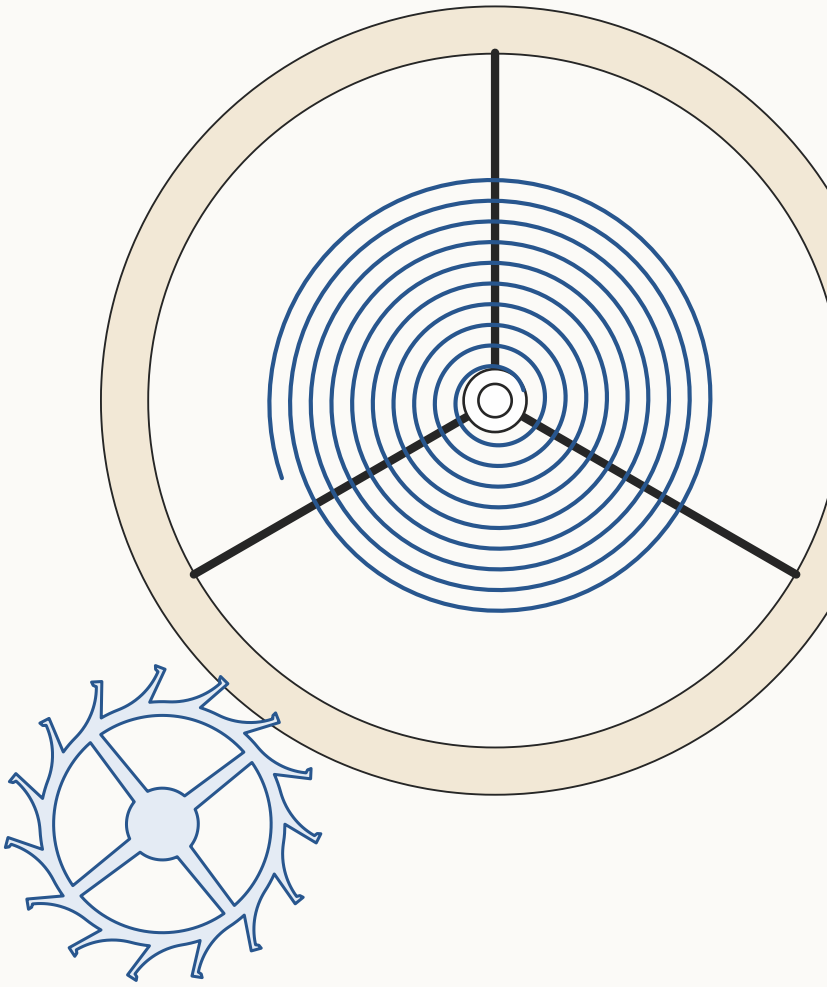
FORMAZIONE · ESAME DI MAESTRO · LABORATORIO

Formulario di orologeria

Formule, schizzi ed esempi svolti per orologi da polso, da tasca, da parete e a pendolo – con matematica, meccanica, lavorazione e statistica



Robin Israel
Maestro orologiaio · R.I.O. Uhrenwerkstätte Oppenheim
Presidente della Scuola di orologeria dell'Assia

Edizione XL 2026

Come leggere questo formulario

Ogni formula occupa una propria scheda: in alto nome, numero e livello, sotto la formula, dove serve anche nelle forme ricavate, accanto la tabella di tutte le grandezze con l'unità di misura. Seguono in una frase le condizioni di validità della formula e un esempio svolto con numeri e unità. Diamo per scontato che si sappia ricavare una formula; le forme ricavate compaiono solo dove in laboratorio servono di continuo.

Livelli

OPERAIO QUALIFICATO — Conoscenze di base per la formazione e l'esame di operaio qualificato.

MAESTRO — Materia dell'esame di maestro artigiano.

APPROFONDIMENTO — Contesto e costruzione; non si calcola all'esame, ma aiuta a capire che cosa accade nell'orologio.

Notazione

Le frazioni sono sempre scritte su due righe, mai con la barra. Tra i fattori c'è il punto di moltiplicazione, i numeri decimali hanno la virgola, i numeri grandi piccoli spazi: $86\,400$.

La maggior parte delle formule sono **equazioni tra grandezze**: si inseriscono numero e unità e si calcola anche con le unità. Ogni unità adatta è ammessa, purché si converta con cura. Poche formule d'officina sono **equazioni tra valori numerici**; portano l'indicazione «equazione tra valori numerici» e valgono solo con esattamente le unità della loro tabella delle grandezze.

Le formule con «≈» sono approssimazioni. Fin dove valgono è indicato sotto «Vale».

Andamento, oscillazione e alternanza

L'andamento G è lo scarto di un orologio al giorno in secondi ($\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$). Più significa: l'orologio anticipa. Meno significa: ritarda.

Un'**oscillazione** è andata e ritorno; la sua durata è il periodo di oscillazione T, la frequenza f conta le oscillazioni complete al secondo (Hz). Un'**alternanza** è una semioscillazione. La frequenza in alternanze n_h conta le semioscillazioni, negli orologi da polso e da tasca all'ora (A/h): $28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$ corrispondono a $4\ \mathrm{Hz}$.

In questo formulario T è un tempo (solo negli accoppiamenti del capitolo 9 è la tolleranza). Le temperature si indicano con ϑ, le variazioni di temperatura con $\Delta\vartheta$.

Angoli

Nelle funzioni trigonometriche ($\sin$, $\cos$, $\tan$) un angolo può essere in gradi; la calcolatrice deve allora essere impostata sui gradi. Se invece un angolo compare in una formula come fattore o come potenza, va inserito in radianti: gradi per $\frac{\pi}{180}$. La tabella delle grandezze indica di volta in volta quale forma si intende.

Stesso simbolo, altro significato

I simboli principali hanno ovunque lo stesso significato. Dove un capitolo usa un simbolo in modo diverso, per esempio A per una superficie invece che per l'ampiezza, lo indicano l'introduzione del capitolo e la tabella delle grandezze della formula. Vale sempre la tabella delle grandezze.

© 2026 Robin Israel. Licenza CC BY-NC-SA 4.0: questo formulario può essere condiviso e adattato gratuitamente, citando l'autore, per scopi non commerciali e alle stesse condizioni. creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0

Indice

1 Fondamenti 5
1.1 Unità di misura e conversioni 5
1.2 Superfici e circonferenza 9
1.3 Solidi e massa 17
1.4 Triangoli e coordinate 22
1.5 Media e scostamento 28

2 Meccanica 30
2.1 Moto 30
2.2 Forza, pressione e piano inclinato 34
2.3 Leva e momento torcente 39
2.4 Lavoro, energia, potenza e rendimento 41
2.5 Attrito 47
2.6 Momento d'inerzia 50
2.7 Resistenza ed elasticità 53
2.8 Dilatazione termica 61

3 Forza motrice 64
3.1 Molla motrice nel bariletto: geometria 64
3.2 Momento torcente ed energia della molla motrice 70
3.3 Autonomia di marcia 75
3.4 azionamento a peso 78
3.5 Conoide e catena 80
3.6 Potenza della forza motrice 81
3.7 Carica e messa all'ora 83

4 Rotismo e dentatura 88
4.1 Rapporto di trasmissione 88
4.2 Calcolo del rotismo del tempo 92
4.3 Minuteria 95
4.4 Geometria della dentatura 97
4.5 Suoneria 109
4.6 Calendario e fasi lunari 112
4.7 Rendimento del rotismo 114

5 Organo regolatore: bilanciere e spirale 117
5.1 Oscillazione del bilanciere 117
5.2 Spirale 120
5.3 Bilanciere 126
5.4 Regolazione da valori nominali ed effettivi 130
5.5 Temperatura 132
5.6 Energia e qualità 135
5.7 Isocronismo 137

6 Pendolo 139
6.1 Pendolo semplice 139
6.2 Regolazione tramite la lunghezza del pendolo 142
6.3 Pendolo composto 147
6.4 Ampiezza ed errore circolare 149
6.5 Temperatura e luogo di installazione 150

7 Scappamenti 154
7.1 Grandezze fondamentali di tutti gli scappamenti 154
7.2 Scappamento ad ancora svizzero: geometria 157
7.3 Forza ed energia 166
7.4 Lo scappamento al cronocomparatore 168
7.5 Scappamenti degli orologi di grosso volume 169
7.6 Altri scappamenti 171

8 Controllo di marcia e misura 173
8.1 Stato e andamento 173
8.2 Cronocomparatore 176
8.3 Posizioni e indici 181
8.4 Prova cronometrica 185
8.5 Impermeabilità e pressione 187
8.6 Magnetismo e urti 190
8.7 Errore di lettura e dispersione 191

9 Lavorazione e materiali 192
9.1 Dati di taglio 192
9.2 Cono e inclinazione 196
9.3 Filettature 198
9.4 Accoppiamenti e tolleranze 201
9.5 Divisione 206
9.6 Piegatura e sviluppo 209
9.7 Metalli preziosi 211
9.8 Durezza e trattamento termico 214
9.9 Galvanica 216

10 Elettrotecnica, quarzo e pila 219
10.1 Grandezze fondamentali del circuito 219
10.2 Collegamenti di resistenze, pila sotto carico 223
10.3 Condensatore e bobina 226
10.4 Pila 230
10.5 Quarzo e divisore di frequenza 232
10.6 Motore passo-passo 236
10.7 Misure sull'orologio al quarzo 238

11 Tempo e calendario 240
11.1 Giorno e anno 240
11.2 Calendario 242
11.3 Equazione del tempo 244
11.4 Tempo locale e tempo del fuso 246
11.5 Fase lunare 247
11.6 Scale del cronografo 248

12 Qualità e statistica 253
12.1 Serie di misure 253
12.2 Capacità di macchina e di processo 255
12.3 Difetti e rischio 257
12.4 Strumenti di misura e condizioni di misura 260

Simboli 262

Indice analitico 276

1 Fondamenti

Questo capitolo raccoglie gli strumenti di calcolo su cui si basano tutti gli altri capitoli: unità di misura, superfici, solidi e il calcolo nel triangolo. Le formule sono materia scolastica. Nuovo è solo il punto in cui compaiono nell'orologio e al banco di lavoro.

I simboli seguono la geometria: A è qui una superficie, s una corda o un'apertura di chiave, m una massa, D un diametro esterno, α un angolo e n un numero. Nei capitoli successivi alcune di queste lettere hanno altri significati; fa sempre fede la tabella delle grandezze accanto alla formula.

1.1 Unità di misura e conversioni

Calcoliamo nel Sistema internazionale di unità (SI). L'orologeria ha conservato accanto ad esso unità proprie: la linea per le dimensioni dei movimenti, i secondi al giorno per l'andamento e le alternanze all'ora per la frequenza. Titolo e carati dei metalli preziosi si trovano nel capitolo 9.

Prefissi per multipli e sottomultipli decimali

Prefisso	Simbolo	Fattore	Esempio dall'officina
Giga	G	10^{9}	Modulo di elasticità dell'acciaio: 210 GPa
Mega	M	10^{6}	Resistenza a trazione di una molla motrice: 2000 MPa
Kilo	k	10^{3}	Quarzo per orologi: 32,768 kHz
Deci	d	10^{-1}	1 dm = 100 mm
Centi	c	10^{-2}	Momento d'inerzia di un bilanciere: 10 mg·cm²
Milli	m	10^{-3}	Diametro del perno: 0,1 mm
Micro	µ	10^{-6}	Gioco del perno: 10 µm; assorbimento di corrente di un movimento al quarzo: 1 µA
Nano	n	10^{-9}	Spessore di un trattamento antiriflesso: 100 nm

Un centesimo di millimetro sono 10 µm, un millesimo di millimetro è 1 µm.

