du bilan énergétique

(7.19) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

En régime permanent, l'énergie que deux alternances fournissent au balancier est égale à sa perte en une oscillation. Cette perte croît avec le carré de l'amplitude. C'est pourquoi l'amplitude ne croît qu'avec la racine carrée du couple : un couple double donne une amplitude 1,4 fois plus grande, et non double.

Validité : Q et η supposés constants ; en réalité, tous deux varient un peu avec l'amplitude. Le facteur de qualité vaut 2π fois l'énergie d'oscillation divisée par la perte par oscillation (chapitre 5). La formule donne A en radians.

A	Amplitude (en régime permanent)	°
η	Rendement (de l'échappement)	1
M_{H}	Couple à la roue d'échappement	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
Q	Facteur de qualité (du balancier-spiral)	1
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
D	Couple de rappel spécifique (du spiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 alternances par heure a une roue d'échappement de 20 dents, à laquelle arrivent 1,6 µN·m. Le couple de rappel spécifique du spiral vaut 0,632 µN·m par radian, le facteur de qualité 250, le rendement de l'échappement 0,35. Quelle amplitude s'établit ?

Données : $\eta = 0{,}35$; $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $Q = 250$; $z = 20$; $D = 0{,}632\,\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} A &\approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}35 \cdot 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 250}{20 \cdot 0{,}632\,\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 4{,}71\,\mathrm{rad} \\ &\approx 270^\circ \end{aligned}$$

Le balancier oscille avec environ 270°. Si le couple tombe à la moitié vers la fin de la durée de marche, l'amplitude descend à environ 190°.

7.4 L'échappement au chronocomparateur

Le chronocomparateur écoute l'échappement. Chaque alternance de l'échappement à ancre se compose de trois bruits. Au premier, la cheville de plateau frappe la fourchette, le dégagement commence. Au deuxième, la dent frappe le plan d'impulsion et la fourchette la cheville, l'impulsion commence. Au troisième, la dent suivante tombe sur le plan de repos et l'ancre contre la limitation. À partir des temps entre ces bruits, l'appareil calcule l'amplitude et le défaut de repère. Les formules correspondantes, avec exemples et valeurs indicatives, figurent à la section 8.2 ; ici ne suit que ce qui relève de l'échappement.

Amplitude. Entre le premier et le troisième bruit, le balancier parcourt son angle de levée λ, pour moitié avant et pour moitié après la position d'équilibre. Plus l'amplitude est grande, plus le balancier y est rapide et plus ce temps de levée est court. Le chronocomparateur mesure le temps de levée et en déduit l'amplitude avec l'angle de levée réglé, formule (8.9). L'angle de levée est une grandeur de construction de l'échappement (section 7.2). S'il est mal réglé sur l'appareil, l'amplitude affichée est fausse dans la même proportion, formule (8.10).

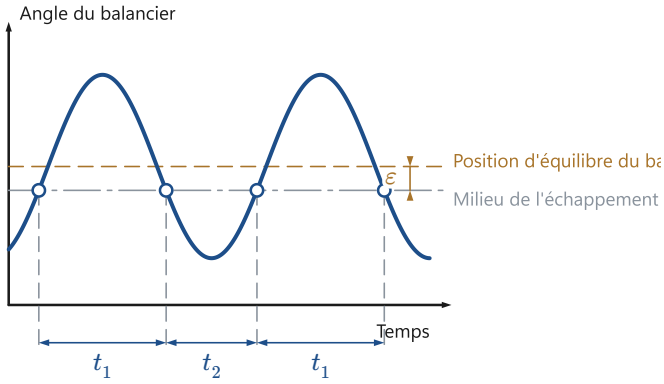


Fig. 7.9 Défaut de repère : si la position d'équilibre du balancier se trouve à ε du milieu de l'échappement, longues et courtes alternances se succèdent (fortement exagéré)

Défaut de repère. Si la position d'équilibre du balancier se trouve à l'angle ε à côté du milieu de l'échappement, l'alternance dure plus longtemps d'un côté que de l'autre (fig. 7.9) : la montre boite. Le chronocomparateur affiche la moitié de la différence de temps comme défaut de repère en millisecondes, formule (8.7). Le calcul de l'angle ε à partir de cette valeur figure à la formule (8.8). On corrige au balancier : on tourne la virole ou le porte-piton mobile de ε, jusqu'à ce que la cheville de plateau, balancier au repos, se trouve sur la ligne des centres de l'ancre et du balancier.

7.5 Échappements d'horloge

Dans les pendules travaillent des échappements à ancre à repos et à recul. Dans l'échappement Graham, les plans de repos sont des arcs de cercle centrés sur le centre de l'ancre : tant qu'une dent y repose, la roue reste immobile. Dans l'échappement à recul, les plans de repos sont inclinés ; dans l'arc supplémentaire, le pendule fait reculer un peu la roue, d'où son nom. L'échappement à chevilles des grandes horloges porte des chevilles sur la serge de la roue au lieu de dents et est, comme l'échappement Graham, un échappement à repos.

Pas, avance, embrassement, entraxe et bras de l'ancre se calculent pour tous ces échappements avec les formules des sections 7.1 et 7.2.

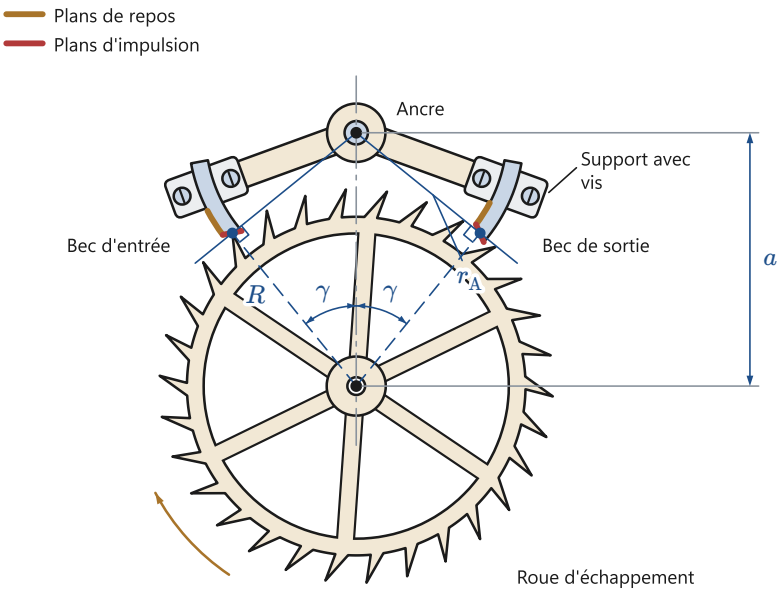


Fig. 7.10 Échappement Graham à 30 dents et embrassement de 6,5 pas : les plans de repos sont des arcs de cercle centrés sur le centre de l'ancre

Entraxe et bras de l'ancre pour un engrènement tangentiel

Nombre de dents z	Embrassement k en pas	Angle d'embrassement 2γ	Entraxe a en multiples de R	Bras de l'ancre r_A en multiples de R
15	2,5	60°	1,155	0,577
30	6,5	78°	1,287	0,810
30	7,5	90°	1,414	1,000
30	8,5	102°	1,589	1,235
30	9,5	114°	1,836	1,540
30	10,5	126°	2,203	1,963

Première ligne : échappement à ancre suisse. Les autres lignes valent pour des pendules à roue de 30 dents ; plus l'embrassement est grand, plus le bras de l'ancre est long et plus l'angle de l'ancre est petit pour un même plan d'impulsion.

Largeur des becs de l'échappement Graham

(7.20) MAÎTRE

$$b_\mathrm{K} = R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right)$$

Entre deux pointes de dents, un bec doit trouver place alternativement. Il reste donc pour le bec le demi-pas moins la chute. C'est la largeur de l'anneau autour du centre de l'ancre dans lequel les deux becs sont taillés.

Validité : dents pointues ; engrènement tangentiel. Angles en radians : le demi-pas vaut $\frac{\pi}{z}$, et $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

b_K	Largeur du bec, mesurée à la périphérie de la roue	mm
R	Rayon (de la roue d'échappement ; jusqu'aux pointes des dents)	mm
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
γ_F	Chute (angle à introduire en radians)	rad

EXEMPLE Une roue d'échappement de 30 dents a un rayon de 20 mm. La chute doit être de 1°. Quelle sera la largeur des becs ?

Données : $R = 20\,\mathrm{mm}$; $z = 30$; $\gamma_\mathrm{F} = 1^\circ$

$$\begin{aligned} b_\mathrm{K} &= R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{\pi}{30} - 1^\circ \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}1047 - 0{,}0175) \\ &\approx 1{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Les becs auront 1,75 mm de largeur. Un degré de chute représente sur cette roue 0,35 mm de jeu.

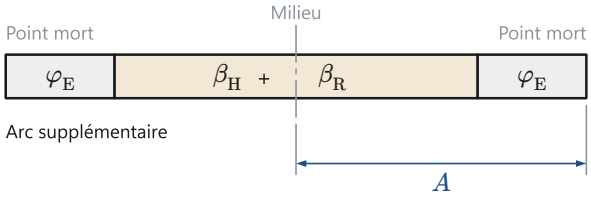


Fig. 7.11 Amplitude du pendule à l'échappement Graham : au milieu impulsion et repos, à l'extérieur l'arc supplémentaire φ_E

Arc supplémentaire du pendule

(7.21) MAÎTRE

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$

L'ancre suit chaque mouvement du pendule. Au milieu de l'amplitude se trouvent l'impulsion et le repos, d'une largeur totale $\beta_H + \beta_R$. Ce que le pendule parcourt au-delà de chaque côté est l'arc supplémentaire. Pendant celui-ci, la dent glisse sur le plan de repos.

Validité : ancre réglée au milieu (repère égal), fourchette sans jeu. Le pendule doit s'écarter de plus de $\frac{1}{2}(\beta_H + \beta_R)$, sinon aucune dent n'échappe et l'horloge s'arrête.

φ_E	Arc supplémentaire (de chaque côté)	°
A	Amplitude (écart du pendule, du milieu au point mort)	°
β_H	Impulsion à l'ancre	°
β_R	Repos (à l'ancre)	°

Bon à savoir : Valeurs indicatives pour les échappements Graham de pendules battant la seconde : impulsion à l'ancre 1° à 2°, repos 0,5° à 1°. Un grand arc supplémentaire coûte du frottement sur les plans de repos.

EXEMPLE Un pendule s'écarte de 1,75° de chaque côté. L'ancre Graham a 1,5° d'impulsion et 0,5° de repos. Quel est l'arc supplémentaire ?

Données : $A = 1{,}75°$; $\beta_H = 1{,}5°$; $\beta_R = 0{,}5°$

$$\begin{aligned}\varphi_E &= A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2} \\ &= 1{,}75° - \frac{1{,}5° + 0{,}5°}{2} \\ &= 0{,}75°\end{aligned}$$

De chaque côté, le pendule dépasse de 0,75° l'impulsion et le repos. Cette réserve absorbe les variations de la force motrice.

7.6 Autres échappements

Pour les autres échappements, quelques grandeurs essentielles suffisent. Le pas et la fréquence d'alternances se calculent pour tous selon la section 7.1 ; le tableau montre en quoi les types diffèrent.

Vue d'ensemble des échappements

Échappement	Type	Impulsions par oscillation	Avance de la roue par impulsion
Échappement à ancre suisse	libre	2	demi-pas
Échappement à ancre à goupilles	libre	2	demi-pas
Échappement à détente	libre	1	pas entier
Échappement à cylindre	à repos	2	demi-pas
Échappement à verge	à recul	2	demi-pas
Échappement Graham	à repos	2	demi-pas
Échappement à chevilles d'horloge	à repos	2	demi-pas
Échappement à ancre à recul	à recul	2	demi-pas

Libre : hors de l'impulsion, l'organe réglant oscille sans contact avec l'échappement. À repos : pendant l'arc supplémentaire, une dent appuie sur l'organe réglant ou sur l'ancre, la roue est arrêtée. À recul : la roue est alors ramenée un peu en arrière.

L'échappement à détente n'entretient le balancier que dans un sens d'oscillation, mais sur un pas entier de la roue. Dans l'autre sens, la levée de dégagement passe le ressort d'or sans libérer la roue. Pour la fréquence d'alternances, la formule (7.2) s'applique quand même, car ici aussi une dent passe par oscillation.

Dans l'échappement à cylindre, la roue agit sans ancre directement sur l'axe du balancier, un cylindre creux entaillé. La dent repose alternativement à l'extérieur et à l'intérieur de la paroi du cylindre ; le balancier n'oscille jamais librement.

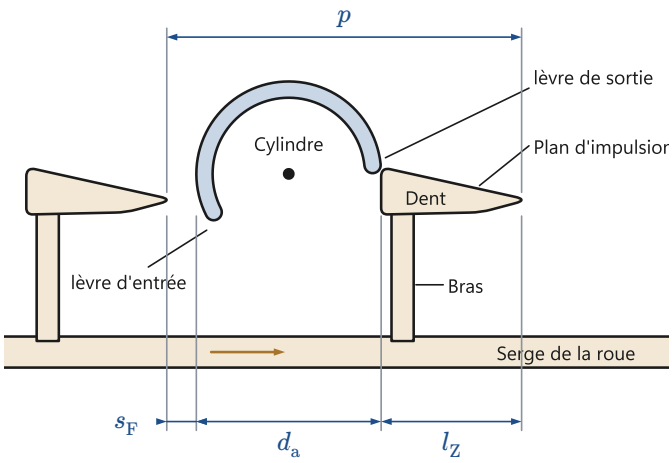


Fig. 7.12 Échappement à cylindre avec cercle primitif développé, à l'instant où la dent de droite quitte le cylindre : le pas p se compose de la chute, du diamètre du cylindre et de la longueur de dent

Échappement à cylindre : pas, longueur de dent et cylindre

(7.22) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} \approx l_Z + d_a + s_F$$

TRANSFORMÉE $$d_a \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F$$

À gauche figure le pas p de la roue à la périphérie. Entre deux dents doit trouver place le cylindre avec son diamètre extérieur, plus la chute extérieure. Dans le cylindre doit trouver place la dent : le diamètre intérieur dépasse la longueur de la dent de la chute intérieure.

Validité : cercle primitif considéré comme un segment droit (arc au lieu de corde).

R	Rayon (de la roue d'échappement ; roue de cylindre, jusqu'aux pointes des dents)	mm
z	Nombre de dents (de la roue d'échappement)	1
l_Z	Longueur d'une dent	mm
d_a	Diamètre extérieur du cylindre	mm
s_F	Chute exprimée en chemin (chute extérieure)	mm

EXEMPLE Une roue de cylindre de 15 dents a un rayon de 2,50 mm, les dents mesurent 0,45 mm, la chute extérieure doit être de 0,05 mm. Quel diamètre extérieur le cylindre peut-il avoir ?

Données : $R = 2{,}50\,\mathrm{mm}$; $z = 15$; $l_Z = 0{,}45\,\mathrm{mm}$; $s_F = 0{,}05\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_a &\approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 2{,}50\,\mathrm{mm}}{15} - 0{,}45\,\mathrm{mm} - 0{,}05\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}047\,\mathrm{mm} - 0{,}45\,\mathrm{mm} - 0{,}05\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}55\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le cylindre peut mesurer 0,55 mm à l'extérieur. Avec une paroi de 0,04 mm, il reste 0,47 mm à l'intérieur, soit 0,02 mm de chute intérieure.

8 Contrôle de la marche et mesure

C'est la mesure qui décide si une montre marche bien. Deux notions portent tout le chapitre : l'état indique de combien la montre s'écarte de l'heure exacte ; la marche indique à quelle vitesse l'état varie. On lit l'état ; on en calcule la marche, ou on la mesure en moins d'une minute au chronocomparateur.

Le chronocomparateur fournit en outre l'amplitude et le défaut de repère. On mesure dans plusieurs positions et à différents états d'armage, car seules les différences montrent où se trouve un défaut. Dans ce chapitre, S désigne l'état et D la différence vertical–horizontal.

8.1 État et marche

L'état est un intervalle de temps en secondes, la marche une variation d'état par jour. Pour les deux vaut la même règle de signe : plus signifie que la montre est en avance ou qu'elle avance.

État

(8.1) COMPAGNON

$$S = t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}}$$

L'état est l'indication de la montre moins l'heure exacte. Une horloge radio-pilotée ou un signal horaire sert de référence.

Validité : les deux heures lues au même instant.

S	État (+ signifie : la montre est en avance)	s
t_{U}	Indication de la montre	s
t_{N}	Heure de référence (heure exacte au même instant)	s

EXEMPLE Au signal horaire de la minute pleine, l'aiguille des secondes de la montre est déjà sur 12 s.

Données : $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{s}$; $t_{\mathrm{N}} = 0\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} S &= t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}} \\ &= 12\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s} \\ &= 12\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

La montre est en avance de 12 s, son état est de +12 s.

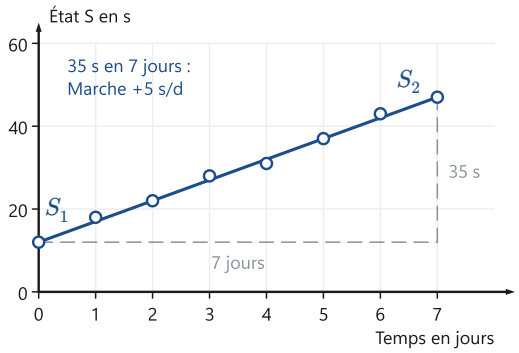


Fig. 8.1 État en fonction du temps : la marche est la pente de la droite passant par les états lus

Marche à partir de deux états

(8.2) COMPAGNON

$$G = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

La marche est la variation d'état par jour. Dans le diagramme état-temps, elle est la pente de la droite.

Validité : marche moyenne entre les deux lectures ; la montre n'est pas remise à l'heure entre-temps.

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
S_2	État à la deuxième lecture	s
S_1	État à la première lecture	s
t_2	Instant de la deuxième lecture	d
t_1	Instant de la première lecture	d

Bon à savoir : Plus l'intervalle est long, plus la marche est précise : l'erreur de lecture se répartit sur plus de jours (section 8.7).

EXEMPLE Au jour 0, la montre est en avance de 12 s, au jour 7 de 47 s. Quelle est sa marche ?

Données : $S_2 = 47\,\mathrm{s}$; $S_1 = 12\,\mathrm{s}$; $t_2 = 7\,\mathrm{d}$; $t_1 = 0\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{47\,\mathrm{s} - 12\,\mathrm{s}}{7\,\mathrm{d} - 0\,\mathrm{d}} \\ &= 5{,}0\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

La montre avance de 5 s par jour.

Variation d'état sur une durée de fonctionnement

(8.3) COMPAGNON

$$\Delta S = G \cdot t$$

TRANSFORMÉE $\quad t = \dfrac{\Delta S}{G}$

À marche constante, l'état croît régulièrement. On extrapole ainsi une marche au mois ou à l'année, ou inversement on ramène une indication en secondes par mois au jour.

Validité : marche constante sur toute la durée de fonctionnement.

ΔS	Variation d'état (+ signifie : la montre a gagné)	s
G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
t	Temps (durée de fonctionnement)	d

EXEMPLE Une montre à quartz avance de 0,5 s par jour. Combien gagne-t-elle en un mois de 30 jours ?

Données : $G = 0{,}5\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $t = 30\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} \Delta S &= G \cdot t \\ &= 0{,}5\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \cdot 30\,\mathrm{d} \\ &= 15\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

15 s par mois, une valeur usuelle pour une montre à quartz simple. Sur l'année, ce serait environ 3 min.

Marche moyenne

(8.4) COMPAGNON

$$\bar{G} = \frac{\sum G_i}{n}$$

Sur plusieurs jours, la marche diurne moyenne est aussi la variation d'état totale divisée par le nombre de jours. Moyennée sur plusieurs positions, elle indique comment la montre est réglée.

Validité : toutes les marches individuelles mesurées sur des durées égales ; tenir compte du signe.

$\bar{G}$	marche moyenne (sur des jours ou des positions)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum G_i$	Somme des marches individuelles, avec signe	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Nombre (de marches individuelles)	1

EXEMPLE Sur cinq jours, on détermine les marches +6, +4, +7, +3 et +5 secondes par jour. La somme est de +25 secondes par jour.

Données : $\sum G_i = 25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad n = 5$

$$\begin{aligned}\bar{G} &= \frac{\sum G_i}{n} \\ &= \frac{25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{5} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

En moyenne +5 s par jour. En cinq jours, la montre a gagné 25 s.

Conversion de la marche

Marche en $\frac{\text{s}}{\text{d}}$	Secondes par mois (30 jours)	Secondes par an (365 jours)	ppm
0,1	3	36,5	1,16
0,5	15	182,5	5,79
1	30	365	11,6
5	150	1825	57,9
10	300	3650	116
30	900	10 950	347

ppm signifie millionièmes. 1 s par jour est une erreur de 1 sur 86 400, soit 11,6 ppm (section 1.1).

Marche à partir de l'écart de la fréquence d'alternances

(8.5) COMPAGNON

$$G = \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$$

Toute montre compte des oscillations. Si l'organe réglant oscille trop vite d'une fraction, la montre avance de la même fraction. Avec des fréquences au lieu des fréquences d'alternances, la formule figure à la section 5.4, pour le quartz à la section 10.5.

Validité : fréquence d'alternances moyennée sur la durée de mesure.

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n_{ist}	fréquence d'alternances mesurée	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$
n_{soll}	fréquence de consigne	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 alternances par heure fait 28 803 alternances en une heure.

Données : $n_{\text{ist}} = 28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$; $\quad n_{\text{soll}} = 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$

$$\begin{aligned}G &= \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}} - 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}}{28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 9{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

La montre avance de 9 s par jour. Trois alternances de trop par heure font sur le cadran trois huitièmes de seconde, par jour 24 fois plus.

À retenir : L'état est une situation, la marche une variation. Plus signifie pour les deux : la montre est en avance.

8.2 Chronocomparateur

Le chronocomparateur écoute les alternances de la montre avec un microphone et compare leur succession à une fréquence de quartz. À partir d'une durée de mesure de moins d'une minute, il calcule la marche, le défaut de repère et l'amplitude. Les trois valeurs découlent de temps mesurés.

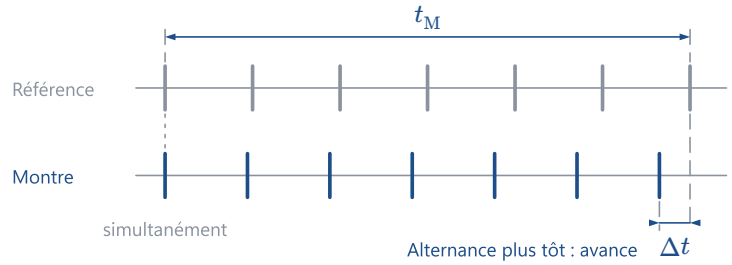


Fig. 8.2 Principe du chronocomparateur : pendant la durée de mesure t_M, les alternances de la montre se décalent de Δt par rapport à la fréquence de référence

Marche à partir du décalage temporel des alternances

(8.6) MAÎTRE

$$G = \frac{\Delta t}{t_M} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$

TRANSFORMÉE $$\Delta t = \frac{G \cdot t_M}{86\,400\ \frac{s}{d}}$$

Si chaque alternance arrive un peu plus tôt que ne le prévoit la fréquence de référence, l'avance s'additionne. De l'avance et de la durée de mesure découle la marche. Dans le diagramme du chronocomparateur, elle est la pente de la ligne de points.

Validité : marche régulière pendant la durée de mesure ; moyennée sur tic et tac, afin que le défaut de repère n'entre pas dans la marche.

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{s}{d}$
Δt	Décalage temporel des alternances par rapport à la fréquence de référence pendant la durée de mesure (+ signifie : les alternances arrivent plus tôt)	ms
t_M	Durée de mesure	s

Attention : L'intervalle entre les alternances varie d'une alternance à l'autre, surtout à cause des dents de la roue d'échappement et des engrènements du rouage. Quelques secondes ne suffisent donc pas pour une conclusion à 1 s par jour près ; on mesure usuellement 10 s à 60 s, davantage si l'image est agitée.

EXEMPLE En 30 s de mesure, les alternances d'une montre avancent de 2,0 ms par rapport à la fréquence de référence.

Données : $\Delta t = 2{,}0\,\text{ms}; \quad t_M = 30\,\text{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta t}{t_M} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d} \\ &= \frac{2{,}0\,\text{ms}}{30\,\text{s}} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d} \\ &= 5{,}76\ \frac{s}{d} \end{aligned}$$

La montre avance de 5,76 s par jour. Le chronocomparateur affiche, arrondi, +5,8.

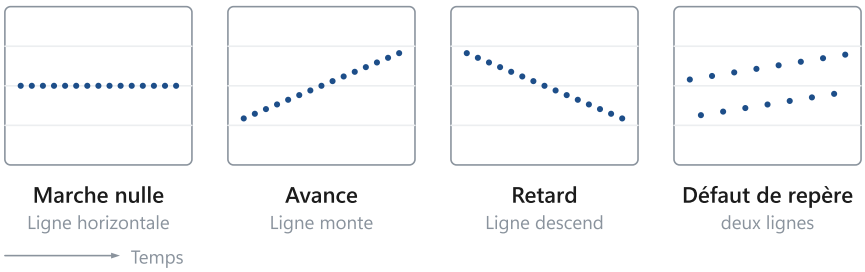


Fig. 8.3 Diagramme du chronocomparateur : la pente de la ligne de points indique la marche, l'écart entre deux lignes le défaut de repère

Décalage temporel des alternances pour une marche de 1 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Durée de mesure	Décalage temporel
2 s	23 µs
4 s	46 µs
10 s	116 µs
30 s	347 µs
60 s	694 µs

Pour comparaison : à 28 800 alternances par heure, deux alternances sont distantes de 125 000 µs.

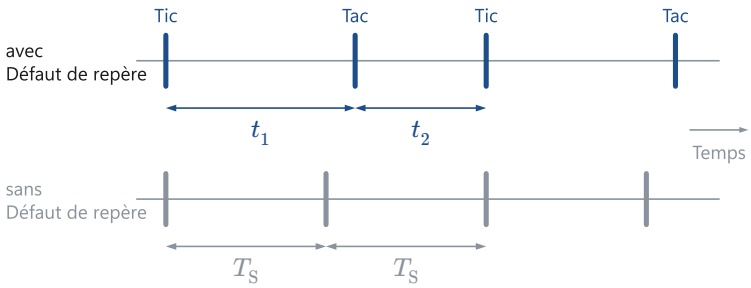


Fig. 8.4 Défaut de repère : de tic à tac s'écoule plus de temps que de tac à tic ; T_S est la durée de l'alternance sans défaut de repère

Défaut de repère

(8.7) COMPAGNON

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$

Si le balancier au repos ne se trouve pas exactement au milieu de l'échappement, tic et tac se suivent à intervalles inégaux. Le défaut de repère est l'écart de chaque intervalle par rapport à la moyenne, donc la moitié de la différence des deux intervalles. La section 7.4 montre comment le défaut de repère naît dans l'échappement.

Validité : temps mesurés chaque fois du premier bruit d'une alternance au premier bruit de la suivante ; affichage en valeur absolue.

t_A	Défaut de repère	ms
t_1	Durée d'une alternance (tic à tac)	ms
t_2	Durée de l'alternance suivante (tac à tic)	ms

Bon à savoir : Valeurs indicatives : les fabricants de mouvements admettent le plus souvent, mouvement entièrement armé en position cadran haut, au plus 0,6 ms à 0,8 ms (ETA 2892A2 et ETA 7750 : 0,6 ms ; Sellita SW200 selon le niveau de qualité 0,8 ms ou 0,6 ms). À partir d'environ 1 ms, il faut dans tous les cas corriger le repère. L'indication du fabricant du mouvement fait foi. Un grand défaut de repère gêne le démarrage spontané de la montre.

EXEMPLE Sur un mouvement à 28 800 alternances par heure, le chronocomparateur mesure 125,6 ms de tic à tac et 124,4 ms de tac à tic.

Données : $t_1 = 125{,}6\,\text{ms}$; $t_2 = 124{,}4\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} t_A &= \frac{|t_1 - t_2|}{2} \\ &= \frac{|125{,}6\,\text{ms} - 124{,}4\,\text{ms}|}{2} \\ &= 0{,}6\,\text{ms} \end{aligned}$$

0,6 ms : un intervalle est plus long de 0,6 ms, l'autre plus court de 0,6 ms que la durée de consigne de l'alternance de 125 ms. Dans le diagramme, deux lignes courent côte à côte.

Défaut de repère exprimé en angle

(8.8) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$\varepsilon \approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_A$$

Le même décalage de la position d'équilibre se traduit, à faible amplitude, par un défaut de repère plus grand en millisecondes, car le balancier traverse alors le milieu plus lentement. On compare donc les défauts de repère à amplitude égale.

Validité : décalage petit devant l'amplitude ; oscillation sinusoïdale.

ε	Angle (entre la position d'équilibre du balancier et le milieu de l'échappement)	°
f	Fréquence (du balancier ; oscillations complètes par seconde ; 28 800 alternances par heure correspondent à 4 Hz)	Hz
A	Amplitude (de la position d'équilibre au point mort)	°
t_A	Défaut de repère	ms

EXEMPLE Une montre à 28 800 alternances par heure présente, à 270° d'amplitude, un défaut de repère de 0,6 ms.

Données : $f = 4\,\text{Hz}$; $A = 270°$; $t_A = 0{,}6\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} \varepsilon &\approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_A \\ &= \pi \cdot 4\,\text{Hz} \cdot 270° \cdot 0{,}6\,\text{ms} \\ &\approx 2{,}0° \end{aligned}$$

La position d'équilibre du balancier se trouve à environ 2° du milieu. C'est de cet angle qu'il faut tourner la virole ou le porte-piton mobile. À 180° d'amplitude, la même montre afficherait 0,9 ms.

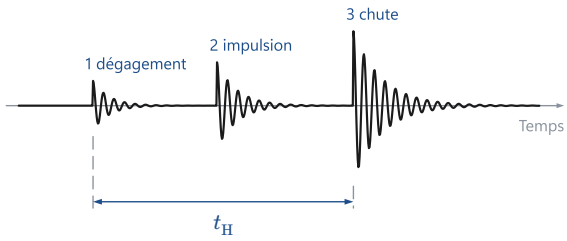


Fig. 8.5 Bruit d'une alternance de l'échappement à ancre : le temps de levée t_H va de la première à la troisième impulsion

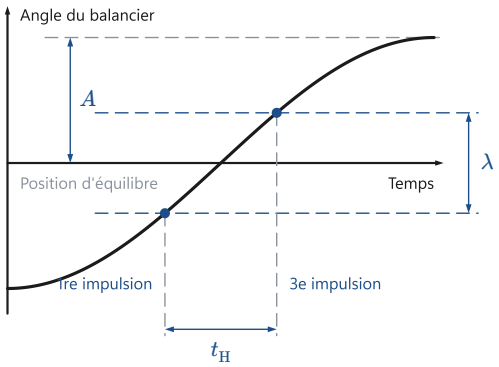


Fig. 8.6 Le balancier parcourt l'angle de levée λ de part et d'autre de la position d'équilibre pendant le temps de levée t_H (angle agrandi)

Amplitude à partir de l'angle de levée et du temps de levée

(8.9) MAÎTRE

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_H\right)}$$

TRANSFORMÉE $$t_H = \frac{\arcsin\left(\frac{\lambda}{2 \cdot A}\right)}{\pi \cdot f}$$

Le balancier parcourt l'angle de levée d'autant plus vite que son amplitude est grande. Le chronocomparateur mesure le temps de levée entre le premier et le troisième bruit d'une alternance et en calcule l'amplitude.

Validité : oscillation sinusoïdale, angle de levée symétrique par rapport à la position d'équilibre. Le produit $\pi \cdot f \cdot t_H$ est un angle en radians ; la calculatrice doit être réglée en rad pour le sinus.

A	Amplitude (de la position d'équilibre au point mort)	°
λ	Angle de levée (du balancier ; indication du fabricant, réglée sur le chronocomparateur)	°
f	Fréquence (du balancier ; oscillations complètes par seconde ; 28 800 alternances par heure correspondent à 4 Hz)	Hz
t_H	Temps de levée (du premier au troisième bruit d'une alternance)	ms

Bon à savoir : Démonstration : le balancier oscille selon $\varphi = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$. L'angle de levée est symétrique par rapport à la position d'équilibre, le balancier atteint donc la moitié de l'angle de levée après la moitié du temps de levée : $\frac{\lambda}{2} = A \cdot \sin(\pi \cdot f \cdot t_H)$.

Bon à savoir : Pour les amplitudes usuelles, l'approximation $A \approx \frac{\lambda}{2\pi \cdot f \cdot t_H}$ suffit. Dans l'exemple, elle donne 268,7°, soit 0,4° de moins.

EXEMPLE Un mouvement à 28 800 alternances par heure a un angle de levée de 52°. Le chronocomparateur mesure un temps de levée de 7,7 ms.

Données : $\lambda = 52°$; $f = 4\,\text{Hz}$; $t_H = 7{,}7\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_H\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot 4\,\text{Hz} \cdot 7{,}7\,\text{ms}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin(0{,}0968)} \\ &\approx 269° \end{aligned}$$

Le balancier oscille avec environ 269°. À 300°, le temps de levée serait tombé à 6,9 ms.

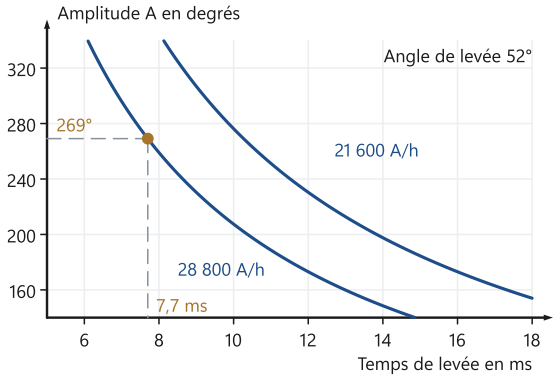


Fig. 8.7 Amplitude en fonction du temps de levée pour un angle de levée de 52° : plus le temps de levée est court, plus l'amplitude est grande

Temps de levée en ms pour un angle de levée de 52°

Amplitude	28 800 A/h (4 Hz)	21 600 A/h (3 Hz)	18 000 A/h (2,5 Hz)
200°	10,4	13,8	16,6
220°	9,4	12,6	15,1
240°	8,6	11,5	13,8
260°	8,0	10,6	12,8
280°	7,4	9,9	11,8
300°	6,9	9,2	11,0
320°	6,5	8,6	10,4

Calculé avec la formule transformée. Entre 280° et 300°, le temps de levée ne varie à 4 Hz que de 0,5 ms : le chronocomparateur doit le mesurer au centième de milliseconde près.

Amplitude avec un angle de levée mal réglé

(8.10) MAÎTRE

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z}$$

A	Amplitude (valeur réelle)	°
A_Z	amplitude affichée par le chronocomparateur	°
λ	Angle de levée (du balancier ; valeur réelle du mouvement)	°
λ_Z	angle de levée réglé sur le chronocomparateur	°

Le chronocomparateur ne mesure que le temps de levée ; l'angle de levée doit lui être indiqué. S'il est mal réglé, l'amplitude affichée est fausse dans la même proportion : 4 % d'angle de levée en trop donnent 4 % d'amplitude en trop. Pour les erreurs, on a $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$.

Validité : découle de la formule de l'amplitude : à temps de levée égal, l'amplitude est proportionnelle à l'angle de levée.

Attention : Si l'angle de levée est inconnu, contrôler l'amplitude sur le balancier. Un balancier à deux bras montre à 180° d'amplitude, aux points morts, la même image qu'à la position d'équilibre ; à 270°, les bras se trouvent dans la même position aux deux points morts, perpendiculaires à la position d'équilibre. Régler l'angle de levée sur le chronocomparateur de façon que l'affichage concorde.

EXEMPLE Le chronocomparateur est réglé sur 52° et affiche 280°. Le mouvement a cependant un angle de levée de 50°.

Données : $A_Z = 280°$; $\lambda = 50°$; $\lambda_Z = 52°$

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z} = \frac{280° \cdot 50°}{52°} \approx 269°$$

Le balancier n'oscille qu'avec environ 269°. Chaque degré d'erreur sur l'angle de levée représente ici plus de 5° d'amplitude.

Angles de levée usuels (valeurs indicatives)

Échappement et époque de construction	Angle de levée du balancier
Échappement à ancre suisse, mouvements de montres-bracelets récents	le plus souvent 49° … 53°
Échappement à ancre suisse, mouvements anciens de montres-bracelets et de poche	souvent plus petit, environ 38° … 46°
Échappement Co-Axial	environ 30° … 38°

L'angle de levée est une grandeur de construction du calibre. La fiche technique du fabricant fait foi ; à défaut, le contrôle visuel sur le balancier aide. Exemples : ETA 2824-2 50°, ETA 2892A2 51°, ETA 7750 49°, Sellita SW200 50°, ETA 6497-1 44°.

À retenir : Le chronocomparateur mesure des temps. La marche, le défaut de repère et l'amplitude en sont calculés, et l'amplitude n'est juste qu'avec l'angle de levée correct.

8.3 Positions et indicateurs

Une montre ne marche pas de la même façon dans toutes les positions : le frottement des pivots, le balourd du balancier et le spiral agissent différemment selon la position. On contrôle donc dans jusqu'à six positions, une fois entièrement armée et une fois après 24 heures de marche.

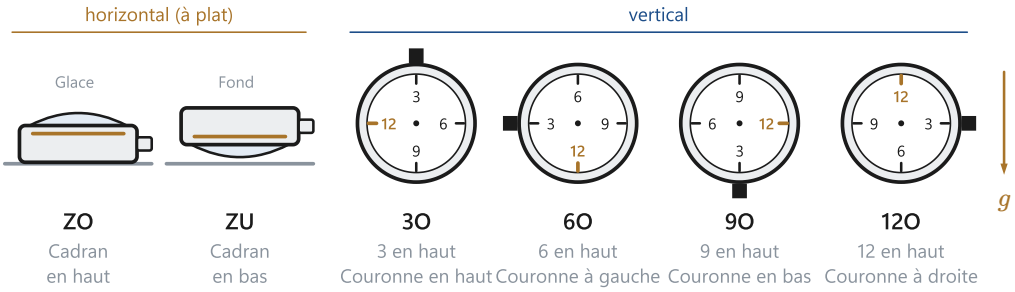


Fig. 8.8 Les six positions de contrôle d'une montre-bracelet avec la couronne à 3 h

Les six positions de contrôle et leurs abréviations

Position	allemand	international	Couronne de la montre-bracelet
Cadran haut	ZO	CH	horizontale
Cadran bas	ZU	FH (aussi CB)	horizontale
3 en haut	3O	3H	en haut
6 en haut	6O	6H	à gauche
9 en haut	9O	9H	en bas
12 en haut	12O	12H	à droite

Les abréviations indiquent ce qui est en haut. Au niveau international, les abréviations françaises sont usuelles : H pour haut, C pour cadran, F pour fond, B pour bas. En anglais, les positions horizontales s'appellent DU (dial up) et DD (dial down). Les indications relatives à la couronne valent pour les montres-bracelets avec la couronne à 3 h ; sur les montres de poche, elle se trouve à 12 h.