Unità di lunghezza dell'orologeria

Unità	Simbolo	Conversione
Linea parigina	‴	2,2558 mm
Dodicesimo di linea (douzième)		0,188 mm
Pollice parigino (12 linee)		27,07 mm
Pollice (inch)	″ oppure in	25,4 mm (esatto)
Micrometro	µm	0,001 mm

Oggi la linea serve quasi solo a indicare la grandezza dei movimenti. Il pollice inglese compare nelle filettature, negli orologi grosso volume e nelle macchine.

Linee in millimetri

(1.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$d = N_{\mathrm{L}} \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm}$$

RIORDINATA $N_{\mathrm{L}} = \dfrac{d}{2{,}2558\,\mathrm{mm}}$

d	Diametro (o un'altra lunghezza)	mm
N_{L}	Numero di linee (misura in linee, numero puro)	1

Le dimensioni dei movimenti si indicano ancora oggi in linee parigine, scritte con tre apici: 11½‴. Una linea è la dodicesima parte dell'antico pollice parigino.

Vale: sempre; 1 linea = 2,2558 mm.

Attenzione: L'indicazione in linee di un calibro è una classe di grandezza, non una quota di fabbricazione. Il diametro reale del movimento differisce spesso di alcuni decimi di millimetro. Per portamovimenti e casse vale la quota della scheda tecnica.

ESEMPIO Un movimento è designato come movimento da 11½ linee. Quanto misura in millimetri?

Dati: $N_{\mathrm{L}} = 11{,}5$

$$\begin{aligned} d &= N_{\mathrm{L}} \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm} \\ &= 11{,}5 \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm} \\ &\approx 25{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 25,9 mm. È la classe di grandezza della maggior parte degli orologi da polso da uomo con movimento automatico.

Minuti e secondi come valore decimale

(1.2) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$t = t_{\mathrm{h}} + \frac{t_{\mathrm{min}}}{60} + \frac{t_{\mathrm{s}}}{3600}$$

t	Tempo (come numero decimale in ore)	h
t_{h}	ore intere	h
t_{min}	Minuti	min
t_{s}	Secondi	s

Per i calcoli servono i tempi in forma decimale. Allo stesso modo si convertono gli angoli: gradi, primi e secondi d'arco al posto di ore, minuti e secondi, per esempio 12° 30′ = 12,5°.

Vale: Valori numerici nelle unità indicate; un'ora ha 60 minuti, un minuto 60 secondi.

ESEMPIO Dopo la carica completa un orologio funziona per 43 h 24 min 36 s. Quanto vale l'autonomia di marcia come numero decimale?

Dati: $t_{\mathrm{h}} = 43\,\mathrm{h}; \quad t_{\mathrm{min}} = 24\,\mathrm{min}; \quad t_{\mathrm{s}} = 36\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} t &= t_{\mathrm{h}} + \frac{t_{\mathrm{min}}}{60} + \frac{t_{\mathrm{s}}}{3600} \\ &= 43 + \frac{24}{60} + \frac{36}{3600} \\ &= 43{,}41\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

43,41 h. Con questo valore si può proseguire il calcolo, per esempio nel confronto con l'autonomia nominale.

Andamento, percentuale e ppm

Indicazione	corrisponde a	Nota
1 giorno	24 h = 1440 min = 86 400 s	
1 s al giorno	11,57 ppm = 0,001 157 %	orologio meccanico molto buono
1 ppm	0,0864 s al giorno	circa 2,6 s al mese, 31,5 s all'anno
1 ‰	86,4 s al giorno	
1 %	864 s al giorno	14,4 min al giorno

ppm significa «parti per milione» (parts per million), cioè 10^{-6}. L'indicazione è usuale negli orologi al quarzo.

Andamento come scostamento relativo

(1.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$x = \frac{G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

RIORDINATA $G = x \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

x	scostamento relativo (come numero, in % o in ppm)	ppm
G	Andamento (+ significa: l'orologio avanza)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

L'andamento in secondi al giorno è un rapporto tra due tempi. Dividendo per gli 86 400 secondi del giorno si ottiene lo scostamento relativo. Così si possono confrontare orologi meccanici, orologi al quarzo e tolleranze dei componenti.

Vale: sempre; il segno si conserva.

ESEMPIO Un orologio da polso meccanico avanza di 6 s al giorno. Quanto vale lo scostamento relativo?

Dati: $G = 6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} x &= \frac{G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 69{,}4\,\mathrm{ppm} \end{aligned}$$

Circa 69 ppm ovvero 0,007 %. L'orologio misura il tempo con una precisione di sette centomillesimi.

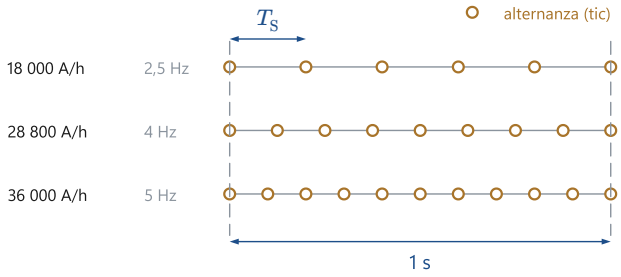


Fig. 1.1 Alternanze in un secondo: quanto più alta la frequenza, tanto più breve la durata dell'alternanza T_S

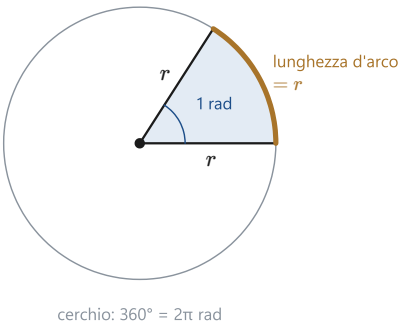


Fig. 1.2 Radiante: con l'angolo di 1 rad, cioè circa 57,3°, l'arco è lungo quanto il raggio

Gradi in radianti

(1.4) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$\widehat{\alpha} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180}$$

RIORDINATA $\alpha = \frac{180 \cdot \widehat{\alpha}}{\pi}$

$\widehat{\alpha}$	Angolo (in radianti)	rad
α	Angolo (in gradi)	$^\circ$

La misura in radianti indica quanto è lungo l'arco rispetto al raggio. L'angolo giro vale $2\pi\,\mathrm{rad}$, quindi $1\,\mathrm{rad} \approx 57{,}3^\circ$. Se un angolo compare in una formula come fattore, va inserito in radianti.

Vale: Valori numerici: α in gradi come numero decimale, risultato in radianti.

ESEMPIO Un bilanciere oscilla con un'ampiezza di 270°. Quanto vale questo angolo in radianti?

Dati: $\alpha = 270^\circ$

$$\begin{aligned}\widehat{\alpha} &= \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \\ &= \frac{\pi \cdot 270}{180} \\ &\approx 4{,}71\,\mathrm{rad}\end{aligned}$$

Circa 4,71 rad, cioè tre quarti di giro.

Frequenza in alternanze e frequenza

(1.5) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot f$$

RIORDINATA $f = \frac{n_\mathrm{h}}{2}$

n_h	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Frequenza (oscillazioni complete al secondo)	Hz

La frequenza conta le oscillazioni complete, la frequenza in alternanze conta le alternanze (mezze oscillazioni). Ogni oscillazione completa è composta da due alternanze. Negli orologi piccolo volume la frequenza in alternanze si indica in alternanze all'ora (A/h).

Vale: sempre; da alternanze al secondo ad A/h si moltiplica per 3600.

ESEMPIO Un bilanciere oscilla a 4 Hz. Quanto vale la frequenza in alternanze?

Dati: $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{h} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 8\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\end{aligned}$$

28 800 alternanze all'ora, cioè 8 alternanze al secondo.

Durata dell'alternanza

(1.6) OPERAIO QUALIFICATO

$$T_\mathrm{S} = \frac{1}{n_\mathrm{h}}$$

T_S	Durata dell'alternanza (durata di una mezza oscillazione)	s
n_h	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

La durata dell'alternanza è il tempo tra un tic e il successivo. Il periodo T di un'oscillazione completa è lungo il doppio.

Vale: sempre; inserire n_h in alternanze al secondo se T_S deve risultare in secondi.

ESEMPIO Quanto dura un'alternanza a 28 800 A/h?

Dati: $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} T_\mathrm{S} &= \frac{1}{n_\mathrm{h}} \\ &= \frac{1}{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}} \\ &= \frac{3600\ \mathrm{s}}{28\,800} \\ &= 0{,}125\ \mathrm{s} \end{aligned}$$

Un ottavo di secondo. Per questo la lancetta dei secondi compie otto piccoli scatti al secondo.

Frequenze in alternanze usuali degli orologi piccolo volume

Frequenza in alternanze n_h in A/h	Frequenza f in Hz	Alternanze al secondo	Durata dell'alternanza T_S in s	Impiego
18 000	2,5	5	0,2	orologi da tasca, orologi da polso più vecchi
19 800	2,75	5,5	0,1818	singoli calibri più vecchi
21 600	3	6	0,1667	molti movimenti a carica manuale e automatici
25 200	3,5	7	0,1429	singoli calibri
28 800	4	8	0,125	oggi la frequenza più comune
36 000	5	10	0,1	alta frequenza

A sta per alternanza, cioè la mezza oscillazione.

1.2 Superfici e circonferenza

Le superfici servono per le sezioni, le forze di pressione e come base dei solidi. In officina si misura il diametro, non il raggio; per questo le formule sono scritte con d.

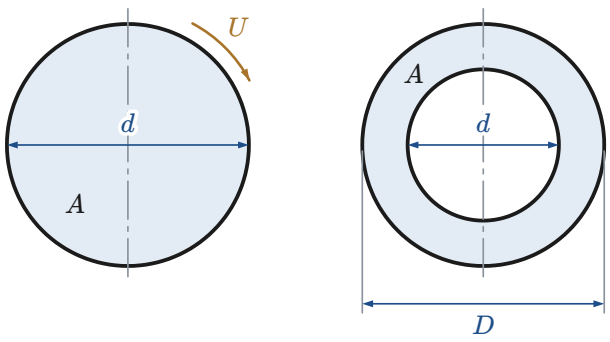


Fig. 1.3 Cerchio con diametro d, circonferenza U e area A; corona circolare con diametro esterno D e diametro interno d

Circonferenza del cerchio

(1.7) OPERAIO QUALIFICATO

$$U = \pi \cdot d$$

U	Circonferenza	mm
d	Diametro	mm

La circonferenza è π volte il diametro, cioè poco più di tre volte tanto.

Vale: sempre.

ESEMPIO Un anello del bilanciere ha un diametro esterno di 10 mm. Quale percorso compie un punto dell'anello in un giro completo?

Dati: $d = 10\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} U &= \pi \cdot d \\ &= \pi \cdot 10\,\mathrm{mm} \\ &\approx 31{,}4\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 31,4 mm. Con un'ampiezza di 270° sono, per ogni alternanza, due volte tre quarti di questo valore, cioè circa 47 mm.

Area del cerchio

(1.8) OPERAIO QUALIFICATO

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

A	Area	mm^2
d	Diametro	mm

RIORDINATA $d = \sqrt{\dfrac{4 \cdot A}{\pi}}$

L'area cresce con il quadrato del diametro: diametro doppio, area quadrupla.

Vale: sempre.

ESEMPIO Un vetro d'orologio ha un diametro di 30 mm. Quanto vale la sua area?

Dati: $d = 30\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{\pi \cdot (30\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &\approx 707\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Circa 707 mm². Con una pressione di prova di 10 bar, cioè $1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, sul vetro gravano circa 707 N.

Corona circolare

(1.9) OPERAIO QUALIFICATO

$$A = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4}$$

A	Area	mm^2
D	Diametro (esterno)	mm
d	Diametro (interno)	mm

La corona circolare è il cerchio grande senza quello piccolo. Così si calcola la sezione di tubi, boccole, guarnizioni e anelli.

Vale: i due cerchi hanno lo stesso centro.

ESEMPIO Un anello del bilanciere misura 10 mm all'esterno e 8,4 mm all'interno. Quanto vale la sua superficie frontale?

Dati: $D = 10\,\mathrm{mm}$; $d = 8{,}4\,\mathrm{mm}$

$$A = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4}$$
$$= \frac{\pi \cdot \left((10\,\mathrm{mm})^2 - (8{,}4\,\mathrm{mm})^2\right)}{4}$$
$$\approx 23{,}1\,\mathrm{mm}^2$$

Circa 23,1 mm². Con l'altezza dell'anello se ne ricava il volume, vedi sezione 1.3.

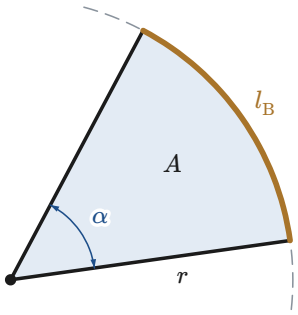


Fig. 1.4 Settore circolare: angolo al centro α, lunghezza dell'arco l_B, raggio r (metà del diametro d)

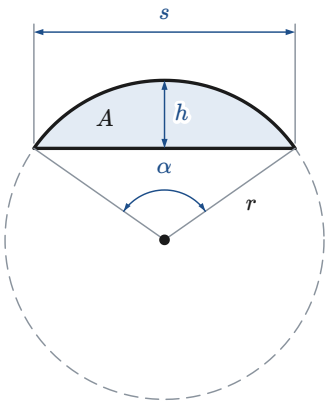


Fig. 1.5 Segmento circolare: corda s, freccia h, angolo al centro α, raggio r (metà del diametro d)

Lunghezza dell'arco

(1.10) OPERAIO QUALIFICATO

$$l_{\mathrm{B}} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

l_{B}	Lunghezza dell'arco	mm
d	Diametro	mm
α	Angolo al centro	$^\circ$

L'arco è la parte della circonferenza che corrisponde all'angolo α. Con l'angolo in radianti si scrive più brevemente: lunghezza dell'arco uguale raggio per angolo.

Vale: sempre; α in gradi.

ESEMPIO Su un quadrante la minuteria giace su un cerchio di 30 mm di diametro. Quanto distano due tacche dei minuti? Un minuto corrisponde a 6°.

Dati: $d = 30\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 6^\circ$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{B}} &= \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 6^\circ}{360^\circ} \\ &\approx 1{,}57\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 1,57 mm da tacca a tacca.

Settore circolare

(1.11) OPERAIO QUALIFICATO

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

A	Area	mm^2
d	Diametro	mm
α	Angolo al centro	$^\circ$

Il settore circolare è la fetta di torta. La sua area è la frazione dell'angolo rispetto all'angolo giro per l'area del cerchio.

Vale: sempre; α in gradi.

ESEMPIO La massa oscillante di un movimento automatico è un settore circolare con 28 mm di diametro e 150° di apertura. Quanto vale l'area?

Dati: $d = 28\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 150^\circ$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2 \cdot 150^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \\ &\approx 257\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Circa 257 mm², cioè cinque dodicesimi dell'area del cerchio intero.

Corda

(1.12) OPERAIO QUALIFICATO

$$s = d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

s	Corda (segmento rettilineo tra due punti del cerchio)	mm
d	Diametro	mm
α	Angolo al centro	$^\circ$

La corda è la distanza rettilinea tra due punti sul cerchio, cioè la misura che indica il calibro a corsoio. L'arco compreso è sempre un po' più lungo.

Vale: sempre; α è l'angolo tra i due raggi.

ESEMPIO Una ruota di scappamento ha 4,8 mm di diametro e 15 denti, il passo angolare è quindi 24°. Quanto distano due punte di denti adiacenti?

Dati: $d = 4{,}8\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 24^\circ$

$$\begin{aligned} s &= d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 4{,}8\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{24^\circ}{2}\right) \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 1,00 mm da punta a punta.

Freccia dell'arco

(1.13) OPERAIO QUALIFICATO

$$h = \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

h	Freccia (distanza massima tra corda e arco)	mm
d	Diametro	mm
α	Angolo al centro	$^\circ$

La freccia indica quanto l'arco sporge oltre la corda. Nella spianatura di un albero è la profondità che viene asportata.

Vale: α fino a 180°.

ESEMPIO Un albero di 3 mm di diametro viene spianato. La superficie piana deve sottendere un angolo al centro di 90°. Quanto si asporta in profondità?

Dati: $d = 3\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 90^\circ$

$$\begin{aligned} h &= \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \\ &= \frac{3\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right)\right) \\ &\approx 0{,}44\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 0,44 mm. La superficie piana risulta larga 2,12 mm, vedi formula (1.12).

Raggio da corda e freccia

(1.14) MAESTRO

$$r = \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2}$$

Di un arco si misurano facilmente corda e freccia, non il raggio. Con questa formula si determina il raggio di bombatura di un vetro o di un quadrante bombato.

Vale: sempre; deriva dal teorema di Pitagora.

r	Raggio (dell'arco)	mm
s	Corda (segmento rettilineo tra due punti del cerchio)	mm
h	Freccia (distanza massima tra corda e arco)	mm

ESEMPIO Un vetro d'orologio bombato ha 30 mm di diametro e al centro è 1,9 mm più alto che al bordo. Quanto vale il raggio di bombatura?

Dati: $s = 30\,\mathrm{mm}$; $h = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &= \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2} \\ &= \frac{(30\,\mathrm{mm})^2}{8 \cdot 1{,}9\,\mathrm{mm}} + \frac{1{,}9\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 60{,}2\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 60 mm. Il diametro del vetro è qui la corda.

Segmento circolare

(1.15) MAESTRO

$$A = \frac{d^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

Il segmento circolare è la superficie tra corda e arco: il settore circolare senza il triangolo formato dai due raggi e dalla corda.

Vale: α in gradi, fino a 360°.

A	Area	mm^2
d	Diametro	mm
α	Angolo al centro	$^\circ$

ESEMPIO Dall'albero di 3 mm di diametro si asporta un segmento con angolo al centro di 90°. Quanta sezione si perde?

Dati: $d = 3\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 90^\circ$

$$\begin{aligned} A &= \frac{d^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right) \\ &= \frac{(3\,\mathrm{mm})^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ} - \sin\left(90^\circ\right) \right) \\ &\approx 0{,}64\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Circa 0,64 mm², cioè il 9 % della sezione piena di 7,07 mm².

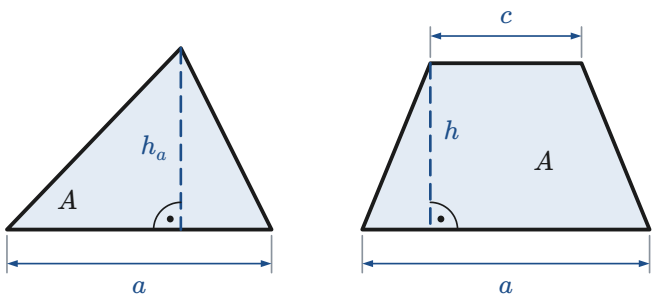


Fig. 1.6 Triangolo con base a e altezza h_a; trapezio con i lati paralleli a e c e l'altezza h

Triangolo

(1.16) OPERAIO QUALIFICATO

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

A	Area	mm^2
a	Lato (base)	mm
h_a	Altezza (perpendicolare alla base)	mm

Ogni triangolo è mezzo rettangolo formato da base e altezza. Quale lato faccia da base è indifferente; l'altezza deve essere perpendicolare ad esso.

Vale: sempre.

ESEMPIO Un indice triangolare delle ore è largo 2,4 mm alla base e alto 5 mm. Quanto vale la sua area?

Dati: $a = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $h_a = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{a \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{2{,}4\,\mathrm{mm} \cdot 5\,\mathrm{mm}}{2} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

6 mm². Tanta è per esempio la superficie da ricoprire di materiale luminescente.

Trapezio

(1.17) OPERAIO QUALIFICATO

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

A	Area	mm^2
a	Lato (primo dei due paralleli)	mm
c	Lato (secondo dei due paralleli)	mm
h	Altezza (distanza tra i lati paralleli)	mm

Il trapezio ha l'area di un rettangolo con la larghezza media. Se i due lati paralleli sono uguali, resta lato per altezza: l'area del rettangolo e del parallelogramma.

Vale: due lati sono paralleli.

ESEMPIO Una lancetta si restringe su 14 mm di lunghezza da 3 mm a 1,2 mm di larghezza. Quanto vale la sua area?

Dati: $a = 3\,\mathrm{mm}$; $c = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $h = 14\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{a + c}{2} \cdot h \\ &= \frac{3\,\mathrm{mm} + 1{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \cdot 14\,\mathrm{mm} \\ &= 29{,}4\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

29,4 mm². Con spessore e densità se ne ricava la massa della lancetta, vedi sezione 1.3.

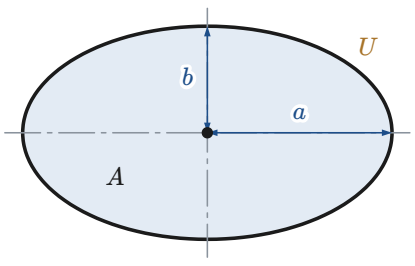


Fig. 1.7 Ellisse con i semiassi a e b

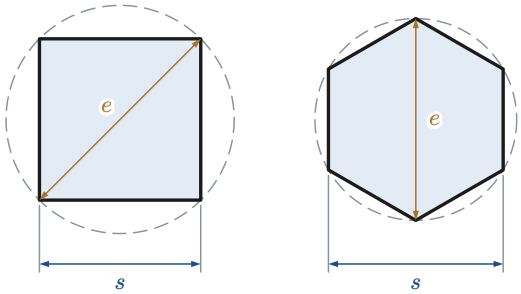


Fig. 1.8 Quadro ed esagono: apertura di chiave s, misura sugli spigoli e

Ellisse: area

(1.18) OPERAIO QUALIFICATO

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

L'ellisse è un cerchio allungato. Se i due semiassi sono uguali, si ottiene l'area del cerchio.

Vale: sempre; a e b sono le metà delle misure esterne.

A	Area	mm^2
a	Semiasse (maggiore, metà della lunghezza)	mm
b	Semiasse (minore, metà della larghezza)	mm

ESEMPIO Un vetro d'orologio ovale misura 22 mm × 18 mm. Quanto vale la sua area?

Dati: $a = 11\,\mathrm{mm}; \quad b = 9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot a \cdot b \\ &= \pi \cdot 11\,\mathrm{mm} \cdot 9\,\mathrm{mm} \\ &\approx 311\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Circa 311 mm². I semiassi sono le metà delle misure esterne, cioè 11 mm e 9 mm.

Ellisse: perimetro

(1.19) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$U \approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)}\right)$$

Per il perimetro dell'ellisse non esiste una formula chiusa semplice. Questa approssimazione basta per qualsiasi compito d'officina, per esempio per la lunghezza di una guarnizione o di una lunetta.

Vale: approssimazione; l'errore resta sotto lo 0,01 % finché l'ellisse è lunga al massimo tre volte la sua larghezza.

U	Circonferenza	mm
a	Semiasse (maggiore)	mm
b	Semiasse (minore)	mm

ESEMPIO Quanto è lunga la guarnizione per il vetro ovale di 22 mm × 18 mm?