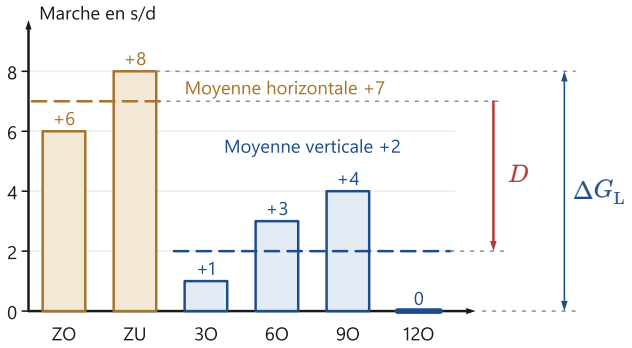


Fig. 8.9 Marches dans six positions : écart maximal entre positions ΔG_{L} et différence vertical–horizontal D

Écart maximal entre positions

(8.11) COMPAGNON

$$\Delta G_{\mathrm{L}} = G_{\max} - G_{\min}$$

L'écart maximal entre positions est la mesure la plus simple de la qualité du réglage : plus il est petit, moins la marche dépend de la façon dont la montre est portée et posée.

Validité : toutes les positions mesurées au même état d'armage et à la même température.

ΔG_{L}	écart maximal entre positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\max}$	plus grande marche de toutes les positions (avec signe)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\min}$	plus petite marche de toutes les positions (avec signe)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE Entièrement armée, une montre indique : ZO +6, ZU +8, 3O +1, 6O +3, 9O +4 et 12O 0 seconde par jour.

Données : $G_{\max} = 8\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\min} = 0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G_{\mathrm{L}} &= G_{\max} - G_{\min} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

8 s par jour entre la position la plus rapide (cadran bas) et la plus lente (12 en haut). La marche moyenne des six positions est de +3,7 s par jour.

Différence vertical–horizontal

(8.12) MAÎTRE

$$D = G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}}$$

On fait la moyenne des positions verticales et on la compare à la moyenne des positions horizontales. Un résultat négatif signifie : la montre marche plus lentement verticalement qu'horizontalement.

Validité : même état d'armage dans toutes les positions. Le contrôle des chronomètres ne forme D qu'avec deux positions, 6 en haut et cadran haut (section 8.4).

D	Différence vertical–horizontal (+ signifie : marche verticale plus grande qu'horizontale)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{h}	marche moyenne des positions verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{f}	marche moyenne des positions horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Bon à savoir : Dans la moyenne des quatre positions verticales, l'influence d'un balourd du balancier s'annule en grande partie. Ce qui reste provient de l'amplitude plus faible et de l'appui différent des pivots. Le balourd se manifeste dans les différences entre les positions verticales (section 5.3).

EXEMPLE La montre de l'exemple précédent : moyenne des quatre positions verticales +2,0, moyenne des deux positions horizontales +7,0 secondes par jour.

Données : $G_{\mathrm{h}} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\mathrm{f}} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}D &= G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -5{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Verticalement, la montre marche 5 s par jour plus lentement qu'horizontalement. Verticalement, l'amplitude est plus faible ; la montre perd donc à faible amplitude, signe d'un défaut d'isochronisme (section 5.7).

Ce que montrent les écarts entre positions (guide pour la recherche de défauts)

Observation	cause fréquente
cadran haut et cadran bas différents	bouts de pivots ou contre-pivots, huile, spiral pas plat ou qui frotte
verticalement plus lente ou plus rapide qu'horizontalement	défaut d'isochronisme : ébat du spiral entre les goupilles de raquette, forme du spiral, échappement
positions verticales différentes entre elles	balourd du balancier, spiral non concentrique
amplitude verticale bien plus faible qu'horizontale	frottement aux pivots du balancier : pivots, pierres percées, huile

Le tableau donne des indices, pas des diagnostics certains ; souvent plusieurs causes agissent ensemble.

Marche au porter à partir de deux groupes de positions

(8.13) APPROFONDISSEMENT

$$G_\mathrm{T} = a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h}$$

Au poignet et sur la table de nuit, les positions changent. La marche au porter se situe entre la moyenne horizontale et la moyenne verticale, selon la part de temps.

Validité : modèle simplifié à deux groupes de positions ; la température au poignet, le mouvement et l'état d'armage ne sont pas pris en compte.

G_T	marche au porter attendue	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
a	part de temps des positions horizontales	1
G_f	marche moyenne des positions horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_h	marche moyenne des positions verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE La montre des exemples précédents est posée à plat la nuit et par moments le jour, au total 40 % du temps.

Données : $a = 0{,}4$; $G_\mathrm{f} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_\mathrm{h} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} G_\mathrm{T} &= a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h} \\ &= 0{,}4 \cdot 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + (1 - 0{,}4) \cdot 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Environ +4 s par jour. Qui pose la montre à plat la nuit la fait ici avancer davantage ; posée verticalement, elle marche plus lentement.

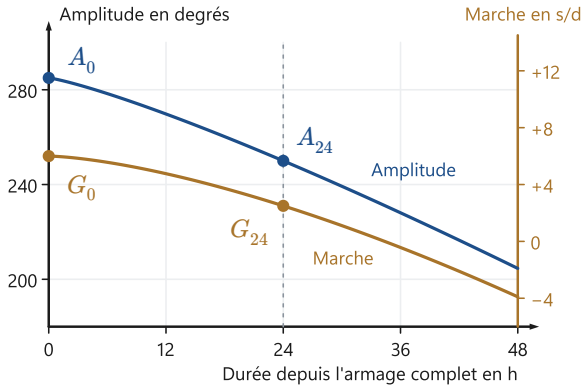


Fig. 8.10 Amplitude et marche en fonction de la durée de fonctionnement (exemple) : des valeurs à 0 h et 24 h découlent la chute d'amplitude et le défaut d'isochronisme

Défaut d'isochronisme à partir de 0 h et 24 h

(8.14) MAÎTRE

$$\Delta G = G_{24} - G_0$$

À mesure que le ressort moteur se désarme, l'amplitude diminue. Si la marche varie alors, l'organe réglant n'est pas isochrone. La formule est la même qu'à la section 5.7, ici avec les deux instants de mesure de l'atelier.

Validité : même position et même température pour les deux mesures.

ΔG	Défaut d'isochronisme (+ signifie : la montre devient plus rapide à mesure que le ressort se désarme)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
G_{24}	Marche après 24 heures de fonctionnement	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
G_0	Marche entièrement armée	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$

EXEMPLE En position cadran haut, une montre entièrement armée avance de 6,0 s par jour, après 24 heures de fonctionnement dans la même position de 2,5 s par jour.

Données : $G_{24} = 2{,}5\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad G_0 = 6{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= G_{24} - G_0 \\ &= 2{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} - 6{,}0\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= -3{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

Après 24 heures, la montre est devenue plus lente de 3,5 s par jour. Si on la remonte chaque jour, sa marche se situe entre les deux valeurs.

Chute d'amplitude en 24 heures

(8.15) COMPAGNON

$$\Delta A = A_0 - A_{24}$$

La chute d'amplitude montre avec quelle régularité le ressort moteur et le rouage fournissent la force au cours de la journée.

Validité : même position pour les deux mesures, angle de levée correctement réglé.

ΔA	Chute d'amplitude	°
A_0	Amplitude entièrement armée	°
A_{24}	Amplitude après 24 heures de fonctionnement	°

EXEMPLE En position cadran haut, le balancier oscille entièrement armé avec 285°, après 24 heures avec 250°.

Données : $A_0 = 285°$; $\quad A_{24} = 250°$

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_0 - A_{24} \\ &= 285° - 250° \\ &= 35°\end{aligned}$$

35° en 24 heures. Plus important que la chute elle-même : l'amplitude doit encore suffire après 24 heures dans les positions verticales aussi ; les fabricants de mouvements indiquent pour cela des valeurs minimales, souvent 190° à 200° en position 6 en haut (ETA 2892A2 et ETA 7750 : 200°).

À retenir : Horizontal contre vertical montre l'influence de l'amplitude, vertical contre vertical le balourd, entièrement armé contre 24 heures l'isochronisme.

8.4 Contrôle des chronomètres

Selon l'ISO 3159, on appelle chronomètre une montre dont le mouvement a été contrôlé par un organisme neutre pendant plusieurs jours dans différentes positions et à différentes températures ; en Suisse, c'est le COSC. Le contrôle dure 15 jours, avec cinq positions et trois températures. Des 15 marches diurnes, on calcule sept critères. D'autres contrôles, par exemple celui du METAS ou selon la DIN 8319, portent sur la montre terminée et exigent en partie davantage.

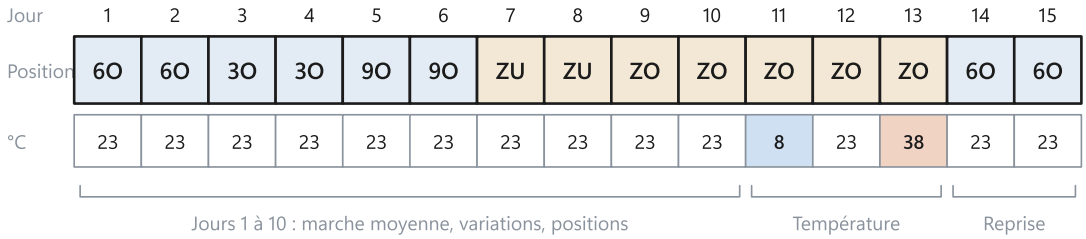


Fig. 8.11 Programme du contrôle des chronomètres selon l'ISO 3159 : position et température pendant les 15 jours d'essai

Les sept critères du contrôle des chronomètres selon l'ISO 3159 (montres de plus de 20 mm de diamètre)

N°	Critère	Calcul à partir des marches diurnes G_1 à G_{15}	Limite selon l'ISO 3159 en $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
1	marche diurne moyenne	$\bar{G} = \frac{1}{10} \cdot (G_1 + G_2 + \cdots + G_{10})$	−4 … +6
2	variation moyenne de la marche	$\frac{1}{5} \cdot (\lvert G_2 - G_1\rvert + \lvert G_4 - G_3\rvert + \cdots + \lvert G_{10} - G_9\rvert)$	au plus 2
3	plus grande variation de la marche	la plus grande des cinq valeurs absolues de la ligne 2	au plus 5
4	Différence vertical–horizontal D	$\frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2) - \frac{1}{2} \cdot (G_9 + G_{10})$	−6 … +8
5	plus grand écart par rapport à la marche moyenne	la plus grande des dix valeurs absolues $\lvert G_i - \bar{G}\rvert$ des jours 1 à 10	au plus 10
6	Coefficient thermique C	$\frac{1}{30\,\mathrm{K}} \cdot (G_{13} - G_{11})$	±0,6 par K
7	Reprise de marche	$G_{15} - \frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2)$	±5

Chacune des sept limites doit être respectée. Pour les montres jusqu'à 20 mm de diamètre, la norme admet des limites un peu plus larges. La norme note les marches diurnes M_i ; ici, comme dans tout le livre, elles sont notées G_i.

Variation moyenne de la marche

(8.16) MAÎTRE

$$\overline{\Delta G} = \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5}$$

Dans chacune des cinq positions, on mesure deux jours consécutifs. Le critère indique dans quelle mesure la montre répète sa marche d'un jour à l'autre.

Validité : selon l'ISO 3159 : jours 1 à 10 à 23 °C ; limite 2 s par jour (montres de plus de 20 mm).

$\overline{\Delta G}$	variation moyenne de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert$	Somme des cinq valeurs absolues : différence des deux marches diurnes par position	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EXEMPLE Dans les cinq positions, les deux marches diurnes diffèrent de 1,0, 0,8, 2,1, 0,7 et 1,4 secondes par jour. La somme est de 6,0 secondes par jour.

Données : $\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\overline{\Delta G} &= \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5} \\ &= \frac{6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 1{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

1,2 s par jour, la limite de 2 s par jour est respectée. La plus grande valeur individuelle, 2,1 s par jour, reste elle aussi sous sa limite de 5 s par jour.

Coefficient thermique dans le contrôle des chronomètres

(8.17) MAÎTRE

$$C = \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}}$$

C	Coefficient thermique de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
G_{38}	Marche à 38 °C (jour 13)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_8	Marche à 8 °C (jour 11)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Les deux marches sont mesurées dans la même position, cadran haut. La forme générale pour des températures d'essai quelconques figure à la section 5.5.

Validité : selon l'ISO 3159 : limite ±0,6 s par jour et par kelvin (montres de plus de 20 mm).

EXEMPLE Une montre avance de 2,4 s par jour à 8 °C et de 7,2 s par jour à 38 °C.

Données : $G_{38} = 7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_8 = 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}} \\ &= \frac{7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{30\,\mathrm{K}} \\ &= 0{,}16\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

+0,16 s par jour et par kelvin : la montre devient plus rapide à la chaleur. La limite de 0,6 est nettement respectée.

Reprise de marche

(8.18) MAÎTRE

$$\Delta G_{\mathrm{W}} = G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

ΔG_{W}	Reprise de marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{15}	Marche au dernier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marche au premier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marche au deuxième jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Le dernier jour, la montre se trouve de nouveau dans la position des deux premiers jours. Le critère montre si, après deux semaines d'essai avec froid et chaleur, la montre retrouve sa marche initiale.

Validité : selon l'ISO 3159 : position 6 en haut à 23 °C ; limite ±5 s par jour (montres de plus de 20 mm).

EXEMPLE La montre de l'exemple sur la variation moyenne de la marche avance les deux premiers jours de 3,0 et 4,0 s par jour, le dernier jour de 4,5 s par jour.

Données : $G_{15} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G_{\mathrm{W}} &= G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 1{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

+1,0 s par jour, bien à l'intérieur de la limite de ±5 s par jour. La montre a presque retrouvé sa marche initiale.

À retenir : Chronomètre signifie : contrôlé 15 jours, dans cinq positions et à trois températures, en moyenne entre −4 et +6 s par jour.

8.5 Étanchéité et pression

À chaque mètre de profondeur, l'eau presse plus fort sur la glace, le fond et les joints. L'indication de pression sur une montre désigne la surpression d'essai. Elle vaut pour la montre neuve et pour une pression statique, dans l'eau ou dans l'air. Les exigences relatives aux montres étanches figurent dans l'ISO 22810.

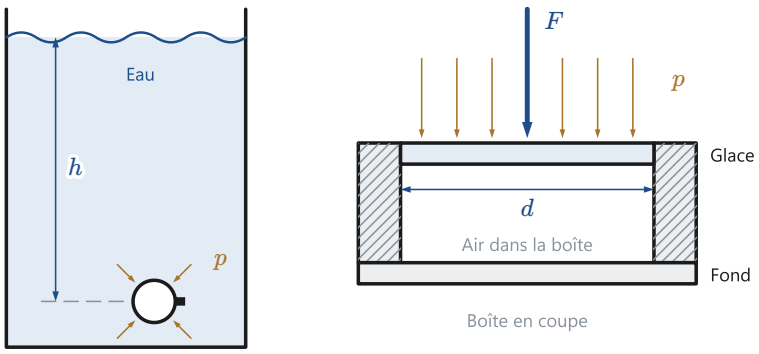


Fig. 8.12 À gauche : la pression de l'eau croît avec la profondeur h. À droite : la pression p charge la glace de diamètre d avec la force F

Pression d'une colonne d'eau

(8.19) COMPAGNON

$$p = \varrho \cdot g \cdot h$$

TRANSFORMÉE $$h = \frac{p}{\varrho \cdot g}$$

La pression croît régulièrement avec la profondeur, en eau douce d'un peu moins de 1 bar par 10 m.

Validité : eau au repos. L'eau douce a $1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, l'eau de mer environ $1025\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

p	Pression (surpression par rapport à la surface de l'eau)	bar
ϱ	Masse volumique (de l'eau)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Hauteur (de la colonne d'eau au-dessus de la montre, donc la profondeur de plongée)	m

EXEMPLE Quelle surpression règne à 100 m de profondeur en eau douce ?

Données : $\varrho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 100\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} p &= \varrho \cdot g \cdot h \\ &= 1000\ \tfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100\,\mathrm{m} \\ &= 981\,000\,\mathrm{Pa} \\ &= 9{,}81\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

9,81 bar, arrondi 10 bar. D'où la règle empirique : 10 m de colonne d'eau correspondent à 1 bar.

Force de pression sur la glace ou le fond

(8.20) COMPAGNON

$$F = \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4}$$

F	Force (sur la surface pressée)	N
p	Pression (surpression extérieure par rapport à l'intérieur)	bar
d	Diamètre (de la surface pressée, ici de la glace)	mm

La force est la pression multipliée par la surface (section 2.2), ici avec l'aire du disque écrite en entier. Elle croît avec le carré du diamètre : les grandes montres demandent des glaces plus épaisses et des fonds plus rigides.

Validité : pression uniforme sur une surface circulaire ; $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

EXEMPLE Une montre de plongée est contrôlée à 30 bar. La glace a 28 mm de diamètre. Avec quelle force est-elle chargée ?

Données : $p = 30\,\mathrm{bar}; \quad d = 28\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{30\,\mathrm{bar} \cdot \pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &= 3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 784\,\mathrm{mm}^2}{4} \\ &\approx 1847\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Environ 1850 N, autant que le poids de 188 kg. Cette force presse la glace dans son joint et la bombe vers l'intérieur. L'exemple pour 10 bar figure à la formule (2.11).

Le contrôle se fait le plus souvent à sec : l'appareil place la montre dans une chambre en surpression ou en dépression et palpe la déformation de la boîte. Une boîte étanche est comprimée ou bombée et le reste tant que la pression est maintenue. Si elle fuit, la pression s'équilibre entre l'intérieur et l'extérieur et la déformation disparaît. Lors du contrôle dans l'eau, la montre est d'abord mise sous pression au-dessus de l'eau, puis immergée, et la pression est relâchée ; d'une montre non étanche montent des bulles d'air.

Pression dynamique lors d'un mouvement dans l'eau

(8.21) APPROFONDISSEMENT

$$p_{\mathrm{dyn}} = \frac{\varrho \cdot v^2}{2}$$

p_{dyn}	Pression dynamique (pression supplémentaire due à l'écoulement)	bar
ϱ	Masse volumique (de l'eau)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
v	Vitesse (de la montre par rapport à l'eau)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Lorsque la montre se déplace dans l'eau, la pression dynamique s'ajoute à la pression de la profondeur. Elle reste faible.

Validité : écoulement uniforme ; l'eau est entièrement freinée sur la montre. C'est la plus grande pression que produit un mouvement uniforme ; le choc lors de l'impact sur la surface de l'eau n'est pas pris en compte.

EXEMPLE Lors d'un mouvement très rapide du bras, le poignet traverse l'eau à 5 m par seconde.

Données : $\varrho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}; \quad v = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{dyn}} &= \frac{\varrho \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2} \\ &= 12\,500\,\mathrm{Pa} \\ &= 0{,}125\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

0,125 bar, autant que 1,3 m de profondeur en plus. Les mouvements de nage n'augmentent donc guère la pression. Si une montre prend l'eau, cela tient le plus souvent à des joints vieillis, à des variations de température ou à la couronne et aux poussoirs actionnés sous l'eau.

À retenir : 10 m de colonne d'eau font environ 1 bar. La force sur la glace est la pression multipliée par la surface.

8.6 Magnétisme et chocs

Les champs magnétiques et les chocs sont les perturbations les plus fréquentes au quotidien. Des normes fixent ce qu'une montre doit supporter pour être dite antimagnétique ou antichoc : l'ISO 764 exige un champ de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$, l'ISO 1413 un choc équivalant à une chute d'une hauteur de 1 m.

Induction et champ magnétique dans l'air

(8.22) MAÎTRE

$$B = \mu_0 \cdot H$$

Les normes indiquent l'intensité du champ H, les aimants et les appareils de mesure le plus souvent l'induction B en millitesla ou en gauss. Dans l'air, les deux sont liées de façon fixe : 1 mT correspond à $796\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ et à 10 gauss.

B	induction magnétique ($1\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} = 1\ \mathrm{T} = 10\,000\ \mathrm{G}$)	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}}$
μ_0	constante magnétique	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$
H	champ magnétique (intensité)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

Validité : dans l'air et dans les matériaux non magnétiques.

EXEMPLE À quelle induction correspond le champ de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ qu'une montre antimagnétique doit supporter selon l'ISO 764 ?

Données : $\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$; $\quad H = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot H \\ &= 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}} \cdot 4800\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \\ &\approx 6{,}03 \cdot 10^{-3}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} \end{aligned}$$

6,03 mT ou 60 gauss. Un petit aimant permanent, par exemple dans le fermoir d'un sac ou dans un haut-parleur, est à sa surface bien plus fort.

Conversion des champs magnétiques dans l'air

Champ magnétique en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Induction en mT	Induction en gauss	Exemple
40	0,05	0,5	champ magnétique terrestre (ordre de grandeur)
796	1	10	valeur de conversion
4800	6,03	60,3	champ d'essai pour montres antimagnétiques selon l'ISO 764
79 600	100	1000	tout près de petits aimants permanents (ordre de grandeur)

Le gauss est une unité ancienne : 1 G = 0,1 mT. Les exemples, hormis la valeur normalisée, sont des ordres de grandeur.

Vitesse d'impact lors d'une chute

(8.23) MAÎTRE

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

v	Vitesse (à l'impact)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Hauteur (de chute)	m

Le contrôle de résistance aux chocs selon l'ISO 1413 reproduit la chute d'une montre d'une hauteur de 1 m sur un plancher en bois. La formule donne la vitesse avec laquelle la montre touche le sol.

Validité : chute libre sans résistance de l'air.

EXEMPLE Une montre tombe de l'établi, 1 m plus bas, sur le sol.

Données : $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\,\mathrm{m}} \\ &\approx 4{,}43\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

$4{,}43\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit environ 16 km par heure. C'est à cette vitesse que le marteau frappe la montre lors du contrôle de résistance aux chocs.

8.7 Erreur de lecture et dispersion

Toute mesure présente une dispersion. La moyenne, l'étendue et l'écart type d'une série de mesures figurent à la section 12.1 ; l'exemple y est une série de valeurs de marche. Pour le chronocomparateur, cela signifie par exemple : si dix mesures dans la même position se dispersent avec un écart type de 0,6 s par jour, leur moyenne est sûre à environ 0,2 s par jour près selon la formule (12.4). Pour la marche déduite de deux états lus, l'erreur de lecture s'y ajoute.

Erreur sur la marche due à la lecture

(8.24) MAÎTRE

$$u_G = \frac{2 \cdot u_S}{t}$$

u_G	plus grande erreur sur la marche due à la lecture	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
u_S	plus grande erreur de lecture d'un état	s
t	Temps (durée de fonctionnement entre les deux lectures)	d

Deux lectures entrent dans la marche. Dans le cas le plus défavorable, leurs erreurs s'additionnent ; divisées par la durée de fonctionnement, elles donnent la plus grande erreur sur la marche.

Validité : erreur maximale ; la montre fonctionne sans perturbation entre les lectures.

EXEMPLE L'état peut se lire sur l'aiguille des secondes à 0,5 s près. Entre les deux lectures s'écoulent 10 jours.

Données : $u_S = 0{,}5\,\mathrm{s}$; $t = 10\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} u_G &= \frac{2 \cdot u_S}{t} \\ &= \frac{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}10\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Après dix jours, la marche est sûre à 0,1 s par jour près, après un jour seulement à 1 s par jour près. Qui a besoin plus vite d'un résultat précis prend le chronocomparateur.

À retenir : Mesurer plus longtemps apporte davantage que lire plus précisément : une durée double divise par deux l'erreur de lecture sur la marche.

9 Fabrication et matériaux

Qui fabrique soi-même des pièces calcule autrement que pour le réglage : vitesse de rotation à partir de la vitesse de coupe, cônes et filetages, cotes d'ajustement et jeu de palier, divisions au diviseur, développés de pièces pliées. S'y ajoutent les calculs relatifs aux métaux précieux, au revenu et à la galvanoplastie.

Dans ce chapitre, quelques symboles ont la signification usuelle en fabrication : f est l'avance, T la tolérance, D et d sont des diamètres, s est une épaisseur, α un angle de cône ou de pliage, m une masse, M la masse molaire et A une surface ; z est selon la section le nombre de dents, le nombre de divisions ou la valence, i le nombre de passes ou le rapport du diviseur, qui va vers le lent et constitue au sens du chapitre 4 une démultiplication. Les tableaux contiennent des valeurs indicatives pour commencer ; la fiche technique du matériau et l'essai sur une chute font foi.

9.1 Données de coupe

En tournage, perçage et fraisage, l'arête de coupe enlève un copeau. La vitesse de coupe indique à quelle vitesse elle peut le faire ; d'elle et du diamètre découle la vitesse de rotation. L'avance détermine l'état de surface et le temps d'usinage.

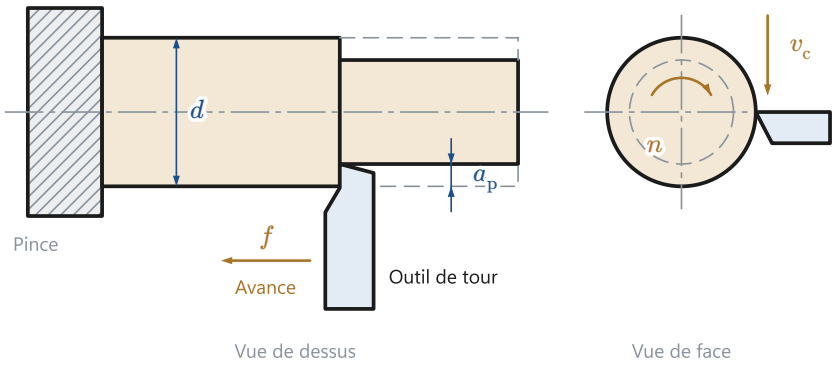


Fig. 9.1 Chariotage : vitesse de coupe v_c à la périphérie, avance f par tour, profondeur de passe a_p

Vitesse de coupe

(9.1) COMPAGNON

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

TRANSFORMÉE $n = \dfrac{v_c}{\pi \cdot d}$

La vitesse de coupe est la vitesse périphérique à l'arête de coupe. Elle dépend du matériau usiné et du matériau de coupe (valeurs indicatives dans le tableau) ; la vitesse de rotation est choisie en conséquence. Sous forme générale, elle figure à la formule (2.6).

Validité : tournage, perçage, fraisage. En dressage et sur les cônes, le diamètre varie et donc aussi la vitesse de coupe ; on calcule avec le plus grand diamètre.

v_c	Vitesse de coupe	$\frac{\text{m}}{\text{min}}$
d	Diamètre (au point de coupe : pièce en tournage, outil en perçage et fraisage)	mm
n	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\text{min}}$

EXEMPLE Une barre de laiton de 8 mm de diamètre tourne à 3000 tours par minute. Quelle est la vitesse de coupe à la périphérie ?

Données : $d = 8\,\text{mm}$; $n = 3000\,\frac{1}{\text{min}}$

$$\begin{aligned} v_c &= \pi \cdot d \cdot n \\ &= \pi \cdot 8\,\text{mm} \cdot 3000\,\tfrac{1}{\text{min}} \\ &\approx 75\,398\,\frac{\text{mm}}{\text{min}} \\ &\approx 75{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{min}} \end{aligned}$$

Environ 75 m par minute. Cela convient pour du laiton avec un outil de tour en acier rapide.

Vitesse de rotation à partir de la vitesse de coupe (formule d'atelier)

(9.2) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$n = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d}$$

La même formule que la formule (9.1), résolue par rapport à la vitesse de rotation et adaptée aux unités usuelles. Le facteur 1000 convertit les mètres en millimètres.

Validité : v_c en m par minute, d en mm, n en tours par minute.

n	Vitesse de rotation (valeur numérique en tours par minute)	$\frac{1}{\text{min}}$
v_c	Vitesse de coupe (valeur numérique en m par minute)	$\frac{\text{m}}{\text{min}}$
d	Diamètre (valeur numérique en mm)	mm

EXEMPLE Une pièce en acier argent de 3 mm de diamètre doit être tournée avec un outil en acier rapide à 25 m par minute. Quelle vitesse de rotation règle-t-on ?

Données : $v_c = 25\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$; $d = 3\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} n &= \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d} \\ &= \frac{1000 \cdot 25}{\pi \cdot 3} \\ &\approx 2653\,\tfrac{1}{\text{min}} \end{aligned}$$

Environ 2650 tours par minute. Sur la machine, on choisit le palier immédiatement inférieur.

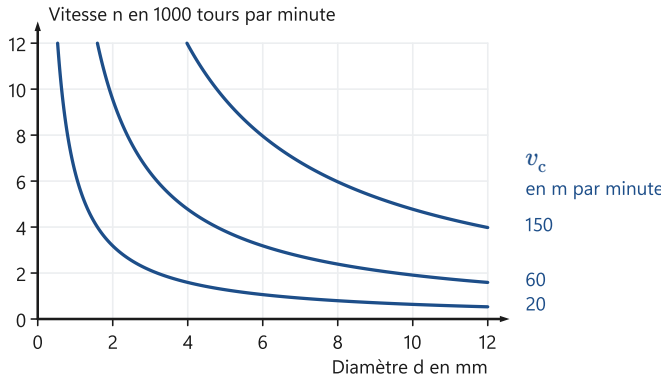


Fig. 9.2 Vitesse de rotation en fonction du diamètre pour trois vitesses de coupe : plus le diamètre est petit, plus la vitesse de rotation est élevée

Vitesse de coupe en tournage (valeurs indicatives en m par minute)

Matériau	Acier rapide (HSS)	Carbure métallique
Laiton au plomb (CuZn39Pb3)	60 … 120	150 … 400
Maillechort au plomb (CuNi18Zn19Pb1)	40 … 80	100 … 200
Acier de décolletage (11SMnPb30)	40 … 70	120 … 250
Acier à outils, recuit (acier argent 115CrV3)	20 … 30	60 … 120
Acier trempé et revenu bleu	–	25 … 40
Acier inoxydable austénitique (1.4404, 1.4435)	10 … 20	60 … 120
Titane (grade 2 et grade 5)	8 … 15	30 … 60

Valeurs de départ pour le tournage avec une arête vive. Sur le tour d'horloger et au burin à main, commencer à la valeur inférieure ; pour l'alésage à l'alésoir et le filetage, prendre au plus la moitié. L'acier rapide ne coupe plus l'acier trempé et revenu bleu qu'au burin à main, à faible vitesse et avec un réaffûtage fréquent ; sur la machine, on prend le carbure métallique. L'acier inoxydable et le titane demandent un lubrifiant réfrigérant et une avance régulière.

Vitesse d'avance en tournage et perçage

(9.3) COMPAGNON

$$v_\mathrm{f} = f \cdot n$$

L'avance par tour détermine l'état de surface : petite avance, stries de tournage plus fines. La vitesse d'avance indique à quelle vitesse le chariot se déplace.

v_f	Vitesse d'avance	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$
f	Avance par tour	mm
n	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Le chariot longitudinal avance de 0,02 mm par tour, la broche tourne à 2500 tours par minute.

Données : $f = 0{,}02\,\mathrm{mm}; \quad n = 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{f} &= f \cdot n \\ &= 0{,}02\,\mathrm{mm} \cdot 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}} \\ &= 50\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

L'outil parcourt 50 mm par minute.

Vitesse d'avance en fraisage

(9.4) COMPAGNON

$$v_\mathrm{f} = f_\mathrm{z} \cdot z \cdot n$$

Chaque arête enlève un copeau d'épaisseur f_z. Si l'avance par dent est trop faible, la fraise ne fait que frotter et s'émousse ; si elle est trop forte, la fraise casse.

Validité : Valeur de départ pour petites fraises : avance par dent d'environ 0,5 % à 1 % du diamètre de la fraise.

v_f	Vitesse d'avance	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$
f_z	Avance par dent	mm
z	Nombre de dents (arêtes de coupe de la fraise)	1
n	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Une fraise en carbure de 1 mm de diamètre à 2 dents tourne dans du laiton à 20 000 tours par minute. Elle doit enlever 0,005 mm par dent.

Données : $f_\mathrm{z} = 0{,}005\,\mathrm{mm}; \quad z = 2; \quad n = 20\,000\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{f} &= f_\mathrm{z} \cdot z \cdot n \\ &= 0{,}005\,\mathrm{mm} \cdot 2 \cdot 20\,000\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= 200\,\tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La table avance de 200 mm par minute. La vitesse de coupe est alors, selon la formule (9.1), de 63 m par minute.

Temps principal en tournage et perçage

(9.5) COMPAGNON

$$t_\mathrm{h} = \frac{L \cdot i}{f \cdot n}$$

Le temps principal est la course d'avance de toutes les passes divisée par la vitesse d'avance. C'est la base du calcul du prix des pièces tournées.

Validité : même vitesse de rotation et même avance dans toutes les passes.

t_h	Temps principal (temps pendant lequel l'outil est en avance)	min
L	Longueur (course d'avance : longueur de la pièce avec approche et dépassement)	mm
i	Nombre (de passes)	1
f	Avance par tour	mm
n	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Un pivot est charioté sur 10 mm de longueur en 3 passes ; avec approche et dépassement, la course d'avance est de 12 mm. Avance 0,02 mm, vitesse de rotation 2500 tours par minute.

Données : $L = 12\,\mathrm{mm}; \quad i = 3; \quad f = 0{,}02\,\mathrm{mm}; \quad n = 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{h} &= \frac{L \cdot i}{f \cdot n} \\ &= \frac{12\,\mathrm{mm} \cdot 3}{0{,}02\,\mathrm{mm} \cdot 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 0{,}72\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

La machine coupe pendant 0,72 minute, soit 43 secondes. La préparation, la mesure et le retour s'y ajoutent.

Débit de copeaux en tournage

(9.6) APPROFONDISSEMENT

$$Q = a_\mathrm{p} \cdot f \cdot v_\mathrm{c}$$

La profondeur de passe multipliée par l'avance donne la section du copeau, la vitesse de coupe sa longueur par unité de temps. Avec le débit de copeaux, on compare des données de coupe et on estime la puissance d'entraînement nécessaire.

Validité : chariotage ; vitesse de coupe au diamètre moyen de la passe.

Q	Débit de copeaux (volume enlevé par unité de temps)	$\frac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}}$
a_p	Profondeur de passe (moitié de la diminution du diamètre par passe)	mm
f	Avance par tour	mm
v_c	Vitesse de coupe	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Du laiton est ébauché avec une profondeur de passe de 0,5 mm, une avance de 0,05 mm et 75 m par minute.

Données : $a_\mathrm{p} = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $f = 0{,}05\,\mathrm{mm}$; $v_\mathrm{c} = 75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} Q &= a_\mathrm{p} \cdot f \cdot v_\mathrm{c} \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}05\,\mathrm{mm} \cdot 75\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} \\ &= 0{,}025\,\mathrm{mm}^2 \cdot 75\,000\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \\ &= 1875\ \tfrac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Par minute, un peu moins de 1,9 cm³ de laiton est enlevé.

À retenir : Petit diamètre, vitesse de rotation élevée : un diamètre moitié moindre exige une vitesse de rotation double.

9.2 Cône et inclinaison

Un cône est défini par deux diamètres et la longueur, ou par la conicité. Pour le tourner, il faut le demi-angle du cône ou le déport de la contre-pointe.

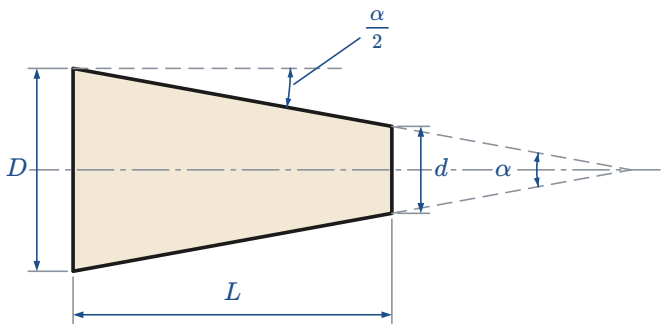


Fig. 9.3 Cône : diamètres D et d, longueur L, angle du cône α et angle de réglage $\frac{\alpha}{2}$ (dessiné plus pentu pour la clarté)

Conicité

(9.7) COMPAGNON

$$C = \frac{D - d}{L}$$

TRANSFORMÉE $d = D - C \cdot L$

La conicité indique de combien le diamètre diminue par unité de longueur. 1 : 50 signifie : sur 50 mm de longueur, le cône s'amincit de 1 mm.

C	Conicité (écrite 1 : x avec $x = \frac{1}{C}$)	1
D	Diamètre (grand diamètre du cône)	mm
d	Diamètre (petit diamètre du cône)	mm
L	Longueur (longueur du cône, mesurée dans la direction de l'axe)	mm

Bon à savoir : L'inclinaison se rapporte à l'axe et vaut la moitié de la conicité : un cône 1 : 50 a une inclinaison de 1 : 100.

EXEMPLE Une goupille conique mesure 20 mm de long, 2,0 mm au petit bout et 2,4 mm au gros bout.

Données : $D = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $d = 2{,}0\,\mathrm{mm}$; $L = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{D - d}{L} \\ &= \frac{2{,}4\,\mathrm{mm} - 2{,}0\,\mathrm{mm}}{20\,\mathrm{mm}} \\ &= 0{,}02 \end{aligned}$$

La conicité vaut 0,02, soit 1 : 50. C'est ainsi que les goupilles coniques sont normalisées.

Angle du cône et angle de réglage

(9.8) COMPAGNON

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{D - d}{2 \cdot L}$$

TRANSFORMÉE $\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{D - d}{2 \cdot L}\right)$

Pour tourner un cône avec le chariot supérieur, on oriente celui-ci du demi-angle du cône. C'est pourquoi le demi-angle du cône s'appelle angle de réglage.

α	Angle du cône (angle total au sommet du cône ; $\frac{\alpha}{2}$ est l'angle de réglage)	°
D	Diamètre (grand diamètre du cône)	mm
d	Diamètre (petit diamètre du cône)	mm
L	Longueur (longueur du cône, mesurée dans la direction de l'axe)	mm

Bon à savoir : Pour les cônes élancés, il suffit : angle de réglage en degrés ≈ 28,65 · C. Un cône 1 : 50 a ainsi un angle de réglage de 0,573°.

EXEMPLE La portée conique d'un axe diminue de 1,2 mm à 1,0 mm sur 5 mm de longueur. De quel angle oriente-t-on le chariot supérieur ?

Données : $D = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $d = 1{,}0\,\mathrm{mm}$; $L = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 \cdot \arctan\left(\frac{D - d}{2 \cdot L}\right) \\ &= 2 \cdot \arctan\left(\frac{1{,}2\,\mathrm{mm} - 1{,}0\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 5\,\mathrm{mm}}\right) \\ &= 2 \cdot \arctan 0{,}02 \\ &\approx 2{,}29^\circ \end{aligned}$$

L'angle du cône vaut 2,29°. On règle le chariot supérieur sur la moitié, soit environ 1,15°.