Dati: $a = 11\,\mathrm{mm}; \quad b = 9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} U &\approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)}\right) \\ &= \pi \cdot \left(3 \cdot (11\,\mathrm{mm} + 9\,\mathrm{mm}) - \sqrt{(3 \cdot 11\,\mathrm{mm} + 9\,\mathrm{mm}) \cdot (11\,\mathrm{mm} + 3 \cdot 9\,\mathrm{mm})}\right) \\ &\approx 63{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 63 mm. Un cerchio con il diametro medio di 20 mm avrebbe una circonferenza di 62,8 mm.

Quadro: misura sugli spigoli

(1.20) OPERAIO QUALIFICATO

$$e = \sqrt{2} \cdot s$$

RIORDINATA $s = \dfrac{e}{\sqrt{2}}$

e	Misura sugli spigoli (misurata sulla diagonale)	mm
s	Apertura di chiave (misurata tra le facce)	mm

La misura sugli spigoli è la diagonale del quadrato. Indica da quale tondo si deve almeno limare o fresare un quadro. L'area del quadro è s^2.

Vale: quadro a spigoli vivi. In pratica gli spigoli sono spesso smussati, allora basta un po' meno.

ESEMPIO L'albero di carica di un orologio grosso volume deve ricevere un quadro con apertura di chiave di 4 mm. Quale diametro deve avere almeno l'albero?

Dati: $s = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{2} \cdot s \\ &= \sqrt{2} \cdot 4\,\mathrm{mm} \\ &\approx 5{,}66\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Almeno 5,66 mm, se gli spigoli devono essere completi.

Esagono: misura sugli spigoli

(1.21) OPERAIO QUALIFICATO

$$e = \frac{2 \cdot s}{\sqrt{3}}$$

RIORDINATA $s = \dfrac{\sqrt{3} \cdot e}{2}$

e	Misura sugli spigoli (misurata sulla diagonale)	mm
s	Apertura di chiave (misurata tra le facce)	mm

Nell'esagono la misura sugli spigoli è circa il 15,5 % maggiore dell'apertura di chiave. L'area dell'esagono è $0{,}866 \cdot s^2$.

Vale: esagono regolare a spigoli vivi.

ESEMPIO Un dado esagonale ha apertura di chiave 5,5 mm. Quale diametro deve avere almeno il tondo?

Dati: $s = 5{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} e &= \frac{2 \cdot s}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2 \cdot 5{,}5\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}} \\ &\approx 6{,}35\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Almeno 6,35 mm.

Da ricordare: Diametro doppio significa circonferenza doppia, ma area quadrupla.

1.3 Solidi e massa

Dal volume e dalla densità del materiale si ricava la massa di un pezzo. Ci serve per anelli del bilanciere, lenti del pendolo, pesi e per il fabbisogno di materiale nei metalli preziosi.

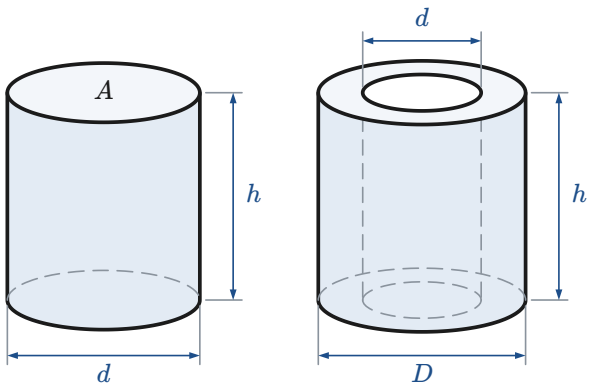


Fig. 1.9 Cilindro e cilindro cavo; la base A per l'altezza h dà il volume

Prisma: solido a sezione costante

(1.22) OPERAIO QUALIFICATO

$$V = A \cdot h$$

V	Volume	mm^3
A	Area (base, sezione del solido)	mm^2
h	Altezza (perpendicolare alla base)	mm

Ogni solido la cui sezione resta uguale per tutta l'altezza ha il volume base per altezza: barre, lamiere, profilati. La base si ricava dalla sezione 1.2.

Vale: sezione uguale ovunque, altezza perpendicolare alla base.

ESEMPIO Da una barra esagonale con apertura di chiave 5 mm (area della sezione trasversale: 21,65 mm²) si troncano 20 mm di lunghezza. Quanto vale il volume del pezzo?

Dati: $A = 21{,}65\,\mathrm{mm}^2$; $h = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= A \cdot h \\ &= 21{,}65\,\mathrm{mm}^2 \cdot 20\,\mathrm{mm} \\ &= 433\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

433 mm³, cioè 0,433 cm³.

Cilindro

(1.23) OPERAIO QUALIFICATO

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

V	Volume	mm^3
d	Diametro	mm
h	Altezza (perpendicolare alla base)	mm

Il cilindro è il prisma a base circolare: alberi, spine, dischi, rondelle.

Vale: cilindro circolare retto.

ESEMPIO Un disco di ottone ha 30 mm di diametro ed è spesso 2 mm. Quanto vale il suo volume?

Dati: $d = 30\,\mathrm{mm}$; $h = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot (30\,\mathrm{mm})^2}{4} \cdot 2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1414\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Circa 1414 mm³ ovvero 1,414 cm³.

Cilindro cavo

(1.24) OPERAIO QUALIFICATO

$$V = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \cdot h$$

Corona circolare per altezza: tubi, boccole, anelli e l'anello di un bilanciere.

Vale: cilindro cavo retto, foro al centro.

V	Volume	mm^3
D	Diametro (esterno)	mm
d	Diametro (interno)	mm
h	Altezza (perpendicolare alla base)	mm

ESEMPIO Un anello del bilanciere misura 10 mm all'esterno, 8,4 mm all'interno ed è alto 0,8 mm. Quanto vale il suo volume?

Dati: $D = 10\,\mathrm{mm}$; $d = 8{,}4\,\mathrm{mm}$; $h = 0{,}8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot \left((10\,\mathrm{mm})^2 - (8{,}4\,\mathrm{mm})^2\right)}{4} \cdot 0{,}8\,\mathrm{mm} \\ &\approx 18{,}5\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Circa 18,5 mm³. In bronzo al berillio questo anello pesa circa 0,15 g.

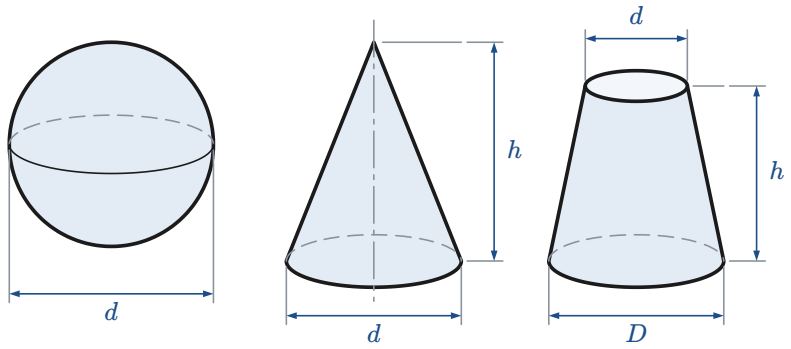


Fig. 1.10 Sfera, cono e tronco di cono

Sfera

(1.25) OPERAIO QUALIFICATO

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

La sfera riempie poco più della metà del cubo in cui è esattamente inscritta. La sua superficie è $\pi \cdot d^2$.

Vale: sempre.

V	Volume	mm^3
d	Diametro	mm

ESEMPIO Una sfera d'acciaio ha 2 mm di diametro. Quanto vale il suo volume?

Dati: $d = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^3}{6} \\ &= \frac{\pi \cdot (2\,\mathrm{mm})^3}{6} \\ &\approx 4{,}19\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Circa 4,19 mm³; la sfera pesa quindi circa 33 mg.

Cono

(1.26) OPERAIO QUALIFICATO

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$$

Il cono ha un terzo del volume del cilindro con uguale base e altezza. Lo stesso vale per la piramide rispetto al prisma.

Vale: altezza misurata perpendicolarmente alla base.

V	Volume	mm^3
d	Diametro (della base)	mm
h	Altezza (perpendicolare alla base)	mm

ESEMPIO Una punta da bulino a 60° ha alla base un diametro di 3 mm ed è alta 2,6 mm. Quanto vale il volume della punta?

Dati: $d = 3\,\mathrm{mm}$; $h = 2{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12} \\ &= \frac{\pi \cdot (3\,\mathrm{mm})^2 \cdot 2{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 6{,}13\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Circa 6,13 mm³. Il cilindro con le stesse misure avrebbe il triplo.

Tronco di cono

(1.27) OPERAIO QUALIFICATO

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot \left(D^2 + D \cdot d + d^2\right)}{12}$$

Il tronco di cono è un cono senza punta: spine coniche, alesatori, parti di cassa coniche. Con $d = 0$ si ottiene il cono, con $d = D$ il cilindro.

Vale: tronco di cono retto, faccia superiore parallela alla base.

V	Volume	mm^3
h	Altezza (perpendicolare alla base)	mm
D	Diametro (all'estremità maggiore)	mm
d	Diametro (all'estremità minore)	mm

ESEMPIO Un tappo conico di ottone è lungo 10 mm e si restringe da 6 mm a 4 mm di diametro. Quanto vale il suo volume?

Dati: $h = 10\,\mathrm{mm}$; $D = 6\,\mathrm{mm}$; $d = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot h \cdot \left(D^2 + D \cdot d + d^2\right)}{12} \\ &= \frac{\pi \cdot 10\,\mathrm{mm} \cdot \left((6\,\mathrm{mm})^2 + 6\,\mathrm{mm} \cdot 4\,\mathrm{mm} + (4\,\mathrm{mm})^2\right)}{12} \\ &\approx 199\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Circa 199 mm³. Il calcolo come cilindro con il diametro medio di 5 mm darebbe 196 mm³, cioè un po' troppo poco.

Massa da volume e densità

(1.28) OPERAIO QUALIFICATO

$$m = \varrho \cdot V$$

RIORDINATA $\varrho = \dfrac{m}{V}$

m	Massa	g
ϱ	Densità (del materiale)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
V	Volume	cm^3

La densità indica quanta massa è contenuta in un centimetro cubo. Riordinata, la formula serve a identificare un materiale pesando e misurando.

Vale: pezzo pieno senza cavità, materiale omogeneo. $1\,\mathrm{cm}^3 = 1000\,\mathrm{mm}^3$.

ESEMPIO Il disco di ottone della formula (1.23) ha un volume di 1414 mm³, cioè 1,414 cm³. Quanto pesa con una densità di $8{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$?

Dati: $\varrho = 8{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$; $\quad V = 1{,}414\,\mathrm{cm}^3$

$$\begin{aligned} m &= \varrho \cdot V \\ &= 8{,}5\ \tfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1{,}414\,\mathrm{cm}^3 \\ &\approx 12{,}0\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Circa 12 g. In oro 750 lo stesso disco peserebbe circa 22 g.

Densità dei materiali dell'orologeria (valori indicativi a 20 °C)

Materiale	ϱ in $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
Alluminio	2,7
Titanio	4,5
Acciaio non legato	7,85
Acciaio inossidabile (1.4404, 316L)	8,0
Bronzo al berillio (CuBe2, anelli del bilanciere)	8,3
Ottone (CuZn39Pb3)	8,5
Alpacca	8,6 … 8,7
Argento 925	10,4
Oro 585	13 … 14
Oro 750	15 … 16
Oro fino	19,3
Platino 950	20 … 21,5
Zaffiro e rubino (corindone)	4,0
Vetro minerale	2,5
Vetro acrilico	1,19

Nelle leghe la densità dipende dalla composizione esatta; fa fede la scheda tecnica del produttore. $1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ equivale a $1\ \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$.