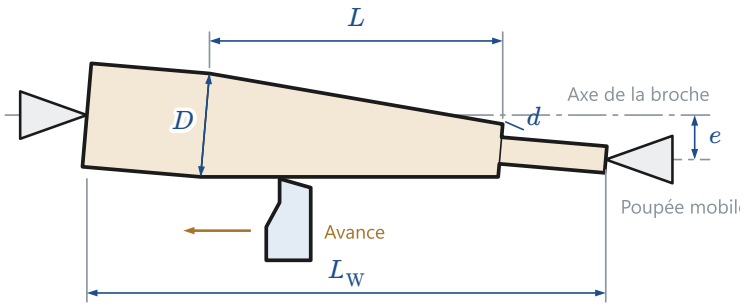


Fig. 9.4 Tournage conique entre pointes : la poupée mobile est déportée de e, l'outil se déplace parallèlement à l'axe de la broche (vue de dessus, exagérée)

Déport de la contre-pointe

(9.9) APPROXIMATION COMPAGNON

$$e \approx \frac{L_W \cdot (D - d)}{2 \cdot L}$$

Si la pointe de la poupée mobile est décalée latéralement, la pièce est inclinée par rapport à l'axe de la broche, et l'outil qui se déplace longitudinalement tourne un cône. Si le cône s'étend sur toute la longueur de la pièce, le déport vaut la moitié de la différence des diamètres.

Validité : tournage entre pointes, uniquement pour des cônes élancés. À titre indicatif, le déport ne doit pas dépasser un cinquantième de la longueur de la pièce.

e	Déport de la contre-pointe (décalage latéral de la pointe de la poupée mobile)	mm
L_W	Longueur (pièce entre pointes)	mm
D	Diamètre (grand diamètre du cône)	mm
d	Diamètre (petit diamètre du cône)	mm
L	Longueur (longueur du cône, mesurée dans la direction de l'axe)	mm

Attention : Avec la poupée mobile déportée, les centres reposent de travers sur les pointes. Ne choisir donc que de petits déports, mesurer après la première passe et corriger.

EXEMPLE Une pièce de 60 mm de longueur doit recevoir sur 30 mm de longueur un cône 1 : 50, de 4,0 mm à 3,4 mm.

Données : $L_W = 60\,\text{mm}$; $D = 4{,}0\,\text{mm}$; $d = 3{,}4\,\text{mm}$; $L = 30\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} e &\approx \frac{L_W \cdot (D - d)}{2 \cdot L} \\ &= \frac{60\,\text{mm} \cdot (4{,}0\,\text{mm} - 3{,}4\,\text{mm})}{2 \cdot 30\,\text{mm}} \\ &= 0{,}60\,\text{mm} \end{aligned}$$

La poupée mobile est déportée de 0,60 mm vers l'outil ; le petit bout du cône se trouve alors du côté de la poupée mobile. Le déport vaut un centième de la longueur de la pièce et est donc admissible.

9.3 Filetages

Les vis de montres actuelles ont des filetages métriques triangulaires à angle de filet de 60°. Toutes les cotes du profil découlent du diamètre nominal d et du pas P.

Pas à partir du nombre de filets (filetage en pouces)

(9.10) COMPAGNON

$$P = \frac{1}{n_\mathrm{G}}$$

Le pas est le chemin que parcourt une vis en un tour. Pour les filetages métriques, il figure dans la désignation ; pour les filetages en pouces, on indique à la place le nombre de filets par pouce.

Validité : filetages à un filet.

P	Pas du filetage	mm
n_G	Nombre de filets (filets par unité de longueur, pour les filetages en pouces par pouce)	$\frac{1}{\mathrm{in}}$

EXEMPLE Un filetage sur une montre anglaise a 40 filets par pouce.

Données : $n_\mathrm{G} = 40\ \frac{1}{\mathrm{in}}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{n_\mathrm{G}} \\ &= \frac{1}{40\ \frac{1}{\mathrm{in}}} \\ &= \frac{25{,}4\,\mathrm{mm}}{40} \\ &= 0{,}635\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le pas vaut 0,635 mm, car un pouce mesure 25,4 mm.

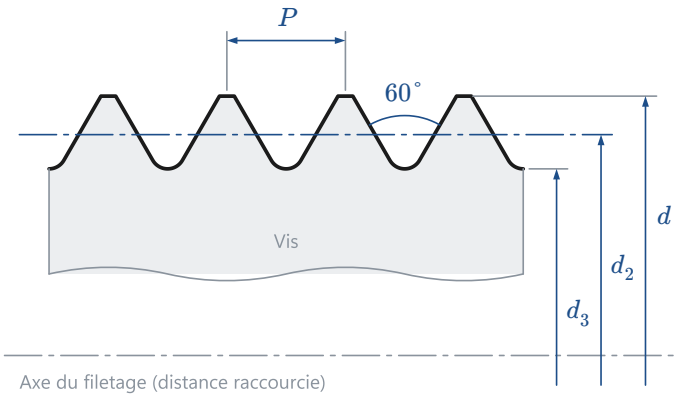


Fig. 9.5 Filetage métrique ISO, profil de la vis : pas P, diamètre extérieur d, diamètre sur flancs d_2, diamètre du noyau d_3

Diamètre sur flancs

(9.11) MAÎTRE

$$d_2 = d - 0{,}6495 \cdot P$$

Sur le diamètre sur flancs, le filet et le creux ont la même largeur. Il décide de l'ajustement entre vis et écrou et se contrôle avec des calibres ou au moyen de piges.

Validité : filetage métrique ISO à angle de filet de 60°, cote nominale sans tolérance. Le facteur vaut $\frac{3}{8} \cdot \sqrt{3}$.

d_2	Diamètre sur flancs	mm
d	Diamètre (diamètre nominal du filetage, à l'extérieur de la vis)	mm
P	Pas du filetage	mm

EXEMPLE Filetage M 1,6 au pas de 0,35 mm.

Données : $d = 1{,}6\,\mathrm{mm}; \quad P = 0{,}35\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_2 &= d - 0{,}6495 \cdot P \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6495 \cdot 0{,}35\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1{,}373\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Le diamètre sur flancs vaut 1,373 mm.

Diamètre du noyau de la vis

(9.12) MAÎTRE

$$d_3 = d - 1{,}2269 \cdot P$$

Le diamètre du noyau est la section portante de la vis. C'est là qu'une vis trop serrée se rompt.

Validité : filetage métrique ISO à partir de M 1 (hauteur de filet $0{,}6134 \cdot P$). Pour les filetages miniatures S 0,3 à S 1,4, la hauteur de filet est plus petite : $d_3 = d - 1{,}12 \cdot P$.

d_3	Diamètre du noyau (au fond du filet de la vis)	mm
d	Diamètre (diamètre nominal du filetage, à l'extérieur de la vis)	mm
P	Pas du filetage	mm

EXEMPLE Filetage M 1,6 au pas de 0,35 mm.

Données : $d = 1{,}6\,\mathrm{mm}$; $P = 0{,}35\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_3 &= d - 1{,}2269 \cdot P \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mm} - 1{,}2269 \cdot 0{,}35\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1{,}171\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Au fond du filet, la vis a encore 1,171 mm d'épaisseur.

Diamètre de perçage avant taraudage

(9.13) APPROXIMATION COMPAGNON

$$d_\mathrm{K} \approx d - P$$

On perce à ce diamètre avant que le taraud ne taille le profil.

Validité : filetages métriques à angle de filet de 60°. Dans les matériaux tenaces comme l'acier et le maillechort, choisir plutôt un foret d'un cran plus grand, afin que le taraud ne coince pas.

d_K	Diamètre de perçage (trou percé avant le taraudage)	mm
d	Diamètre (diamètre nominal du filetage, à l'extérieur de la vis)	mm
P	Pas du filetage	mm

EXEMPLE On doit tarauder pour une vis M 1,2 au pas de 0,25 mm.

Données : $d = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $P = 0{,}25\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{K} &\approx d - P \\ &= 1{,}2\,\mathrm{mm} - 0{,}25\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}95\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

On perce à 0,95 mm.

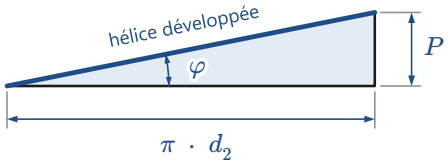


Fig. 9.6 Un filet déroulé : pas P sur la circonférence au diamètre sur flancs

Angle d'hélice

(9.14) MAÎTRE

$$\tan \varphi = \frac{P}{\pi \cdot d_2}$$

TRANSFORMÉE $\varphi = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)$

φ	Angle d'hélice (au diamètre sur flancs)	°
P	Pas du filetage	mm
d_2	Diamètre sur flancs	mm

Si l'on déroule un filet, on obtient un coin : hauteur P, base égale à la circonférence au diamètre sur flancs. Si l'angle d'hélice est plus petit que l'angle de frottement (chapitre 2), la vis ne se desserre pas d'elle-même.

Validité : filetages à un filet.

EXEMPLE Filetage M 1,6 : pas 0,35 mm, diamètre sur flancs 1,373 mm.

Données : $P = 0{,}35\,\text{mm}$; $d_2 = 1{,}373\,\text{mm}$

$$\begin{aligned}\varphi &= \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)\\ &= \arctan\left(\frac{0{,}35\,\text{mm}}{\pi \cdot 1{,}373\,\text{mm}}\right)\\ &\approx \arctan 0{,}0811\\ &\approx 4{,}64^\circ\end{aligned}$$

L'angle d'hélice vaut 4,64°. Il est inférieur à l'angle de frottement ; la vis tient donc d'elle-même.

Filetages métriques horlogers et à pas fin (cotes nominales en mm)

Filetage	Pas P	Diamètre sur flancs d_2	Diamètre du noyau d_3	Foret avant taraudage
S 0,3	0,08	0,248	0,210	0,22
S 0,4	0,1	0,335	0,288	0,30
S 0,5	0,125	0,419	0,360	0,38
S 0,6	0,15	0,503	0,432	0,45
S 0,7	0,175	0,586	0,504	0,53
S 0,8	0,2	0,670	0,576	0,60
S 0,9	0,225	0,754	0,648	0,68
M 1	0,25	0,838	0,693	0,75
M 1,2	0,25	1,038	0,893	0,95
M 1,4	0,3	1,205	1,032	1,10
M 1,6	0,35	1,373	1,171	1,25
M 2	0,4	1,740	1,509	1,60

S : filetage miniature ISO (diamètre du noyau calculé avec $d - 1{,}12 \cdot P$). M : filetage métrique ISO à pas gros. Foret avant taraudage selon la formule (9.13), arrondi à 0,01 mm. Les vis des mouvements anciens s'écartent souvent de la norme ; en cas de doute, mesurer le diamètre et le pas.

À retenir : Trou de taraudage égal au diamètre nominal moins le pas.

9.4 Ajustements et tolérances

Aucune pièce ne peut être fabriquée exactement à la cote. Le dessin prescrit donc deux cotes limites entre lesquelles doit se trouver la cote effective. Que deux pièces s'assemblent avec jeu ou avec serrage dépend de la position de leurs zones de tolérance.

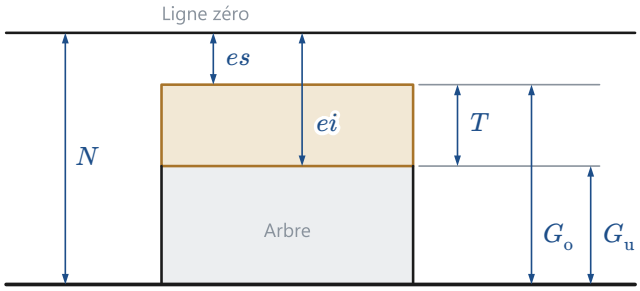


Fig. 9.7 Cotes limites d'un arbre : cote nominale N, écarts es et ei, cote maximale G_o, cote minimale G_u, tolérance T (zone de tolérance fortement agrandie)

Cote maximale et cote minimale

(9.15) COMPAGNON

$$G_o = N + es$$

Les écarts sont ajoutés à la cote nominale avec leur signe. Pour la cote minimale, on a de même $G_u = N + ei$ avec l'écart inférieur ei.

Validité : arbres et toutes les cotes extérieures ; pour les alésages et les cotes intérieures, avec ES et EI.

G_o	Cote maximale	mm
N	Cote nominale	mm
es	écart supérieur (+ signifie : au-dessus de la cote nominale ; pour les alésages ES)	mm

EXEMPLE Un arbre a la cote nominale 2 mm et les écarts −0,006 mm et −0,016 mm (zone de tolérance f7).

Données : $N = 2\,\text{mm}; \quad es = -0{,}006\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} G_o &= N + es \\ &= 2\,\text{mm} + (-0{,}006\,\text{mm}) \\ &= 1{,}994\,\text{mm} \end{aligned}$$

La cote maximale est 1,994 mm. Avec l'écart inférieur, on obtient la cote minimale 1,984 mm.

Tolérance

(9.16) COMPAGNON

$$T = es - ei$$

La tolérance est l'intervalle entre les deux cotes limites : $T = G_o - G_u$. Elle n'a pas de signe.

T	Tolérance (différence admissible entre cote maximale et cote minimale)	mm
es	écart supérieur (+ signifie : au-dessus de la cote nominale ; pour les alésages ES)	mm
ei	écart inférieur (+ signifie : au-dessus de la cote nominale ; pour les alésages EI)	mm

EXEMPLE Arbre avec les écarts −0,006 mm et −0,016 mm.

Données : $es = -0{,}006\,\text{mm}; \quad ei = -0{,}016\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} T &= es - ei \\ &= -0{,}006\,\text{mm} - (-0{,}016\,\text{mm}) \\ &= 0{,}010\,\text{mm} \end{aligned}$$

La tolérance vaut 0,010 mm : c'est de cette valeur que le diamètre peut varier d'une pièce à l'autre.

L'assemblage de deux pièces dépend de la position des zones de tolérance. **Ajustement avec jeu :** l'alésage est toujours plus grand que l'arbre, par exemple pour un pivot dans son palier. **Ajustement serré :** l'arbre est

toujours plus grand que l'alésage, par exemple pour une pierre dans la platine ou une roue sur son axe.
Ajustement incertain : selon les cotes effectives, il en résulte un petit jeu ou un petit serrage, par exemple pour un pied de positionnement.

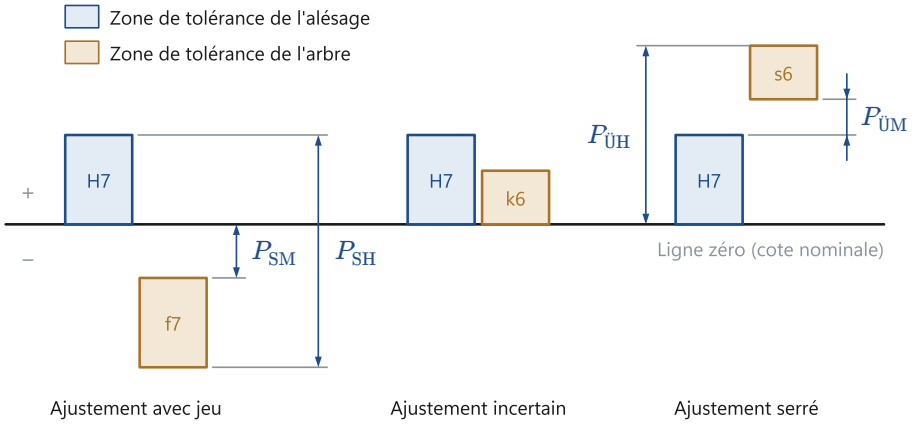


Fig. 9.8 Zones de tolérance de l'alésage et de l'arbre, rapportées à la ligne zéro, pour trois ajustements avec l'alésage H7

Jeu maximal

(9.17) COMPAGNON

$$P_{SH} = G_{oB} - G_{uW}$$

Le jeu maximal apparaît lorsque le plus grand alésage admissible rencontre le plus petit arbre admissible.

P_{SH}	Jeu maximal	mm
G_{oB}	Cote maximale (alésage)	mm
G_{uW}	Cote minimale (arbre)	mm

EXEMPLE Alésage 2 mm avec les écarts 0 et +0,010 mm (H7), arbre 2 mm avec −0,006 mm et −0,016 mm (f7).

Données : $G_{oB} = 2{,}010\,\text{mm}$; $G_{uW} = 1{,}984\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} P_{SH} &= G_{oB} - G_{uW} \\ &= 2{,}010\,\text{mm} - 1{,}984\,\text{mm} \\ &= 0{,}026\,\text{mm} \end{aligned}$$

Le plus grand alésage et le plus petit arbre donnent 0,026 mm de jeu.

Jeu minimal

(9.18) COMPAGNON

$$P_{SM} = G_{uB} - G_{oW}$$

Le jeu minimal apparaît lorsque le plus petit alésage rencontre le plus grand arbre. S'il reste positif, chaque paire peut être assemblée.

P_{SM}	Jeu minimal (une valeur négative est un serrage)	mm
G_{uB}	Cote minimale (alésage)	mm
G_{oW}	Cote maximale (arbre)	mm

EXEMPLE Le même ajustement : alésage de 2,000 mm à 2,010 mm, arbre de 1,984 mm à 1,994 mm.

Données : $G_{uB} = 2{,}000\,\text{mm}$; $G_{oW} = 1{,}994\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} P_{SM} &= G_{uB} - G_{oW} \\ &= 2{,}000\,\text{mm} - 1{,}994\,\text{mm} \\ &= 0{,}006\,\text{mm} \end{aligned}$$

Même dans le cas le plus défavorable, il reste 0,006 mm de jeu : c'est un ajustement avec jeu.

Serrage maximal

(9.19) COMPAGNON

$$P_{\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{H}} = G_{\mathrm{oW}} - G_{\mathrm{uB}}$$

Dans l'ajustement serré, la pièce intérieure est plus grande que l'alésage. La différence s'appelle serrage ; elle est absorbée élastiquement lors du chassage et maintient la pièce.

Validité : La pièce intérieure (ici la pierre) compte comme arbre.

$P_{\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{H}}$	Serrage maximal	mm
G_{oW}	Cote maximale (arbre)	mm
G_{uB}	Cote minimale (alésage)	mm

EXEMPLE Une pierre de 1,200 mm à 1,204 mm de diamètre est chassée dans un trou alésé à 1,190 mm à 1,194 mm.

Données : $G_{\mathrm{oW}} = 1{,}204\,\mathrm{mm}$; $G_{\mathrm{uB}} = 1{,}190\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} P_{\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{H}} &= G_{\mathrm{oW}} - G_{\mathrm{uB}} \\ &= 1{,}204\,\mathrm{mm} - 1{,}190\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}014\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La plus grande pierre a 0,014 mm de plus que le plus petit trou.

Serrage minimal

(9.20) COMPAGNON

$$P_{\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{M}} = G_{\mathrm{uW}} - G_{\mathrm{oB}}$$

Le serrage minimal décide si l'assemblage tient dans tous les cas.

$P_{\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{M}}$	Serrage minimal	mm
G_{uW}	Cote minimale (arbre)	mm
G_{oB}	Cote maximale (alésage)	mm

Bon à savoir : Les pierres sont chassées avec un serrage d'environ 0,01 mm : le trou est alésé de cette valeur plus petit que la pierre. Avec trop peu de serrage, la pierre se déplace ; avec trop, elle peut éclater ou déformer la platine.

EXEMPLE La même pierre : pierre de 1,200 mm à 1,204 mm, trou de 1,190 mm à 1,194 mm.

Données : $G_{\mathrm{uW}} = 1{,}200\,\mathrm{mm}$; $G_{\mathrm{oB}} = 1{,}194\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} P_{\ddot{\mathrm{U}}\mathrm{M}} &= G_{\mathrm{uW}} - G_{\mathrm{oB}} \\ &= 1{,}200\,\mathrm{mm} - 1{,}194\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}006\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Même la plus petite pierre tient encore avec 0,006 mm de serrage dans le plus grand trou.

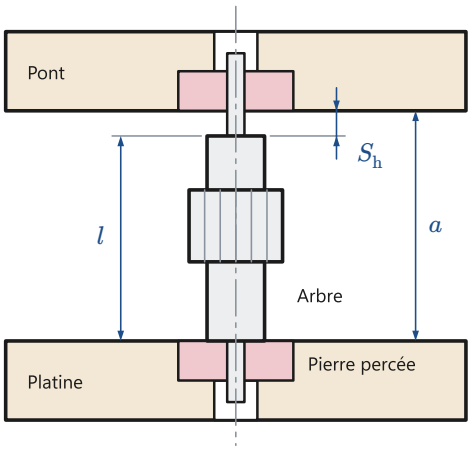


Fig. 9.9 Ébat S_{h} : distance a des faces d'appui moins longueur l entre les épaulements (jeu exagéré)

Ébat d'un axe

(9.21) COMPAGNON

$$S_{\mathrm{h}} = a - l$$

Tout axe a besoin d'un peu de jeu dans la direction de l'axe, sinon il coince entre les paliers. Pour les paliers à contre-pivots, ce sont les bouts des pivots et la distance des deux contre-pivots qui comptent au lieu des épaulements.

S_{h}	Ébat (jeu de l'axe dans la direction de l'axe)	mm
a	Distance (des faces d'appui ; faces intérieures des deux pierres percées ou des paliers)	mm
l	Longueur (axe entre les deux épaulements)	mm

EXEMPLE Les pierres percées d'une roue de moyenne sont distantes de 2,45 mm, l'axe mesure 2,42 mm entre les épaulements.

Données : $a = 2{,}45\,\mathrm{mm}$; $l = 2{,}42\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h}} &= a - l \\ &= 2{,}45\,\mathrm{mm} - 2{,}42\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}03\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

L'axe a 0,03 mm d'ébat, une valeur usuelle pour le rouage d'une montre-bracelet.

Ébat maximal

(9.22) MAÎTRE

$$S_{\mathrm{h,max}} = a_{\max} - l_{\min}$$

Le plus grand jeu résulte de la plus grande distance et de l'axe le plus court.

$S_{\mathrm{h,max}}$	Ébat (valeur maximale)	mm
$a_{\max}$	Distance des faces d'appui (cote maximale)	mm
$l_{\min}$	Longueur (axe entre les épaulements, cote minimale)	mm

EXEMPLE Distance des pierres percées 2,45 mm ± 0,01 mm, longueur de l'axe entre les épaulements 2,42 mm ± 0,005 mm.

Données : $a_{\max} = 2{,}46\,\mathrm{mm}$; $l_{\min} = 2{,}415\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h,max}} &= a_{\max} - l_{\min} \\ &= 2{,}46\,\mathrm{mm} - 2{,}415\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}045\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Dans le cas le plus défavorable, l'axe a 0,045 mm de jeu.

Ébat minimal

(9.23) MAÎTRE

$$S_{\mathrm{h,min}} = a_{\min} - l_{\max}$$

Le plus petit jeu résulte de la plus petite distance et de l'axe le plus long. Il doit rester supérieur à zéro.

$S_{\mathrm{h,min}}$	Ébat (valeur minimale)	mm
$a_{\min}$	Distance des faces d'appui (cote minimale)	mm
$l_{\max}$	Longueur (axe entre les épaulements, cote maximale)	mm

EXEMPLE Les mêmes cotes : distance 2,45 mm ± 0,01 mm, longueur de l'axe 2,42 mm ± 0,005 mm.

Données : $a_{\min} = 2{,}44\,\mathrm{mm}$; $l_{\max} = 2{,}425\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h,min}} &= a_{\min} - l_{\max} \\ &= 2{,}44\,\mathrm{mm} - 2{,}425\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}015\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il reste toujours au moins 0,015 mm de jeu. L'axe ne coince donc en aucun cas.

Tolérance de l'ébat (chaîne de tolérances)

(9.24) MAÎTRE

$$T_{\text{Luft}} = T_a + T_l$$

Dans une chaîne de cotes, les tolérances de toutes les cotes concernées s'additionnent. Le jeu varie donc davantage que chaque cote prise isolément.

Validité : calcul arithmétique pour le cas le plus défavorable ; vaut aussi pour des chaînes de plus de deux cotes.

T_{Luft}	Tolérance (ébat)	mm
T_a	Tolérance (distance des faces d'appui)	mm
T_l	Tolérance (longueur de l'axe)	mm

Bon à savoir : Si le jeu doit être plus serré que ne le permet la somme des tolérances, on l'ajuste au remontage : la pierre chassée est déplacée jusqu'à ce que l'ébat soit juste.

EXEMPLE La distance des pierres percées est tolérancée à ± 0,01 mm (tolérance 0,02 mm), la longueur de l'axe à ± 0,005 mm (tolérance 0,01 mm).

Données : $T_a = 0{,}02\,\text{mm}; \quad T_l = 0{,}01\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} T_{\text{Luft}} &= T_a + T_l \\ &= 0{,}02\,\text{mm} + 0{,}01\,\text{mm} \\ &= 0{,}03\,\text{mm} \end{aligned}$$

L'ébat varie de 0,03 mm, à savoir entre 0,015 mm et 0,045 mm.

9.5 Division

Pour fraiser des roues, des pignons et des divisions, on tourne la pièce d'un angle fixe après chaque passe. En division directe, la broche s'indexe elle-même sur un plateau diviseur. En division indirecte, une manivelle entraîne la broche par un engrenage à vis sans fin, le plus souvent avec un rapport de 40 : 1.

Angle de division

(9.25) COMPAGNON

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

La circonférence entière est divisée en z parties égales.

τ	Angle de division (angle de rotation de la pièce par pas de division)	$^\circ$
z	Nombre de divisions (nombre de parties égales sur la circonférence, par exemple le nombre de dents)	1

EXEMPLE On fraise un pignon de 12 dents.

Données : $z = 12$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{12} \\ &\approx 30^\circ \end{aligned}$$

Après chaque dent, on tourne le pignon de 30°. Pour la roue d'échappement, le même angle s'appelle le pas, formule (7.1).

Division directe

(9.26) COMPAGNON

$$n_{\mathrm{L}} = \frac{N_{\mathrm{L}}}{z}$$

En division directe, le plateau diviseur est monté sur la broche qui porte la pièce, et le doigt d'indexage s'engage directement dans le cercle de trous.

Validité : Le nombre de trous doit être divisible par le nombre de divisions.

n_{L}	Intervalles de trous par pas de division	1
N_{L}	Nombre de trous du cercle de trous	1
z	Nombre de divisions (nombre de parties égales sur la circonférence, par exemple le nombre de dents)	1

EXEMPLE Le plateau diviseur de la broche a un cercle de 60 trous. On doit fraiser un pignon de 12 dents.

Données : $N_{\mathrm{L}} = 60; \quad z = 12$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{L}} &= \frac{N_{\mathrm{L}}}{z} \\ &= \frac{60}{12} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Après chaque dent, on avance de 5 intervalles de trous.

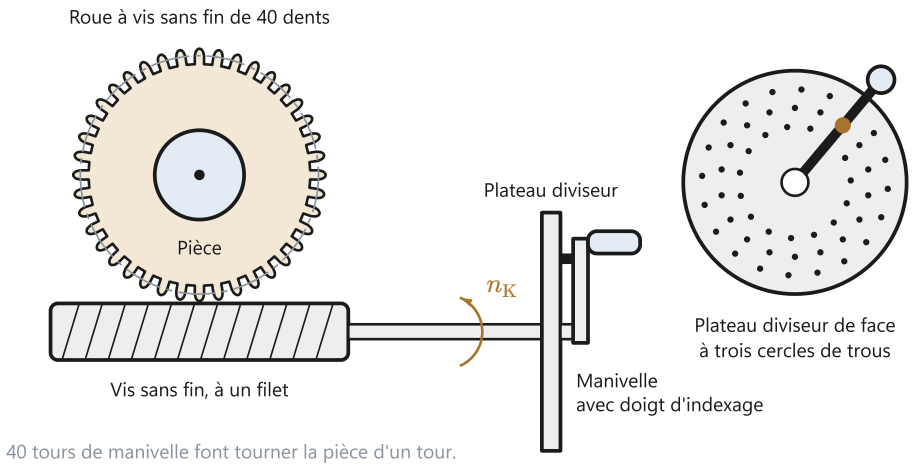


Fig. 9.10 Diviseur : la manivelle fait tourner la pièce par la vis sans fin et la roue à vis sans fin ; le doigt d'indexage s'engage dans un cercle de trous du plateau diviseur

Division indirecte au diviseur

(9.27) MAÎTRE

$$n_{\mathrm{K}} = \frac{i}{z}$$

La manivelle fait tourner la pièce par la vis sans fin et la roue à vis sans fin. On compte la fraction de tour sur un cercle de trous : simplifier ou amplifier la fraction de façon que le dénominateur soit un nombre de trous disponible. Le numérateur est alors le nombre d'intervalles de trous.

Validité : Pour la fraction, un cercle de trous approprié doit exister ; sinon, seule la division différentielle ou un autre plateau diviseur peut aider.

n_{K}	Tours de manivelle par pas de division	1
i	Rapport (du diviseur, vers le lent : tours de manivelle par tour de la pièce ; égal au nombre de dents de la roue à vis sans fin pour une vis à un filet, le plus souvent 40)	1
z	Nombre de divisions (nombre de parties égales sur la circonférence, par exemple le nombre de dents)	1

Attention : On compte des intervalles de trous, non des trous. Le trou dans lequel se trouve le doigt d'indexage ne compte pas ; l'alidade est réglée en conséquence.

EXEMPLE Une roue d'échappement de 15 dents est fraisée sur un diviseur de rapport 40.

Données : $i = 40; \quad z = 15$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{K}} &= \frac{i}{z} \\ &= \frac{40}{15} \\ &= 2\,\tfrac{2}{3} = 2\,\tfrac{10}{15} \\ &\approx 2{,}667 \end{aligned}$$

Par dent, deux tours complets de manivelle et 10 intervalles sur le cercle de 15 trous. Équivalent : 12 intervalles sur le cercle de 18 trous.

Division angulaire au diviseur

(9.28) MAÎTRE

$$n_{\mathrm{K}} = \frac{i \cdot \tau}{360^\circ}$$

Si un angle est donné au lieu du nombre de divisions, on le convertit en tours de manivelle. Avec le rapport 40, un tour de manivelle fait tourner la pièce de 9°.

n_{K}	Tours de manivelle par pas de division	1
i	Rapport (du diviseur, vers le lent : tours de manivelle par tour de la pièce ; égal au nombre de dents de la roue à vis sans fin pour une vis à un filet, le plus souvent 40)	1
τ	Angle de division (angle de rotation de la pièce par pas de division)	°

EXEMPLE Sur un diviseur de rapport 40, on doit tracer une division des minutes, donc des traits espacés de 6°.

Données : $i = 40; \quad \tau = 6^\circ$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{K}} &= \frac{i \cdot \tau}{360^\circ} \\ &= \frac{40 \cdot 6^\circ}{360^\circ} \\ &= \tfrac{2}{3} = \tfrac{12}{18} \\ &\approx 0{,}667 \end{aligned}$$

Deux tiers de tour, soit 12 intervalles sur le cercle de 18 trous.

À retenir : Diviseur de rapport 40 : tours de manivelle égaux à 40 divisé par le nombre de divisions.

9.6 Pliage et développé

Au pliage, la face extérieure est allongée et la face intérieure refoulée. Entre les deux se trouve la fibre neutre, qui conserve sa longueur. Sa longueur est la longueur de débit.

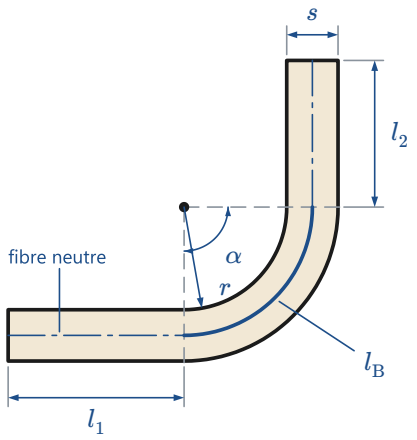


Fig. 9.11 Pièce pliée : la fibre neutre se trouve au rayon $r + \frac{s}{2}$

Longueur développée d'un arc

(9.29) COMPAGNON

$$l_B = \frac{\pi \cdot \left(r + \frac{s}{2}\right) \cdot \alpha}{180°}$$

La fibre neutre se trouve au milieu de la tôle et conserve sa longueur au pliage. La longueur de débit de la pièce entière est la somme des branches droites et de tous les arcs : $L = l_1 + l_B + l_2$.

Validité : rayon de pliage au moins environ cinq fois l'épaisseur. Pour des rayons plus serrés, calculer avec le facteur de correction de la formule (9.30).

l_B	Longueur (arc de la fibre neutre)	mm
r	Rayon de pliage (mesuré à l'intérieur)	mm
s	Épaisseur (tôle, bande ou fil)	mm
α	Angle de pliage (angle balayé par l'arc)	°

EXEMPLE Une tôle à ressort de 0,5 mm d'épaisseur est pliée à 90° avec un rayon intérieur de 3 mm.

Données : $r = 3\,\text{mm}; \quad s = 0{,}5\,\text{mm}; \quad \alpha = 90°$

$$l_B = \frac{\pi \cdot \left(r + \frac{s}{2}\right) \cdot \alpha}{180°}$$

$$= \frac{\pi \cdot \left(3\,\text{mm} + \frac{0{,}5\,\text{mm}}{2}\right) \cdot 90°}{180°}$$

$$\approx 5{,}11\,\text{mm}$$

L'arc demande 5,11 mm de matière.

Facteur de correction pour rayons de pliage serrés

(9.30) APPROFONDISSEMENT

$$k = 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{r}{s}\right)$$

k	Facteur de correction (position de la fibre neutre)	1
r	Rayon de pliage (mesuré à l'intérieur)	mm
s	Épaisseur (tôle, bande ou fil)	mm

Pour un rayon serré, la fibre neutre se déplace vers l'intérieur. Dans la formule (9.29), on remplace alors $\frac{s}{2}$ par $k \cdot \frac{s}{2}$: $l_\mathrm{B} = \pi \cdot \left(r + k \cdot \frac{s}{2}\right) \cdot \frac{\alpha}{180°}$.

Validité : règle de calcul usuelle pour les pièces en tôle pliée ; rapport de r à s entre 0,65 et 5. Au-delà, $k = 1$. Pour des pièces précises, plier une éprouvette.

EXEMPLE Une tôle de 0,5 mm d'épaisseur est pliée avec un rayon intérieur de 1 mm.

Données : $r = 1\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k &= 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{r}{s}\right) \\ &= 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{1\,\mathrm{mm}}{0{,}5\,\mathrm{mm}}\right) \\ &\approx 0{,}80 \end{aligned}$$

Avec $k = 0{,}80$, un arc de 90° mesure 1,88 mm au lieu de 1,96 mm.

Développé d'un anneau

(9.31) COMPAGNON

$$L = \pi \cdot (d_\mathrm{i} + s)$$

L	Longueur (débit, développé)	mm
d_i	Diamètre (diamètre intérieur de l'anneau)	mm
s	Épaisseur (tôle, bande ou fil)	mm

Pour un anneau fermé, par exemple une lunette ou un anneau élastique, c'est la circonférence au diamètre moyen qui compte. Calculé à partir du diamètre extérieur : $L = \pi \cdot (d_\mathrm{a} - s)$.

Validité : anneau abouté ; surépaisseur pour le finissage de la soudure selon l'expérience.

EXEMPLE Une lunette de 30 mm de diamètre intérieur doit être cintrée dans une bande de 0,8 mm d'épaisseur.

Données : $d_\mathrm{i} = 30\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} L &= \pi \cdot (d_\mathrm{i} + s) \\ &= \pi \cdot (30\,\mathrm{mm} + 0{,}8\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 96{,}8\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La bande est débitée à 96,8 mm de longueur.

9.7 Métaux précieux

Les métaux précieux sont presque toujours travaillés sous forme d'alliage. Le titre indique quelle part de la masse est du métal précieux pur, en millièmes (‰) ou, pour l'or, aussi en carats. Le poinçon indique le titre en millièmes : 750 signifie 750 ‰ d'or fin. La masse volumique d'une pièce montre si elle peut correspondre à l'alliage poinçonné ; sa détermination par pesée dans l'air et dans l'eau figure à la section 1.3, formule (1.29).

Poids de fin

(9.32) COMPAGNON

$$m_\mathrm{f} = m \cdot w$$

TRANSFORMÉE $w = \dfrac{m_\mathrm{f}}{m}$

Le titre est la part du métal précieux pur dans la masse de l'alliage. Avec le poids de fin et le cours du jour, on calcule la valeur de la matière.

m_f	Poids de fin (masse du métal précieux pur)	g
m	Masse (alliage)	g
w	Titre (fraction massique du métal précieux)	‰

EXEMPLE Une boîte en or poinçonnée 750 pèse 42 g sans mouvement ni glace.

Données : $m = 42\,\mathrm{g}$; $w = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_\mathrm{f} &= m \cdot w \\ &= 42\,\mathrm{g} \cdot 750\,‰ \\ &= 31{,}5\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

La boîte contient 31,5 g d'or fin.

Titre en carats

(9.33) COMPAGNON

$$K = 24 \cdot w$$

Le carat divise l'alliage en 24 parties : 18 carats signifie 18 parties d'or et 6 parties de métaux d'alliage.

Validité : alliages d'or. Ne pas confondre avec le carat des pierres précieuses, une masse de 0,2 g.

K	Nombre de carats (24 carats correspondent à l'or pur)	1
w	Titre (fraction massique du métal précieux)	‰

EXEMPLE À combien de carats correspond l'or poinçonné 750 ?

Données : $w = 750\,‰$

$$\begin{aligned} K &= 24 \cdot w \\ &= 24 \cdot 750\,‰ \\ &= 18 \end{aligned}$$

L'or 750 a 18 carats. L'or 585 a par le calcul 14,04 carats et s'appelle 14 carats.

Titres usuels

Métal	Titre en ‰	Désignation
Or	333	8 carats
Or	375	9 carats
Or	585	14 carats
Or	750	18 carats
Or	916	22 carats
Or	999	24 carats, or fin
Argent	800	
Argent	925	argent sterling
Argent	999	argent fin
Platine	950	

Les cours des métaux précieux s'entendent par once fine : 1 once fine = 31,1035 g. L'once fine est plus lourde que l'once commerciale de 28,35 g.

Titre d'un mélange

(9.34) COMPAGNON

$$w = \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_1 + m_2}$$

À la fonte, le poids de fin se conserve : $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1 + m_2) \cdot w$.

Validité : sans perte au feu. Pour un métal d'alliage pur comme le cuivre, le titre est nul ; pour le métal fin, il est de 1000 ‰.

w	Titre (mélange)	‰
m_1	Masse (alliage 1)	g
w_1	Titre (alliage 1)	‰
m_2	Masse (alliage 2)	g
w_2	Titre (alliage 2)	‰

EXEMPLE On fond ensemble 20 g d'or 750 et 10 g d'or 333.

Données : $m_1 = 20\,\mathrm{g}$; $w_1 = 750\,‰$; $m_2 = 10\,\mathrm{g}$; $w_2 = 333\,‰$

$$\begin{aligned} w &= \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{20\,\mathrm{g} \cdot 750\,‰ + 10\,\mathrm{g} \cdot 333\,‰}{20\,\mathrm{g} + 10\,\mathrm{g}} \\ &\approx 611\,‰ \end{aligned}$$

Le mélange a un titre de 611 ‰. On ne peut le poinçonner qu'à 585.

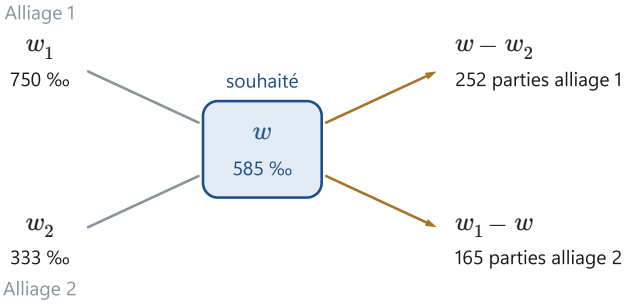


Fig. 9.12 Croix de mélange avec l'exemple de la formule (9.35)

Croix de mélange

(9.35) MAÎTRE

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{w - w_2}{w_1 - w}$$

TRANSFORMÉE $$m_1 = \frac{m_2 \cdot (w - w_2)}{w_1 - w}$$

La croix de mélange donne le rapport de masse de deux alliages pour un titre souhaité : on lit en croix les différences par rapport à la valeur visée.

Validité : Le titre souhaité doit se situer entre les deux valeurs de départ.

m_1	Masse (alliage 1)	g
m_2	Masse (alliage 2)	g
w	Titre (mélange souhaité)	‰
w_1	Titre (alliage 1)	‰
w_2	Titre (alliage 2)	‰

EXEMPLE À partir d'or 750 et d'or 333, on veut obtenir de l'or 585. On dispose de 10 g d'or 333. Combien d'or 750 faut-il ajouter ?

Données : $m_2 = 10\,\mathrm{g}$; $w = 585\,‰$; $w_2 = 333\,‰$; $w_1 = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{m_2 \cdot (w - w_2)}{w_1 - w} \\ &= \frac{10\,\mathrm{g} \cdot (585\,‰ - 333\,‰)}{750\,‰ - 585\,‰} \\ &= 10\,\mathrm{g} \cdot \frac{252}{165} \\ &\approx 15{,}3\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

À 10 g d'or 333, il faut 15,3 g d'or 750. La croix montre le même rapport : 252 parties pour 165 parties.

Élévation du titre par du métal fin

(9.36) MAÎTRE

$$m_{\mathrm{zu}} = \frac{m_1 \cdot (w_2 - w_1)}{1000\,‰ - w_2}$$

Cas particulier du calcul de mélange : le second alliage est du métal précieux pur.

Validité : sans perte au feu ; métal fin compté à 1000 ‰.

m_{zu}	Masse (métal fin ajouté)	g
m_1	Masse (alliage disponible)	g
w_1	Titre (avant)	‰
w_2	Titre (après)	‰

EXEMPLE 20 g d'or 585 doivent être portés à 750.

Données : $m_1 = 20\,\mathrm{g}$; $w_1 = 585\,‰$; $w_2 = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{zu}} &= \frac{m_1 \cdot (w_2 - w_1)}{1000\,‰ - w_2} \\ &= \frac{20\,\mathrm{g} \cdot (750\,‰ - 585\,‰)}{1000\,‰ - 750\,‰} \\ &= 13{,}2\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Il faut ajouter 13,2 g d'or fin ; on obtient ensuite 33,2 g d'or 750.

Abaissement du titre par un métal d'alliage

(9.37) MAÎTRE

$$m_{\mathrm{zu}} = \frac{m_1 \cdot (w_1 - w_2)}{w_2}$$

Cas particulier du calcul de mélange : le métal ajouté ne contient pas de métal précieux.

Validité : sans perte au feu.

m_{zu}	Masse (métal ajouté sans métal précieux)	g
m_1	Masse (alliage disponible)	g
w_1	Titre (avant)	‰
w_2	Titre (après)	‰

EXEMPLE 20 g d'or 750 doivent être ramenés à 585.

Données : $m_1 = 20\,\mathrm{g}$; $w_1 = 750\,‰$; $w_2 = 585\,‰$

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{zu}} &= \frac{m_1 \cdot (w_1 - w_2)}{w_2} \\ &= \frac{20\,\mathrm{g} \cdot (750\,‰ - 585\,‰)}{585\,‰} \\ &\approx 5{,}64\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

On ajoute 5,64 g de métal d'alliage, pour l'or jaune de l'argent et du cuivre dans la proportion correspondant à la couleur souhaitée.

9.8 Dureté et traitement thermique

L'acier trempé est dur comme le verre et fragile. Au revenu, c'est-à-dire en le chauffant de nouveau à 200 °C à 350 °C, il perd un peu de dureté et devient plus tenace. Sur l'acier poli, une mince couche d'oxyde indique alors la température : la couleur de revenu.

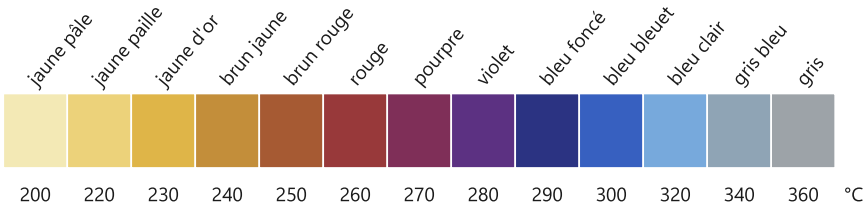


Fig. 9.13 Couleurs de revenu de l'acier non allié poli (rendu des couleurs à l'impression seulement approximatif)

Couleurs de revenu de l'acier non allié (valeurs indicatives)

Couleur de revenu	Température en °C	Exemples
jaune pâle	200	burins, grattoirs
jaune paille	220	outils de tour, fraises, forets
jaune d'or	230	tarauds, filières
brun jaune	240	poinçons, matrices
brun rouge	250	pointeaux, chasse-goupilles
rouge	260	ciseaux à froid
pourpre	270	lames de tournevis
violet	280	lames de tournevis, axes et pignons
bleu foncé	290	axes, pignons, ressorts
bleu bleuet	300	ressorts ; vis et aiguilles bleuies
bleu clair	320	ressorts doux
gris bleu	340	
gris	360	presque plus de dureté

Les couleurs valent pour l'acier non allié poli chauffé rapidement. Si l'on maintient la température plus longtemps, la couleur continue d'évoluer bien que l'acier ne chauffe pas davantage ; les aciers alliés ne se colorent qu'à température plus élevée. Les exemples sont des valeurs d'expérience de l'atelier.

Températures de trempe des aciers à outils (valeurs indicatives)

Acier	Température de trempe en °C	Refroidissement dans
Acier à outils non allié à environ 1 % de carbone (C105U)	770 … 800	eau
Acier argent 115CrV3 (1.2210)	780 … 810	eau
Acier argent 115CrV3 (1.2210), pièces minces	810 … 840	huile
Acier trempant à l'huile 100MnCrW4 (1.2510)	780 … 820	huile
Acier trempant à l'huile 90MnCrV8 (1.2842)	790 … 820	huile

La fiche technique du fabricant fait foi. Vers 800 °C, l'acier est rouge cerise et n'est plus attiré par un aimant. Faire le revenu immédiatement après la trempe.

Dureté Vickers et dureté Rockwell de l'acier (conversion approximative)

HV	HRC
240	20
300	30
350	35 … 36
400	41
450	45
500	49
550	52
600	55
650	58
700	60
800	64
900	67

Valeurs du tableau de conversion normalisé pour aciers non alliés et faiblement alliés, arrondies au HRC entier. Une conversion n'est jamais qu'une indication ; elle ne vaut pas pour d'autres matériaux. L'acier à outils trempé atteint 62 à 66 HRC, revenu bleu encore environ 55 HRC.

9.9 Galvanoplastie

En galvanoplastie, un courant continu dépose du métal d'un électrolyte sur la pièce. La masse déposée découle de l'intensité et du temps, l'épaisseur de couche de la masse, de la surface et de la masse volumique.

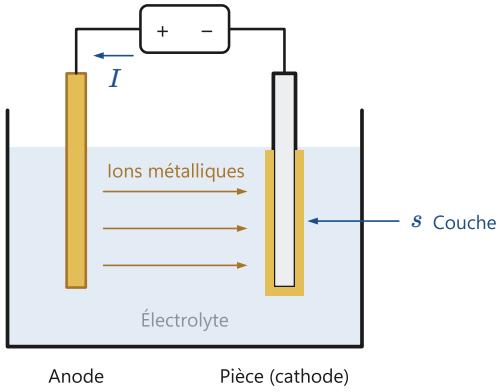


Fig. 9.14 Bain galvanique : la pièce est la cathode, sur laquelle croît la couche d'épaisseur s

Masse déposée (loi de Faraday)

(9.38) APPROFONDISSEMENT

$$m = \frac{\eta \cdot M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$$

La masse déposée croît avec la charge écoulée, donc avec l'intensité multipliée par le temps. Plus la valence des ions est élevée, plus il faut de charge par atome.

Validité : courant continu d'intensité constante. Le rendement cathodique dépend du bain : proche de 1 pour les bains d'argent et de cuivre, nettement plus faible pour les bains d'or acides et pour le rhodium.

m	Masse (métal déposé)	mg
η	Rendement cathodique (part du courant qui dépose du métal)	1
M	masse molaire du métal déposé	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$
I	Intensité du courant	A
t	Temps (durée du dépôt)	s
z	Valence (nombre de charges des ions métalliques dans le bain)	1
F	Constante de Faraday ($96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$)	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$

EXEMPLE Une boîte est dorée pendant 10 minutes sous 0,05 A. Dans le bain, l'or est monovalent ; on admet un rendement cathodique de 90 %.

Données : $\eta = 0{,}9$; $M = 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$; $I = 0{,}05\ \mathrm{A}$; $t = 600\ \mathrm{s}$; $z = 1$; $F = 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$

$$m = \frac{\eta \cdot M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$$
$$= \frac{0{,}9 \cdot 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 0{,}05\ \mathrm{A} \cdot 600\ \mathrm{s}}{1 \cdot 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}}$$
$$\approx 55{,}1\ \mathrm{mg}$$

Environ 55 mg d'or se déposent sur la boîte.

Épaisseur de couche à partir de la masse

(9.39) APPROFONDISSEMENT

$$s = \frac{m}{\varrho \cdot A}$$

La masse se répartit en couche sur la surface. Sur les arêtes et les pointes, la couche est plus épaisse, dans les creux plus mince ; la formule donne la valeur moyenne.

Validité : couche uniforme et compacte.

s	Épaisseur (épaisseur de couche)	$\mu\mathrm{m}$
m	Masse (métal déposé)	mg
ϱ	Masse volumique (du métal de la couche)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
A	Surface (surface revêtue)	cm^2

EXEMPLE Les 55,1 mg d'or de l'exemple précédent se répartissent sur 15 cm² de surface. L'or a une masse volumique de $19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

Données : $m = 55{,}1\,\mathrm{mg}$; $\varrho = 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$; $A = 15\,\mathrm{cm}^2$

$$\begin{aligned} s &= \frac{m}{\varrho \cdot A} \\ &= \frac{55{,}1\,\mathrm{mg}}{19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 15\,\mathrm{cm}^2} \\ &\approx 1{,}90 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{cm} \\ &= 1{,}90\,\mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

La couche d'or a en moyenne 1,9 µm d'épaisseur.

Épaisseur de couche à partir de la densité de courant et du temps

(9.40) APPROFONDISSEMENT

$$s = \frac{\eta \cdot M \cdot j \cdot t}{z \cdot F \cdot \varrho}$$

Les bains sont exploités avec une densité de courant prescrite. D'elle et du temps découle directement l'épaisseur de couche, sans connaître la masse.

Validité : comme pour les formules (9.38) et (9.39).

s	Épaisseur (épaisseur de couche)	$\mu\mathrm{m}$
η	Rendement cathodique (part du courant qui dépose du métal)	1
M	masse molaire du métal déposé	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$
j	Densité de courant (intensité par unité de surface, $j = \frac{I}{A}$)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$
t	Temps (durée du dépôt)	s
z	Valence (nombre de charges des ions métalliques dans le bain)	1
F	Constante de Faraday ($96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$)	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$
ϱ	Masse volumique (du métal de la couche)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

EXEMPLE Le même bain d'or : 0,05 A sur 15 cm² font $0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$. Quelle est l'épaisseur de la couche après 10 minutes ?

Données : $\eta = 0{,}9$; $M = 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$; $j = 0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$; $t = 600\,\mathrm{s}$; $z = 1$; $F = 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$; $\varrho = 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\eta \cdot M \cdot j \cdot t}{z \cdot F \cdot \varrho} \\ &= \frac{0{,}9 \cdot 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2} \cdot 600\,\mathrm{s}}{1 \cdot 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}} \cdot 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}} \\ &\approx 1{,}90\,\mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

De nouveau 1,9 µm. Pour une épaisseur double, on galvanise deux fois plus longtemps, et non avec un courant double : la densité de courant est imposée par le bain.

Valeurs pour la galvanoplastie

Métal	Valence z dans le bain	Masse molaire M en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$	Masse volumique ϱ en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
Or (bains cyanurés)	1	196,97	19,3
Argent	1	107,87	10,5
Cuivre (bains acides)	2	63,55	8,96
Nickel	2	58,69	8,90
Rhodium	3	102,91	12,4

La masse volumique vaut pour le métal pur ; les couches d'alliage comme l'or dur s'en écartent un peu.

10 Électrotechnique, quartz et pile

La montre à quartz remplace le ressort moteur, l'échappement et le balancier par une pile, un circuit intégré et un quartz. Pour la contrôler et la réparer, il ne faut que peu d'électrotechnique : la loi d'Ohm, la puissance et la charge, ainsi que le comportement de la pile, du condensateur et de la bobine.

Sur cette base reposent les formules de la montre elle-même : autonomie de la pile, division de fréquence, marche et comportement thermique du quartz, consommation du moteur pas à pas. Dans ce chapitre, U désigne la tension, A la section du conducteur, P la puissance et C la capacité.

10.1 Grandeurs de base du circuit électrique

La tension pousse le courant à travers le circuit, la résistance le freine. Avec ces trois grandeurs et le temps, on calcule la puissance, le travail et la charge. Dans la montre à quartz, les tensions sont faibles et les courants minuscules : on calcule en volts, en microampères et en kiloohms.

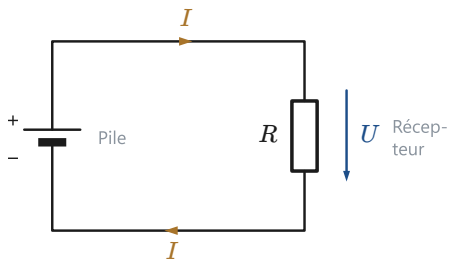


Fig. 10.1 Circuit simple : la tension U pousse le courant I à travers la résistance R

Loi d'Ohm

(10.1) COMPAGNON

$$U = R \cdot I$$

TRANSFORMÉE $\quad I = \dfrac{U}{R} \qquad R = \dfrac{U}{I}$

U	Tension (aux bornes de la résistance)	V
R	Résistance	Ω
I	Intensité du courant	A

Aux bornes d'une résistance, la tension et le courant sont proportionnels. Une tension double fait passer un courant double, une résistance double ne laisse passer que la moitié du courant.

Validité : courant continu et résistances dont la valeur ne dépend ni de la tension ni du courant (fils, bobines, résistances à couche).

EXEMPLE Une bobine de moteur de 1,8 kΩ est sous 1,55 V. Quel courant circule une fois le courant entièrement établi ?

Données : $U = 1{,}55\,\mathrm{V}; \quad R = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{U}{R} \\ &= \frac{1{,}55\,\mathrm{V}}{1{,}8\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 0{,}86\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

Environ 0,86 mA. Le courant ne peut pas monter plus haut pendant l'impulsion moteur. En moyenne, la montre n'en consomme qu'environ un millième, car l'impulsion ne dure que quelques millisecondes.

Puissance électrique

(10.2) COMPAGNON

$$P = U \cdot I$$

P	Puissance	W
U	Tension	V
I	Intensité du courant	A

La puissance indique combien d'énergie est convertie par seconde. Un watt est un volt multiplié par un ampère.

Validité : courant continu ; en fonctionnement par impulsions sous tension constante, avec la valeur moyenne du courant.

EXEMPLE Un mouvement à quartz consomme en moyenne 1,2 µA sous 1,55 V. Quelle est la puissance ?

Données : $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}86\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Un peu moins de 2 µW. Un mouvement mécanique de montre-bracelet ne tire lui aussi de son ressort moteur qu'un à quelques microwatts (chapitre 3).

Puissance dans une résistance à partir de la tension

(10.3) COMPAGNON

$$P = \frac{U^2}{R}$$

P	Puissance	W
U	Tension (aux bornes de la résistance)	V
R	Résistance	Ω

Découle de la puissance et de la loi d'Ohm. La puissance croît avec le carré de la tension : tension double, puissance quadruple.

Validité : comme pour la loi d'Ohm.

EXEMPLE Un testeur de piles charge une pile avec 2 kΩ. La tension en charge est de 1,55 V. Quelle puissance la pile fournit-elle ?

Données : $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(1{,}55\,\mathrm{V})^2}{2\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 1{,}20\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

Environ 1,2 mW, soit environ 600 fois la puissance dont le mouvement a besoin en fonctionnement. C'est pourquoi on ne charge la pile que brièvement.

Puissance dans une résistance à partir du courant

(10.4) COMPAGNON

$$P = I^2 \cdot R$$

P	Puissance	W
I	Intensité du courant	A
R	Résistance	Ω

Cette puissance se transforme en chaleur dans la résistance. Dans la bobine du moteur, c'est une perte : seul le reste de l'impulsion fait tourner le rotor.

Validité : comme pour la loi d'Ohm.

EXEMPLE Pendant l'impulsion, 0,5 mA traversent une bobine de 1,8 kΩ. Quelle puissance se transforme en chaleur dans le fil ?

Données : $I = 0{,}5\,\mathrm{mA}$; $R = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} P &= I^2 \cdot R \\ &= (0{,}5\,\mathrm{mA})^2 \cdot 1{,}8\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 0{,}45\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

0,45 mW, mais seulement pendant les quelques millisecondes de l'impulsion.

Travail électrique

(10.5) COMPAGNON

$$W = U \cdot I \cdot t$$

W	Travail (travail électrique, énergie convertie)	J
U	Tension	V
I	Intensité du courant	A
t	Temps (durée du passage du courant)	s

Le travail est la puissance multipliée par le temps. Un joule est un wattseconde ; un wattheure vaut 3600 J.

Validité : tension constante ; si le courant varie, on introduit sa valeur moyenne.

EXEMPLE Quelle énergie convertit en un an un mouvement à quartz qui consomme en moyenne 1,2 µA sous 1,55 V ?

Données : $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I = 1{,}2\,\mathrm{\mu A}$; $t = 365\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I \cdot t \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mathrm{\mu A} \cdot 365\,\mathrm{d} \\ &\approx 58{,}7\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Un peu moins de 59 J sur une année entière. Une ampoule de 60 W convertit la même énergie en une seconde.

Charge

(10.6) COMPAGNON

$$Q = I \cdot t$$

Q	Charge (quantité d'électricité)	C
I	Intensité du courant	A
t	Temps (durée du passage du courant)	s

Un courant d'un ampère transporte en une seconde la charge d'un coulomb. Pour les piles, on calcule en milliampères-heures : 1 mAh vaut 3,6 C.

Validité : courant constant ou valeur moyenne du courant.

EXEMPLE Quelle charge un mouvement consommant 1,2 µA prélève-t-il à la pile en un an (8760 h) ?

Données : $I = 1{,}2\,\mathrm{\mu A}$; $t = 8760\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} Q &= I \cdot t \\ &= 1{,}2\,\mathrm{\mu A} \cdot 8760\,\mathrm{h} \\ &\approx 10{,}5\,\mathrm{mAh} \end{aligned}$$

Environ 10,5 mAh par an. Une pile de 28 mAh suffit donc, par le calcul, pour un peu plus de deux ans et demi.

Résistance d'un fil

(10.7) COMPAGNON

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

TRANSFORMÉE $l = \frac{R \cdot A}{\rho}$

R	Résistance	Ω
ρ	résistivité du matériau	$\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$
l	Longueur (du fil)	m
A	Surface (section du fil)	mm^2

Plus le fil est long et fin, plus sa résistance est grande. Les bobines de moteur sont enroulées en fil de cuivre émaillé de seulement 0,015 mm à 0,02 mm de diamètre, plus fin qu'un cheveu.

Validité : section uniforme ; ρ vaut pour 20 °C. Section circulaire : $A = \frac{\pi}{4} d^2$ (chapitre 1).

EXEMPLE Une bobine est enroulée avec 26 m de fil de cuivre de 0,018 mm de diamètre ; la section vaut 0,000254 mm². Quelle est sa résistance ?

Données : $\rho = 0{,}0178 \ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$; $l = 26 \ \mathrm{m}$; $A = 0{,}000\,254 \ \mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho \cdot l}{A} \\ &= \frac{0{,}0178 \ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \cdot 26 \ \mathrm{m}}{0{,}000\,254 \ \mathrm{mm}^2} \\ &\approx 1{,}82 \ \mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

Environ 1,8 kΩ, une valeur usuelle pour la bobine d'un mouvement trois aiguilles.

Résistance et température

(10.8) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$R_\vartheta \approx R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta)$$

R_ϑ	Résistance à la température ϑ	Ω
R_{20}	Résistance à 20 °C	Ω
α_{20}	Coefficient de température de la résistance (rapporté à 20 °C)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	Variation de température (par rapport à 20 °C ; + signifie : plus chaud)	K

À chaud, les métaux conduisent moins bien. Pour le cuivre, la résistance augmente d'environ 0,4 % par kelvin, soit 4 % pour 10 K.

Validité : métaux dans la plage d'environ −50 °C à 150 °C ; $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\,^\circ\mathrm{C}$.

EXEMPLE Une bobine a une résistance de 1,80 kΩ à 20 °C. Quelle est-elle à 35 °C, par exemple dans une montre qu'on vient d'ôter du poignet ?

Données : $R_{20} = 1{,}80 \ \mathrm{k\Omega}$; $\alpha_{20} = 0{,}0039 \ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\Delta\vartheta = 15 \ \mathrm{K}$

$$\begin{aligned} R_\vartheta &\approx R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta) \\ &= 1{,}80 \ \mathrm{k\Omega} \cdot \left(1 + 0{,}0039 \ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 15 \ \mathrm{K}\right) \\ &\approx 1{,}91 \ \mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

Environ 1,91 kΩ, soit 6 % de plus. C'est pourquoi on compare les résistances de bobines à température ambiante avec l'indication du fabricant.

Matériaux conducteurs à 20 °C (valeurs indicatives)

Matériau	résistivité ρ en $\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$	Coefficient de température α_{20} en $\frac{1}{\mathrm{K}}$	Utilisation
Argent	0,016	0,0038	contacts
Cuivre	0,0178	0,0039	fil de bobinage, pistes conductrices
Aluminium	0,028	0,0040	câbles
Laiton (CuZn37)	0,07	0,0015	ressorts de contact, brides de pile
Constantan	0,49	presque 0	résistances de mesure

Les valeurs varient selon la pureté et l'état du matériau.

10.2 Montages de résistances, pile en charge

Les résistances peuvent être montées l'une après l'autre (en série) ou côte à côte (en parallèle). La pile elle-même contient aussi une résistance, la résistance interne. Elle décide si une pile peut encore fournir l'impulsion moteur.

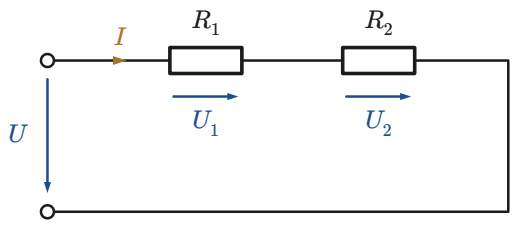


Fig. 10.2 Montage en série : le même courant I traverse les deux résistances, les tensions partielles s'additionnent

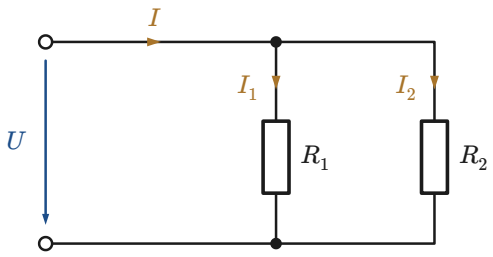


Fig. 10.3 Montage en parallèle : la même tension U aux bornes des deux résistances, les courants partiels s'additionnent

Montage en série de résistances

(10.9) COMPAGNON

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Le même courant traverse toutes les résistances. Les tensions partielles s'additionnent pour donner la tension totale et se répartissent comme les résistances. La formule vaut pour un nombre quelconque de résistances.

R	Résistance (résistance totale du montage)	Ω
R_1	première résistance partielle	Ω
R_2	deuxième résistance partielle	Ω
R_3	troisième résistance partielle (et ainsi de suite)	Ω

EXEMPLE La bobine d'un moteur pas à pas a 1,8 kΩ. Pour la mesure, une résistance additionnelle de 3,3 kΩ et une résistance de mesure de 1,0 kΩ sont en série avec elle. Quelle est la résistance totale ?

Données : $R_1 = 1{,}8\,\text{k}\Omega$; $R_2 = 3{,}3\,\text{k}\Omega$; $R_3 = 1{,}0\,\text{k}\Omega$

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 + R_3 \\ &= 1{,}8\,\text{k}\Omega + 3{,}3\,\text{k}\Omega + 1{,}0\,\text{k}\Omega \\ &= 6{,}1\,\text{k}\Omega \end{aligned}$$

6,1 kΩ. La résistance totale est toujours plus grande que la plus grande résistance partielle.

Montage en parallèle de résistances

(10.10) COMPAGNON

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

TRANSFORMÉE $$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots}$$

R	Résistance (résistance totale du montage)	Ω
R_1	première résistance partielle	Ω
R_2	deuxième résistance partielle	Ω
R_3	troisième résistance partielle (et ainsi de suite)	Ω

Toutes les résistances sont soumises à la même tension. Les courants partiels s'additionnent pour donner le courant total ; le courant le plus fort traverse la plus petite résistance. La formule vaut pour un nombre quelconque de résistances. Pour deux résistances, on calcule plus simplement $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Attention : L'humidité ou la saleté entre les connexions de la bobine agit comme une résistance montée en parallèle. La bobine se mesure alors trop faible, et la consommation du mouvement augmente.

EXEMPLE Trois résistances de 2 kΩ, 3 kΩ et 6 kΩ sont en parallèle. Quelle est la résistance totale ?

Données : $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 3\,\mathrm{k\Omega}$; $R_3 = 6\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{3\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{6\,\mathrm{k\Omega}}} \\ &= 1\,\mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

1 kΩ. La résistance totale est toujours plus petite que la plus petite résistance partielle.

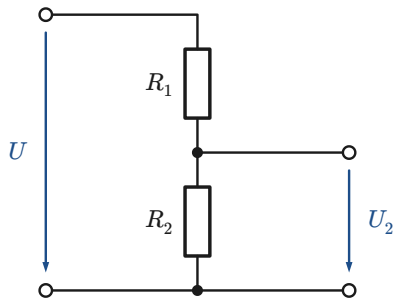


Fig. 10.4 Diviseur de tension à vide : aux bornes de la résistance R_2 règne la tension partielle U_2

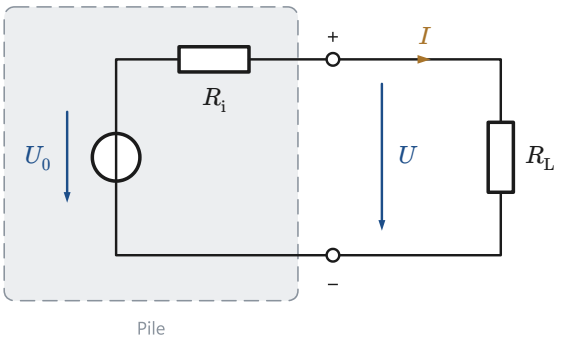


Fig. 10.5 Schéma équivalent de la pile : force électromotrice U_0 et résistance interne R_i ; aux bornes de la charge R_L règne la tension aux bornes U

Diviseur de tension (à vide)

(10.11) COMPAGNON

$$U_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Deux résistances en série divisent la tension dans le rapport de leurs valeurs. On obtient ainsi une tension plus faible à partir d'une tension donnée.

Validité : à vide : le courant prélevé est très inférieur au courant traversant le diviseur. Un récepteur en parallèle sur R_2 abaisse la tension partielle.

U_2	Tension partielle aux bornes de la résistance R_2	V
U	Tension (tension totale)	V
R_1	première résistance partielle	Ω
R_2	deuxième résistance partielle (aux bornes de laquelle on prélève)	Ω

EXEMPLE On veut obtenir une tension partielle à partir d'une pile au lithium de 3,0 V. Le diviseur se compose de 120 kΩ et 100 kΩ. Quelle tension règne aux bornes de la résistance de 100 kΩ ?

Données : $U = 3{,}0\,\mathrm{V}$; $R_1 = 120\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{3{,}0\,\mathrm{V} \cdot 100\,\mathrm{k\Omega}}{120\,\mathrm{k\Omega} + 100\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 1{,}36\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Environ 1,36 V, tant qu'on ne prélève pas de courant notable.

Tension aux bornes de la pile en charge

(10.12) COMPAGNON

$$U = U_0 - I \cdot R_\mathrm{i}$$

TRANSFORMÉE $R_\mathrm{i} = \dfrac{U_0 - U}{I}$

Dès qu'un courant circule, une partie de la tension chute dans la résistance interne de la pile. Il en reste moins aux bornes, d'autant moins que le courant est fort et la pile âgée.

Validité : schéma équivalent formé de la force électromotrice et d'une résistance interne fixe. Sur les piles réelles, R_i augmente avec la décharge, avec l'âge et par le froid.

U	Tension (tension aux bornes en charge)	V
U_0	Force électromotrice (tension à vide, mesurée sans charge)	V
I	Intensité du courant (courant de charge)	A
R_i	Résistance interne de la pile	Ω

Attention : La tension à vide dit peu de chose sur l'état d'une pile. Même une pile à l'oxyde d'argent presque vide affiche encore plus de 1,5 V sur un appareil de mesure à haute impédance. Contrôler donc toujours les piles en charge.

EXEMPLE Une pile à l'oxyde d'argent a 1,57 V à vide et une résistance interne de 50 Ω. Quelle tension règne pendant que l'impulsion moteur tire 0,8 mA ?

Données : $U_0 = 1{,}57\,\mathrm{V}$; $I = 0{,}8\,\mathrm{mA}$; $R_\mathrm{i} = 50\,\Omega$

$$\begin{aligned} U &= U_0 - I \cdot R_\mathrm{i} \\ &= 1{,}57\,\mathrm{V} - 0{,}8\,\mathrm{mA} \cdot 50\,\Omega \\ &\approx 1{,}53\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

1,53 V. Une pile neuve ne chute sous l'impulsion que de quelques centièmes de volt.

Résistance interne à partir d'une mesure à vide et en charge

(10.13) MAÎTRE

$$R_\mathrm{i} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot (U_0 - U)}{U}$$

R_i	Résistance interne de la pile	Ω
R_L	Résistance de charge (de l'appareil de contrôle)	Ω
U_0	Force électromotrice (tension à vide, mesurée sans charge)	V
U	Tension (tension aux bornes en charge)	V

Deux mesures suffisent : une sans charge, une avec une résistance de charge connue. La résistance interne et la charge forment un diviseur de tension ; de la chute de tension découle la résistance interne.

Validité : appareil de mesure à impédance bien plus élevée que la résistance de charge ; n'appliquer la charge que brièvement, afin de ne pas décharger la pile.

EXEMPLE Une pile usagée affiche 1,57 V à vide et encore 1,49 V sur une résistance de charge de 2 kΩ. Quelle est sa résistance interne ?

Données : $R_\mathrm{L} = 2\,\mathrm{k\Omega}$; $U_0 = 1{,}57\,\mathrm{V}$; $U = 1{,}49\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} R_\mathrm{i} &= \frac{R_\mathrm{L} \cdot (U_0 - U)}{U} \\ &= \frac{2\,\mathrm{k\Omega} \cdot (1{,}57\,\mathrm{V} - 1{,}49\,\mathrm{V})}{1{,}49\,\mathrm{V}} \\ &\approx 107\,\Omega \end{aligned}$$

Environ 107 Ω. La pile a nettement vieilli et doit être remplacée, même si elle paraît encore bonne à vide.

À retenir : Les piles se contrôlent en charge. La tension à vide indique seulement de quel système il s'agit.

10.3 Condensateur et bobine

Le condensateur stocke de la charge, la bobine s'oppose à toute variation du courant. Dans la montre, on rencontre des condensateurs à l'oscillateur à quartz (quelques picofarads) et comme accumulateurs d'énergie dans les anciens mouvements à quartz solaires et automatiques (quelques dixièmes de farad). La bobine est le cœur du moteur pas à pas.

Charge du condensateur

(10.14) MAÎTRE

$$Q = C \cdot U$$

Q	Charge (stockée dans le condensateur)	C
C	Capacité	F
U	Tension (aux bornes du condensateur)	V

La capacité indique quelle charge le condensateur prend par volt. Un farad est un coulomb par volt.

EXEMPLE Un condensateur de stockage de 0,33 F est chargé à 1,8 V. Quelle charge contient-il ?

Données : $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$; $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} Q &= C \cdot U \\ &= 0{,}33\,\mathrm{F} \cdot 1{,}8\,\mathrm{V} \\ &= 0{,}594\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

0,594 C, soit seulement 0,165 mAh. Une petite pile à l'oxyde d'argent stocke plus de cent fois plus.

Capacité du condensateur plan

(10.15) APPROFONDISSEMENT

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot A}{d}$$

De grandes armatures, une faible distance et un bon isolant donnent une grande capacité. Dans le trimmer rotatif, on modifie la surface de recouvrement des armatures.

Validité : distance entre armatures petite par rapport aux dimensions des armatures.

C	Capacité	F
ε_0	constante électrique, $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
ε_r	Permittivité relative de l'isolant (air 1, films plastiques 2 à 4)	1
A	Surface (d'une armature, dans la mesure où les armatures se font face)	m^2
d	Distance (entre les armatures)	m

EXEMPLE Deux armatures de 100 mm² chacune se font face à une distance de 0,01 mm, avec entre elles un film de permittivité relative 4. Quelle est la capacité ?

Données : $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$; $\varepsilon_\mathrm{r} = 4$; $A = 100\,\mathrm{mm}^2$; $d = 0{,}01\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot A}{d} \\ &= \frac{8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \cdot 4 \cdot 100\,\mathrm{mm}^2}{0{,}01\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 354\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

Environ 354 pF. Les condensateurs de l'ordre du microfarad, voire du farad, demandent des films enroulés ou des électrodes poreuses à très grande surface.

Montage en parallèle de condensateurs

(10.16) MAÎTRE

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

Des condensateurs montés en parallèle agissent comme un condensateur à plus grande surface d'armature : les capacités s'additionnent. C'est exactement l'inverse des résistances. La formule vaut pour un nombre quelconque de condensateurs.

C	Capacité (capacité totale du montage)	F
C_1	première capacité partielle	F
C_2	deuxième capacité partielle	F
C_3	troisième capacité partielle (et ainsi de suite)	F

EXEMPLE Au quartz est relié un condensateur fixe de 10 pF, en parallèle avec un trimmer réglé sur 12 pF. Les pistes conductrices apportent 3 pF de plus. Quelle est la capacité totale ?

Données : $C_1 = 10\,\mathrm{pF}$; $C_2 = 12\,\mathrm{pF}$; $C_3 = 3\,\mathrm{pF}$

$$\begin{aligned} C &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= 10\,\mathrm{pF} + 12\,\mathrm{pF} + 3\,\mathrm{pF} \\ &= 25\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

25 pF. Le trimmer permet d'ajuster finement la capacité totale et donc la fréquence du quartz.

Montage en série de condensateurs

(10.17) MAÎTRE

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

TRANSFORMÉE $$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

C	Capacité (capacité totale du montage)	F
C_1	première capacité partielle	F
C_2	deuxième capacité partielle	F
C_3	troisième capacité partielle (et ainsi de suite)	F

En série, les inverses s'additionnent. La capacité totale est plus petite que la plus petite capacité partielle. La formule vaut pour un nombre quelconque de condensateurs ; pour deux, on calcule plus simplement $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.

EXEMPLE Trois condensateurs de 30 pF, 20 pF et 12 pF sont en série. Quelle capacité en résulte ?

Données : $C_1 = 30\,\mathrm{pF}$; $C_2 = 20\,\mathrm{pF}$; $C_3 = 12\,\mathrm{pF}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{30\,\mathrm{pF}} + \frac{1}{20\,\mathrm{pF}} + \frac{1}{12\,\mathrm{pF}}} \\ &= 6\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

6 pF. Dans l'oscillateur à quartz, les deux condensateurs de charge du quartz sont en série : 22 pF et 15 pF donnent 8,9 pF. S'y ajoutent quelques picofarads des pistes conductrices ; la somme est la capacité de charge pour laquelle le quartz doit être ajusté.

Constante de temps à la charge et à la décharge

(10.18) MAÎTRE

$$\tau = R \cdot C$$

τ	Constante de temps	s
R	Résistance (dans le circuit de charge ou de décharge)	Ω
C	Capacité	F

Un condensateur ne se charge pas instantanément à travers une résistance. Après une constante de temps, 63 % de la tension de charge sont atteints, après cinq constantes de temps plus de 99 %. À la décharge, la tension baisse au même rythme.

EXEMPLE Un condensateur de stockage de 0,33 F est chargé à travers 1 kΩ. Quelle est la constante de temps ?

Données : $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$; $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$

$$\begin{aligned} \tau &= R \cdot C \\ &= 1\,\mathrm{k\Omega} \cdot 0{,}33\,\mathrm{F} \\ &= 330\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

330 s. Le condensateur est pratiquement plein après cinq constantes de temps, donc après un peu plus de 27 minutes.

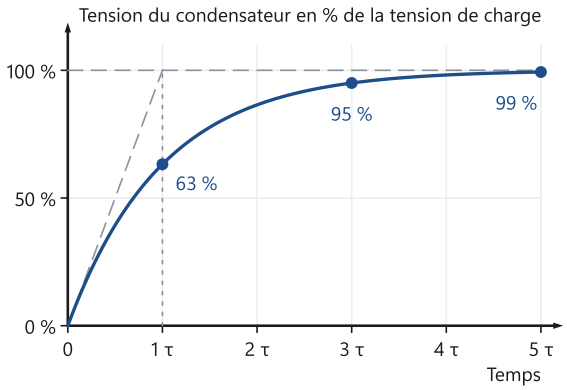


Fig. 10.6 Courbe de charge du condensateur : après une constante de temps τ 63 %, après $5\,\tau$ plus de 99 % de la tension de charge

Tension aux bornes du condensateur pendant la charge

(10.19) APPROFONDISSEMENT

$$u_\mathrm{C} = U \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

La tension monte d'abord rapidement, puis s'approche de plus en plus lentement de la tension de charge. À la décharge, on a $u_\mathrm{C} = U \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$.

Validité : condensateur vide au départ ; tension de charge et résistance constantes.

u_C	Tension aux bornes du condensateur à l'instant t	V
U	Tension (tension de charge de la source)	V
t	Temps (depuis le début de la charge)	s
τ	Constante de temps	s

EXEMPLE Le condensateur de l'exemple précédent (constante de temps 330 s) est chargé sous 1,8 V. Quelle tension a-t-il après 10 minutes ?

Données : $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$; $t = 600\,\mathrm{s}$; $\tau = 330\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} u_\mathrm{C} &= U \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ &= 1{,}8\,\mathrm{V} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{600\,\mathrm{s}}{330\,\mathrm{s}}}\right) \\ &\approx 1{,}51\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Environ 1,51 V, soit 84 % de la tension de charge.