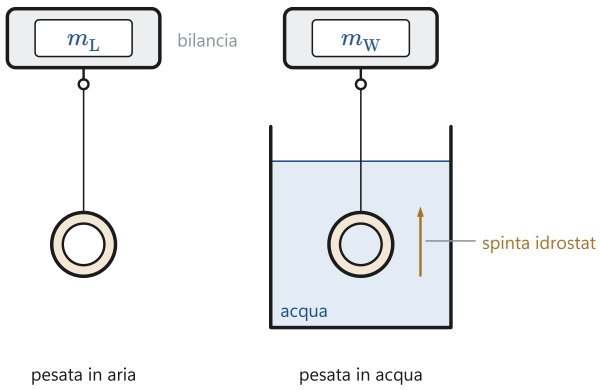


Fig. 1.11 Densità da due pesate: in aria la bilancia indica m_L, con il pezzo in acqua solo m_W. La differenza è la massa dell'acqua spostata

Densità mediante pesata in aria e in acqua

(1.29) OPERAIO QUALIFICATO

$$\varrho = \frac{m_L}{m_L - m_W} \cdot \varrho_W$$

Un pezzo immerso diventa più leggero di quanto pesa l'acqua spostata (principio di Archimede). La differenza tra le due pesate fornisce quindi il volume, senza dover misurare il pezzo. Così si può verificare se la densità di un anello o di una cassa corrisponde al titolo punzonato.

Vale: pezzo pieno di un solo materiale, senza cavità, pietre e inserti; completamente immerso, senza bolle d'aria e senza toccare il recipiente; filo di sospensione sottile. La spinta dell'aria è trascurata; l'errore è di circa lo 0,1 %.

ϱ	Densità (del pezzo)	$\frac{g}{cm^3}$
m_L	Massa (lettura della bilancia, pezzo in aria)	g
m_W	Lettura della bilancia con il pezzo completamente immerso in acqua	g
ϱ_W	Densità dell'acqua (a 20 °C $0{,}998\ \frac{g}{cm^3}$)	$\frac{g}{cm^3}$

Attenzione: La densità è un indizio, non una prova. Leghe diverse possono avere la stessa densità, e il tungsteno è denso quasi esattamente quanto l'oro fino. Saldature, molle e cavità falsano il risultato.

ESEMPIO Una fede nuziale pesa in aria 8,40 g. Appesa a un filo sottile e completamente immersa in acqua a 20 °C, la bilancia indica 7,86 g. Quale densità ha l'anello?

Dati: $m_L = 8{,}40\,g$; $m_W = 7{,}86\,g$; $\varrho_W = 0{,}998\ \frac{g}{cm^3}$

$$\varrho = \frac{m_L}{m_L - m_W} \cdot \varrho_W$$
$$= \frac{8{,}40\,g}{8{,}40\,g - 7{,}86\,g} \cdot 0{,}998\ \frac{g}{cm^3}$$
$$\approx 15{,}5\ \frac{g}{cm^3}$$

Circa $15{,}5\ \frac{g}{cm^3}$. Secondo la tabella corrisponde all'oro 750, non all'oro 585.

1.4 Triangoli e coordinate

Con il triangolo rettangolo risolviamo quasi ogni problema di misura: distanze da coordinate, inclinazioni, angoli al divisore. Gli angoli di un triangolo sommano sempre 180°. Per le funzioni trigonometriche la calcolatrice deve essere impostata su gradi (DEG).

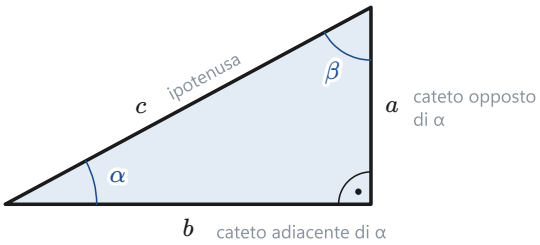


Fig. 1.12 Triangolo rettangolo: l'ipotenusa c è opposta all'angolo retto

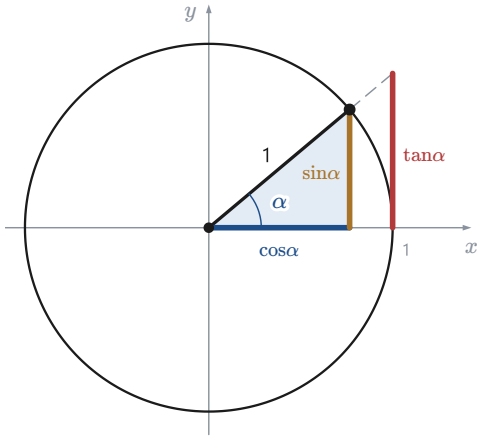


Fig. 1.13 Cerchio unitario (raggio 1): seno, coseno e tangente come segmenti

Teorema di Pitagora

(1.30) OPERAIO QUALIFICATO

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

RIORDINATA $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Nel triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui due cateti.

Vale: solo nel triangolo rettangolo.

c	Ipotenusa (lato più lungo, opposto all'angolo retto)	mm
a	Cateto	mm
b	Cateto	mm

ESEMPIO Da un grezzo tondo si deve ricavare una platina rettangolare di 15,3 mm × 17,2 mm. Quale diametro deve avere almeno il grezzo?

Dati: $a = 15{,}3\,\mathrm{mm}; \quad b = 17{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \sqrt{(15{,}3\,\mathrm{mm})^2 + (17{,}2\,\mathrm{mm})^2} \\ &\approx 23{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Almeno 23 mm, perché la diagonale del rettangolo è il diametro del cerchio più piccolo che circonda la platina.

Seno

(1.31) OPERAIO QUALIFICATO

$$a = c \cdot \sin\alpha$$

RIORDINATA $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right)$

Il seno è il rapporto tra cateto opposto e ipotenusa. La formula riordinata fornisce l'angolo da due lati; il tasto relativo si chiama di solito $\sin^{-1}$.

Vale: solo nel triangolo rettangolo.

a	Cateto (cateto opposto, di fronte all'angolo)	mm
c	ipotenusa	mm
α	Angolo	$^\circ$

ESEMPIO Una barra seno con interasse dei rulli di 100 mm deve essere regolata a 15°. Quanto deve essere alta la pila di blocchetti di riscontro?

Dati: $c = 100\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 15^\circ$

$$\begin{aligned} a &= c \cdot \sin\alpha \\ &= 100\,\mathrm{mm} \cdot \sin(15^\circ) \\ &\approx 25{,}88\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Sotto uno dei rulli vanno blocchetti per un totale di 25,88 mm.

Coseno

(1.32) OPERAIO QUALIFICATO

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

RIORDINATA $\alpha = \arccos\left(\frac{b}{c}\right)$

b	Cateto (cateto adiacente, adiacente all'angolo)	mm
c	ipotenusa	mm
α	Angolo	°

Il coseno è il rapporto tra cateto adiacente e ipotenusa. Indica quanta parte di un tratto inclinato resta efficace in una direzione.

Vale: solo nel triangolo rettangolo.

ESEMPIO Una leva lunga 20 mm è inclinata di 30° rispetto all'orizzontale. Quanto è lunga misurata in orizzontale?

Dati: $c = 20\,\text{mm}$; $\alpha = 30^\circ$

$$\begin{aligned} b &= c \cdot \cos \alpha \\ &= 20\,\text{mm} \cdot \cos(30^\circ) \\ &\approx 17{,}32\,\text{mm} \end{aligned}$$

Circa 17,32 mm. In verticale sono 20 mm per sin 30°, cioè esattamente 10 mm.

Tangente

(1.33) OPERAIO QUALIFICATO

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

RIORDINATA $\alpha = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$

a	Cateto (cateto opposto)	mm
b	Cateto (cateto adiacente)	mm
α	Angolo	°

La tangente è il rapporto tra i due cateti, cioè la pendenza di un'inclinazione. Con essa si calcolano smussi, svasature e coni; per il cono vedi anche il capitolo 9.

Vale: solo nel triangolo rettangolo; α minore di 90°.

ESEMPIO Un cono si assottiglia nel raggio di 0,5 mm su 12 mm di lunghezza. A quale angolo si inclina la slitta superiore?

Dati: $a = 0{,}5\,\text{mm}$; $b = 12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctan\left(\frac{a}{b}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{0{,}5\,\text{mm}}{12\,\text{mm}}\right) \\ &\approx 2{,}39^\circ \end{aligned}$$

A circa 2,39°. È il semiangolo del cono.

Da ricordare: Il seno è cateto opposto diviso ipotenusa, il coseno è cateto adiacente diviso ipotenusa, la tangente è cateto opposto diviso cateto adiacente.

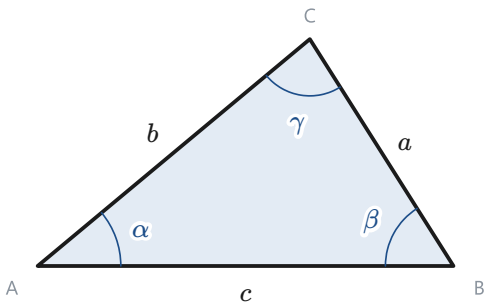


Fig. 1.14 Triangolo qualsiasi: il lato a è opposto all'angolo α, b all'angolo β, c all'angolo γ

Teorema dei seni

(1.34) MAESTRO

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

a	Lato (opposto all'angolo α)	mm
b	Lato (opposto all'angolo β)	mm
α	Angolo (opposto al lato a)	°
β	Angolo (opposto al lato b)	°

In ogni triangolo i lati stanno tra loro come i seni degli angoli opposti. Il teorema dei seni si usa quando sono noti un lato e due angoli.

Vale: in ogni triangolo. Se si cerca un angolo da due lati, sono possibili due soluzioni (acuta o ottusa).

ESEMPIO In un triangolo formato da tre punti di supporto sono noti il lato b = 6,0 mm e gli angoli α = 40° e β = 75°. Quanto è lungo il lato a?

Dati: $b = 6{,}0\,\text{mm}; \quad \alpha = 40°; \quad \beta = 75°$

$$\begin{aligned} a &= \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \\ &= \frac{6{,}0\,\text{mm} \cdot \sin(40°)}{\sin(75°)} \\ &\approx 3{,}99\,\text{mm} \end{aligned}$$

Circa 3,99 mm. Il terzo angolo è 180° − 40° − 75° = 65°.

Teorema del coseno

(1.35) MAESTRO

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

RIORDINATA $\gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)$

c	Lato (opposto all'angolo γ)	mm
a	Lato (adiacente all'angolo γ)	mm
b	Lato (adiacente all'angolo γ)	mm
γ	Angolo (tra i lati a e b)	°

Il teorema del coseno è il teorema di Pitagora per triangoli qualsiasi. Si usa quando sono noti due lati e l'angolo compreso oppure, riordinato, quando da tre lati si cerca un angolo.

Vale: in ogni triangolo; con $\gamma = 90°$ l'ultimo termine si annulla.

ESEMPIO Dalla ruota mediana la ruota dei minuti dista 7,2 mm e la ruota dei secondi 5,4 mm. Le due congiungenti formano un angolo di 110°. Quanto distano tra loro la ruota dei minuti e la ruota dei secondi?

Dati: $a = 7{,}2\,\text{mm}; \quad b = 5{,}4\,\text{mm}; \quad \gamma = 110°$

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma} \\ &= \sqrt{(7{,}2\,\text{mm})^2 + (5{,}4\,\text{mm})^2 - 2 \cdot 7{,}2\,\text{mm} \cdot 5{,}4\,\text{mm} \cdot \cos(110°)} \\ &\approx 10{,}37\,\text{mm} \end{aligned}$$

Circa 10,37 mm da asse ad asse.