Énergie dans le condensateur

(10.20) MAÎTRE

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

L'énergie stockée croît avec le carré de la tension. Seule la partie située au-dessus de la tension minimale du mouvement est utilisable.

W	Énergie (stockée dans le condensateur)	J
C	Capacité	F
U	Tension (aux bornes du condensateur)	V

EXEMPLE Quelle énergie stocke un condensateur de 0,33 F sous 1,8 V ?

Données : $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$; $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}33\,\mathrm{F} \cdot (1{,}8\,\mathrm{V})^2 \\ &\approx 0{,}53\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Environ 0,53 J. Pour une puissance absorbée de 2 µW, cela ferait par le calcul trois jours ; l'énergie utilisable est moindre, car la tension baisse pendant la décharge.

Bobine. Si le courant varie dans une bobine, il y naît une tension induite qui s'oppose à la variation. C'est pourquoi le courant du moteur ne monte pas instantanément, et une pointe de tension apparaît à la coupure. Le rotor en rotation induit lui aussi une tension dans la bobine ; beaucoup de circuits intégrés reconnaissent ainsi si le pas a été exécuté.

À l'atelier, nous contrôlons la bobine par sa résistance. Selon le calibre, elle se situe entre environ 0,8 kΩ et 2,7 kΩ. Si l'appareil de mesure n'indique aucune continuité, le fil est coupé ; une valeur nettement trop faible indique un court-circuit entre spires.

10.4 Pile

La capacité d'une pile est la charge qu'on peut en tirer, indiquée en milliampères-heures (mAh). Elle n'a en commun avec la capacité du condensateur que le nom. Avec la consommation du mouvement, elle donne l'autonomie.

Autonomie à partir de la capacité et de la consommation

(10.21) COMPAGNON

$$t = \frac{C_\mathrm{N}}{I}$$

TRANSFORMÉE $I = \dfrac{C_\mathrm{N}}{t}$

t	Temps (autonomie de la pile)	h
C_N	Capacité nominale de la pile (charge disponible)	mAh
I	Intensité du courant (consommation moyenne du mouvement)	mA

La capacité divisée par le courant donne l'autonomie. Inversement, la formule montre quelle consommation un mouvement peut avoir au plus pour que la pile tienne la durée promise.

Validité : consommation moyenne constante ; autodécharge non prise en compte. Introduire des unités cohérentes : mAh et mA donnent des heures.

EXEMPLE Une pile SR626SW a 28 mAh. Le mouvement consomme en moyenne 1,2 µA. Combien de temps la montre marche-t-elle ?

Données : $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{C_\mathrm{N}}{I} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A}} \\ &= 23\,333\,\mathrm{h} \\ &\approx 2{,}66\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Environ 23 300 heures, soit un peu plus de deux ans et demi. Si le mouvement consomme 3 µA à cause de l'encrassement, la pile est vide au bout d'un an déjà.

Contenu énergétique de la pile

(10.22) APPROXIMATION MAÎTRE

$$W \approx U_{\mathrm{N}} \cdot C_{\mathrm{N}}$$

La tension nominale multipliée par la capacité donne l'énergie stockée, le plus souvent en milliwattheures. Elle permet de comparer des piles de tensions différentes.

Validité : tension à peu près constante pendant la décharge, comme pour les piles à l'oxyde d'argent et au lithium.

W	Énergie (stockée dans la pile)	J
U_{N}	Tension nominale de la pile	V
C_{N}	Capacité nominale de la pile (charge disponible)	mAh

EXEMPLE Quelle énergie contient une pile à l'oxyde d'argent de 1,55 V et 28 mAh ?

Données : $U_{\mathrm{N}} = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $C_{\mathrm{N}} = 28\,\mathrm{mAh}$

$$\begin{aligned} W &\approx U_{\mathrm{N}} \cdot C_{\mathrm{N}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 28\,\mathrm{mAh} \\ &= 43{,}4\,\mathrm{mWh} \end{aligned}$$

43,4 mWh, soit environ 156 J. Un ressort moteur de montre-bracelet entièrement armé stocke moins de 1 J (chapitre 3).

Autonomie avec autodécharge

(10.23) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$t \approx \frac{C_{\mathrm{N}}}{I + s_{\mathrm{E}} \cdot C_{\mathrm{N}}}$$

Toute pile perd lentement de la charge, même sans récepteur. L'autodécharge agit comme un petit courant supplémentaire $s_{\mathrm{E}} \cdot C_{\mathrm{N}}$ à côté de la consommation du mouvement.

Validité : autodécharge calculée comme une perte constante. Valeur indicative pour les piles à l'oxyde d'argent à température ambiante : quelques pour cent par an, nettement plus à la chaleur.

t	Temps (autonomie de la pile)	h
C_{N}	Capacité nominale de la pile (charge disponible)	mAh
I	Intensité du courant (consommation moyenne du mouvement)	mA
s_{E}	Autodécharge (part de la capacité nominale perdue par unité de temps)	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$

EXEMPLE Combien de temps marche la montre de l'exemple sur l'autonomie (28 mAh, 1,2 µA) si la pile perd en plus 4 % de sa capacité par an par autodécharge ?

Données : $C_{\mathrm{N}} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $s_{\mathrm{E}} = 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}}$

$$\begin{aligned} t &\approx \frac{C_{\mathrm{N}}}{I + s_{\mathrm{E}} \cdot C_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A} + 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}} \cdot 28\,\mathrm{mAh}} \\ &\approx 2{,}41\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Environ 2,4 ans au lieu de 2,7 ans. Plus la consommation du mouvement est faible, plus l'autodécharge compte.

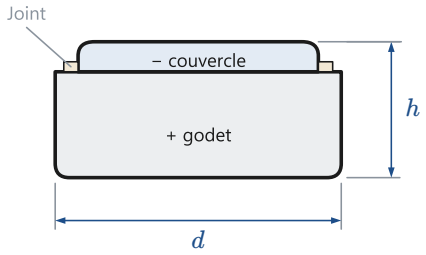


Fig. 10.7 Pile bouton : le godet est le pôle plus, le couvercle le pôle moins ; le diamètre d et la hauteur h figurent dans la désignation

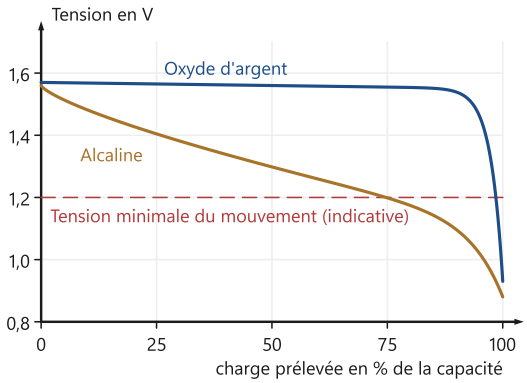


Fig. 10.8 Courbes de décharge en principe : la pile à l'oxyde d'argent maintient sa tension jusque peu avant la fin, la pile alcaline baisse régulièrement

Systèmes de piles pour montres

Système	Lettres d'identification	Tension nominale	Comportement à la décharge	Utilisation
Oxyde d'argent	SR	1,55 V	la tension reste presque constante jusque peu avant la fin	standard pour les montres-bracelets à quartz
Alcaline-manganèse	LR	1,5 V	la tension baisse régulièrement dès le début	remplacement bon marché, horloges, réveils
Lithium-dioxyde de manganèse	CR	3 V	la tension reste longtemps presque constante	montres à forte consommation, longue autonomie

Une pile alcaline de même taille convient mécaniquement, mais a moins de capacité et une tension décroissante. Dans la montre-bracelet, on met la pile à l'oxyde d'argent.

Désignation des piles bouton selon la CEI

Partie de la désignation	Signification	Exemple SR626SW
première lettre	système électrochimique : S oxyde d'argent, L alcaline-manganèse, C lithium-dioxyde de manganèse	S : oxyde d'argent
deuxième lettre	forme : R ronde	R : pile ronde
premier chiffre ou deux premiers chiffres	diamètre en mm, arrondi au millimètre entier inférieur	6 : diamètre 6,8 mm
deux derniers chiffres	hauteur en dixièmes de millimètre	26 : hauteur 2,6 mm
suffixe du fabricant	SW : pour faibles courants permanents (montres analogiques) ; W : pour fortes pointes de courant (éclairage, alarme)	SW : pour faibles courants

Une CR2032 est donc une pile ronde au lithium de 20 mm de diamètre et 3,2 mm de hauteur. Les désignations anciennes comme SR44 sont des numéros d'ordre sans indication de dimensions.

Piles bouton usuelles à l'oxyde d'argent (1,55 V)

Désignation	Numéro commercial	Diamètre en mm	Hauteur en mm	Capacité en mAh (typique)
SR521SW	379	5,8	2,15	14 à 16
SR616SW	321	6,8	1,65	14 à 16
SR621SW	364	6,8	2,15	19 à 23
SR626SW	377	6,8	2,6	24 à 28
SR721SW	362	7,9	2,1	21 à 25
SR920SW	371	9,5	2,05	35 à 40
SR927SW	395	9,5	2,7	50 à 55
SR1130SW	390	11,6	3,05	60 à 85
SR44W	357	11,6	5,4	150 à 180

La capacité dépend du fabricant ; la fiche technique de la pile fait foi.

10.5 Quartz et diviseur de fréquence

L'organe réglant de la montre à quartz est un minuscule cristal de quartz en forme de diapason. Il oscille à 32 768 Hz, soit 2^{15} oscillations par seconde. Un diviseur divise cette fréquence par deux 15 fois et obtient ainsi exactement une impulsion par seconde.

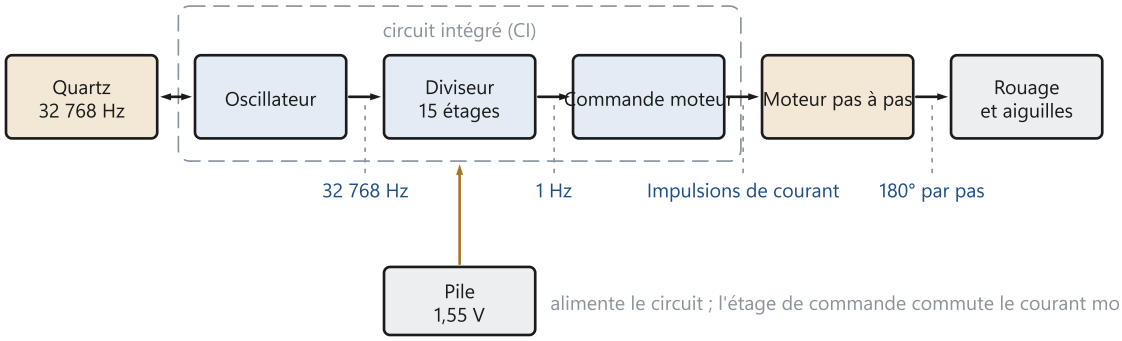


Fig. 10.9 Schéma fonctionnel de la montre à quartz analogique

Diviseur de fréquence

(10.24) COMPAGNON

$$f_{\text{aus}} = \frac{f}{2^n}$$

Chaque étage est une bascule qui délivre une impulsion de sortie toutes les deux impulsions d'entrée. C'est pourquoi on choisit comme fréquence du quartz une puissance de deux.

f_{aus}	Fréquence à la sortie du diviseur	Hz
f	Fréquence (du quartz)	Hz
n	Nombre (d'étages du diviseur ; chacun divise la fréquence par deux)	1

EXEMPLE Quelle fréquence fournit un diviseur à 15 étages à partir de la fréquence de quartz de 32 768 Hz ?

Données : $f = 32\,768\,\text{Hz}; \quad n = 15$

$$\begin{aligned} f_{\text{aus}} &= \frac{f}{2^n} \\ &= \frac{32\,768\,\text{Hz}}{2^{15}} \\ &= 1\,\text{Hz} \end{aligned}$$

Exactement 1 Hz : une impulsion par seconde pour le moteur pas à pas.

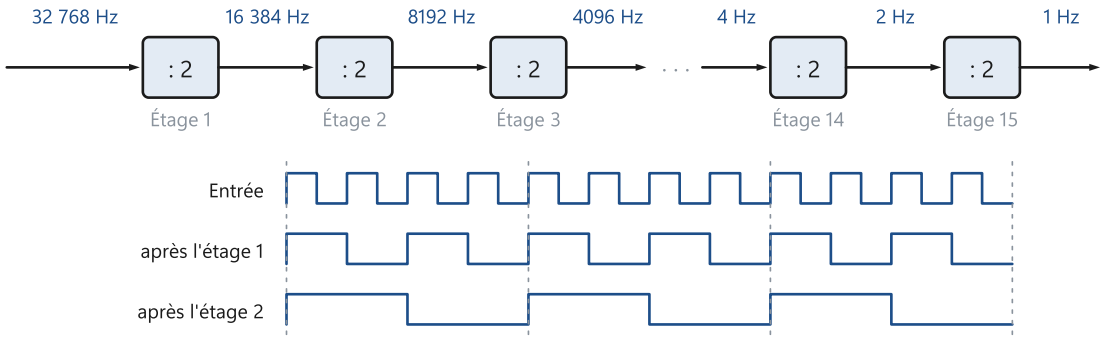


Fig. 10.10 Chaîne de division : chaque étage divise la fréquence par deux ; après 15 étages, il reste 1 Hz

Marche de la montre à quartz à partir de l'écart de fréquence

(10.25) COMPAGNON

$$G = \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δf	Écart de fréquence (+ signifie : le quartz oscille trop vite)	Hz
f	Fréquence (fréquence de consigne du quartz)	Hz

Si le quartz oscille trop vite, la montre avance dans la même proportion. On indique les écarts relatifs en millionièmes (ppm, chapitre 1). Pour le balancier, la même formule figure à la section 5.4.

Validité : la montre compte chaque oscillation du quartz (pas d'inhibition).

Bon à savoir : 1 ppm correspond à 0,0864 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, environ 2,6 s par mois et environ 31,5 s par an.

EXEMPLE Un quartz oscille à 32 768,2 Hz au lieu de 32 768 Hz, donc 0,2 Hz trop vite. Quelle est la marche de la montre ?

Données : $\Delta f = 0{,}2\,\mathrm{Hz}; \quad f = 32\,768\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{Hz}}{32\,768\,\mathrm{Hz}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 0{,}53\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

La montre avance de 0,53 s par jour, soit environ 16 s par mois. L'écart vaut 6,1 ppm.

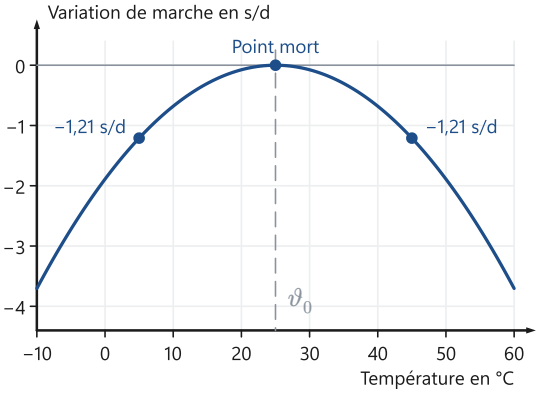


Fig. 10.11 Comportement thermique du quartz diapason, calculé avec $\beta = 0{,}035\ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$ et un point d'inversion à 25 °C

Comportement thermique du quartz diapason

(10.26) APPROXIMATION MAÎTRE

$$\Delta G \approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

La fréquence du quartz diapason est maximale au point d'inversion et diminue des deux côtés avec le carré de l'écart de température. La montre ralentit donc au froid comme à la chaleur par rapport au point d'inversion, elle n'accélère jamais.

Validité : quartz diapason de 32 768 Hz ; le coefficient et le point d'inversion varient d'un quartz à l'autre, la fiche technique fait foi.

ΔG	Variation de marche (par rapport à la marche au point d'inversion ; − signifie : la montre ralentit)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
β	Coefficient de température du quartz (valeur indicative 0,03 à 0,04 ppm par kelvin au carré)	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$
ϑ	Température (du quartz)	$^\circ\mathrm{C}$
ϑ_0	Température du point d'inversion (environ 25 °C)	$^\circ\mathrm{C}$

Bon à savoir : S'y ajoute le vieillissement : la première année, la fréquence d'un quartz varie de quelques ppm, ensuite de plus en plus lentement. Les mouvements thermocompensés mesurent la température et compensent la parabole par le calcul.

EXEMPLE En hiver, une montre à quartz reste à 5 °C dans la voiture. De combien sa marche varie-t-elle par rapport à 25 °C, si le coefficient vaut 0,035 ppm par kelvin au carré ?

Données : $\beta = 0{,}035 \ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$; $\vartheta = 5^\circ\mathrm{C}$; $\vartheta_0 = 25^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -0{,}035 \ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2} \cdot (5^\circ\mathrm{C} - 25^\circ\mathrm{C})^2 \cdot 86\,400 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -1{,}21 \ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

La montre ralentit d'environ 1,2 s par jour. Au poignet, le quartz reste proche du point d'inversion ; une montre portée marche donc plus régulièrement qu'une montre posée.

Inhibition : correction de marche par suppression d'impulsions (10.27) MAÎTRE

$$\Delta G = -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

ΔG	Variation de marche (due à l'inhibition ; − signifie : la montre ralentit)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Nombre (d'impulsions supprimées par période d'inhibition)	1
f	Fréquence (des impulsions à l'étage du diviseur où a lieu la suppression)	Hz
t_I	Période d'inhibition	s

Les mouvements sans trimmer ajustent la marche numériquement. Le quartz est volontairement un peu trop rapide ; à chaque période d'inhibition, le circuit intégré supprime un nombre mémorisé d'impulsions et ramène ainsi la montre à la marche de consigne.

Validité : période d'inhibition le plus souvent de 60 s selon le circuit, de 10 s sur certains mouvements, de plusieurs minutes sur les mouvements thermocompensés (ETA 252.511 : 8 min) ; respecter l'indication du fabricant.

Attention : Entre les corrections, la montre marche avec la fréquence non corrigée du quartz. La marche doit donc être mesurée sur une période d'inhibition entière ou un multiple de celle-ci, sur l'impulsion moteur et non sur la fréquence du quartz. Sinon, l'appareil de contrôle indique une avance apparente.

EXEMPLE Un circuit supprime toutes les 60 s une impulsion de la fréquence de quartz de 32 768 Hz. Quel est ce plus petit pas de correction ?

Données : $N = 1$; $f = 32\,768\,\mathrm{Hz}$; $t_\mathrm{I} = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1}{32\,768\,\mathrm{Hz} \cdot 60\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -0{,}044\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Chaque impulsion supprimée ralentit la montre de 0,044 s par jour, soit 0,51 ppm. Un quartz qui oscille 5 ppm trop vite demande donc environ 10 impulsions supprimées par minute.

À retenir : Le quartz horloger oscille à 32 768 Hz. 15 étages de division en font la cadence de la seconde. 1 ppm représente environ 2,6 s par mois.

10.6 Moteur pas à pas

Le moteur pas à pas de Lavet se compose d'une bobine, d'un stator et d'un rotor à aimant permanent bipolaire. Chaque impulsion de courant fait avancer le rotor d'un demi-tour. L'impulsion suivante doit être de polarité inverse, sinon le rotor reste immobile. Entre les impulsions, les encoches de positionnement du stator le maintiennent en place sans courant.

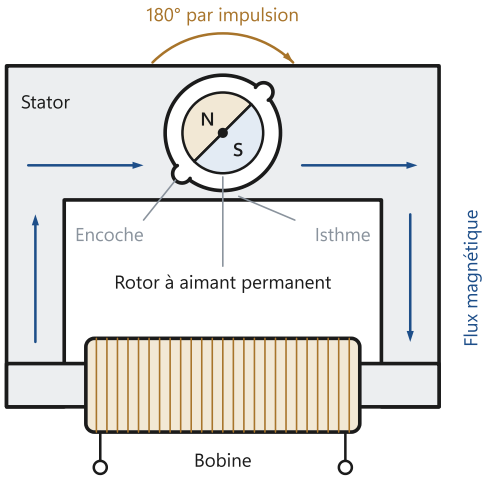


Fig. 10.12 Moteur pas à pas Lavet en principe : les isthmes du stator sont saturés magnétiquement, le flux de la bobine passe donc par le rotor et le fait tourner de 180° vers la position de repos suivante

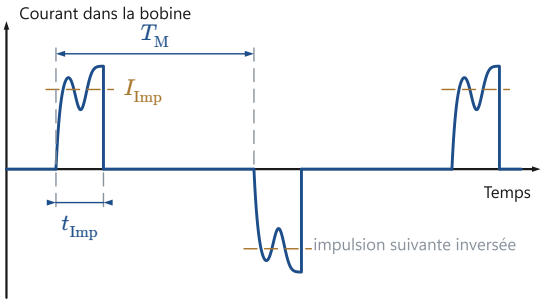


Fig. 10.13 Courant moteur : brèves impulsions de durée t_{Imp} à intervalles T_M, de sens alterné (largeur d'impulsion fortement exagérée)

Vitesse de rotation du rotor

(10.28) COMPAGNON

$$n_R = \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°}$$

Avec une impulsion par seconde et un demi-tour par pas, le rotor fait un tour en deux secondes.

n_R	Vitesse de rotation (du rotor)	$\frac{1}{min}$
f_M	Fréquence des impulsions moteur (pas par unité de temps)	Hz
φ_S	Angle de pas du rotor (180° pour le moteur Lavet)	°

EXEMPLE À quelle vitesse tourne le rotor d'un mouvement avec aiguille des secondes qui fait chaque seconde un pas de 180° ?

Données : $f_M = 1\,\text{Hz}$; $\varphi_S = 180°$

$$\begin{aligned} n_R &= \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°} \\ &= \frac{1\,\text{Hz} \cdot 180°}{360°} \\ &= 0{,}5\,\frac{1}{s} \cdot 60\,\frac{s}{min} \\ &= 30\,\frac{1}{min} \end{aligned}$$

30 tours par minute.

Démultiplication du rotor à la roue de seconde

(10.29) COMPAGNON

$$i_{\mathrm{U}} = \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}}$$

Dans le mouvement à quartz, le petit pignon du rotor entraîne les roues, le rouage démultiplie vers le lent. Le rapport i selon le chapitre 4 est alors inférieur à 1. Son inverse, la démultiplication, est plus parlant : il indique combien de tours fait le rotor pour un tour de la roue de seconde. C'est le produit des rapports nombre de dents de la roue sur nombre de dents du pignon menant à chaque étage.

i_{U}	Démultiplication (vitesse de rotation du rotor menant divisée par celle de la roue de seconde ; inverse du rapport i du chapitre 4)	1
n_{R}	Vitesse de rotation (du rotor)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{S}	Vitesse de rotation de la roue de seconde (un tour par minute)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EXEMPLE Le rotor fait 30 tours par minute, la roue de seconde un. Quelle démultiplication le rouage intermédiaire doit-il avoir ?

Données : $n_{\mathrm{R}} = 30\,\frac{1}{\mathrm{min}}$; $\quad n_{\mathrm{S}} = 1\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{U}} &= \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{30\,\frac{1}{\mathrm{min}}}{1\,\frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 30 \end{aligned}$$

30, par exemple en deux étages de 6 et 5 : l'aiguille des secondes avance de 6° par pas, une division de seconde.

Consommation moyenne du mouvement

(10.30) MAÎTRE

$$I_{\mathrm{m}} = \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}}$$

Le moteur ne consomme du courant que pendant la brève impulsion. En moyenne sur toute la seconde, il en reste la fraction durée de l'impulsion sur période ; s'y ajoute le faible courant permanent du circuit intégré.

Validité : suite régulière d'impulsions identiques. Un appareil de mesure à forte inertie ou une mesure sur plusieurs secondes indique cette valeur moyenne.

I_{m}	consommation moyenne du mouvement	$\mu\mathrm{A}$
I_{Imp}	Courant dans la bobine pendant l'impulsion (valeur moyenne sur la durée de l'impulsion)	mA
t_{Imp}	Durée de l'impulsion	ms
T_{M}	Période des impulsions moteur (1 s pour un pas par seconde)	s
I_{IC}	Consommation du circuit intégré avec l'oscillateur	$\mu\mathrm{A}$

Bon à savoir : Sur les mouvements avec stop-seconde, le moteur est arrêté couronne tirée, et seul le courant du circuit intégré circule. On peut ainsi mesurer séparément les deux parts. Si le rouage est dur, beaucoup de circuits allongent l'impulsion, et la consommation augmente.

EXEMPLE Pendant l'impulsion de 3,9 ms circulent en moyenne 0,24 mA. Le circuit intégré consomme 0,15 µA. Quelle est la consommation moyenne pour un pas par seconde ?

Données : $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $\quad t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$; $\quad T_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{s}$; $\quad I_{\mathrm{IC}} = 0{,}15\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{m}} &= \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}} \\ &= \frac{0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms}}{1\,\mathrm{s}} + 0{,}15\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}09\,\mu\mathrm{A} \end{aligned}$$

Environ 1,1 µA, une valeur usuelle pour un mouvement trois aiguilles. Le moteur en consomme un peu plus de 85 %.

Énergie d'une impulsion moteur

(10.31) MAÎTRE

$$W = U \cdot I_{\text{Imp}} \cdot t_{\text{Imp}}$$

C'est l'énergie qu'un pas prélève à la pile. Une partie seulement fait tourner le rotor et le rouage, le reste se transforme en chaleur dans la bobine.

Validité : tension à peu près constante pendant l'impulsion.

W	Travail (travail électrique par impulsion)	J
U	Tension (de la pile en charge)	V
I_{Imp}	Courant dans la bobine pendant l'impulsion (valeur moyenne sur la durée de l'impulsion)	mA
t_{Imp}	Durée de l'impulsion	ms

EXEMPLE Quelle énergie coûte une impulsion de 3,9 ms avec en moyenne 0,24 mA sous 1,55 V ?

Données : $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I_{\text{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\text{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I_{\text{Imp}} \cdot t_{\text{Imp}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms} \\ &\approx 1{,}45\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Environ 1,5 µJ par pas. Sur une journée de 86 400 pas, cela fait 0,13 J.

10.7 Mesures sur la montre à quartz

Avec peu de mesures, on cerne presque toute panne d'une montre à quartz : pile, consommation, tension minimale de fonctionnement, bobine et marche. Les valeurs du tableau sont indicatives pour les mouvements trois aiguilles. Les indications de la documentation technique du calibre font foi.

Grandeurs de contrôle de la montre à quartz analogique (valeurs indicatives)

Grandeur de contrôle	Valeur indicative	Signification
Tension de la pile à vide (oxyde d'argent)	1,55 V à 1,6 V	indique seulement le système ; dit peu de chose sur l'état de la pile
Tension de la pile sous faible charge (mesurée dans la montre)	au moins 1,5 V	en dessous, remplacer la pile ; sur une résistance de charge forte du testeur (quelques centaines d'ohms), la tension peut descendre plus bas, l'échelle de l'appareil fait alors foi
Consommation du mouvement	selon le calibre au plus 0,7 µA à 1,3 µA	mesurée sans pile sous 1,55 V ; trop élevée : rouage dur, encrassement, humidité ou court-circuit ; les chronographes et les mouvements à fonctions supplémentaires consomment davantage, environ 3 µA à 6,5 µA
Consommation couronne tirée (mouvements avec stop-seconde)	au plus 0,4 µA à 0,5 µA	le circuit intégré seul ; trop élevée : circuit intégré ou circuit imprimé défectueux
tension minimale de fonctionnement	au plus 1,3 V	abaisser la tension d'alimentation à partir de 1,55 V jusqu'à l'arrêt du mouvement ; jusqu'à 1,3 V, il doit encore exécuter sûrement chaque pas. S'il s'arrête plus tôt, le rouage est trop dur ou le moteur ou le circuit intégré est défectueux
Résistance de la bobine	selon le calibre environ 0,8 kΩ à 2,7 kΩ	pas de continuité : fil coupé ; nettement trop faible : court-circuit entre spires. Mesurer avec une faible tension d'essai, au plus 0,4 V, mieux 0,2 V
Résistance d'isolement (bobine par rapport à la platine)	pas de continuité (affichage infini)	si l'appareil indique une résistance : humidité, isolation endommagée
Marche	selon le fabricant environ −10 s à +20 s par mois, soit −0,3 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$ à +0,7 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$	mesurer sur l'impulsion moteur pendant la période d'inhibition, le plus souvent 60 s (section 10.5)

Valeurs indicatives tirées des indications des fabricants, mesurées entre 20 °C et 25 °C. Exemples de consommation maximale admissible : ETA 902.002 0,7 µA, Ronda 1005 0,95 µA, ETA F06.111 1,1 µA, ETA 255.411 1,2 µA, ETA 805.112 1,3 µA ; chronographe ETA G10.211 3,5 µA, avec la fonction chronographe en marche 6,5 µA. Exemples de résistance de bobine : ETA 805.112 0,8 kΩ à 1,1 kΩ, ETA 255.411 1,3 kΩ à 1,75 kΩ, Ronda 1005 2,5 kΩ à 2,7 kΩ. Les valeurs de consigne et les conditions de contrôle de la documentation technique du calibre font foi.

À retenir : D'abord la pile en charge, puis la consommation, puis la tension minimale de fonctionnement. Si les trois sont correctes, la panne tient rarement à l'électronique.

11 Temps et calendrier

Nos montres indiquent le temps solaire moyen : un jour solaire fictif, parfaitement régulier, de 86 400 s. Le Soleil vrai, les étoiles et la Lune ne respectent pas cette mesure. Pour une horloge sidérale, un quantième perpétuel, une indication de l'équation du temps ou une phase de lune, il nous faut les nombres et les formules de ce chapitre.

À la fin figurent les échelles des chronographes : tachymètre, télémètre et pulsomètre. Dans ce chapitre, E est l'équation du temps, λ la longitude géographique, s une distance et c la vitesse du son. Les nombres de dents des mécanismes de calendrier et de phase de lune figurent au chapitre 4.

11.1 Jour et année

Un jour est une rotation de la Terre, mais mesurée par rapport à quoi ? Par rapport au Soleil, elle dure en moyenne 24 h, par rapport aux étoiles environ 4 min de moins. La raison : en un jour, la Terre avance d'un peu moins de 1° sur son orbite et doit tourner de ce supplément jusqu'à ce que le Soleil soit de nouveau au sud.

Mesures du temps issues de l'astronomie (valeurs moyennes pour l'époque actuelle)

Mesure du temps	Durée	en toutes lettres	Référence
jour solaire moyen	86 400 s	24 h	du Soleil au sud au Soleil au sud, moyenné sur l'année
jour sidéral	86 164,09 s	23 h 56 min 4,09 s	une rotation de la Terre par rapport aux étoiles
année tropique	365,242 19 d	365 d 5 h 48 min 45 s	d'un équinoxe de printemps au suivant ; année des saisons
année sidérale	365,256 36 d	365 d 6 h 9 min 10 s	une révolution de la Terre par rapport aux étoiles
mois synodique	29,530 59 d	29 d 12 h 44 min 3 s	de nouvelle lune à nouvelle lune ; mois des phases de la lune
mois sidéral	27,321 66 d	27 d 7 h 43 min 11 s	une révolution de la Lune par rapport aux étoiles

Les jours sont ici toujours des jours solaires moyens. Le calendrier suit l'année tropique, la phase de lune le mois synodique. Un mois synodique isolé s'écarte de la moyenne de jusqu'à environ 7 h.

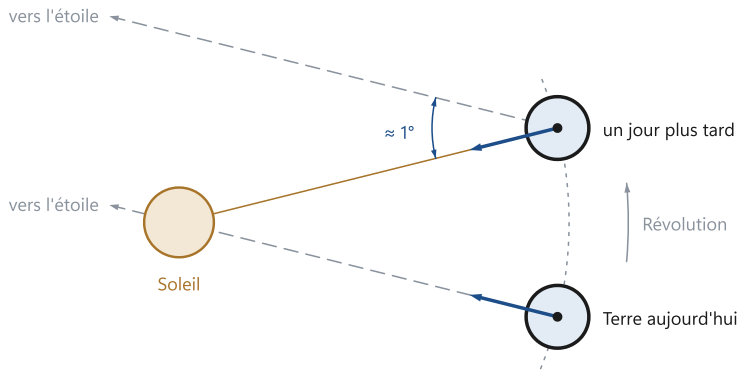


Fig. 11.1 Jour sidéral et jour solaire : après un tour complet par rapport aux étoiles (direction en tirets), la Terre doit encore tourner d'un peu moins de 1° jusqu'à ce que le Soleil soit de nouveau au sud (angle fortement exagéré)

Jour sidéral à partir du jour solaire et de l'année

(11.1) MAÎTRE

$$T_{\mathrm{St}} = \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}}$$

T_{St}	Jour sidéral	s
T_{So}	jour solaire moyen	s
T_{J}	année tropique	d

En une année, la Terre tourne par rapport aux étoiles exactement une fois de plus que par rapport au Soleil : 366,2422 jours sidéraux correspondent à 365,2422 jours solaires. On en déduit la durée du jour sidéral.

Validité : valeurs moyennes pour l'époque actuelle.

EXEMPLE Quelle est la durée du jour sidéral si l'année tropique compte 365,2422 jours solaires moyens ?

Données : $T_{\mathrm{So}} = 1\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}2422\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{St}} &= \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 365{,}2422\,\mathrm{d}}{365{,}2422\,\mathrm{d} + 1\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}997\,269\,6\,\mathrm{d} \\ &\approx 86\,164{,}1\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Le jour sidéral dure 23 h 56 min 4,1 s. Il est plus court de 3 min 55,9 s que le jour solaire moyen.

Marche d'une horloge sidérale par rapport au temps moyen

(11.2) MAÎTRE

$$G = \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marche (+ signifie : la montre avance)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
T_{So}	jour solaire moyen	s
T_{St}	Jour sidéral	s

Une horloge sidérale compte des jours sidéraux ; son jour est donc plus court. Mesurée par rapport à une horloge de temps moyen, elle avance chaque jour d'un peu moins de 4 min.

Bon à savoir : Pour la pendule, cela signifie : le pendule battant la seconde pour le temps sidéral est plus court d'environ 5,4 mm que celui pour le temps moyen (chapitre 6).

EXEMPLE Une horloge sidérale est réglée sur une horloge radio-pilotée qui indique le temps moyen. Quelle marche doit-elle avoir par rapport à l'horloge radio-pilotée ?

Données : $T_{\mathrm{So}} = 86\,400\,\mathrm{s}$; $T_{\mathrm{St}} = 86\,164{,}09\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{86\,400\,\mathrm{s} - 86\,164{,}09\,\mathrm{s}}{86\,164{,}09\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 236{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'horloge sidérale doit avancer de 236,6 s par jour, soit 3 min 56,6 s. En un an, elle gagne exactement un jour.

Mois synodique à partir de la révolution lunaire

(11.3) APPROFONDISSEMENT

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}}$$

Pendant une révolution de la Lune, la Terre avance sur son orbite. La Lune a donc besoin d'un peu plus de deux jours supplémentaires pour se retrouver entre la Terre et le Soleil. La même formule donne le moment où une aiguille rapide rattrape une aiguille lente.

Validité : valeurs moyennes ; les deux révolutions dans le même sens.

T_{syn}	mois synodique (de nouvelle lune à nouvelle lune)	d
T_{sid}	mois sidéral (une révolution de la Lune par rapport aux étoiles)	d
T_{E}	année sidérale (une révolution de la Terre par rapport aux étoiles)	d

EXEMPLE La Lune fait le tour de la Terre en 27,321 66 jours, la Terre celui du Soleil en 365,256 36 jours. Combien de temps s'écoule de nouvelle lune à nouvelle lune ?

Données : $T_{\text{sid}} = 27{,}321\,66\,\mathrm{d}$; $T_{\text{E}} = 365{,}256\,36\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\text{syn}} &= \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}} \\ &= \frac{27{,}321\,66\,\mathrm{d} \cdot 365{,}256\,36\,\mathrm{d}}{365{,}256\,36\,\mathrm{d} - 27{,}321\,66\,\mathrm{d}} \\ &\approx 29{,}5306\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Environ 29,53 jours. C'est ce nombre qu'un mécanisme de phase de lune doit reproduire avec ses nombres de dents (chapitre 4).

11.2 Calendrier

L'année civile compte des jours entiers, l'année tropique non. Les jours bissextils compensent la différence. La qualité d'une règle bissextile se mesure à la durée moyenne de son année civile.

Règle des années bissextiles

Calendrier	Année bissextile (366 jours, avec le 29 février)	durée moyenne de l'année
julien	toute année dont le millésime est divisible par 4	$365{,}25\,\mathrm{d}$
grégorien (depuis 1582)	divisible par 4 ; les années séculaires seulement si elles sont divisibles par 400	$365{,}2425\,\mathrm{d}$

Selon la règle grégorienne, 1700, 1800 et 1900 n'étaient pas bissextiles, 2000 l'était, 2100 ne le sera pas.

Durée moyenne de l'année civile

(11.4) COMPAGNON

$$T_{\mathrm{K}} = 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot n_{\mathrm{S}}}{n_{\mathrm{Z}}}$$

Chaque année bissextile apporte un jour de plus. Réparti sur tout le cycle, cela donne la durée moyenne de l'année.

T_{K}	durée moyenne de l'année civile	d
n_{S}	Nombre d'années bissextiles dans le cycle	1
n_{Z}	Nombre d'années dans le cycle	1

EXEMPLE Le calendrier grégorien compte 97 années bissextiles en 400 ans. Quelle est la durée moyenne de son année ?

Données : $n_{\mathrm{S}} = 97; \quad n_{\mathrm{Z}} = 400$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{K}} &= 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot n_{\mathrm{S}}}{n_{\mathrm{Z}}} \\ &= 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 97}{400} \\ &= 365{,}2425\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

365,2425 jours. La règle julienne, avec une année bissextile tous les quatre ans, donne 365,25 jours.

Années jusqu'à un jour d'écart

(11.5) MAÎTRE

$$n_{\mathrm{F}} = \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}}$$

Si l'année civile est plus longue que l'année tropique, le calendrier prend du retard sur les saisons : le début du printemps tombe à une date de plus en plus précoce.

Validité : durée actuelle de l'année tropique ; elle varie de quelques secondes en des millénaires.

n_{F}	Nombre d'années jusqu'à ce que le calendrier s'écarte d'un jour de l'année solaire	1
T_{K}	durée moyenne de l'année civile	d
T_{J}	année tropique	d

EXEMPLE Au bout de combien d'années le calendrier julien s'écarte-t-il d'un jour du cours des saisons ?

Données : $T_{\mathrm{K}} = 365{,}25\,\mathrm{d}; \quad T_{\mathrm{J}} = 365{,}242\,19\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{F}} &= \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d}}{365{,}25\,\mathrm{d} - 365{,}242\,19\,\mathrm{d}} \\ &\approx 128 \end{aligned}$$

Au bout de 128 ans. Depuis le concile de Nicée en 325, dix jours s'étaient accumulés jusqu'en 1582 ; ils furent supprimés lors de la réforme du calendrier. Le calendrier grégorien, avec 365,2425 jours, met environ 3200 ans pour un jour.



Fig. 11.2 Cycle de quatre ans du quantième perpétuel : $3 \cdot 365 + 366 = 1461$ jours

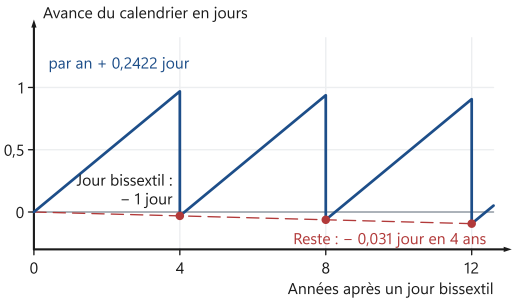


Fig. 11.3 Sans jour bissextil, l'année civile est trop courte de 0,2422 jour ; le jour bissextil rattrape un jour entier tous les quatre ans

Jours dans le cycle bissextil

(11.6) COMPAGNON

$$N_\mathrm{d} = 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S}$$

Le quantième perpétuel connaît la longueur des mois et l'année bissextile. Sa roue programme fait un tour en quatre ans.

N_d	Nombre de jours dans le cycle	1
n_Z	Nombre d'années dans le cycle	1
n_S	Nombre d'années bissextiles dans le cycle	1

Attention : Un quantième perpétuel à cycle de quatre ans ne connaît pas la règle séculaire. En 2100, il affiche un 29 février et doit être avancé d'un jour le 1er mars 2100, de même en 2200 et 2300. Seul un quantième séculaire reproduit le cycle de 400 ans.

EXEMPLE Un quantième perpétuel reproduit quatre ans avec une année bissextile. Combien de jours compte ce cycle ?

Données : $n_\mathrm{Z} = 4; \quad n_\mathrm{S} = 1$

$$\begin{aligned} N_\mathrm{d} &= 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S} \\ &= 365 \cdot 4 + 1 \\ &= 1461 \end{aligned}$$

1461 jours ou 48 mois ; c'est le temps que met la roue des années bissextiles pour faire un tour. Le cycle grégorien de 400 ans compte 146 097 jours. Cela fait exactement 20 871 semaines ; c'est pourquoi les jours de la semaine se répètent aussi après 400 ans.

À retenir : 365 jours font 52 semaines et un jour. Une date avance donc chaque année d'un jour de la semaine, de deux lorsqu'elle franchit un jour bissextil.

11.3 Équation du temps

Le Soleil vrai avance irrégulièrement au cours de l'année : l'orbite terrestre est une ellipse, et l'axe de la Terre est incliné par rapport à l'orbite. Un cadran solaire indique donc jusqu'à un bon quart d'heure de différence avec une horloge régulière. Cette différence s'appelle l'équation du temps.

Équation du temps

(11.7) MAÎTRE

$$E = t_{\mathrm{W}} - t_{\mathrm{M}}$$

TRANSFORMÉE $t_{\mathrm{M}} = t_{\mathrm{W}} - E$

L'équation du temps est le temps solaire vrai moins le temps solaire moyen. Elle ne dépend que de la date, non du lieu.

E	Équation du temps (+ signifie : le cadran solaire avance)	min
t_{W}	temps vrai local (indication du cadran solaire)	min
t_{M}	temps moyen local	min

Attention : Les tables anciennes et certaines montres à équation calculent avec le signe inverse (temps moyen moins temps vrai). Avant le réglage, vérifier quel sens est visé.

EXEMPLE Le 11 février, l'équation du temps vaut −14,2 min. Un cadran solaire indique 12 h 00, soit 720 min après minuit. Quelle heure est-il en temps moyen local ?

Données : $t_{\mathrm{W}} = 720\,\mathrm{min}; \quad E = -14{,}2\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{M}} &= t_{\mathrm{W}} - E \\ &= 720\,\mathrm{min} - (-14{,}2\,\mathrm{min}) \\ &= 734{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

734,2 min après minuit : il est 12 h 14 en temps moyen local. Le cadran solaire retarde d'un peu plus de 14 min.

Angle annuel pour l'équation du temps

(11.8) APPROFONDISSEMENT

$$B = \frac{360^\circ \cdot (N - 81)}{364}$$

L'angle annuel divise l'année en 360° et commence le 22 mars, 81e jour. Ce n'est qu'une grandeur auxiliaire pour la formule approchée.

B	Angle annuel (grandeur auxiliaire ; 0° le 22 mars)	$^\circ$
N	Numéro du jour dans l'année (1er janvier = 1)	1

EXEMPLE Le 3 novembre est, dans une année commune, le 307e jour. Quel est l'angle annuel ?

Données : $N = 307$

$$\begin{aligned} B &= \frac{360^\circ \cdot (N - 81)}{364} \\ &= \frac{360^\circ \cdot (307 - 81)}{364} \\ &\approx 223{,}5^\circ \end{aligned}$$

Environ 223,5°. La formule suivante calcule avec cet angle.

Équation du temps à partir de la date

(11.9) APPROXIMATION APPROFONDISSEMENT

$$E \approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B$$

La formule reproduit les deux causes : le terme en $2B$ provient de l'inclinaison de l'axe terrestre et a deux ondes par an, les termes en B proviennent de l'orbite elliptique et ont une onde par an.

Validité : approximation, précise à environ une minute (plus grand écart selon l'année jusqu'à environ 1,4 min, début décembre). Cela suffit pour les cadrans solaires et pour contrôler une indication d'équation ; les valeurs journalières exactes figurent dans les annuaires astronomiques.

E	Équation du temps (+ signifie : le cadran solaire avance)	min
B	Angle annuel (grandeur auxiliaire ; 0° le 22 mars)	°

Remarque : Pour le 11 février (jour 42, $B = -38{,}6^\circ$), l'approximation donne −14,6 min, le tableau des valeurs remarquables −14,2 min. De telles différences de quelques dixièmes de minute restent dans la précision de l'approximation ; pour le réglage, les valeurs du tableau font foi.

EXEMPLE Quelle est l'équation du temps le 3 novembre avec l'angle annuel de 223,5° de l'exemple précédent ?

Données : $B = 223{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} E &\approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B \\ &= 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot 223{,}5^\circ) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos(223{,}5^\circ) - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin(223{,}5^\circ) \\ &\approx 16{,}4\,\text{min} \end{aligned}$$

Environ +16,4 min : début novembre, le cadran solaire avance le plus.

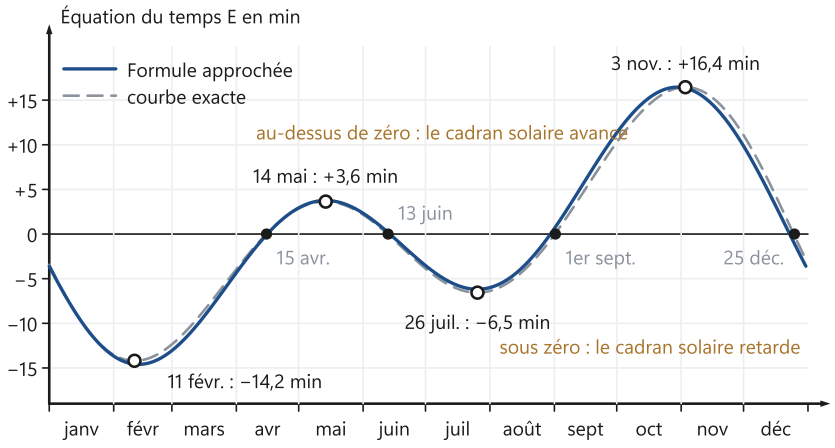


Fig. 11.4 Équation du temps au cours de l'année : formule approchée et courbe exacte

Valeurs remarquables de l'équation du temps (arrondies, pour l'époque actuelle)

Date	E	Cadran solaire par rapport au temps moyen local
11 février	−14,2 min	retarde le plus
15 avril	0	juste
14 mai	+3,6 min	avance (petit maximum)
13 juin	0	juste
26 juillet	−6,5 min	retarde (petit minimum)
1er septembre	0	juste
3 novembre	+16,4 min	avance le plus
25 décembre	0	juste

Selon la position dans le cycle bissextil, les jours se décalent de jusqu'à un jour.

11.4 Temps local et heure du fuseau

Le temps moyen local dépend de la longitude : le Soleil parcourt 15 degrés de longitude en une heure, il lui faut 4 min pour un degré. Pour que chaque lieu n'ait pas son propre temps, le temps local du méridien du fuseau vaut partout dans un fuseau horaire. Pour l'heure d'Europe centrale (HEC), c'est le méridien 15° Est.

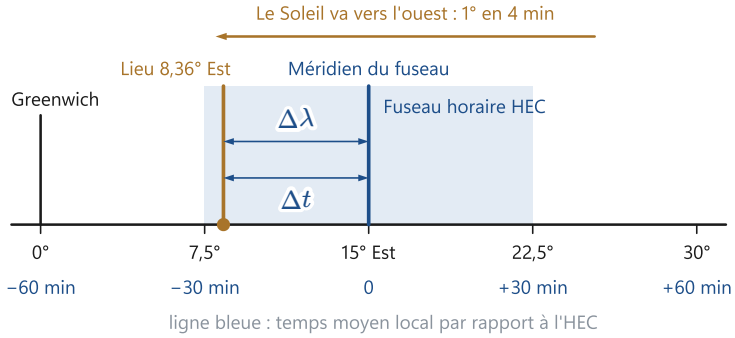


Fig. 11.5 Temps local et heure du fuseau : un lieu à l'ouest du méridien du fuseau a le Soleil au sud plus tard

Temps local à partir de la longitude

(11.10) COMPAGNON

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z)\cdot 4\,\text{min}}{1^\circ}$$

À l'est du méridien du fuseau, le temps local est en avance sur l'heure du fuseau, à l'ouest en retard.

Validité : longitudes à l'est de Greenwich positives, à l'ouest négatives.

Δt	Différence de temps local (temps moyen local moins heure du fuseau ; + signifie : le temps local est en avance)	min
λ	longitude géographique du lieu (longitude est positive)	°
λ_Z	longitude géographique du méridien du fuseau (HEC : 15° Est)	°

EXEMPLE Un atelier se trouve à 8,36° de longitude est. De combien son temps moyen local s'écarte-t-il de l'HEC ?

Données : $\lambda = 8{,}36^\circ$; $\lambda_Z = 15^\circ$

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z)\cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} = \frac{(8{,}36^\circ - 15^\circ)\cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \approx -26{,}6\,\text{min}$$

Le temps moyen local a 26,6 min de retard sur l'HEC. Le Soleil moyen n'y passe au sud qu'à 12 h 26 min 34 s HEC.

Heure du fuseau à partir du cadran solaire

(11.11) MAÎTRE

$$t_{\mathrm{Z}} = t_{\mathrm{W}} - E - \Delta t$$

Deux corrections mènent du cadran solaire à la montre-bracelet : l'équation du temps pour la date et la différence de temps local pour la longitude.

Validité : cadran solaire indiquant le temps vrai local. Certains cadrans solaires sont déjà tracés pour la longitude de leur emplacement ; Δt disparaît alors.

t_{Z}	Heure du fuseau (HEC)	min
t_{W}	temps vrai local (indication du cadran solaire)	min
E	Équation du temps (+ signifie : le cadran solaire avance)	min
Δt	Différence de temps local (temps moyen local moins heure du fuseau ; + signifie : le temps local est en avance)	min

EXEMPLE Le 3 novembre, le cadran solaire de l'atelier de l'exemple précédent indique 12 h 00, donc 720 min. L'équation du temps vaut +16,4 min. Quelle heure est-il en HEC ?

Données : $t_{\mathrm{W}} = 720\,\mathrm{min}$; $E = 16{,}4\,\mathrm{min}$; $\Delta t = -26{,}6\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{Z}} &= t_{\mathrm{W}} - E - \Delta t \\ &= 720\,\mathrm{min} - 16{,}4\,\mathrm{min} - (-26{,}6\,\mathrm{min}) \\ &= 730{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

730,2 min après minuit, donc 12 h 10 HEC. Pendant l'heure d'été, il faut ajouter une heure.

11.5 Phase de lune

La phase de lune se répète en moyenne tous les 29,530 59 jours. L'âge de la lune compte les jours depuis la dernière nouvelle lune ; c'est d'après lui qu'on règle une indication de phase de lune. L'approximation des 29,53 jours par des nombres de dents et l'erreur de l'indication qui en résulte sont traitées au chapitre 4.

Âge de la lune à partir de la date

(11.12) MAÎTRE

$$a = t - k \cdot T_{\mathrm{syn}}$$

De l'intervalle depuis une nouvelle lune connue, on retranche toutes les lunaisons complètes. Le reste est l'âge de la lune.

Validité : lunaison moyenne ; la phase vraie peut s'en écarter de jusqu'à environ un jour. Cela suffit pour régler une indication de phase de lune.

a	Âge de la lune (jours depuis la dernière nouvelle lune)	d
t	Temps (depuis une nouvelle lune connue)	d
k	Nombre (de lunaisons accomplies depuis ; le plus grand entier pour lequel a ne devient pas négatif)	1
T_{syn}	mois synodique (de nouvelle lune à nouvelle lune)	d

EXEMPLE Le 12 août 2026 était jour de nouvelle lune. Quel est l'âge de la lune le 24 décembre 2026, donc 134 jours plus tard ? En 134 jours, 4 lunaisons sont accomplies.

Données : $t = 134\,\mathrm{d}$; $k = 4$; $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} a &= t - k \cdot T_{\mathrm{syn}} \\ &= 134\,\mathrm{d} - 4 \cdot 29{,}530\,59\,\mathrm{d} \\ &\approx 15{,}9\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'âge de la lune est d'environ 15,9 jours. La pleine lune est à 14,8 jours ; la lune vient donc d'être pleine.

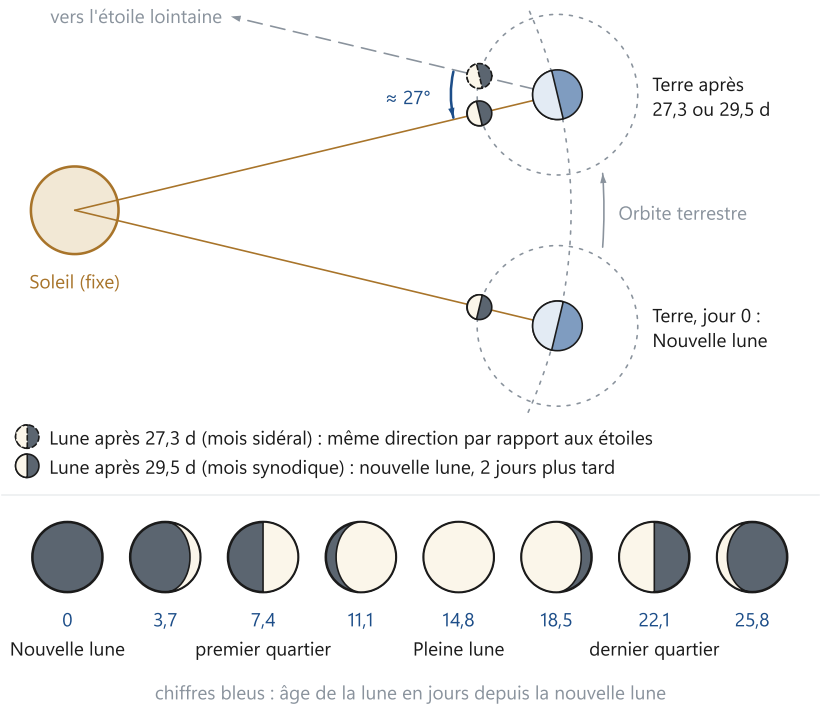


Fig. 11.6 En haut : Soleil fixe, Terre sur son orbite, Lune autour de la Terre. Après un mois sidéral (27,3 d), la Lune se retrouve dans la même direction par rapport aux étoiles ; jusqu'à la nouvelle lune, il lui faut un peu plus de deux jours de plus (mois synodique, 29,5 d ; tailles pas à l'échelle). En bas : phases de la lune vues de l'hémisphère nord, avec l'âge moyen de la lune

11.6 Échelles du chronographe

Beaucoup de chronographes portent sur la lunette ou le cadran une échelle qui transforme immédiatement le temps chronométré en une autre grandeur. Derrière chaque échelle se trouve une formule simple. Elle permet de contrôler une échelle ou de la calculer pour un nouveau cadran.

Vitesse à partir de la base de mesure et du temps chronométré

(11.13) COMPAGNON

$$v = \frac{s}{t}$$

v	Vitesse	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
s	Distance (base de mesure)	km
t	Temps (chronométré)	s

On déclenche le chronographe au début d'une distance connue et on l'arrête à la fin.

Validité : vitesse constante sur la base de mesure.

EXEMPLE Un train met 45 s pour parcourir la distance entre deux bornes kilométriques. À quelle vitesse roule-t-il ?

Données : $s = 1\,\mathrm{km}; \quad t = 45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Le train roule à 80 km par heure.

Échelle tachymétrique

(11.14) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$v = \frac{3600}{t}$$

v	Vitesse (valeur de l'échelle en km par heure)	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
t	Temps (chronométré, en s)	s

L'échelle tachymétrique est la formule précédente pour une base de 1 km : à l'arrêt après t secondes, l'aiguille indique la vitesse. De même, l'échelle compte les pièces par heure si l'on chronomètre le temps pour une pièce.

Validité : valeurs numériques : t en s ; base de mesure 1 km (ou 1 mile, on obtient alors des miles par heure). L'échelle ne va que jusqu'à 60 s. Pour des processus plus lents, chronométrer la moitié de la distance et diviser par deux la valeur de l'échelle.

EXEMPLE Quel nombre figure sur une échelle tachymétrique à 24 s ?

Données : $t = 24\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{3600}{t} \\ &= \frac{3600}{24} \\ &= 150\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

À 24 s figure le 150.

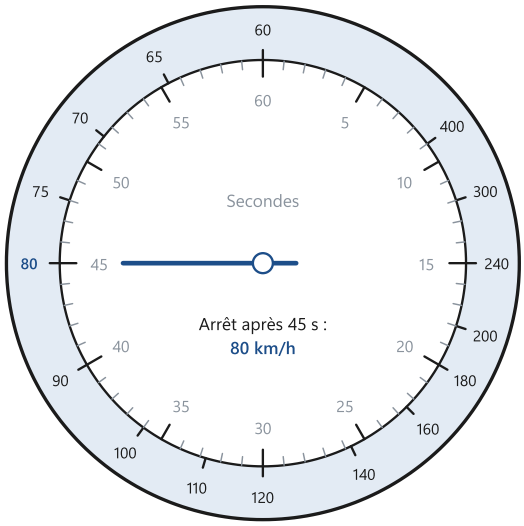


Fig. 11.7 Échelle tachymétrique : valeur de l'échelle égale à 3600 divisé par les secondes

Télémètre : distance à partir du temps de propagation du son

(11.15) COMPAGNON

$$s = c \cdot t$$

s	Distance (éloignement)	m
c	Vitesse du son (dans l'air)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	Temps (chronométré, entre le signal lumineux et le son)	s

On voit l'éclair pratiquement tout de suite, le tonnerre met un peu moins de 3 s par kilomètre. L'échelle télémétrique indique pour le temps chronométré la distance en kilomètres.

Validité : vitesse du son dans l'air à 20 °C : $343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; le temps de propagation de la lumière est négligé.

EXEMPLE Entre l'éclair et le tonnerre, on chronomètre 6 s. À quelle distance se trouve l'orage ?

Données : $c = 343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\quad t = 6\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} s &= c \cdot t \\ &= 343\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s} \\ &\approx 2{,}06\,\mathrm{km} \end{aligned}$$

L'orage se trouve à environ 2 km.

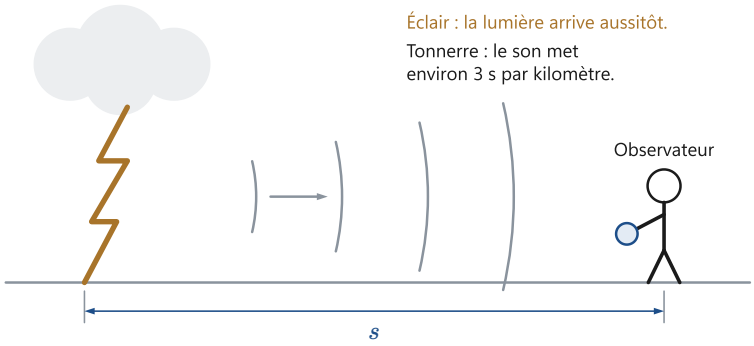


Fig. 11.8 Télémètre : du temps entre l'éclair et le tonnerre découle la distance s

Vitesse du son et température

(11.16) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES APPROFONDISSEMENT

$$c \approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta$$

c	Vitesse du son (dans l'air, valeur numérique en m par seconde)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
ϑ	Température (de l'air, en °C)	$^\circ\mathrm{C}$

Le son se propage plus vite dans l'air chaud. Les échelles télémétriques sont calculées pour une température fixe, le plus souvent 20 °C.

Validité : valeurs numériques : ϑ en °C, c en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; air sec, d'environ −20 °C à 40 °C.

EXEMPLE Quelle est la vitesse du son un jour d'hiver à −10 °C ?

Données : $\vartheta = -10^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned} c &\approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta \\ &= 331{,}3 + 0{,}606 \cdot (-10) \\ &\approx 325{,}2\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Environ $325\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, soit 5 % de moins qu'à 20 °C. Une échelle télémétrique indique alors 5 % de trop.

Pulsomètre

(11.17) COMPAGNON

$$f_{\mathrm{P}} = \frac{N_{\mathrm{P}}}{t}$$

Déclencher le chronographe, compter le nombre de pulsations indiqué sur l'échelle, arrêter : l'aiguille indique les pulsations par minute. L'échelle asthmométrique compte de la même façon les respirations.

f_{P}	Fréquence du pouls	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
N_{P}	Nombre de pulsations comptées (graduation de l'échelle, le plus souvent 15 ou 30)	1
t	Temps (chronométré)	s

EXEMPLE Une échelle pulsométrique est graduée pour 30 pulsations. Pour 30 pulsations, on chronomètre 20 s. Quel nombre figure à cet endroit de l'échelle ?

Données : $N_{\mathrm{P}} = 30; \quad t = 20\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{P}} &= \frac{N_{\mathrm{P}}}{t} \\ &= \frac{30}{20\,\mathrm{s}} \\ &= 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} \\ &= 90\,\frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

L'aiguille indique 90 pulsations par minute.

Minutes décimales

(11.18) ÉQUATION AUX VALEURS NUMÉRIQUES COMPAGNON

$$t_{\mathrm{dez}} = \frac{t}{60}$$

Pour les chronométrages de travail, l'échelle décimale divise la minute en 100 parties. Un centième de minute dure 0,6 s. Avec les minutes décimales, on additionne des temps sans conversion et on les multiplie par des nombres de pièces.

Validité : valeurs numériques : t en s, résultat en min.

t_{dez}	Temps en minutes sous forme décimale	min
t	Temps (chronométré, en s)	s

EXEMPLE Une opération dure 39 s. Qu'indique l'échelle décimale ?

Données : $t = 39\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{dez}} &= \frac{t}{60} \\ &= \frac{39}{60} \\ &= 0{,}65\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

0,65 min, soit 65 centièmes de minute.

À retenir : Trois secondes entre l'éclair et le tonnerre font environ un kilomètre.

12 Qualité et statistique

Une valeur mesurée isolée dit peu de chose. Seule une série de mesures montre où se situe en moyenne une marche, une cote ou un processus et quelle est sa dispersion. Avec la moyenne et l'écart type, on juge si une fabrication tient sûrement sa tolérance et quels défauts doivent être éliminés en premier.

Le chapitre s'adresse surtout à l'examen de maîtrise et à la fabrication en série. Ici, s est l'écart type, non l'épaisseur de la lame ; B, A et E sont, dans l'analyse des défaillances, des indices de cotation.

12.1 Séries de mesures

D'une série de mesures, nous tirons deux informations : la position (moyenne) et la dispersion (étendue, écart type). Dans cette section, l'exemple est une série de dix valeurs de marche en $\frac{\text{s}}{\text{d}}$: +4, +6, +3, +7, +5, +2, +6, +5, +8, +4.

Moyenne arithmétique

(12.1) COMPAGNON

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

On additionne toutes les valeurs mesurées et on divise par leur nombre. La moyenne a la même unité que les valeurs mesurées. En tant qu'outil de base, la formule figure aussi à la section 1.5.

$\bar{x}$	Moyenne (arithmétique)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum x_i$	Somme de toutes les valeurs mesurées (avec signe)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Nombre (de valeurs mesurées)	1

EXEMPLE Les dix valeurs de marche de la série donnent ensemble 50 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$. Quelle est la marche moyenne ?

Données : $\sum x_i = 50\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad n = 10$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{50\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{10} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

En moyenne, la montre avance de 5 s par jour.

Étendue

(12.2) COMPAGNON

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

L'étendue est la mesure la plus rapide de la dispersion. Mais elle ne dépend que des deux valeurs extrêmes ; une seule valeur aberrante la fausse.

R	Étendue	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$x_{\max}$	plus grande valeur mesurée	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$x_{\min}$	plus petite valeur mesurée	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$

EXEMPLE La plus grande valeur de marche de la série est +8 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$, la plus petite +2 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$.

Données : $x_{\max} = 8\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad x_{\min} = 2\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

$$\begin{aligned}R &= x_{\max} - x_{\min} \\ &= 8\ \frac{\text{s}}{\text{d}} - 2\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 6\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

Les valeurs de marche se situent dans une bande de 6 s par jour.

Écart type de l'échantillon

(12.3) MAÎTRE

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

s	Écart type	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum (x_i - \bar{x})^2$	Somme des carrés des écarts à la moyenne	$\frac{\text{s}^2}{\text{d}^2}$
n	Nombre (de valeurs mesurées)	1

L'écart type est l'écart moyen des valeurs individuelles par rapport à la moyenne, en moyenne quadratique. On divise par $n - 1$, car la moyenne provient du même échantillon.

Validité : échantillon tiré d'un ensemble plus grand ; pour une conclusion utilisable, au moins environ 10 valeurs, mieux 30 et plus.

Bon à savoir : Les calculatrices affichent cette grandeur sous s ou σ_{n-1}. La touche σ_n divise par n et ne vaut que si toutes les pièces ont été mesurées.

EXEMPLE Les écarts des dix valeurs de marche par rapport à la moyenne 5 sont −1, +1, −2, +2, 0, −3, +1, 0, +3, −1. Leurs carrés 1, 1, 4, 4, 0, 9, 1, 0, 9, 1 donnent ensemble 30.

Données : $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 30 \ \frac{\text{s}^2}{\text{d}^2}$; $n = 10$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{30 \ \frac{\text{s}^2}{\text{d}^2}}{10 - 1}} \\ &\approx 1{,}83 \ \frac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

Les valeurs de marche se dispersent autour de la moyenne avec un écart type d'environ 1,8 s par jour.

Écart type de la moyenne

(12.4) APPROFONDISSEMENT

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$s_{\bar{x}}$	Écart type de la moyenne	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
s	Écart type	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Nombre (de valeurs mesurées)	1

La moyenne d'une série de mesures se disperse moins que la valeur mesurée isolée. Quatre fois plus de mesures divisent son incertitude par deux.

Validité : valeurs mesurées indépendantes les unes des autres.

EXEMPLE Quelle est la sûreté de la moyenne des dix valeurs de marche, si les valeurs individuelles se dispersent avec 1,83 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$?

Données : $s = 1{,}83 \ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $n = 10$

$$\begin{aligned} s_{\bar{x}} &= \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= \frac{1{,}83 \ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{\sqrt{10}} \\ &\approx 0{,}58 \ \frac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

La moyenne est sûre à environ 0,6 s par jour près. Avec 40 mesures, ce serait 0,3 s par jour.

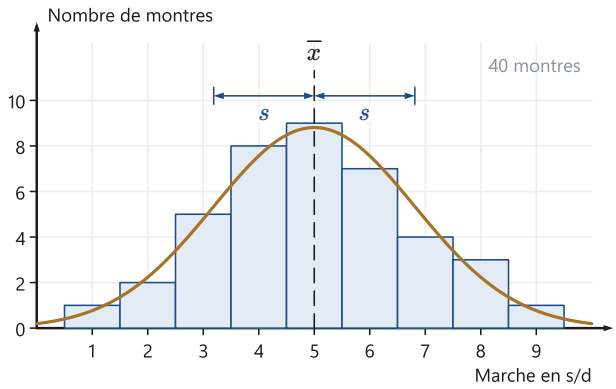


Fig. 12.1 Histogramme d'une série de mesures de marche sur 40 montres avec courbe en cloche : $\bar{x} = 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$, $s = 1{,}8\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

Beaucoup de grandeurs mesurées se dispersent selon la loi normale, la courbe en cloche : les valeurs proches de la moyenne sont fréquentes, les valeurs éloignées rares. L'écart type indique alors quelle part des valeurs se trouve dans quel intervalle.

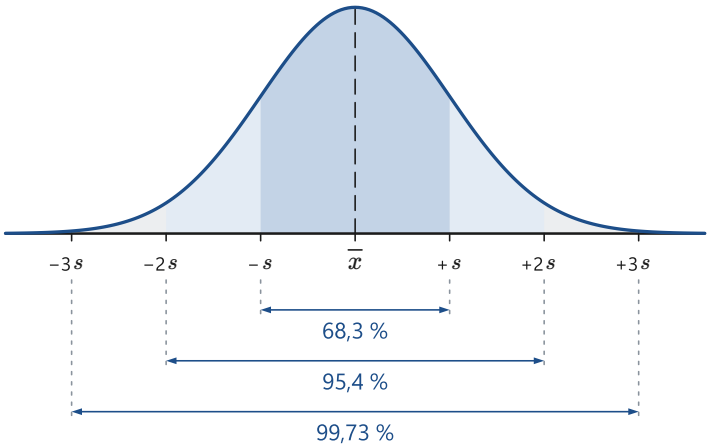


Fig. 12.2 Loi normale : part des valeurs à moins d'un, deux et trois écarts types de la moyenne

Loi normale : part des valeurs autour de la moyenne

Intervalle	à l'intérieur	à l'extérieur
$\bar{x} \pm 1\,s$	68,3 %	31,7 %
$\bar{x} \pm 2\,s$	95,4 %	4,6 %
$\bar{x} \pm 3\,s$	99,73 %	0,27 %
$\bar{x} \pm 4\,s$	99,994 %	63 ppm

Vaut pour des valeurs distribuées normalement. 1 ppm est une partie par million.

À retenir : Deux tiers de toutes les valeurs se trouvent à moins d'un écart type de la moyenne, presque toutes à moins de trois.

12.2 Capabilité de la machine et du processus

La capabilité compare la tolérance à la dispersion : la courbe en cloche tient-elle sûrement entre la limite inférieure et la limite supérieure ? Pour la capabilité machine (C_{m}, C_{mk}), on mesure une courte série dans des conditions identiques, le plus souvent 50 pièces consécutives. Pour la capabilité processus (C_{p}, C_{pk}), on mesure des échantillons sur une période plus longue. Les formules sont les mêmes.

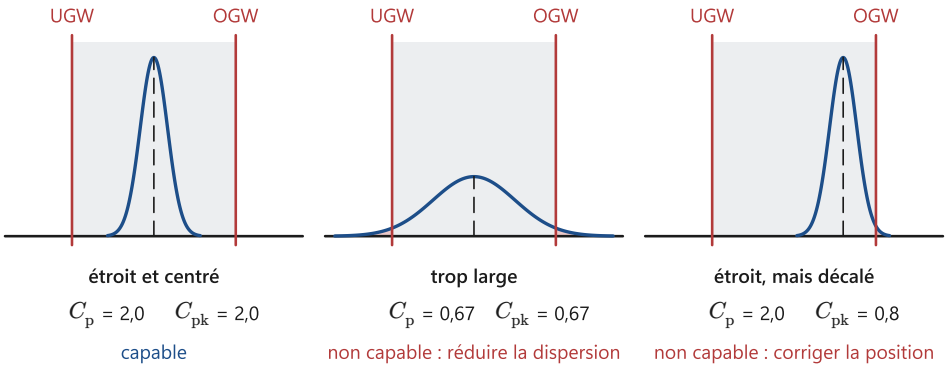


Fig. 12.3 Zone de tolérance et distribution : un processus n'est capable que s'il se disperse assez étroitement et qu'il est centré

Capabilité à partir de la tolérance et de la dispersion

(12.5) MAÎTRE

$$C_\mathrm{p} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{6 \cdot s}$$

C_p indique combien de fois la largeur de dispersion de six écarts types tient dans la tolérance. La position de la moyenne n'y joue aucun rôle.

Validité : valeurs mesurées distribuées normalement, processus stable.

C_p	Capabilité processus (machine : C_m)	1
OGW	limite supérieure	µm
UGW	limite inférieure	µm
s	Écart type	µm

EXEMPLE Un pivot doit mesurer 0,100 mm ± 0,004 mm ; les limites sont donc 96 µm et 104 µm. Une série de mesures donne un écart type de 0,8 µm.

Données : $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}; \quad \mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}; \quad s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_\mathrm{p} &= \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{6 \cdot s} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{6 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &\approx 1{,}67 \end{aligned}$$

La tolérance est 1,67 fois plus large que la largeur de dispersion : la dispersion est suffisamment petite.

Capabilité critique par rapport à la limite supérieure

(12.6) MAÎTRE

$$C_\mathrm{po} = \frac{\mathrm{OGW} - \bar{x}}{3 \cdot s}$$

La capabilité critique C_pk tient aussi compte de la position. C'est la plus petite des deux valeurs C_po et C_pu : la distance de la moyenne à la limite la plus proche, mesurée en trois écarts types.

Validité : comme ci-dessus. Pour la machine, la plus petite valeur s'appelle C_mk.

C_po	Capabilité par rapport à la limite supérieure	1
OGW	limite supérieure	µm
$\bar{x}$	Moyenne (arithmétique)	µm
s	Écart type	µm

EXEMPLE Les pivots de l'exemple précédent mesurent en moyenne 101 µm.

Données : $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}; \quad \bar{x} = 101\,\mu\mathrm{m}; \quad s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_\mathrm{po} &= \frac{\mathrm{OGW} - \bar{x}}{3 \cdot s} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 101\,\mu\mathrm{m}}{3 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &= 1{,}25 \end{aligned}$$

Vers la limite supérieure, il ne reste que 1,25 fois la demi-largeur de dispersion.

Capabilité critique par rapport à la limite inférieure

(12.7) MAÎTRE

$$C_{\mathrm{pu}} = \frac{\bar{x} - \mathrm{UGW}}{3 \cdot s}$$

Si la moyenne se trouve exactement au milieu de la tolérance, les deux valeurs sont égales et valent C_{p}.

C_{pu}	Capabilité par rapport à la limite inférieure	1
$\bar{x}$	Moyenne (arithmétique)	µm
UGW	limite inférieure	µm
s	Écart type	µm

EXEMPLE Les mêmes pivots, calculés cette fois par rapport à la limite inférieure.

Données : $\bar{x} = 101\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{pu}} &= \frac{\bar{x} - \mathrm{UGW}}{3 \cdot s} \\ &= \frac{101\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{3 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &\approx 2{,}08 \end{aligned}$$

La plus petite valeur s'applique : $C_{\mathrm{pk}} = 1{,}25$. La dispersion serait assez petite ($C_{\mathrm{p}} = 1{,}67$), mais le processus est trop haut de 1 µm et ne satisfait pas à l'exigence de 1,33. Si l'on corrige la machine de 1 µm, on a $C_{\mathrm{pk}} = C_{\mathrm{p}} = 1{,}67$.

Indices de capabilité : exigences usuelles (valeurs indicatives)

C_{pk}	Distance à la limite la plus proche	Proportion de défauts	Appréciation
1,00	$3\,s$	0,27 %	capable sous conditions ; ne suffit généralement pas
1,33	$4\,s$	63 ppm	capable ; exigence minimale usuelle pour le processus
1,67	$5\,s$	0,6 ppm	exigence minimale usuelle pour la machine (C_{mk})
2,00	$6\,s$	0,002 ppm	très sûr

Proportion de défauts pour un processus centré, distribué normalement, des deux côtés ensemble. Ce qui a été convenu avec le client fait foi.

À retenir : C_{p} mesure la dispersion, C_{pk} la dispersion et la position. C_{pk} n'est jamais plus grand que C_{p}.

La carte de contrôle surveille un processus capable : à intervalles fixes, on mesure un petit échantillon et on reporte sa moyenne. Tant que les points se dispersent sans régularité autour de la ligne centrale et restent à l'intérieur des limites de contrôle, le processus se déroule sans perturbation. La limite supérieure et la limite inférieure de contrôle (LSC, LIC) se situent le plus souvent à trois écarts types de la moyenne selon la formule (12.4) au-dessus et au-dessous de la ligne centrale.

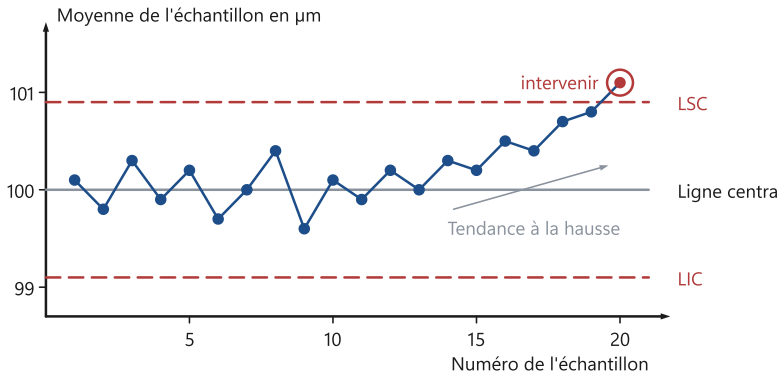


Fig. 12.4 Carte de contrôle (principe) : moyennes des échantillons avec ligne centrale et limites de contrôle ; une tendance annonce la perturbation

12.3 Défauts et risque

Les proportions de défauts s'expriment en pour cent ou, lorsqu'elles sont faibles, en ppm : parties par million. L'indice de priorité de risque de l'AMDEC (analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité, en anglais FMEA) classe les défauts possibles selon l'ordre dans lequel ils doivent être éliminés.

Taux de défauts

(12.8) COMPAGNON

$$q = \frac{n_\mathrm{F}}{n}$$

Si l'on ne compte que les pièces inutilisables, la part s'appelle taux de rebut. Si l'on compte les pièces à retoucher, elle s'appelle taux de retouche.

q	Taux de défauts (part des pièces défectueuses)	ppm
n_F	Nombre de pièces défectueuses	1
n	Nombre (de pièces contrôlées)	1

EXEMPLE Sur 1200 barrettes à ressort livrées, 3 sont trop courtes. Quel est le taux de défauts ?

Données : $n_\mathrm{F} = 3; \quad n = 1200$

$$\begin{aligned} q &= \frac{n_\mathrm{F}}{n} \\ &= \frac{3}{1200} \\ &= 0{,}0025 \\ &= 2500\,\mathrm{ppm} \end{aligned}$$

2500 ppm, soit 0,25 %.

Rendement au premier passage d'une opération

(12.9) MAÎTRE

$$\mathrm{FPY} = 1 - q_\mathrm{A} - q_\mathrm{N}$$

Le rendement au premier passage ne compte que les pièces bonnes sans retouche. Les pièces retouchées sont finalement utilisables, mais elles ont coûté du temps et de l'argent.

FPY	Rendement au premier passage (first pass yield : part des pièces bonnes au premier passage)	%
q_A	Taux de rebut	%
q_N	Taux de retouche	%

EXEMPLE Au tournage d'axes, il y a 1,5 % de rebut, et 2,5 % doivent en outre être retouchés.