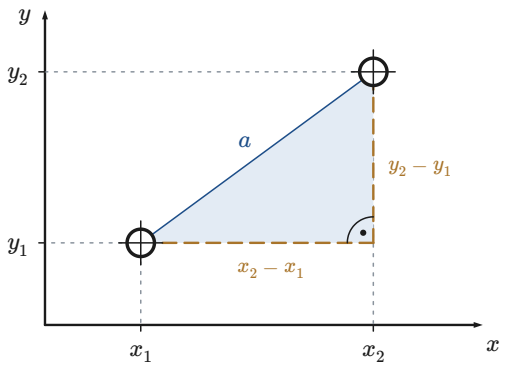


Fig. 1.15 Interasse a come ipotenusa sulle differenze di coordinate

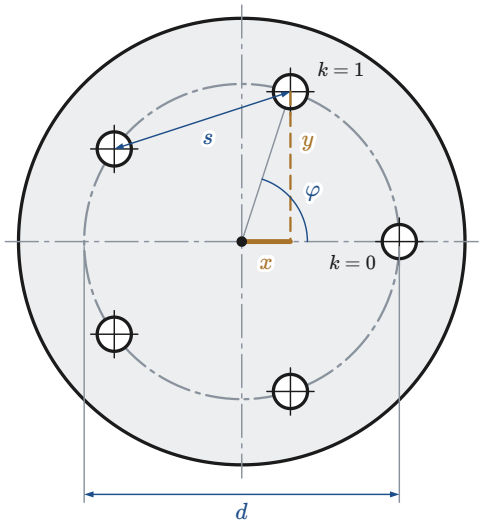


Fig. 1.16 Circonferenza dei fori con $n = 5$ fori: angolo di divisione φ, corda s, coordinate x e y del foro $k = 1$

Interasse da coordinate

(1.36) OPERAIO QUALIFICATO

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sulla tracciatrice a coordinate e nel disegno CAD i fori dei supporti sono definiti da x e y. La loro distanza è l'ipotenusa costruita sulle due differenze di coordinate.

Vale: sistema di coordinate cartesiane; entrambi i punti riferiti allo stesso zero.

a	Interasse (distanza d'ingranamento)	mm
x_1	Coordinata (direzione x, primo foro)	mm
y_1	Coordinata (direzione y, primo foro)	mm
x_2	Coordinata (direzione x, secondo foro)	mm
y_2	Coordinata (direzione y, secondo foro)	mm

ESEMPIO Due fori dei supporti si trovano in (2,50 mm | 1,20 mm) e (7,30 mm | 5,60 mm). Quanto vale l'interasse?

Dati: $x_1 = 2{,}50\,\mathrm{mm}$; $y_1 = 1{,}20\,\mathrm{mm}$; $x_2 = 7{,}30\,\mathrm{mm}$; $y_2 = 5{,}60\,\mathrm{mm}$

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(7{,}30\,\mathrm{mm} - 2{,}50\,\mathrm{mm})^2 + (5{,}60\,\mathrm{mm} - 1{,}20\,\mathrm{mm})^2}$$
$$\approx 6{,}51\,\mathrm{mm}$$

Circa 6,51 mm. Questo valore si confronta con la distanza d'ingranamento della coppia di ruote, vedi capitolo 4.

Circonferenza dei fori: distanza tra fori adiacenti

(1.37) OPERAIO QUALIFICATO

$$s = d \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Con la corda si può tracciare una circonferenza dei fori con il compasso e, dopo la foratura, controllarla con il calibro a corsoio. L'angolo di divisione tra due fori è 360° diviso n.

Vale: divisione uniforme.

s	Corda (da centro foro a centro foro)	mm
d	Diametro (della circonferenza dei fori)	mm
n	Numero (dei fori distribuiti uniformemente)	1

ESEMPIO Su una circonferenza dei fori di 24 mm di diametro si trovano 5 fori. Quanto distano fori adiacenti?

Dati: $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad n = 5$

$$\begin{aligned} s &= d \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \\ &= 24\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{5}\right) \\ &\approx 14{,}11\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 14,11 mm da centro a centro; l'angolo di divisione è 72°.

Coordinate sulla circonferenza dei fori: x

(1.38) OPERAIO QUALIFICATO

$$x = \frac{d}{2} \cdot \cos\varphi$$

Per forare a coordinate ogni punto della circonferenza viene scomposto in x e y. Il foro numero k si trova a $\varphi = k \cdot 360^\circ$ diviso n, contando da $k = 0$ sull'asse x.

Vale: zero al centro del cerchio. Il segno risulta da sé: a sinistra del centro x diventa negativo.

x	Coordinata (direzione x, dal centro del cerchio)	mm
d	Diametro (della circonferenza dei fori)	mm
φ	Angolo (dall'asse x in senso antiorario)	$^\circ$

ESEMPIO Circonferenza dei fori di 24 mm di diametro con 5 fori: dove si trova il foro $k = 1$ in direzione x?

Dati: $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad \varphi = 72^\circ$

$$\begin{aligned} x &= \frac{d}{2} \cdot \cos\varphi \\ &= \frac{24\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \cos\left(72^\circ\right) \\ &\approx 3{,}71\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

3,71 mm a destra del centro.

Coordinate sulla circonferenza dei fori: y

(1.39) OPERAIO QUALIFICATO

$$y = \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi$$

La seconda coordinata dello stesso punto. Per verifica, x e y devono restituire il raggio secondo il teorema di Pitagora.

Vale: come nella formula (1.38); sotto il centro y diventa negativo.

y	Coordinata (direzione y, dal centro del cerchio)	mm
d	Diametro (della circonferenza dei fori)	mm
φ	Angolo (dall'asse x in senso antiorario)	$^\circ$

ESEMPIO Dove si trova lo stesso foro in direzione y?

Dati: $d = 24\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 72^\circ$

$$\begin{aligned} y &= \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi \\ &= \frac{24\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \sin\left(72^\circ\right) \\ &\approx 11{,}41\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

11,41 mm sopra il centro. Verifica: da 3,71 mm e 11,41 mm il teorema di Pitagora dà il raggio di 12,00 mm.

1.5 Media e scostamento

Due piccoli strumenti per ogni serie di misure. Campo di variazione, scarto tipo e la valutazione di intere serie di misure si trovano nella sezione 12.1, la misura dell'andamento nel capitolo 8.

Media

(1.40) OPERAIO QUALIFICATO

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

La media compensa le oscillazioni casuali delle singole misure. Non dice nulla su quanto i singoli valori siano distanti tra loro.

Vale: tutti i valori nella stessa unità; tenere conto del segno.

$\bar{x}$	Media (unità come i singoli valori)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum x_i$	Somma di tutti i valori misurati (con segno)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n	Numero (dei valori misurati)	1

ESEMPIO Un orologio mostra in cinque posizioni gli andamenti +4, +7, −2, +5 e +6 secondi al giorno. La somma è +20 secondi al giorno. Quanto vale l'andamento medio?

Dati: $\sum x_i = 20\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n = 5$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{20\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

In media +4 s al giorno. La differenza massima tra due posizioni è di 9 s al giorno.

Scostamento percentuale

(1.41) OPERAIO QUALIFICATO

$$p = \frac{x_{\text{ist}} - x_{\text{soll}}}{x_{\text{soll}}}$$

Lo scostamento si riferisce sempre al valore nominale. Come numero, moltiplicato per 100 dà la percentuale, per 1000 il per mille.

Vale: valore nominale diverso da zero; entrambi i valori nella stessa unità.

p	scostamento relativo (+ significa: valore effettivo troppo grande)	$\%$
x_{ist}	Valore effettivo (misurato)	mm
x_{soll}	Valore nominale (unità come il valore effettivo)	mm

ESEMPIO Un albero deve avere 2,50 mm di diametro, si misurano 2,47 mm. Quanto vale lo scostamento?

Dati: $x_{\text{ist}} = 2{,}47\,\text{mm}; \quad x_{\text{soll}} = 2{,}50\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \frac{x_{\text{ist}} - x_{\text{soll}}}{x_{\text{soll}}} \\ &= \frac{2{,}47\,\text{mm} - 2{,}50\,\text{mm}}{2{,}50\,\text{mm}} \\ &= -1{,}2\,\% \end{aligned}$$

L'albero è più sottile dell'1,2 %.

2 Meccanica

Un orologio meccanico è meccanica applicata: una molla o un peso fornisce la forza, ruote e leve la trasmettono, l'attrito la consuma e alla fine una massa inerte batte il tempo. Questo capitolo raccoglie le formule su cui si basano tutti i capitoli successivi.

Gli esempi calcolano con grandezze dell'officina, dal bilanciere di pochi milligrammi fino al peso motore dell'orologio a colonna. Quanto riguarda nel dettaglio forza motrice, rotismo, bilanciere e pendolo si trova nei capitoli 3–6. Alcuni simboli seguono qui l'uso della meccanica: A è una superficie, s per lo più uno spostamento, m una massa, P una potenza, G il modulo di taglio e α anche un angolo di inclinazione. Fa sempre fede la tabella delle grandezze accanto alla formula.

2.1 Moto

Le parti di un orologio si muovono in linea retta, come un peso che scende, oppure ruotano, come le ruote e il bilanciere. Per entrambi i tipi esiste una velocità; la velocità di rotazione le collega.

Velocità

(2.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$v = \frac{s}{t}$$

v	Velocità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
s	Spostamento (percorso)	m
t	Tempo (impiegato)	s

La velocità è spazio percorso nell'unità di tempo.

Vale: moto uniforme. Se la velocità cambia lungo il percorso, la formula fornisce il valore medio.

ESEMPIO Il peso di un orologio a colonna scende di 1,2 m in 8 giorni. Con quale velocità scende?

Dati: $s = 1{,}2\,\mathrm{m}; \quad t = 8\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{m}}{8\,\mathrm{d}} \\ &= \frac{1200\,\mathrm{mm}}{192\,\mathrm{h}} \\ &= 6{,}25\ \tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Il peso scende di 6,25 mm all'ora, cioè 150 mm al giorno. Dalla posizione del peso si legge così quando l'orologio va ricaricato.

Accelerazione

(2.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'accelerazione è la variazione della velocità nell'unità di tempo. Gli urti sono accelerazioni molto grandi in tempi molto brevi.

Vale: accelerazione uniforme; altrimenti valore medio su Δt.

a	Accelerazione (in frenata: decelerazione)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
Δv	Variazione della velocità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Δt	Intervallo di tempo (in cui varia la velocità)	s

ESEMPIO Un orologio da polso cade da 1 m di altezza e tocca il pavimento a $4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Il pavimento lo frena fino a zero in circa 1 ms. Quanto vale la decelerazione?

Dati: $\Delta v = 4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\Delta t = 1\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{ms}} \\ &= 4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{aligned}$$

È circa 450 volte l'accelerazione di gravità. Quanto più duro il pavimento, tanto più breve il tempo di frenata e tanto maggiore la decelerazione.

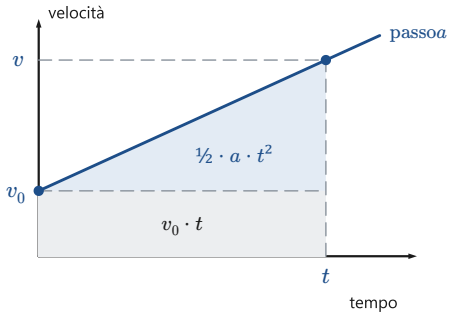


Fig. 2.1 Moto uniformemente accelerato: la velocità cresce uniformemente da v_0 a v. L'area sotto la retta è lo spazio s

Velocità nel moto uniformemente accelerato

(2.3) MAESTRO

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Nel moto uniformemente accelerato la velocità cresce ogni secondo della stessa quantità. Nella caduta libera l'accelerazione è l'accelerazione di gravità g.