Données : $q_\mathrm{A} = 1{,}5\,\% ; \quad q_\mathrm{N} = 2{,}5\,\%$

$$\begin{aligned} \mathrm{FPY} &= 1 - q_\mathrm{A} - q_\mathrm{N} \\ &= 1 - 1{,}5\,\% - 2{,}5\,\% \\ &= 96\,\% \end{aligned}$$

96 % des axes sont bons du premier coup.

Rendement au premier passage sur plusieurs opérations

(12.10) MAÎTRE

$$\mathrm{FPY}_{\text{ges}} = \mathrm{FPY}_1 \cdot \mathrm{FPY}_2 \cdot \mathrm{FPY}_3$$

Une pièce n'est bonne du premier coup que si elle franchit chaque opération sans défaut. Les rendements au premier passage se multiplient donc ; pour davantage d'opérations, d'autres facteurs s'ajoutent.

Validité : défauts des opérations indépendants les uns des autres.

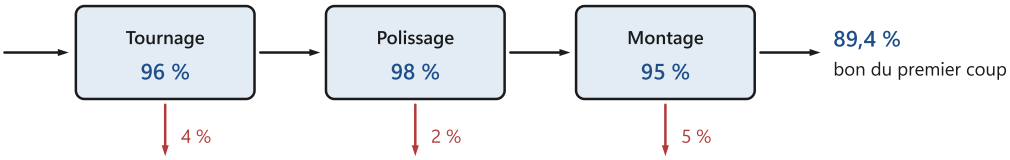
$\mathrm{FPY}_{\text{ges}}$	Rendement au premier passage sur toutes les opérations	%
FPY_1	Rendement au premier passage de la première opération	%
FPY_2	Rendement au premier passage de la deuxième opération	%
FPY_3	Rendement au premier passage de la troisième opération	%

EXEMPLE Un axe est tourné (rendement au premier passage 96 %), poli (98 %) et monté (95 %).

Données : $\mathrm{FPY}_1 = 96\,\%$; $\mathrm{FPY}_2 = 98\,\%$; $\mathrm{FPY}_3 = 95\,\%$

$$\begin{aligned}\mathrm{FPY}_{\text{ges}} &= \mathrm{FPY}_1 \cdot \mathrm{FPY}_2 \cdot \mathrm{FPY}_3 \\ &= 96\,\% \cdot 98\,\% \cdot 95\,\% \\ &\approx 89{,}4\,\%\end{aligned}$$

Seules 89,4 % des pièces passent sans défaut, bien que chaque opération prise isolément paraisse bonne. Une pièce sur dix coûte une retouche ou finit au rebut.



rouge : rebut et retouche par opération

Fig. 12.5 Rendement au premier passage sur trois opérations : $0{,}96 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}95 = 0{,}894$

Indice de priorité de risque (AMDEC)

(12.11) MAÎTRE

$$\mathrm{RPZ} = B \cdot A \cdot E$$

Chaque défaut possible reçoit trois indices de cotation de 1 (anodin, rare, détecté à coup sûr) à 10 (très grave, très fréquent, indétectable). Plus le produit est grand, plus la mesure corrective est urgente.

Validité : cotation selon un barème fixe, toujours en équipe et toujours selon les mêmes critères ; c'est seulement ainsi que les nombres sont comparables.

RPZ	Indice de priorité de risque (1 … 1000)	1
B	Gravité de l'effet du défaut (1 … 10)	1
A	Occurrence de la cause du défaut (1 … 10)	1
E	Détection avant la livraison (1 … 10)	1

Attention : L'IPR est un classement, non une valeur mesurée. Les défauts aux effets très graves (B = 9 ou 10) sont toujours traités, même si l'IPR est faible. Les référentiels AMDEC plus récents lisent donc l'urgence dans un tableau (priorité d'action) au lieu de multiplier les trois nombres.

EXEMPLE Défaut possible : lors du changement de pile, le joint du fond est écrasé ; plus tard, l'eau pénètre. Cotation : gravité 8 (mouvement détruit), occurrence 3 (rare), détection 4 (seulement contrôle visuel).

Données : $B = 8;\quad A = 3;\quad E = 4$

$$\begin{aligned}\mathrm{RPZ} &= B \cdot A \cdot E \\ &= 8 \cdot 3 \cdot 4 \\ &= 96\end{aligned}$$

IPR = 96. Si chaque montre est contrôlée en étanchéité après la fermeture, E tombe à 1 et l'IPR à 24.

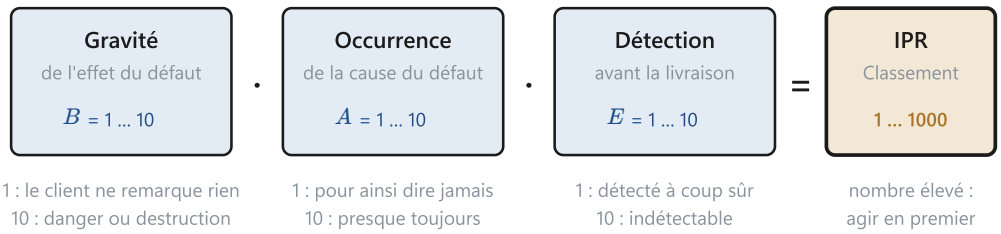


Fig. 12.6 Indice de priorité de risque de l'AMDEC : trois cotations de 1 à 10 sont multipliées

12.4 Moyens de mesure et conditions de mesure

Une valeur mesurée ne vaut que ce que valent le moyen de mesure et les conditions de la mesure. Deux questions précèdent toute mesure : le moyen de mesure est-il assez fin pour la tolérance ? Et la pièce et le moyen de mesure sont-ils à la température de référence de 20 °C ?

Règle d'or de la métrologie

(12.12) COMPAGNON

$$U_{\max} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{10}$$

L'incertitude de mesure ne doit pas dépasser un dixième de la tolérance. La tolérance reste alors presque entièrement disponible pour la fabrication.

Validité : règle empirique ; pour des tolérances très serrées, on admet au besoin un cinquième. La graduation ou le pas d'affichage doit être au moins aussi fin, car l'incertitude de mesure est le plus souvent plus grande que la résolution.

$U_{\max}$	incertitude de mesure admissible du moyen de mesure	$\mu\mathrm{m}$
OGW	limite supérieure	$\mu\mathrm{m}$
UGW	limite inférieure	$\mu\mathrm{m}$

EXEMPLE Un pivot doit mesurer 0,100 mm ± 0,004 mm ; les limites sont donc 96 µm et 104 µm. Quelle précision le moyen de mesure doit-il avoir ?

Données : $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}; \quad \mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{10} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{10} \\ &= 0{,}8\,\mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

L'incertitude de mesure ne doit pas dépasser 0,8 µm. Un micromètre d'extérieur gradué au 0,01 mm ne suffit pas ; il faut un moyen de mesure qui mesure sûrement à moins de 1 µm près.

Influence de la température lors de la mesure

(12.13) COMPAGNON

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta\vartheta$$

Les cotes valent à 20 °C. Une pièce plus chaude se mesure trop grande, une pièce plus froide trop petite. C'est la dilatation linéique selon la formule (2.55) ; les valeurs des matériaux figurent à la section 2.8.

Validité : pièce uniformément chauffée, moyen de mesure à 20 °C. Si la pièce et le moyen de mesure ont la même température et le même coefficient de dilatation, l'erreur s'annule.

Δl	Variation de longueur	$\mu\mathrm{m}$
α	Coefficient de dilatation linéique	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l	Longueur (cote mesurée)	mm
$\Delta\vartheta$	Variation de température (ici : écart par rapport à 20 °C)	K

EXEMPLE Une platine en laiton de 30 mm de diamètre ($\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$) arrive tiède de la main, à 30 °C, sous le moyen de mesure, donc trop chaude de 10 K.

Données : $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}; \quad l = 30\,\mathrm{mm}; \quad \Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned} \Delta l &= \alpha \cdot l \cdot \Delta\vartheta \\ &= 19 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 10\,\mathrm{K} \\ &\approx 5{,}7\,\mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

La platine se mesure trop grande de 5,7 µm. C'est plus que la tolérance de certains ajustements. Laisser les pièces revenir à la température ambiante avant de les mesurer et ne pas les tenir en main plus longtemps que nécessaire.

Symboles

Tous les symboles de ce formulaire avec leur signification, leur unité usuelle et leur chapitre. Un même symbole peut avoir des significations différentes selon le chapitre ; c'est toujours le tableau des grandeurs placé à côté de la formule qui fait foi.

A	Aire	mm^2	Chap. 1
A	surface	mm^2	Chap. 2
A	Amplitude	$^\circ$, rad	Chap. 5, 6, 7, 8
A	Surface	cm^2, mm^2, m^2	Chap. 9, 10
A	Occurrence de la cause du défaut	1	Chap. 12
ΔA	Chute d'amplitude	$^\circ$	Chap. 8
a	Côté	mm	Chap. 1
a	Demi-axe	mm	Chap. 1
a	Côté de l'angle droit	mm	Chap. 1
a	Côté opposé	mm	Chap. 1
a	Entraxe	mm	Chap. 1, 4, 7
a	accélération	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 2
a	distance	mm	Chap. 2
a	Distance	m, mm	Chap. 6, 9
a	part de temps des positions horizontales	1	Chap. 8
a	Âge de la lune	d	Chap. 11
A_0	Amplitude initiale	$^\circ$	Chap. 5
A_0	Amplitude entièrement armée	$^\circ$	Chap. 8
A_1	Amplitude avant	rad	Chap. 6
A_2	Amplitude après	rad	Chap. 6
A_{24}	Amplitude après 24 heures de fonctionnement	$^\circ$	Chap. 8
α	Angle	$^\circ$	Chap. 1
α	Angle au centre	$^\circ$	Chap. 1
α	angle d'inclinaison	$^\circ$	Chap. 2
α	coefficient de dilatation linéique	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 2
α	Angle de pression	$^\circ$	Chap. 4
α	Coefficient de dilatation linéique	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 6, 12
α	Angle du cône	$^\circ$	Chap. 9
α	Angle de pliage	$^\circ$	Chap. 9
α_1	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le bas	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 6
α_2	Coefficient de dilatation linéique des parties agissant vers le haut	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 6
α_{20}	Coefficient de température de la résistance	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 10
α_S	Coefficient de dilatation linéaire du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 5
α_U	Coefficient de dilatation linéaire du balancier	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 5
$a_{\max}$	Distance des faces d'appui	mm	Chap. 9
$a_{\min}$	Distance des faces d'appui	mm	Chap. 9
A_N	Amplitude après N_S oscillations	$^\circ$	Chap. 5
a_p	Profondeur de passe	mm	Chap. 9
a_U	Entraxe de l'ancre et du balancier	mm	Chap. 7

A_{Z}	amplitude affichée par le chronocomparateur	°	Chap. 8
B	induction magnétique	$\frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{m^2}}$	Chap. 8
B	Angle annuel	°	Chap. 11
B	Gravité de l'effet du défaut	1	Chap. 12
b	Demi-axe	mm	Chap. 1
b	Côté de l'angle droit	mm	Chap. 1
b	Côté adjacent	mm	Chap. 1
b	Côté	mm	Chap. 1
b	hauteur de la lame	mm	Chap. 2
b	Hauteur de la lame	mm	Chap. 3, 5
b	Coups à chaque demi-heure	1	Chap. 4
b_1	Hauteur de lame du ressort d'origine	mm	Chap. 3
b_2	Hauteur de lame du ressort de remplacement	mm	Chap. 3
β	Angle	°	Chap. 1, 5
β	angle du coin	°	Chap. 2
β	Coefficient de température du quartz	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}}$	Chap. 10
β_{B}	Course de l'ancre d'une limitation à l'autre	°	Chap. 7
β_{E}	Coefficient thermique du module d'élasticité du spiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 5
β_{G}	Angle de l'ancre pendant que la cheville est dans la fourchette	°	Chap. 7
β_{H}	Impulsion à l'ancre	°	Chap. 7
β_{R}	Repos	°	Chap. 7
β_{V}	chemin perdu	°	Chap. 7
b_{K}	Largeur du bec, mesurée à la périphérie de la roue	mm	Chap. 7
C	Coefficient thermique de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d \cdot K}}$	Chap. 5, 8
C	Conicité	1	Chap. 9
C	Capacité	F	Chap. 10
c	Côté	mm	Chap. 1
c	Hypoténuse	mm	Chap. 1
c	raideur du ressort	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$	Chap. 2
c	Jeu de fond entre la tête de la dent de roue et le fond du pignon	mm	Chap. 4
c	Vitesse du son	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Chap. 11
C_1	première capacité partielle	F	Chap. 10
C_2	deuxième capacité partielle	F	Chap. 10
C_3	troisième capacité partielle	F	Chap. 10
C_{N}	Capacité nominale de la pile	mAh	Chap. 10
C_{p}	Capabilité processus	1	Chap. 12
C_{po}	Capabilité par rapport à la limite supérieure	1	Chap. 12
C_{pu}	Capabilité par rapport à la limite inférieure	1	Chap. 12
D	Diamètre	mm	Chap. 1, 9
D	couple de rappel spécifique	$\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$	Chap. 2
D	Couple de rappel spécifique	$\frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$	Chap. 5, 7
D	Différence vertical–horizontal	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
ΔD	Variation du couple de rappel spécifique	$\frac{\mathrm{\mu N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$	Chap. 5
d	Diamètre	mm	Chap. 1, 3, 8, 9
d	diamètre	mm	Chap. 2
d	Diamètre primitif	mm	Chap. 4

d	Distance	m	Chap. 10
d'_{a}	Diamètre de tête du pignon	mm	Chap. 4
d'_{f}	Diamètre de pied du pignon	mm	Chap. 4
d_2	Diamètre sur flancs	mm	Chap. 9
d_3	Diamètre du noyau	mm	Chap. 9
d_{a}	Diamètre de tête	mm	Chap. 4
d_{a}	Diamètre de la spire extérieure	mm	Chap. 5
d_{a}	Diamètre extérieur du cylindre	mm	Chap. 7
d_{b}	Diamètre du cercle de base	mm	Chap. 4
d_{f}	Diamètre de pied	mm	Chap. 4
d_{i}	Diamètre de la spire intérieure	mm	Chap. 5
d_{i}	Diamètre	mm	Chap. 9
d_{K}	Diamètre de perçage	mm	Chap. 9
d_{m}	Cote mesurée entre les faces de mesure	mm	Chap. 4
d_{S}	Épaisseur de la corde	mm	Chap. 3
d_{w}	Diamètre effectif du tambour	mm	Chap. 3
E	module d'élasticité	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
E	Module d'élasticité	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 3, 5
E	Équation du temps	min	Chap. 11
E	Détection avant la livraison	1	Chap. 12
e	Cote sur angles	mm	Chap. 1
e	Rayon de la courbe terminale	mm	Chap. 5
e	Déport de la contre-pointe	mm	Chap. 9
E_{F}	énergie du ressort armé	mJ, J	Chap. 2
E_{kin}	énergie cinétique	J	Chap. 2
E_{pot}	énergie potentielle	J	Chap. 2
E_{rot}	énergie de rotation	J	Chap. 2
η	rendement	1	Chap. 2
η	Rendement	1	Chap. 3, 4, 7
η	Rendement cathodique	1	Chap. 9
η_1	rendement du premier étage	1	Chap. 2
η_2	rendement du deuxième étage	1	Chap. 2
η_3	rendement du troisième étage	1	Chap. 2
η_{F}	Rendement du ressort dans le barillet	1	Chap. 3
η_{ges}	rendement global	1	Chap. 2
η_{ges}	Rendement total du rouage	1	Chap. 4
F	force	N	Chap. 2
F	Force	N	Chap. 8
F	Constante de Faraday	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$	Chap. 9
Δf	Écart de fréquence	Hz	Chap. 10
f	Fréquence	Hz	Chap. 1, 5, 8, 10
f	Avance par tour	mm	Chap. 9
F_1	première force	N	Chap. 2
F_2	deuxième force	N	Chap. 2
f_{aus}	Fréquence à la sortie du diviseur	Hz	Chap. 10
F_{G}	poids	N	Chap. 2

F_{H}	force parallèle à la pente	N	Chap. 2
f_{ist}	Fréquence mesurée	Hz	Chap. 5
f_{M}	Fréquence des impulsions moteur	Hz	Chap. 10
F_{N}	force normale	N	Chap. 2
f_{P}	Fréquence du pouls	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 11
FPY	Rendement au premier passage	$\%$	Chap. 12
FPY_{1}	Rendement au premier passage de la première opération	$\%$	Chap. 12
FPY_{2}	Rendement au premier passage de la deuxième opération	$\%$	Chap. 12
FPY_{3}	Rendement au premier passage de la troisième opération	$\%$	Chap. 12
$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}}$	Rendement au premier passage sur toutes les opérations	$\%$	Chap. 12
F_{Q}	charge perpendiculaire à la base	N	Chap. 2
F_{R}	résultante	N	Chap. 2
F_{R}	force de frottement	N	Chap. 2
F_{R0}	force de frottement statique maximale	N	Chap. 2
f_{soll}	Fréquence de consigne	Hz	Chap. 5
f_{z}	Avance par dent	mm	Chap. 9
G	Marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 1, 5, 8, 10, 11
G	module de cisaillement	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
G	Marche de l'horloge en secondes par jour	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 6
ΔG	Variation de marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 5, 6, 10
ΔG	Défaut d'isochronisme	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
Δg	Variation de l'accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 6
$\bar{G}$	marche moyenne	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
g	accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 2
g	Accélération de la pesanteur	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 3, 5, 6, 8
g	Accélération de la pesanteur à l'ancien lieu	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Chap. 6
G_{0}	Marche entièrement armée	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{1}	Marche à la température la plus basse	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 5
G_{1}	Marche au premier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{15}	Marche au dernier jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{2}	Marche à la température la plus élevée	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 5
G_{2}	Marche au deuxième jour d'essai	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{24}	Marche après 24 heures de fonctionnement	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{38}	Marche à 38 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{8}	Marche à 8 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
γ	Angle	$^\circ$	Chap. 1
γ	angle	$^\circ$	Chap. 2
γ	coefficient de dilatation volumique	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Chap. 2
γ	demi-angle d'embrassement	$^\circ$	Chap. 7
γ_{F}	Chute	$^\circ, \mathrm{rad}$	Chap. 7
γ_{H}	Impulsion à la roue	$^\circ$	Chap. 7
G_{f}	marche moyenne des positions horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{h}	marche moyenne des positions verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
ΔG_{L}	écart maximal entre positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8

G_{m}	Marche à la température moyenne	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 5
$G_{\max}$	plus grande marche de toutes les positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
$G_{\min}$	plus petite marche de toutes les positions	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{o}	Cote maximale	mm	Chap. 9
G_{oB}	Cote maximale	mm	Chap. 9
G_{oW}	Cote maximale	mm	Chap. 9
G_{T}	marche au porter attendue	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
G_{uB}	Cote minimale	mm	Chap. 9
G_{uW}	Cote minimale	mm	Chap. 9
ΔG_{W}	Reprise de marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
H	champ magnétique	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Chap. 8
h	Flèche	mm	Chap. 1
h	Hauteur	mm, m	Chap. 1, 3, 8
h	hauteur	m	Chap. 2
h	Altitude	m	Chap. 6
h_a	Hauteur	mm	Chap. 1
I	moment quadratique	mm^4	Chap. 2
I	Intensité du courant	A, mA	Chap. 9, 10
i	Rapport de transmission	1	Chap. 4
i	Nombre	1	Chap. 9
i	Rapport	1	Chap. 9
i_{G}	Rapport dans la position médiane	1	Chap. 7
i_{ges}	Rapport de transmission total	1	Chap. 4
I_{IC}	Consommation du circuit intégré avec l'oscillateur	$\mu\mathrm{A}$	Chap. 10
I_{Imp}	Courant dans la bobine pendant l'impulsion	mA	Chap. 10
I_{m}	consommation moyenne du mouvement	$\mu\mathrm{A}$	Chap. 10
i_{R}	Rapport de réduction du remontage automatique	1	Chap. 3
i_{U}	Démultiplication	1	Chap. 10
i_{W}	Rapport de transmission de la roue à chevilles au volant	1	Chap. 4
J	moment d'inertie	$\mathrm{kg{\cdot}m}^2$, $\mathrm{mg{\cdot}cm}^2$	Chap. 2
J	Moment d'inertie	$\mathrm{mg{\cdot}cm}^2$	Chap. 5
ΔJ	Variation du moment d'inertie	$\mathrm{mg{\cdot}cm}^2$	Chap. 5
j	Jeu entre-dents sur le cercle primitif	mm	Chap. 4
j	Densité de courant	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$	Chap. 9
J_{A}	moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{mg{\cdot}cm}^2$	Chap. 2
J_{A}	Moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation	$\mathrm{kg{\cdot}m}^2$	Chap. 6
J_{S}	moment d'inertie par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité	$\mathrm{mg{\cdot}cm}^2$	Chap. 2
J_{S}	Moment d'inertie par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité	$\mathrm{kg{\cdot}m}^2$	Chap. 6
J_{Z}	Moment d'inertie connu du disque ajouté	$\mathrm{mg{\cdot}cm}^2$	Chap. 5
K	Valeur CGS du spiral	$\frac{\mathrm{N{\cdot}mm}^3}{\mathrm{rad}}$	Chap. 5
K	Nombre de carats	1	Chap. 9
k	Nombre	1	Chap. 3, 4, 11
k	Supplément de saillie	1	Chap. 4
k	Dernière heure sonnée	1	Chap. 4
k	Embrassement en pas	1	Chap. 7

k	Facteur de correction	1	Chap. 9
k'	Supplément de saillie du pignon	1	Chap. 4
k_{A}	Facteur d'amplitude du balourd	1	Chap. 5
k_{F}	Taux de remplissage : part de la surface libre couverte par le ressort	1	Chap. 3
L	Longueur	mm	Chap. 9
Δl	variation de longueur	mm	Chap. 2
Δl	Variation de longueur	mm, $\mu\mathrm{m}$	Chap. 5, 6, 12
Δl	Course de la lentille en mm	mm	Chap. 6
l	longueur	mm	Chap. 2
l	Longueur	mm, m	Chap. 3, 5, 9, 10, 12
l	Longueur du pendule	m, mm	Chap. 6
l	Longueur du pendule en mm	mm	Chap. 6
l_0	longueur initiale	mm	Chap. 2
l_1	premier bras de levier	mm	Chap. 2
l_1	Longueur active lors de l'essai	mm	Chap. 5
l_1	Longueur totale des parties agissant vers le bas	m	Chap. 6
l_2	deuxième bras de levier	mm	Chap. 2
l_2	Longueur active nécessaire	mm	Chap. 5
l_2	Longueur totale des parties agissant vers le haut	m	Chap. 6
λ	Angle de levée	$^\circ$	Chap. 7, 8
λ	longitude géographique du lieu	$^\circ$	Chap. 11
λ_{Z}	angle de levée réglé sur le chronocomparateur	$^\circ$	Chap. 8
λ_{Z}	longitude géographique du méridien du fuseau	$^\circ$	Chap. 11
l_{B}	Longueur d'arc	mm	Chap. 1
l_{B}	Longueur	mm	Chap. 9
l_{G}	Longueur de la fourchette	mm	Chap. 7
$l_{\max}$	Longueur	mm	Chap. 9
$l_{\min}$	Longueur	mm	Chap. 9
l_{P}	Distance des deux points de contact	mm	Chap. 7
l_{r}	longueur réduite du pendule	m	Chap. 6
L_{W}	Longueur	mm	Chap. 9
l_{Z}	Longueur d'une dent	mm	Chap. 7
M	couple	$\mathrm{N{\cdot}mm}$, $\mathrm{N{\cdot}m}$	Chap. 2
M	Couple	$\mathrm{N{\cdot}mm}$, $\mathrm{N{\cdot}m}$, $\mu\mathrm{N{\cdot}m}$	Chap. 3, 4, 5
M	masse molaire du métal déposé	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$	Chap. 9
Δm	Masse de la masselotte	g	Chap. 6
m	Masse	g, kg, mg	Chap. 1, 3, 5, 6, 9
m	masse	kg, mg	Chap. 2
m	Module	mm	Chap. 4
M'	Couple sur l'axe du pignon mené	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 4
M_1	Couple du ressort d'origine	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 3
m_1	Module de l'engrenage chaussée – roue de minuterie	mm	Chap. 4
m_1	Masse	g	Chap. 9

M_2	Couple du ressort de remplacement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 3
m_2	Module de l'engrenage pignon de minuterie – roue des heures	mm	Chap. 4
m_2	Masse	g	Chap. 9
ei	écart inférieur	mm	Chap. 9
es	écart supérieur	mm	Chap. 9
M_b	moment de flexion	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 2
M_F	Couple du barillet au même instant	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 3
M_F	Couple sur le barillet	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 4
m_f	Poids de fin	g	Chap. 9
M_H	Couple sur la roue d'échappement	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Chap. 4
M_H	Couple à la roue d'échappement	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Chap. 7
m_L	Masse	g	Chap. 1
M_m	Couple moyen sur ces tours	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 3
M_max	Couple maximal transmissible élastiquement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 3
M_R	couple de frottement	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 2
M_S	Couple à la fusée	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 3
m_S	Masse d'une vis	mg	Chap. 5
M_t	moment de torsion	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Chap. 2
μ	coefficient de frottement	1	Chap. 2
μ	Coefficient de frottement	1	Chap. 7
m_u	Balourd	$\mathrm{\mu g}$	Chap. 5
μ_0	coefficient d'adhérence	1	Chap. 2
μ_0	constante magnétique	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{A{\cdot}m}}$	Chap. 8
m_W	Indication de la balance lorsque la pièce est entièrement immergée dans l'eau	g	Chap. 1
m_zu	Masse	g	Chap. 9
N	Tours	1	Chap. 3
N	Nombre	1	Chap. 4, 5, 10
N	Nombre de tours	1	Chap. 6
N	Cote nominale	mm	Chap. 9
N	Numéro du jour dans l'année	1	Chap. 11
n	Nombre	1	Chap. 1, 8, 10, 12
n	vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 2
n	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{h}}$, $\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 4, 9
n'	Vitesse de rotation du pignon mené	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Chap. 4
n_1	Fréquence d'alternances lors de l'essai	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 5
N_{12}	Coups des heures en 12 heures	1	Chap. 4
n_2	Fréquence d'alternances	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 5
N_A	Coups par tour de la roue motrice	1	Chap. 4
N_ab	Spires du ressort désarmé	1	Chap. 3
N_auf	Spires du ressort armé	1	Chap. 3
N_d	Coups en 24 heures	1	Chap. 4
N_d	Nombre de jours dans le cycle	1	Chap. 11
n_d	Coups par jour	$\frac{1}{\mathrm{d}}$	Chap. 4
N_E	Numéro de courbe terminale	1	Chap. 5
n_F	Nombre d'années jusqu'à ce que le calendrier s'écarte d'un jour de l'année solaire	1	Chap. 11

n_{F}	Nombre de pièces défectueuses	1	Chap. 12
n_{G}	Nombre de filets	$\frac{1}{\mathrm{in}}$	Chap. 9
n_{H}	Vitesse de rotation de la roue d'échappement	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 4, 7
n_{h}	Fréquence d'alternances	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 1, 5
n_{h}	Fréquence	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 4, 5, 6, 7
n_{h}	Fréquence d'alternances en alternances par minute	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 6
n_{ist}	fréquence d'alternances mesurée	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 8
N_{K}	Tours de la couronne	1	Chap. 3
n_{K}	Tours de manivelle par pas de division	1	Chap. 9
N_{L}	Nombre de lignes	1	Chap. 1
N_{L}	Nombre de trous du cercle de trous	1	Chap. 9
n_{L}	Intervalles de trous par pas de division	1	Chap. 9
N_{M}	Tours de l'aiguille des minutes	1	Chap. 3
n_{M}	Vitesse de rotation de la roue de centre	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Chap. 4
N_{max}	Nombre maximal de tours du barillet	1	Chap. 3
N_{P}	Nombre de pulsations comptées	1	Chap. 11
N_{R}	Tours du rotor	1	Chap. 3
n_{R}	Vitesse de rotation	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 10
N_{S}	Nombre d'oscillations complètes	1	Chap. 5
n_{S}	Vitesse de rotation de la roue de seconde	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Chap. 4, 10
n_{S}	Nombre d'années bissextiles dans le cycle	1	Chap. 11
N_{Sch}	Coups par tour du chaperon	1	Chap. 4
n_{soll}	fréquence de consigne	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Chap. 8
ν	coefficient de sécurité	1	Chap. 2
N_{W}	Révolutions du tambour	1	Chap. 3
n_{Z}	Nombre d'années dans le cycle	1	Chap. 11
OGW	limite supérieure	$\mu\mathrm{m}$	Chap. 12
ω	vitesse angulaire	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Chap. 2
ω	Pulsation	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Chap. 5
ω_{max}	Vitesse angulaire du balancier au passage par la position d'équilibre	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Chap. 5
$\overline{\Delta G}$	variation moyenne de la marche	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
P	puissance	W	Chap. 2
P	Puissance	$\mu\mathrm{W}$, W	Chap. 3, 5, 10
P	Pas du filetage	mm	Chap. 6, 9
p	Écart relatif	$\%$	Chap. 1
p	pression	bar	Chap. 2
p	pression superficielle	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	Chap. 2
p	Pas	mm	Chap. 4
p	Pas du spiral	mm	Chap. 5
p	Pression	bar	Chap. 8
P_{ab}	puissance fournie	W	Chap. 2
p_{dyn}	Pression dynamique	bar	Chap. 8
P_{SH}	Jeu maximal	mm	Chap. 9
P_{SM}	Jeu minimal	mm	Chap. 9
P_{U}	Puissance qui parvient au balancier ou au pendule	$\mu\mathrm{W}$	Chap. 3

P_{zu}	puissance absorbée	W	Chap. 2
$P_{\mathrm{ÜH}}$	Serrage maximal	mm	Chap. 9
$P_{\mathrm{ÜM}}$	Serrage minimal	mm	Chap. 9
Q	Facteur de qualité	1	Chap. 5, 7
Q	Débit de copeaux	$\frac{\mathrm{mm^3}}{\mathrm{min}}$	Chap. 9
Q	Charge	C	Chap. 10
q	Taux de défauts	ppm	Chap. 12
q_{A}	Taux de rebut	$\%$	Chap. 12
q_{N}	Taux de retouche	$\%$	Chap. 12
R	Rayon intérieur	mm	Chap. 3
R	Rayon	mm	Chap. 7
R	Résistance	Ω	Chap. 10
R	Étendue	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 12
Δr	Déplacement du centre de gravité	mm	Chap. 5
r	Rayon	mm	Chap. 1, 3, 5
r	bras de levier	mm	Chap. 2
r	distance	mm	Chap. 2
r	rayon	m	Chap. 2
r	Rayon de pliage	mm	Chap. 9
R_1	première résistance partielle	Ω	Chap. 10
R_2	deuxième résistance partielle	Ω	Chap. 10
R_{20}	Résistance à 20 °C	Ω	Chap. 10
R_3	troisième résistance partielle	Ω	Chap. 10
r_{A}	Bras de l'ancre	mm	Chap. 7
r_{a}	rayon extérieur	mm	Chap. 2
r_{a}	Rayon de la spire extérieure	mm	Chap. 5
R_{e}	limite d'élasticité	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	Chap. 2
r_{E}	Rayon de la cheville de plateau autour de l'axe du balancier	mm	Chap. 7
r_{F}	Rayon du barillet	mm	Chap. 3
ρ	angle de frottement	$^\circ$	Chap. 2
ρ	Rayon	mm	Chap. 3
ρ	Angle de frottement	$^\circ$	Chap. 7
ρ	résistivité du matériau	$\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm^2}}{\mathrm{m}}$	Chap. 10
R_{i}	Résistance interne de la pile	Ω	Chap. 10
r_{i}	rayon intérieur	mm	Chap. 2
r_{i}	Rayon intérieur du paquet de spires désarmé	mm	Chap. 3
r_{i}	Rayon de la spire intérieure	mm	Chap. 5
R_{L}	Résistance de charge	Ω	Chap. 10
RPZ	Indice de priorité de risque	1	Chap. 12
r_{S}	Rayon effectif de la fusée à l'endroit où la chaîne se déroule	mm	Chap. 3
r_{S}	Distance de son centre de gravité à l'axe du balancier	mm	Chap. 5
r_{u}	Distance du balourd à l'axe du balancier	mm	Chap. 5
R_ϑ	Résistance à la température ϑ	Ω	Chap. 10
S	Erreur secondaire	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 5
S	État	s	Chap. 8
ΔS	Variation d'état	s	Chap. 8

Δs	Variation de l'épaisseur de la lame	$\mu\mathrm{m}$	Chap. 5
s	Corde	mm	Chap. 1
s	Ouverture de clé	mm	Chap. 1
s	chemin	m	Chap. 2
s	flèche du ressort	mm	Chap. 2
s	épaisseur de la lame	mm	Chap. 2
s	Épaisseur de la lame	mm, $\mu\mathrm{m}$	Chap. 3, 5
s	Épaisseur de dent	mm	Chap. 4
s	Épaisseur	mm, $\mu\mathrm{m}$	Chap. 9
s	Distance	km, m	Chap. 11
s	Écart type	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, $\mu\mathrm{m}$	Chap. 12
s'	Épaisseur de l'aile du pignon sur le cercle primitif	mm	Chap. 4
S_1	État à la première lecture	s	Chap. 8
s_1	Épaisseur de lame du ressort d'origine	mm	Chap. 3
S_2	État à la deuxième lecture	s	Chap. 8
s_2	Épaisseur de lame du ressort de remplacement	mm	Chap. 3
s_E	Autodécharge	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$	Chap. 10
s_F	Chute exprimée en chemin	mm	Chap. 7
S_h	Ébat	mm	Chap. 9
$S_\mathrm{h,max}$	Ébat	mm	Chap. 9
$S_\mathrm{h,min}$	Ébat	mm	Chap. 9
σ	contrainte	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
σ_b	contrainte de flexion maximale	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
σ_zul	contrainte admissible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
σ_zul	Contrainte de flexion admissible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 3
$\sum(x_i - \bar{x})^2$	Somme des carrés des écarts à la moyenne	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{d}^2}$	Chap. 12
$\sum G_i$	Somme des marches individuelles, avec signe	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1} \rvert$	Somme des cinq valeurs absolues : différence des deux marches diurnes par position	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
$\sum x_i$	Somme de toutes les valeurs mesurées	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 1, 12
$s_{\bar{x}}$	Écart type de la moyenne	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 12
T	Période	s	Chap. 5, 6
T	Tolérance	mm	Chap. 9
Δt	intervalle de temps	s	Chap. 2
Δt	Écart de l'affichage par rapport à l'âge réel de la lune	d	Chap. 4
Δt	Décalage temporel des alternances par rapport à la fréquence de référence pendant la durée de mesure	ms	Chap. 8
Δt	Différence de temps local	min	Chap. 11
t	Temps	h, s, d	Chap. 1, 5, 8, 9, 10, 11
t	temps	s	Chap. 2
t'_U	Durée de révolution du pignon	s	Chap. 4
T_0	Période pour une très faible amplitude	s	Chap. 6
T_1	Période sans disque	s	Chap. 5
t_1	Instant de la première lecture	d	Chap. 8
t_1	Durée d'une alternance	ms	Chap. 8
T_2	Période avec disque	s	Chap. 5

t_2	Instant de la deuxième lecture	d	Chap. 8
t_2	Durée de l'alternance suivante	ms	Chap. 8
T_a	Tolérance	mm	Chap. 9
t_A	Durée de révolution de l'axe menant	d	Chap. 4
t_A	Défaut de repère	ms	Chap. 8
τ	contrainte de cisaillement	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
τ	Pas	$^\circ$	Chap. 7
τ	Angle de division	$^\circ$	Chap. 9
τ	Constante de temps	s	Chap. 10
τ_t	contrainte de torsion maximale	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Chap. 2
t_dez	Temps en minutes sous forme décimale	min	Chap. 11
T_E	année sidérale	d	Chap. 11
t_F	Durée de révolution du barillet	h	Chap. 3
t_F	Durée de marche jusqu'à ce que l'affichage s'écarte de Δt	d	Chap. 4
t_G	Durée de marche	h, d	Chap. 3, 4
t_H	Temps de levée	ms	Chap. 8
t_h	Heures entières	h	Chap. 1
t_h	Temps principal	min	Chap. 9
t_I	Période d'inhibition	s	Chap. 10
t_Imp	Durée de l'impulsion	ms	Chap. 10
T_J	année tropique	d	Chap. 11
T_K	durée moyenne de l'année civile	d	Chap. 11
T_l	Tolérance	mm	Chap. 9
t_L	Durée affichée d'une lunaison	d	Chap. 4
T_Luft	Tolérance	mm	Chap. 9
T_M	Période des impulsions moteur	s	Chap. 10
t_M	Durée de révolution de la roue de centre	h	Chap. 3
t_M	Durée de mesure	s	Chap. 8
t_M	temps moyen local	min	Chap. 11
t_min	Minutes	min	Chap. 1
t_N	Heure de référence	s	Chap. 8
t_R	Réserve de marche	h	Chap. 3
T_S	Durée d'une alternance	s	Chap. 1, 6
t_s	Secondes	s	Chap. 1
t_s	Temps entre deux sauts	d	Chap. 4
T_sid	mois sidéral	d	Chap. 11
T_So	jour solaire moyen	s	Chap. 11
T_St	Jour sidéral	s	Chap. 11
T_syn	Mois synodique	d	Chap. 4
T_syn	mois synodique	d	Chap. 11
t_U	Durée de révolution de l'arbre moteur	h	Chap. 3
t_U	Durée de révolution de la roue menante	s	Chap. 4
t_U	Indication de la montre	s	Chap. 8
t_W	Durée de révolution du tambour	h	Chap. 3
t_W	temps vrai local	min	Chap. 11
t_Z	Heure du fuseau	min	Chap. 11