Vale: accelerazione costante in modulo e direzione, moto rettilineo. Caduta libera senza resistenza dell'aria: $a = g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

v	Velocità (finale)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_0	Velocità iniziale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	Accelerazione (negativa in frenata)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
t	Tempo (dall'inizio dell'accelerazione)	s

ESEMPIO Un orologio da polso scivola dal banco e cade per 0,45 s prima di urtare il pavimento. Quale velocità ha in quel momento?

Dati: $v_0 = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $a = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $t = 0{,}45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t \\ &= 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}45\,\mathrm{s} \\ &\approx 4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Circa $4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, cioè 16 km all'ora. Con questa velocità calcola l'esempio della formula (2.2).

Spazio nel moto uniformemente accelerato

(2.4) MAESTRO

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Lo spazio ha due parti: quello percorso con la velocità iniziale e l'aumento dovuto all'accelerazione. Nel diagramma velocità-tempo sono un rettangolo e un triangolo.

Vale: come nella formula (2.3).

s	Spostamento (percorso in questo tempo)	m
v_0	Velocità iniziale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	Tempo (dall'inizio dell'accelerazione)	s
a	Accelerazione (negativa in frenata)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

ESEMPIO Di quanto cade in 0,45 s l'orologio dell'esempio precedente?

Dati: $v_0 = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $t = 0{,}45\,\mathrm{s}$; $a = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} s &= v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \\ &= 0\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}45\,\mathrm{s} + \frac{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (0{,}45\,\mathrm{s})^2}{2} \\ &\approx 0{,}99\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Circa 1 m. Alla caduta da questa altezza su un pavimento di legno si ispira la prova d'urto degli orologi antiurto.

Velocità e spazio senza il tempo

(2.5) MAESTRO

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

RIORDINATA $\quad v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} \qquad s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$

La formula collega velocità e spazio senza dover conoscere il tempo. Partendo da fermo si ottiene $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$, nella caduta libera dall'altezza h quindi $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Vale: come nella formula (2.3); in frenata a è negativa.

v	Velocità (finale)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_0	Velocità iniziale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	Accelerazione (negativa in frenata)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
s	Spostamento (su cui si accelera o si frena)	m

Buono a sapersi: Spazio di frenata fino all'arresto: con $v = 0$ si ha $s = \frac{v_0^2}{2 \cdot \lvert a \rvert}$. Velocità doppia significa spazio di frenata quadruplo. Lo spazio di arresto è lo spazio di frenata più lo spazio percorso senza frenare durante il tempo di reazione.

ESEMPIO Poco dopo la carica si rompe la corda di un orologio a colonna. Il peso cade per 1,3 m. Con quale velocità colpisce il fondo della cassa?

Dati: $v_0 = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $a = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $s = 1{,}3\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} \\ &= \sqrt{\left(0\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}3\,\mathrm{m}} \\ &\approx 5{,}05\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Circa 5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, cioè 18 km all'ora. Un peso di 4 kg colpisce con 51 J; per questo corde di budello e cavi logori vanno sostituiti per tempo.

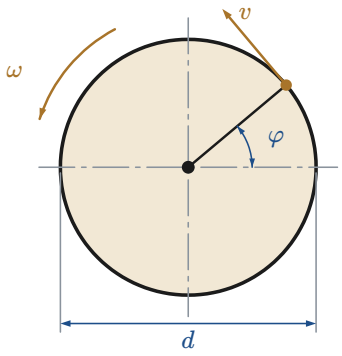


Fig. 2.2 Ruota che gira: angolo di rotazione φ, velocità angolare ω e velocità periferica v

Velocità periferica

(2.6) OPERAIO QUALIFICATO

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

A ogni giro un punto sulla circonferenza percorre una volta la circonferenza $\pi \cdot d$. Con la stessa formula nel capitolo 9 si calcola la velocità di taglio.

Vale: d e n appartengono allo stesso pezzo. Per il risultato in metri al secondo inserire il diametro in metri e la velocità di rotazione in giri al secondo.

v	Velocità periferica (velocità di un punto sulla circonferenza)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
d	Diametro	mm
n	Velocità di rotazione (giri nell'unità di tempo)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

ESEMPIO Una mola per lucidare di 100 mm di diametro gira a 2800 giri al minuto. Con quale velocità si muove la sua periferia?

Dati: $d = 100\,\mathrm{mm}; \quad n = 2800\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v &= \pi \cdot d \cdot n \\ &= \pi \cdot 100\,\mathrm{mm} \cdot 2800\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= \pi \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} \cdot \frac{2800}{60\,\mathrm{s}} \\ &\approx 14{,}7\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

La periferia corre a circa $14{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, cioè 53 km all'ora.

Velocità angolare

(2.7) MAESTRO

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

ω	Velocità angolare	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
φ	Angolo di rotazione (in radianti, un giro = 2π)	rad
t	Tempo (impiegato)	s

La velocità angolare è l'angolo descritto nell'unità di tempo. Tutti i punti di una ruota hanno la stessa velocità angolare, ma velocità periferiche diverse a seconda della distanza dall'asse.

Vale: rotazione uniforme; angolo in radianti: gradi per $\frac{\pi}{180}$.

> **Buono a sapersi:** Velocità periferica e velocità angolare sono legate dal raggio: $v = \omega \cdot r$.

ESEMPIO La ruota dei secondi compie un giro completo (360°) in 60 s. Quanto vale la sua velocità angolare?

Dati: $\varphi = 360°$; $t = 60\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\varphi}{t} \\ &= \frac{360°}{60\,\text{s}} \\ &= \frac{2\pi}{60\,\text{s}} \\ &\approx 0{,}105\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Circa $0{,}105\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La ruota dei minuti è 60 volte più lenta.

Velocità angolare dalla velocità di rotazione

(2.8) MAESTRO

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

RIORDINATA $\quad n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$

ω	Velocità angolare	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
n	Velocità di rotazione (giri nell'unità di tempo)	$\frac{1}{\text{min}}$

Ogni giro descrive l'angolo 2π. La velocità angolare serve per la potenza e l'energia cinetica delle parti rotanti (sezione 2.4).

Vale: inserire la velocità di rotazione in giri al secondo se ω deve risultare in $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

ESEMPIO Un albero gira sul tornio da orologiaio a 3000 giri al minuto, cioè 50 giri al secondo.

Dati: $n = 3000\ \frac{1}{\text{min}}$

$$\begin{aligned}\omega &= 2 \cdot \pi \cdot n \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 3000\ \frac{1}{\text{min}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} \\ &\approx 314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

L'albero ruota a $314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

2.2 Forza, pressione e piano inclinato

Le forze hanno un'intensità e una direzione. Se una forza agisce obliquamente su una superficie, solo una parte di essa agisce nella direzione voluta. Scomporre e comporre le forze è la base per scappamento, filettatura e cuneo.

Forza e accelerazione

(2.9) OPERAIO QUALIFICATO

$$F = m \cdot a$$

Una forza accelera una massa. L'unità newton deriva da questa formula: 1 N accelera 1 kg con $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

F	Forza	N
m	Massa	kg
a	Accelerazione	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

ESEMPIO Nell'impatto dell'esempio sull'accelerazione anche il bilanciere (massa 60 mg) viene frenato con $4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Quale forza agisce su di esso?

Dati: $m = 60\,\mathrm{mg}; \quad a = 4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ &= 60\,\mathrm{mg} \cdot 4400\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ &\approx 0{,}26\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Circa 0,26 N, 450 volte la sua forza peso. Senza antiurto questa forza dovrebbe essere sopportata da due perni di circa 0,1 mm di diametro.

Forza peso

(2.10) OPERAIO QUALIFICATO

$$F_\mathrm{G} = m \cdot g$$

La forza peso è la forza con cui la Terra attrae una massa. Agisce sempre verticalmente verso il basso.

F_G	Forza peso	N
m	Massa	kg
g	Accelerazione di gravità (in Europa centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

ESEMPIO Quale forza esercita sulla corda un peso motore di 3,5 kg?

Dati: $m = 3{,}5\,\mathrm{kg}; \quad g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} F_\mathrm{G} &= m \cdot g \\ &= 3{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ &\approx 34{,}3\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Il peso tira con 34,3 N. Come valore di massima: 1 kg pesa circa 10 N, 100 g pesano circa 1 N.

Pressione

(2.11) OPERAIO QUALIFICATO

$$p = \frac{F}{A}$$

RIORDINATA $F = p \cdot A$

p	Pressione	bar
F	Forza	N
A	Area (su cui la forza agisce perpendicolarmente)	mm^2

La pressione è forza per unità di superficie. Conversione: $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 100\,000\,\mathrm{Pa}$.

Vale: forza distribuita uniformemente sulla superficie.

Buono a sapersi: 10 bar corrispondono alla pressione dell'acqua a circa 100 m di profondità.

ESEMPIO Un orologio viene provato con 10 bar di sovrapressione. Il vetro ha 30 mm di diametro, cioè 707 mm² di area. Con quale forza l'acqua preme sul vetro?

Dati: $p = 10\,\mathrm{bar}; \quad A = 707\,\mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned} F &= p \cdot A \\ &= 10\,\mathrm{bar} \cdot 707\,\mathrm{mm}^2 \\ &= 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 707\,\mathrm{mm}^2 \\ &= 707\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

707 N, quanto la forza peso di 72 kg. Per questo gli orologi resistenti alla pressione richiedono vetri spessi e fondelli rigidi.

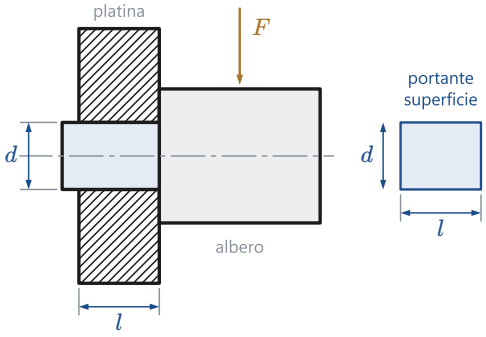


Fig. 2.3 Pressione specifica: il perno porta sulla superficie proiettata $d \cdot l$

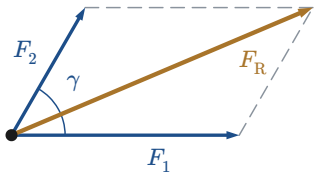


Fig. 2.4 Parallelogramma delle forze: F_R sostituisce F_1 e F_2

Pressione specifica nel supporto del perno

(2.12) MAESTRO

$$p = \frac{F}{d \cdot l}$$

La pressione specifica è la pressione tra due corpi solidi. Per il perno si calcola con la superficie proiettata $d \cdot l$, cioè il rettangolo che il perno proietta come ombra nel supporto.

Vale: valore medio. Sugli spigoli e con perno disallineato la pressione è localmente più alta.

p	Pressione specifica	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
F	Forza (carico sul supporto trasversale all'asse)	N
d	Diametro (del perno)	mm
l	Lunghezza (lunghezza portante del supporto, spessore della platina)	mm

ESEMPIO Il perno di un tamburo della corda porta 20 N. Ha 4 mm di diametro e gira in una platina di ottone spessa 3 mm.

Dati: $F = 20\,\mathrm{N}; \quad d = 4\,\mathrm{mm}; \quad l = 3\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{d \cdot l} \\ &= \frac{20\,\mathrm{N}}{4\,\mathrm{mm} \cdot 3\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 1{,}67\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \end{aligned}$$

Circa $1{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Una platina più spessa o una boccola più lunga riduce la pressione, un perno più sottile la aumenta.