U	Circonférence	mm	Chap. 1
U	Périmètre	mm	Chap. 1
U	Nombre de tours nécessaires de la roue motrice	1	Chap. 4
U	Tension	V	Chap. 10
U_0	Force électromotrice	V	Chap. 10
U_2	Tension partielle aux bornes de la résistance R_2	V	Chap. 10
u_C	Tension aux bornes du condensateur à l'instant t	V	Chap. 10
u_G	plus grande erreur sur la marche due à la lecture	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 8
UGW	limite inférieure	$\mathrm{\mu m}$	Chap. 12
U_max	incertitude de mesure admissible du moyen de mesure	$\mathrm{\mu m}$	Chap. 12
U_N	Tension nominale de la pile	V	Chap. 10
u_S	plus grande erreur de lecture d'un état	s	Chap. 8
U_W	Tours du volant par coup	1	Chap. 4
V	Volume	$\mathrm{mm^3}$, $\mathrm{cm^3}$	Chap. 1
ΔV	variation de volume	$\mathrm{cm^3}$	Chap. 2
Δv	variation de la vitesse	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Chap. 2
v	vitesse	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Chap. 2
v	vitesse circonférentielle	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Chap. 2
v	Vitesse	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$	Chap. 8, 11
V_0	volume initial	$\mathrm{cm^3}$	Chap. 2
v_0	vitesse initiale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Chap. 2
ε	allongement	1	Chap. 2
ε	Angle	$^\circ$	Chap. 8
ε_0	constante électrique, $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	Chap. 10
ε_r	Permittivité relative de l'isolant	1	Chap. 10
φ	Angle	$^\circ$, rad	Chap. 1, 5
φ	angle de rotation	rad	Chap. 2
φ	angle de torsion	rad	Chap. 2
φ	Angle de torsion	rad	Chap. 3
φ	latitude géographique	$^\circ$	Chap. 6
φ	Angle d'hélice	$^\circ$	Chap. 9
φ_E	Arc supplémentaire	$^\circ$	Chap. 7
φ_S	Angle de pas du rotor	$^\circ$	Chap. 10
ϱ	Masse volumique	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$, $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$	Chap. 1, 8, 9
ϱ_W	Masse volumique de l'eau	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$	Chap. 1
$\Delta\vartheta$	variation de température	K	Chap. 2
$\Delta\vartheta$	Variation de température	K	Chap. 6, 10, 12
ϑ	Température	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 10, 11
ϑ_0	Température du point d'inversion	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 10
ϑ_1	Température d'essai la plus basse	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 5
ϑ_2	Température d'essai la plus élevée	$^\circ\mathrm{C}$	Chap. 5
v_c	Vitesse de coupe	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$	Chap. 9
v_F	Part du travail de la roue perdue dans la chute	$\%$	Chap. 7
v_f	Vitesse d'avance	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$	Chap. 9
W	travail	J	Chap. 2

W	Travail	mJ, J	Chap. 3, 10
W	Énergie	$\mu\mathrm{J}$, J	Chap. 5, 10
ΔW	Perte d'énergie par oscillation complète	$\mu\mathrm{J}$	Chap. 5
w	flèche à l'extrémité libre	mm	Chap. 2
w	Titre	$‰$	Chap. 9
w_1	Titre	$‰$	Chap. 9
w_2	Titre	$‰$	Chap. 9
W_{ab}	Travail fourni au désarmage	mJ	Chap. 3
W_{auf}	Travail dépensé à l'armage	mJ	Chap. 3
W_{b}	module de résistance à la flexion	mm^3	Chap. 2
$\widehat{\alpha}$	Angle	rad	Chap. 1
W_{max}	Énergie maximale stockable élastiquement	mJ	Chap. 3
W_{S}	Travail de la roue d'échappement par alternance	$\mu\mathrm{J}$	Chap. 7
W_{U}	Travail fourni au balancier par alternance	$\mu\mathrm{J}$	Chap. 7
$\bar{x}$	Moyenne	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, $\mu\mathrm{m}$	Chap. 1, 12
x	Écart relatif	ppm	Chap. 1
x	Coordonnée	mm	Chap. 1
x	Distance	mm	Chap. 6
x_1	Coordonnée	mm	Chap. 1
x_2	Coordonnée	mm	Chap. 1
x_{ist}	Valeur réelle	mm	Chap. 1
x_{max}	plus grande valeur mesurée	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 12
x_{min}	plus petite valeur mesurée	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Chap. 12
x_{soll}	Valeur de consigne	mm	Chap. 1
y	Coordonnée	mm	Chap. 1
y_1	Coordonnée	mm	Chap. 1
y_2	Coordonnée	mm	Chap. 1
z	Nombre de dents	1	Chap. 4, 7, 9
z	Nombre de divisions	1	Chap. 9
z	Valence	1	Chap. 9
z'	Nombre d'ailes du pignon	1	Chap. 4
z'_1	Nombre d'ailes du pignon de la première roue de réduction	1	Chap. 3
z'_1	Nombre d'ailes du premier pignon mené	1	Chap. 4
z'_2	Nombre d'ailes du pignon de la deuxième roue de réduction	1	Chap. 3
z'_2	Nombre d'ailes du deuxième pignon mené	1	Chap. 4
z'_3	Nombre d'ailes du troisième pignon mené	1	Chap. 4
z'_{A}	Nombre de dents du pignon de remontoir	1	Chap. 3
z'_{B}	Nombre d'ailes du pignon de la roue intermédiaire	1	Chap. 3
z'_{H}	Nombre d'ailes du pignon d'échappement	1	Chap. 4
z'_{K}	Nombre de dents du pignon coulant	1	Chap. 3
z'_{K}	Nombre d'ailes du pignon de moyenne	1	Chap. 4
z'_{M}	Nombre d'ailes du pignon de centre	1	Chap. 3
z'_{N}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles	1	Chap. 4
z'_{R}	Nombre d'ailes du pignon de rotor	1	Chap. 3
z'_{S}	Nombre d'ailes du pignon de seconde	1	Chap. 4
z'_{Sch}	Nombre d'ailes du pignon monté sur l'axe de la roue à chevilles, qui mène le chaperon	1	Chap. 4

z'_{W}	Nombre d'ailes du pignon de minuterie	1	Chap. 4
z_1	Nombre de dents de la première roue de réduction	1	Chap. 3
z_1	Nombre de dents de la première roue menante	1	Chap. 4
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue de réduction	1	Chap. 3
z_2	Nombre de dents de la deuxième roue menante	1	Chap. 4
z_{24}	Nombre de dents de la roue de 24 heures	1	Chap. 4
z_3	Nombre de dents de la troisième roue menante	1	Chap. 4
z_{A}	Nombre de dents de la roue menante sur le canon des heures	1	Chap. 4
z_{A}	Nombre de dents de la roue motrice	1	Chap. 4
z_{B}	Nombre de dents de la roue intermédiaire	1	Chap. 3
z_{F}	Nombre de dents du barillet	1	Chap. 3
z_{H}	Nombre de dents de la roue d'échappement	1	Chap. 4
z_{K}	Nombre de dents de la roue de moyenne	1	Chap. 4
z_{M}	Nombre de dents de la roue de centre	1	Chap. 4
z_{N}	Nombre de chevilles de levée	1	Chap. 4
z_{S}	Nombre de dents de la roue de seconde	1	Chap. 4
z_{Sch}	Nombre de dents de la roue du chaperon	1	Chap. 4
z_{Sp}	Nombre de dents du rochet	1	Chap. 3
z_{St}	Nombre de dents de la roue des heures	1	Chap. 4
z_{V}	Nombre de dents de la chaussée	1	Chap. 3
z_{V}	Nombre d'ailes de la chaussée	1	Chap. 4
z_{W}	Nombre de dents de la roue de minuterie	1	Chap. 4

Index

A

A/h 8
abaissement du titre 213
Abaissement du titre par un métal d'alliage 213
abaisser le titre (alliage) 213
Accélération 31
accélération 31
Accélération de la pesanteur selon la latitude et l'altitude 152
accélération de la pesanteur, lieu 152
affaiblir un ressort 60
Affichage 24 heures 97
affichage 24 heures 97
âge de la lune 248
Âge de la lune à partir de la date 248
aiguille, moment d'inertie 53
aile de pignon 102
Aire du cercle 10
aire du cercle 10
ajustage numérique 235
ajustement 202
ajustement avec jeu 202
ajustement serré 203
alliage 210
alliage (préparation) 211
alliage d'or 210
Allongement 54
allongement 54
alternance 8, 118
alternance (A/h) 118
alternances par heure 92
AMDEC (FMEA) 260
amortissement, balancier 136
ampère-heure 220
Amplitude à partir de l'angle de levée et du temps de levée 178
Amplitude à partir du bilan énergétique 167
Amplitude avec un angle de levée mal réglé 180
amplitude minimale 170
amplitude, angle de levée erroné 180
amplitude, balancier 119
amplitude, bilan énergétique 167
amplitude, chronocomparateur 178
amplitude, pendule 149
ancre, embrassement 157
ancre, entraxe 158
angle à partir de trois côtés 25
Angle annuel pour l'équation du temps 245
angle d'embrassement 157
angle d'hélice 49, 200
Angle d'hélice 200
angle de chute 155
Angle de division 205
angle de division 205
Angle de frottement 49
angle de frottement 49, 160
angle de levée, chronocomparateur 180
angle de levée, fourchette 162
angle de pas 236
angle de pression 108
angle de réglage 24, 196
angle de tirage 160
angle de torsion 61
Angle du balancier en fonction du temps 119
angle du coin 39
angle du cône 196
Angle du cône et angle de réglage 196
Anneau et cylindre creux 52
anneau, développé 209
année bissextile 243
année civile 243
année tropique 243
Années jusqu'à un jour d'écart 243
antichoc, contrôle 190
antimagnétique 189
Appariement : couple de rappel spécifique pour un balancier et une fréquence 131
appariement balancier-spiral 131
arc de cercle 12
arc supplémentaire 156
Arc supplémentaire du balancier 156
Arc supplémentaire du pendule 170
arc supplémentaire, pendule 170
Archimède 22
armage complet 84
assemblage serré 203
asthmomètre 252
autoblocage 49
autodécharge 230
Autonomie à partir de la capacité et de la consommation 229
Autonomie avec autodécharge 230
autonomie de la pile 229
avance 193
avance par alternance 154
avance par dent 194

B

balancier compensé 134
balancier sans raquette 128
balancier, période 117
balourd 129
bar 36
barillet 65
barillet, rapport de transmission 76
besoin journalier, automatique 86
bilan énergétique, balancier 167
bonde 65
bras de l'ancre 158
bras de levier 40

C

cadran solaire 248
calcul de mélange 211
calcul du prix, pièce tournée 194
calendrier grégorien 243
calendrier julien 243
Capabilité à partir de la tolérance et de la dispersion 256
Capabilité critique par rapport à la limite inférieure 257

Capabilité critique par rapport à la limite supérieure 256
capabilité machine 256
capabilité processus 256
capabilité processus critique 256
capacité (condensateur) 225
capacité de charge 227
capacité de la pile 229
Capacité du condensateur plan 226
capacité totale 226
carat 210
carré 17
Carré : cote sur angles 17
centième de minute 252
centre d'oscillation 147
Cercle de base 108
cercle de base 108
cercle de division 27
cercle de perçage 27
Cercle de perçage : distance entre trous voisins 27
cercle de perçage, coordonnées 27
cercle de pied 103
Cercle de pied de la denture en développante 107
Cercle de pied de la roue 103
Cercle de pied du pignon 104
Cercle de pied du pignon (valeur indicative) 103
cercle de pied, développante 107
cercle de pied, pignon 103, 104
cercle de séparation 68
Cercle de séparation pour la longueur optimale 68
cercle de tête 100
Cercle de tête de la denture en développante 107
Cercle de tête de la roue 100
Cercle de tête du pignon 102
cercle de tête, développante 107
cercle de tête, pignon 102
cercle de trous 206
cercle primitif 98
Cercle primitif d'après l'entraxe 99
chaîne de cotes 204
chaîne de division 232
chaîne de tolérances 204, 205
champ magnétique 189
Chaperon 110
chaperon 110
Charge 220
charge d'un condensateur 228
Charge du condensateur 225
chasser une pierre 203
chaussée 96
Chemin parcouru en mouvement uniformément accéléré 32
chemin perdu 161
cheville de plateau 162
cheville de plateau, rayon 163
choc 31
chronocomparateur, amplitude 178
chronocomparateur, marche 175
chute 155
chute d'amplitude 184
Chute d'amplitude en 24 heures 184
Chute exprimée en chemin de la pointe de dent 156
chute libre 31, 43
chute, en chemin 156
chute, perte 166
Circonférence du cercle 10
circonférence du cercle 10
circonférence, cercle 10
circuit RC 227
Cisaillement 56
cisaillement 56
coefficient de dilatation 62
coefficient de frottement 48
coefficient de sécurité 55
coefficient de température de la résistance 221
coefficient thermique 132
Coefficient thermique à partir de la mesure 133
Coefficient thermique à partir des caractéristiques des matériaux 132
Coefficient thermique dans le contrôle des chronomètres 186
coefficient thermique, contrôle des chronomètres 186
coefficient thermique, mesure 133
coefficient thermoélastique 132
Coin 39
coin 39
coin, frottement 49
colonne d'eau 187
Compensation thermique par deux matériaux 151
Comportement thermique du quartz diapason 234
Composer deux forces 37
composition des forces 37
comptage des dents 93
compteur de production 250
condensateur de stockage 228
condensateur plan 226
condensateur, charge 225
condensateur, énergie 228
Condition pour la roue de seconde 94
Cône 20
cône 20
Conicité 196
conicité 196
conicité (cône) 196
consommation 229
Consommation moyenne du mouvement 237
consommation, moyenne 237
constante de raideur 44
constante de rappel 120
constante de temps 227
Constante de temps à la charge et à la décharge 227
Contenu énergétique de la pile 230
contrainte 54
contrainte admissible 55
Contrainte admissible et coefficient de sécurité 55
contrainte de cisaillement 56
contrainte de compression 54
Contrainte de flexion 57
contrainte de flexion 57
contrainte de flexion, ressort moteur 72
contrainte de torsion 61
contrainte de traction 54
Contrainte de traction et de compression 54
contrôle de résistance aux chocs 190
contrôle des chronomètres 185
contrôle des chronomètres, température 133
coordonnées 26
Coordonnées sur le cercle de division : x 27
Coordonnées sur le cercle de division : y 28

Corde 13
corde 13
Cosinus 24
cosinus 24
côté adjacent 24
côté de l'angle droit 23
cote limite 201
cote maximale 201
Cote maximale et cote minimale 201
cote minimale 201
cote nominale 201
côté opposé 23
cote sur angles 17
coulomb 220
Couple 40
couple 40
Couple à la fusée 81
Couple au tambour 79
couple de frottement 50
Couple de frottement dans le palier d'un pivot 50
couple de rappel 120
Couple de rappel du spiral 120
couple de rappel spécifique 45, 120
Couple de rappel spécifique à partir des dimensions du spiral 120
couple du ressort 71
Couple du ressort moteur 71
Couple maximal d'après la contrainte de flexion admissible 72
Couple sur la roue d'échappement 115
Couple sur le pignon 91
couple, entraînement par poids 79
couple, maximal 72
couple, ressort moteur 71
couple, rouage 91
couple, roue d'échappement 115
coups en 12 heures 108
Coups par jour 109
Coups par tour de la roue motrice 110
courbe de charge 228
courbe terminale 124
Couronne circulaire 11
couronne circulaire 11
course de l'ancre 161
Course de l'ancre entre les limitations 161
Cpk 256, 257
creux 103
creux entre les dents 104
Croix de mélange 212
croix de mélange 212
cycle bissextil 244
Cylindre 18
cylindre 18
Cylindre creux 19
cylindre creux 19
cylindre creux, moment d'inertie 52
cylindre, diamètre 171
cylindre, moment d'inertie 52

D

débit de copeaux 195
Débit de copeaux en tournage 195
décélération 31
décomposition des forces 38
défaut d'équilibre 129
Défaut d'isochronisme à partir de 0 h et 24 h 184
Défaut de repère 177
défaut de repère 177
Défaut de repère exprimé en angle 177
défaut de repère, angle 177
degré 8
Degrés en radians 8
degrés, minutes, secondes 6
delta, positions 182
demi-oscillation 139
Démultiplication de la minuterie 96
Démultiplication du rotor à la roue de seconde 237
démultiplication, mouvement à quartz 237
densité de courant 216
denture cycloïdale 100
denture en développante 107
denture horlogère 100
Déplacement de la lentille à partir de la marche et de la fréquence d'alternances (formule d'atelier) 143
déplacer la lentille 143
Déport de la contre-pointe 197
déport de la contre-pointe 197
détermination d'une roue manquante 93, 102
détermination de la masse volumique 22
développé 208
Développé d'un anneau 209
diagonale 23
Diamètre de perçage avant taraudage 199
diamètre du noyau 199
Diamètre du noyau de la vis 199
diamètre du noyau, pignon 103
diamètre du pivot 50
diamètre du tambour, effectif 78
Diamètre effectif du tambour 78
diamètre moyen 209
Diamètre primitif 98
Diamètre sur flancs 198
diamètre sur flancs 198
Différence vertical–horizontal 182
différence vertical–horizontal 182
Dilatation linéique 62
dilatation linéique 62
dilatation thermique 62
Dilatation volumique 63
dilatation volumique 63
dispersion 253, 254
dispositif antichoc 35
Disque de lune 112
disque de lune 112
Disque plein et cylindre 52
disque, moment d'inertie 52
distance d'arrêt 32
distance de freinage 32
Distance des points de contact 159
diviseur 207
Diviseur de fréquence 232
diviseur de tension 224
Diviseur de tension (à vide) 224
division 27, 205
division angulaire 207
Division angulaire au diviseur 207

Division directe 206
Division indirecte au diviseur 207
division, directe 206
division, indirecte 207
dorure 215
Durée d'une alternance 9
durée d'une alternance 9
Durée d'une alternance (demi-oscillation) 139
durée de l'impulsion 237
durée de marche 77
Durée de marche d'après la hauteur de chute 80
Durée de marche d'après les tours du barillet 77
Durée de marche jusqu'à l'écart de la phase de lune 113
durée de marche, entraînement par poids 80
durée de mesure 175
Durée de révolution 90
durée de révolution 90
Durée de révolution du barillet 76
Durée de révolution du barillet avec roue intermédiaire 77
durée de révolution, barillet 76
Durée moyenne de l'année civile 243

E

ébat 204
Ébat d'un axe 204
Ébat maximal 204
Ébat minimal 204
ébat, valeurs limites 204
écart 201
écart de fréquence 130, 233
Écart en pour cent 29
écart en pour cent 29
écart entre positions 182
Écart maximal entre positions 182
écart relatif 7
écart type 254
Écart type de l'échantillon 254
Écart type de la moyenne 254
écarts de positions 129, 182
échappement à cylindre 171
Échappement à cylindre : pas, longueur de dent et cylindre 171
échappement Graham 169
échappement Graham, largeur des becs 169
échappement libre 156
échappement, rendement 166
Échelle tachymétrique 250
écrou de réglage 143
effet Joule 220
élévation du titre 212
Élévation du titre par du métal fin 212
élever le titre (alliage) 212
ellipse 16
ellipse (cheville de plateau) 162
Ellipse : aire 16
Ellipse : périmètre 16
ellipse, périmètre 16
embrassement 157
Embrassement de l'ancre 157
Énergie cinétique 43
énergie cinétique 43
énergie d'armage 44
énergie d'impulsion 238
énergie d'oscillation 134
Énergie d'un ressort armé 44
Énergie d'un ressort de torsion 45
Énergie d'une impulsion moteur 238
Énergie dans le condensateur 228
énergie de mouvement 43
énergie de position 42
Énergie de rotation 43
énergie de rotation 43
énergie du balancier 43
Énergie du balancier en oscillation 134
Énergie du poids 80
énergie du ressort 44
énergie du spiral 45
énergie électrique 220
Énergie maximale stockable 74
Énergie potentielle 42
énergie potentielle 42, 80
Énergie stockée du ressort idéal 74
énergie, balancier 134
énergie, barillet 75
énergie, entraînement par poids 80
énergie, maximale 74
énergie, ressort moteur 74
entraînement par poids 42, 79
entraînement par poids, hauteur de chute 79
entraxe 26, 99
Entraxe 99
Entraxe à partir des coordonnées 26
entraxe d'engrènement 26
Entraxe de la roue et de l'ancre 158
Entraxe identique dans la minuterie 97
entraxe, roue et ancre 158
épaisseur de couche 216
Épaisseur de couche à partir de la densité de courant et du temps 216
Épaisseur de couche à partir de la masse 216
épaisseur de dent 104
Épaisseur de la dent de la roue 104
épaisseur de la lame 58, 72, 120
épaisseur de lame d'après les tours 69
équation 245
Équation du temps 245
équation du temps 245
Équation du temps à partir de la date 246
équation du temps, formule approchée 246
équilibrage 129
équilibre des moments 41
erreur circulaire 149
erreur de lecture 190
erreur de mesure, marche 190
erreur de mesure, température 261
erreur de température, balancier 132
erreur de température, pendule 150
erreur du calendrier 243
Erreur secondaire 134
erreur secondaire 134
Erreur sur la marche due à la lecture 190
essai d'amortissement 136
essai de choc 43
étanchéité 36, 187
État 172
état 172

état d'armage 184
Étendue 253
étendue 253

F

Facteur de correction pour rayons de pliage serrés 209
facteur de correction, pliage 209
Facteur de qualité 135
facteur de qualité 135, 167
facteur de qualité, balancier 135
facteur de remplissage 68
farad 225
fibre neutre 57, 208
fil de bobinage 221
filetage en pouces 198
filetage, frottement 49
filetage, métrique 198
first pass yield 258
Flèche 13
flèche 13, 59
flèche d'un arc 13
Flèche d'une tige encastrée à une extrémité 59
flux d'énergie 47
force 35
Force d'un ressort 44
force de décollement 48
force de frottement 48
force de pression 188
Force de pression sur la glace ou le fond 188
force du ressort 44
Force et accélération 35
force normale 38
force parallèle à la pente 38
formule d'atelier déplacement de la lentille 143
formule d'atelier longueur du pendule 141
formule d'atelier vitesse de rotation 192
formule de la pesanteur 152
fourchette 162
Fourchette et cheville de plateau : longueurs et angles 162
fourchette, rapport 164
fraisage, avance 194
fréquence 8
fréquence d'alternances 8
Fréquence d'alternances à partir de la fréquence 118
Fréquence d'alternances à partir de la période 140
Fréquence d'alternances et fréquence 8
Fréquence d'alternances et vitesse de rotation de la roue d'échappement 154
fréquence d'alternances, balancier 118
fréquence d'alternances, écart 174
fréquence d'alternances, pendule 140
fréquence d'alternances, roue d'échappement 154
Fréquence d'après le dernier engrenage 95
Fréquence d'après le rouage 92
fréquence d'après les nombres de dents 92
Fréquence d'une montre d'après les nombres de dents 93
Fréquence du balancier 117
fréquence du quartz 32 768 Hz 232
fréquence, balancier 117
fréquence, montre 93
frettage 62
Frottement de glissement 48
frottement de glissement 48
frottement des pivots 50
frottement statique 48
Frottement statique (adhérence) 48
fusée 81
fusée et chaîne 81

G

gabarit de courbes 124
galvanoplastie 215
galvanoplastie, épaisseur de couche 216
gauss 189
goupille 56
goupille conique 196
grandeur du mouvement 6

H

hauteur de chute 32, 79
Hauteur de chute du poids 79
hauteur de dent 103
hauteur de filet 199
hauteur de la lame 120
HEC 247
heure de référence 172
heure du fuseau 247
Heure du fuseau à partir du cadran solaire 248
heures décimales 6
hexagone 17
Hexagone : cote sur angles 17
horloge sidérale 241
Huygens-Steiner, théorème de 53, 148
hypoténuse 23

I

Impulsion et chute à la roue 155
impulsion moteur 237
impulsion, à l'ancre 161
impulsion, à la roue 155
incertitude de mesure 261
inclinaison 196
indice de priorité de risque 260
Indice de priorité de risque (AMDEC) 260
Induction et champ magnétique dans l'air 189
Influence de l'épaisseur de la lame 72
Influence de la température lors de la mesure 261
inhibition 235
Inhibition : correction de marche par suppression d'impulsions 235
intensité du courant 218
inverseur 85
IPR 260
irréversibilité, filetage 200
ISO 1413 190
ISO 3159 185
ISO 764 189
isochronisme, 0 h et 24 h 184
isochronisme, pendule 149

J

jeu axial 204
jeu d'engrenage 105
jeu de fond 104
jeu de palier 204
Jeu entre-dents 105

jeu entre-dents 105
Jeu maximal 202
jeu maximal 202
Jeu minimal 202
jeu minimal 202
joule 41
jour sidéral 241
Jour sidéral à partir du jour solaire et de l'année 241
jour solaire, moyen 241
Jours dans le cycle bissextil 244

L

largeur des becs 169
Largeur des becs de l'échappement Graham 169
levées, distance 159
levier 41
levier coudé 41
ligne 6
ligne d'action 108
ligne de Paris 6
Lignes en millimètres 6
limitation 161
limite conventionnelle d'élasticité 55
limite d'élasticité 55
Loi d'Ohm 218
loi de Faraday 215
Loi de Hooke 55
loi de Hooke 55
Loi des cosinus 25
loi des cosinus 25
Loi des sinus 25
loi des sinus 25
Loi du levier 41
loi du levier 41
loi horaire du mouvement 32
longitude 247
longueur active 125
Longueur active pour la fréquence de consigne 125
Longueur d'arc 12
longueur d'arc 12
longueur de corde 13
longueur de la fourchette 164
Longueur de la fourchette à partir de l'entraxe 164
Longueur de ressort optimale 67
longueur développée 208
Longueur développée d'un arc 208
Longueur du bras de l'ancre 158
longueur du pendule 140
Longueur du pendule à partir de la fréquence d'alternances 140
Longueur du pendule à partir des alternances par minute (formule d'atelier) 141
longueur du ressort 67
longueur du ressort d'après les spires 70
Longueur du ressort d'après les spires du ressort désarmé 70
Longueur du spiral plat 122
Longueur réduite du pendule 147
lunette 209

M

manivelle du diviseur 207
marche 173
Marche à partir de deux états 173
Marche à partir de l'écart de fréquence 130
Marche à partir de l'écart de la fréquence d'alternances 174
Marche à partir du décalage temporel des alternances 175
marche au porter 183
Marche au porter à partir de deux groupes de positions 183
Marche d'une horloge sidérale par rapport au temps moyen 241
Marche de la montre à quartz à partir de l'écart de fréquence 233
marche diurne 173
marche diurne moyenne 174
Marche en écart relatif 7
marche moyenne 28
Marche moyenne 174
marche, à partir de la fréquence d'alternances 174
marche, au porter 183
marche, fréquence 130
marche, longueur du pendule 142
marche, moment d'inertie 127
marche, montre à quartz 233
marche, moyenne 174
marche, par mois 173
marche, reprise de 186
marche, temps sidéral 241
masse 21
Masse à partir du volume et de la masse volumique 21
Masse déposée (loi de Faraday) 215
Masse ponctuelle et anneau mince 51
masse volumique 21
Masse volumique par pesée dans l'air et dans l'eau 22
masselotte de réglage 145
Masselotte de réglage à hauteur quelconque 146
Masselotte de réglage à mi-longueur du pendule 145
masselotte de réglage, hauteur 146
masselottes 127
méplat 13
mesure du cercle de tête 106
Mesure du cercle de tête pour un nombre de dents impair 106
Mesure du moment d'inertie avec un disque additionnel 131
mesure du rendement 115
mesure en radians 8
mesurer la résistance interne 225
milliampère-heure 229
minute d'arc 6
minuterie 96
minuterie, entraxe 97
Minutes décimales 252
minutes décimales 252
Minutes et secondes en valeur décimale 6
mise à l'heure 87
Mise à l'heure : course de l'aiguille des minutes 87
module 98
module d'après l'entraxe 99
module d'après le cercle de tête 102
Module d'après le cercle de tête mesuré 102
module d'élasticité 55
module d'élasticité, spiral 120
module de cisaillement 61
module de résistance 57, 58
Module de résistance : cercle 58
Module de résistance : rectangle 57
module E 55

mois sidéral 242
mois synodique 112, 242
Mois synodique à partir de la révolution lunaire 242
moment d'inertie 51
Moment d'inertie de la serge (anneau mince) 126
moment d'inertie de masse 51
moment d'inertie de surface 58
Moment d'inertie des vis et des masselottes 127
Moment d'inertie par rapport à la suspension (théorème de Huygens-Steiner) 148
moment d'inertie, balancier 126
moment d'inertie, mesure 131
moment de flexion 57
moment quadratique 58, 59
Moment quadratique : cercle 59
Moment quadratique : rectangle 58
Montage en parallèle de condensateurs 226
Montage en parallèle de résistances 223
Montage en série de condensateurs 227
Montage en série de résistances 222
moteur Lavet 236
moteur pas à pas 236
mouvement huit jours 77
mouvement uniformément accéléré 31
moyen de mesure, choix 261
Moyenne 28
moyenne 28, 253
Moyenne arithmétique 253
moyenne, incertitude 254

N

newton 35
nombre de dents impair 106
nombre de filets 198
nombre de spires 122
Nombre maximal de tours 69
nouvelle lune 248
numéro CGS 123
Numéro CGS du spiral 123
Numéro de courbe terminale 124
numéro de spiral 123
numéro du jour 245

O

orienter le chariot supérieur 196
oscillation sinusoïdale 119
Oscillations libres sans entretien 136
ouverture de clé 17
ovale 16

P

palier de pivot 37
paquet de spires 65
paquet de spires, largeur 68
parallélépipède 18
parallélogramme des forces 37
pas 98
Pas à partir du nombre de filets (filetage en pouces) 198
Pas de la roue d'échappement 154
pas du filetage 198
Pas du spiral 122
pas du spiral 122
Pas et module 98
pas, roue d'échappement 154
pendule à gril 151
pendule à mercure 63
pendule battant la seconde 139
pendule compensé 151
pendule pesant 147
pendule, arc supplémentaire 170
pendule, période 139
pente 24
Période 139
Période du balancier 117
Période du pendule pesant 147
période et durée d'une alternance 9
Période pour une grande amplitude 149
période, balancier 117
permittivité 226
Perte due à la chute 166
perte par la chute 166
pesanteur normale 152
pesée dans l'eau 22
phase de lune 112, 248
phase de lune précise 113
Phase de lune précise avec rapport de transmission 113
phase de lune, précision 113
pignon 88
pignon coulant 87
pignon de remontoir 84
pignon manquant 102
plan incliné 38
Plan incliné : force normale 38
Plan incliné : force parallèle à la pente 38
Plan incliné, coin et filetage avec frottement 49
plateau 162
plateau diviseur 206
pliage 208
poids 35
Poids (force de pesanteur) 35
poids additionnel 145
poids d'une pièce 21
Poids de fin 210
poids de fin 210
poids de réglage 146
poids moteur 35
point d'inversion 234
point primitif 99
points de contact, distance 159
pond 40
positions, horizontales et verticales 182
poulie mobile 79
pour cent 29
pour cent et marche 7
poussée d'Archimède 22
poutre en flexion 59
ppm 7, 258
ppm et marche 233
Pression 36
pression 36
pression d'essai 188
Pression d'une colonne d'eau 187
pression de l'eau 187
pression dynamique 188
Pression dynamique lors d'un mouvement dans l'eau 188
pression superficielle 37

Pression superficielle dans le palier d'un pivot 37
pression sur le palier 37
Prisme : solide à section constante 18
profondeur de passe 195
Puissance 45
puissance 45
Puissance à l'organe réglant 83
puissance d'après le couple 82
Puissance d'après le couple et la durée de révolution 82
puissance dans une résistance 219
Puissance dans une résistance à partir de la tension 219
Puissance dans une résistance à partir du courant 220
puissance dissipée 220
puissance du barillet 46
Puissance électrique 219
puissance électrique 219
Puissance en rotation 46
Puissance moyenne 82
puissance nécessaire 136
Puissance nécessaire au balancier 136
puissance, balancier 83, 136
puissance, force motrice 82
puissance, moyenne 82
puissance, rotation 46
puissance, roue d'échappement 165
pulsation 34, 118
Pulsation 118
Pulsomètre 252
pulsomètre 252
pyramide 20
Pythagore 23

Q

quantième perpétuel 244
quantième séculaire 244
quartz diapason 234
quartz, comportement thermique 234

R

radian 8, 34
raideur du ressort 44
Raideur du ressort à lame 60
raideur du ressort, ressort à lame 60
rapport d'engrenage 88
Rapport de réduction du remontage automatique 85
rapport de transmission 88
Rapport de transmission d'un engrenage 88
Rapport de transmission total 90
rapport de transmission total 90
Rapport entre fourchette et balancier 164
rapport, fourchette et balancier 164
raquette 125
Rayon à partir de la corde et de la flèche 14
rayon de bombé 14
Rayon de la bonde (valeur indicative) 65
Rayon de la cheville de plateau à partir de l'entraxe 163
rayon de la courbe terminale 124
réalliage 211
rectangle 15
régime permanent 167
réglage 130
réglage fin 128
Réglage fin par vis de réglage 128
réglage fin, pendule 145
réglage, balancier 127
réglage, formule de base 130
réglage, pendule 142, 143
réglage, raquette 125
Règle d'or de la métrologie 261
règle d'or de la métrologie 261
règle sinus 23
régler l'ébat 205
remontage automatique 85
remontage manuel 84
remontage par la couronne 84
remontoir de montres (rotomat) 86
remplissage du barillet 67
Rendement 46
rendement 46
rendement au premier passage 258
Rendement au premier passage d'une opération 258
Rendement au premier passage sur plusieurs opérations 259
rendement au premier passage, global 259
rendement cathodique 215
Rendement d'après les couples mesurés 115
Rendement de l'échappement 166
Rendement du ressort moteur 75
Rendement global 47
rendement global 47
Rendement total du rouage 114
rendement, échappement 166
rendement, mouvement 83
rendement, ressort moteur 75
rendement, rouage 114
renvoi de mise à l'heure 87
repère 177
repos 161
Reprise de marche 186
reprise de marche 186
réserve d'énergie, ressort moteur 42
réserve de marche 77
réserve de marche, automatique 86
résistance à la traction 55
résistance d'un conducteur 221
Résistance d'un fil 221
résistance de charge 225
résistance électrique 218
résistance équivalente 223
Résistance et température 221
résistance interne 224
Résistance interne à partir d'une mesure à vide et en charge 225
résistance totale 222
résistivité 221
ressort à lame 57, 59
ressort de remplacement 73
Ressort de remplacement de même effet 73
ressort de torsion 45, 61
ressort moteur, couple 71
ressort moteur, épaisseur de la lame 72
ressort moteur, longueur 67
ressort moteur, remplacement 73
ressort moteur, spires 65, 66
résultante 37
révolution lunaire 242
rochet 84

rotor 85, 236
rouage 90
rouage de finissage 92
rouage de réduction 85
roue à chevilles 110
roue à chevilles, rapport de transmission 110
roue d'échappement, pas 154
roue d'échappement, travail par alternance 165
roue d'échappement, vitesse de rotation 94, 154
roue de couronne 84
roue de cylindre 171
roue de minuterie 96
roue de moyenne 94
roue de seconde 94
roue de seconde manquante 95
roue de seconde, mouvement à quartz 237
roue des heures 96
roue intermédiaire 77, 90
rupture de pivot 58

S

saillie 100
seconde d'arc 6
secteur 12
Secteur circulaire 12
section circulaire 10, 58, 59
section rectangulaire 57
segment 14
Segment circulaire 14
serge du balancier 52, 126
serge du balancier, volume 19
serrage 203
Serrage maximal 203
serrage maximal 203
Serrage minimal 203
serrage minimal 203
Sinus 23
sinus 23
Somme des coups des heures 108
sonnerie 108
sonnerie à chaperon 110
sonnerie des demi-heures 109
sonnerie, durée de marche 111
Sphère 19
sphère 19
spiral Breguet 124
spiral, choix 131
spiral, commande 123
spiral, couple de rappel spécifique 120
spiral, épaisseur et marche 121
spiral, longueur 122
spiral, raccourcir 125
spiral, vibrage 124
spirale d'Archimède 122
Spires du ressort armé 65
Spires du ressort désarmé 66
surface annulaire 11
surface, cercle 10

T

tablette de réglage 145
tachymètre 250
tambour 78
Tangente 24
tangente 24
tangente, échappement à ancre 158
taraudage 199
Taux de défauts 258
taux de défauts 258
taux de rebut 258
taux de remplissage 68
Taux de remplissage du barillet 68
taux de retouche 258
télémètre 251
Télémètre : distance à partir du temps de propagation du son 251
température de référence 261
temps de levée 178
temps local 247
Temps local à partir de la longitude 247
temps principal 194
Temps principal en tournage et perçage 194
temps sidéral 241
temps solaire moyen 245
temps solaire vrai 245
temps vrai local 248
tension 218
tension à vide 224
tension aux bornes 224
Tension aux bornes de la pile en charge 224
Tension aux bornes du condensateur pendant la charge 228
test de pile 224
Théorème de Huygens-Steiner 53
Théorème de Pythagore 23
tige de remontoir 61
Tige mince autour de son milieu 53
tige, moment d'inertie 53
tirage 160
Tirage : l'angle de frottement comme limite 160
titre 210
Titre d'un mélange 211
Titre en carats 210
Tolérance 201
tolérance 201, 256
Tolérance de l'ébat (chaîne de tolérances) 205
torsion 61
Torsion : angle de torsion 61
Torsion : contrainte dans un axe rond 61
tournage conique 197
Tours de barillet 66
tours de barillet 66
Tours de couronne pour le remontage 84
Tours de rotor pour une réserve de marche 86
Tours du volant par coup 111
Tours par remontage 111
tours, barillet 66
tours, nombre maximal 69
Trapèze 15
trapèze 15
Travail 41
travail 41
travail d'armage 74
Travail de la roue d'échappement par alternance 165
Travail électrique 220
travail électrique 220
Travail en rotation 42

Travail fourni au désarmage 75
travail, barillet 75
travail, rotation 42
travail, roue d'échappement 165
Triangle 15
triangle quelconque 25
triangle, aire 15
trimmer 226, 235
Tronc de cône 20
tronc de cône 20
trou de taraudage 199
tube 19

V

valeur CGS 123
valeur de consigne et valeur réelle 29
valeur moyenne 28, 253
variation d'état 173
Variation d'état sur une durée de fonctionnement 173
variation de la marche, moyenne 185
Variation de marche due à l'épaisseur de la lame 121
Variation de marche due à la température 150
Variation de marche due à un autre lieu d'installation 152
Variation de marche due à un balourd (défaut d'équilibre) 129
Variation de marche due au moment d'inertie 127
Variation de marche lors d'une variation d'amplitude 149
Variation de marche par l'écrou de réglage 143
Variation de marche par la raquette 125
Variation de marche par le couple de rappel spécifique et le moment d'inertie 130
Variation de marche par variation de longueur 142
Variation moyenne de la marche 185
Vibrage : oscillations pendant le temps de comptage 124
vibrage du spiral 124
vieillissement, quartz 234
vis de balancier 127
vis de réglage 51, 127, 128
Vitesse 30
vitesse 30
Vitesse à partir de la base de mesure et du temps chronométré 249
Vitesse angulaire 34
vitesse angulaire 34
Vitesse angulaire à partir de la vitesse de rotation 34
Vitesse angulaire maximale 119
vitesse angulaire, balancier 119
Vitesse circonférentielle 33
vitesse circonférentielle 33
vitesse d'avance 193
Vitesse d'avance en fraisage 194
Vitesse d'avance en tournage et perçage 193
vitesse d'impact 32
Vitesse d'impact lors d'une chute 190
vitesse de chute 32
Vitesse de coupe 192
vitesse de coupe 192
vitesse de rotation 33, 34, 89
Vitesse de rotation à partir de la vitesse de coupe (formule d'atelier) 192
Vitesse de rotation de la roue d'échappement 94
Vitesse de rotation du pignon 89
Vitesse de rotation du rotor 236
vitesse de rotation, roue d'échappement 154
vitesse de rotation, tournage et fraisage 192
vitesse du son 251
Vitesse du son et température 251
vitesse du son, température 251
Vitesse en mouvement uniformément accéléré 31
Vitesse et chemin sans le temps 32
vitesse, chronographe 249
volant 111
volume du ressort 74
volume, barre 18
volume, cône 20
volume, cylindre 18
volume, sphère 19

W

watt 45
wattheure 230
wattseconde 220

Z

zone de tolérance 201