Composizione di due forze

(2.13) MAESTRO

$$F_\mathrm{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\gamma}$$

Due forze applicate nello stesso punto si possono sostituire con una sola: la diagonale del parallelogramma delle forze. Se le forze sono perpendicolari tra loro, resta il teorema di Pitagora: $F_\mathrm{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

Vale: entrambe le forze agiscono nello stesso punto o le loro rette d'azione si intersecano.

F_R	Risultante (forza equivalente)	N
F_1	prima forza	N
F_2	seconda forza	N
γ	Angolo (tra le due direzioni delle forze)	$^\circ$

ESEMPIO Su una ruota agiscono le forze dei denti di due ingranamenti: 0,8 N e 0,5 N, le direzioni formano un angolo di 60°. Quanto vale la forza sui supporti?

Dati: $F_1 = 0{,}8\,\mathrm{N}; \quad F_2 = 0{,}5\,\mathrm{N}; \quad \gamma = 60^\circ$

$$\begin{aligned} F_\mathrm{R} &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\gamma} \\ &= \sqrt{(0{,}8\,\mathrm{N})^2 + (0{,}5\,\mathrm{N})^2 + 2 \cdot 0{,}8\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5\,\mathrm{N} \cdot \cos(60^\circ)} \\ &= \sqrt{1{,}29\,\mathrm{N}^2} \\ &\approx 1{,}14\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

I supporti portano complessivamente 1,14 N. Se entrambe le forze agissero nella stessa direzione sarebbero 1,3 N, in direzione opposta solo 0,3 N.

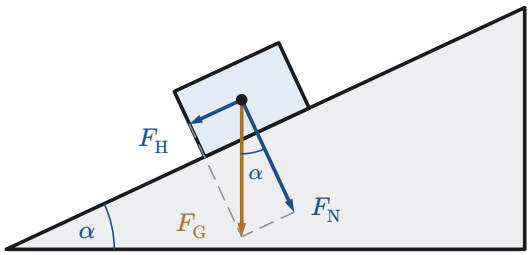


Fig. 2.5 Piano inclinato: la forza peso si scompone in forza parallela al piano e forza normale

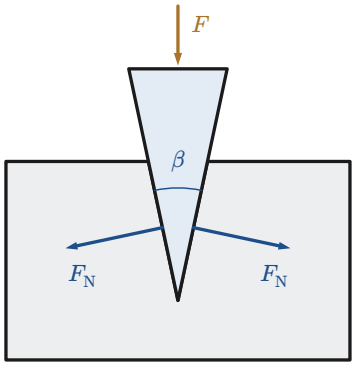


Fig. 2.6 Cuneo con angolo del cuneo β

Piano inclinato: forza parallela al piano

(2.14) OPERAIO QUALIFICATO

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

Sul piano inclinato si scompone una forza in due componenti: una parallela al piano e una perpendicolare ad esso. Così si calcola ovunque una forza agisca obliquamente su una superficie: sui piani d'impulso dello scappamento, sui fianchi dei filetti, sui cunei e sulle parti inclinate delle leve.

Vale: La scomposizione vale sempre. Se il corpo scivola davvero lo decide l'attrito (sezione 2.5).

F_H	Forza parallela al piano (lungo il piano, verso il basso)	N
F_G	Forza peso	N
α	Angolo d'inclinazione (del piano rispetto all'orizzontale)	°

ESEMPIO Un pezzo con forza peso di 4,9 N (0,5 kg) giace su una piastra inclinata di 15°. Con quale forza tende a scivolare?

Dati: $F_G = 4{,}9\,\text{N}; \quad \alpha = 15°$

$$\begin{aligned} F_H &= F_G \cdot \sin \alpha \\ &= 4{,}9\,\text{N} \cdot \sin(15°) \\ &\approx 1{,}27\,\text{N} \end{aligned}$$

Solo 1,27 N tirano il pezzo verso il basso lungo il piano, poco più di un quarto della sua forza peso.

Piano inclinato: forza normale

(2.15) OPERAIO QUALIFICATO

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

La forza normale preme il corpo sull'appoggio. Quanto più ripido il piano, tanto più piccola diventa.

F_N	Forza normale (perpendicolare al piano)	N
F_G	Forza peso	N
α	Angolo d'inclinazione (del piano rispetto all'orizzontale)	°

ESEMPIO Con quale forza preme sulla piastra il pezzo dell'esempio precedente?

Dati: $F_G = 4{,}9\,\text{N}; \quad \alpha = 15°$

$$\begin{aligned} F_N &= F_G \cdot \cos \alpha \\ &= 4{,}9\,\text{N} \cdot \cos(15°) \\ &\approx 4{,}73\,\text{N} \end{aligned}$$

Con 4,73 N. Questa forza normale determina l'attrito (sezione 2.5).

Cuneo

(2.16) MAESTRO

$$F_{\mathrm{N}} = \frac{F}{2 \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

F_{N}	Forza normale (perpendicolare a ciascun fianco)	N
F	Forza (spinge dentro il cuneo)	N
β	Angolo del cuneo (tra i due fianchi)	$^\circ$

Il cuneo è un doppio piano inclinato. Trasforma una piccola forza con lunga corsa in due grandi forze con corsa breve.

Vale: cuneo simmetrico, senza attrito. L'attrito sui fianchi riduce sensibilmente le forze sui fianchi (sezione 2.5).

ESEMPIO Una lama apricasse con angolo del cuneo di 20° viene spinta con 30 N nella fessura tra fondello e cassa.

Dati: $F = 30\,\mathrm{N}; \quad \beta = 20^\circ$

$$F_{\mathrm{N}} = \frac{F}{2 \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} = \frac{30\,\mathrm{N}}{2 \cdot \sin\left(\frac{20^\circ}{2}\right)} \approx 86{,}4\,\mathrm{N}$$

Ogni fianco preme con circa 86 N, quasi il triplo della forza della mano. Quanto più sottile il cuneo, tanto maggiore la forza e tanto minore la corsa.

Da ricordare: Quanto più piatto il piano inclinato e quanto più sottile il cuneo, tanto maggiore la moltiplicazione della forza e tanto più lunga la corsa.

2.3 Leva e momento torcente

Quasi ogni parte mobile dell'orologio è una leva: ancora, bascule, cricchetti, leve della suoneria e ogni ruota dentata. Decisiva non è mai la sola forza, ma forza per braccio di leva.

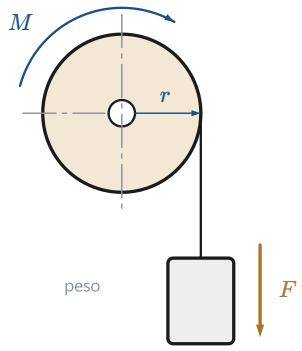


Fig. 2.7 Momento torcente: forza F sul braccio di leva r

Momento torcente

(2.17) OPERAIO QUALIFICATO

$$M = F \cdot r$$

Il momento torcente è l'effetto rotatorio di una forza: forza per braccio di leva.

Vale: Il braccio di leva è perpendicolare alla direzione della forza. Se la forza agisce obliquamente, conta solo questa distanza perpendicolare.

M	Momento torcente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
F	Forza	N
r	Braccio di leva (distanza perpendicolare della retta d'azione dall'asse di rotazione)	mm

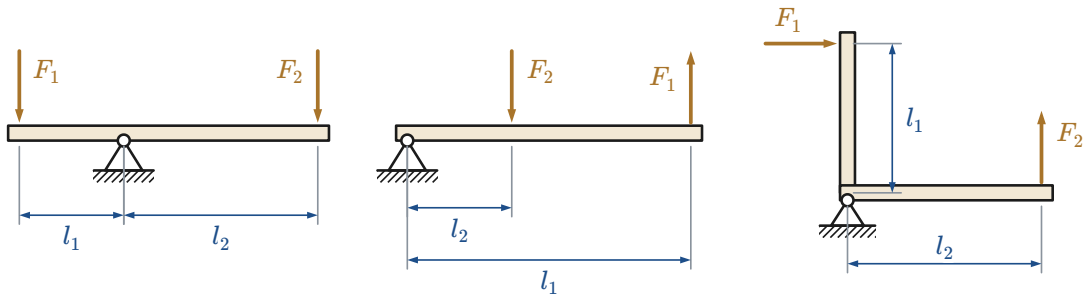
Buono a sapersi: Conversione: $1\,\mathrm{N \cdot m} = 1000\,\mathrm{N \cdot mm}$. Documenti più vecchi indicano i momenti delle molle in pond per centimetro (spesso scritto «g·cm»): $1\,\mathrm{p \cdot cm}$ corrisponde a circa $0{,}098\,\mathrm{N \cdot mm}$.

ESEMPIO Il peso motore tira con 34,3 N la corda di un tamburo di 20 mm di raggio. Quale momento torcente aziona il movimento?

Dati: $F = 34{,}3\,\mathrm{N}$; $r = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M &= F \cdot r \\ &= 34{,}3\,\mathrm{N} \cdot 20\,\mathrm{mm} \\ &= 686\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

686 N·mm, cioè poco meno di 0,7 N·m. Un tamburo più grosso dà più momento, ma fa scendere il peso più in fretta.



leva a due bracci — leva a un braccio — leva a squadra

Fig. 2.8 Tipi di leva. I bracci di leva si misurano sempre dal fulcro e perpendicolarmente alla forza

Legge della leva

(2.18) OPERAIO QUALIFICATO

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

RIORDINATA $F_2 = \dfrac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$

Una leva è in equilibrio quando i due momenti sono uguali e di verso opposto. Questo vale per ogni tipo di leva. Se agiscono più forze, si confronta la somma dei momenti antiorari con la somma dei momenti orari.

Vale: bracci di leva misurati perpendicolarmente alla rispettiva direzione della forza; senza attrito nel fulcro.

F_1	prima forza (sul primo braccio)	N
l_1	primo braccio di leva	mm
F_2	seconda forza (sul secondo braccio)	N
l_2	secondo braccio di leva	mm

ESEMPIO Un pulsante agisce con 2 N a 12 mm dal fulcro su una leva angolare. Il braccio corto è lungo 3 mm. Con quale forza preme sul pezzo successivo?

Dati: $F_1 = 2\,\mathrm{N}$; $l_1 = 12\,\mathrm{mm}$; $l_2 = 3\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} \\ &= \frac{2\,\mathrm{N} \cdot 12\,\mathrm{mm}}{3\,\mathrm{mm}} \\ &= 8\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Con 8 N. Ciò che la leva guadagna in forza lo perde in corsa: il braccio corto si sposta solo di un quarto.

Da ricordare: Forza per braccio della forza uguale carico per braccio del carico.

Nel rotismo vale lo stesso: ogni ruota è una leva rotante. Come cambia il momento torcente dalla ruota al pignone è spiegato nel capitolo 4.

2.4 Lavoro, energia, potenza e rendimento

Durante la carica si immette lavoro nell'orologio, che viene immagazzinato come energia nella molla tesa o nel peso sollevato. Il movimento la restituisce in giorni come una potenza minima. L'energia non va mai persa, ma l'attrito la trasforma in calore e allora manca all'organo regolatore.

Lavoro

(2.19) OPERAIO QUALIFICATO

$$W = F \cdot s$$

Il lavoro è forza per spostamento. Unità: $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{s}$.

Vale: forza costante nella direzione dello spostamento.

W	Lavoro	J
F	Forza	N
s	Spostamento (nella direzione della forza)	m

ESEMPIO Nel caricare un orologio a catena si tira la catena con 25 N per 0,9 m.

Dati: $F = 25\,\mathrm{N}$; $s = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= F \cdot s \\ &= 25\,\mathrm{N} \cdot 0{,}9\,\mathrm{m} \\ &= 22{,}5\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

La mano compie un lavoro di 22,5 J. La maggior parte si trova poi come energia potenziale nel peso sollevato.

Lavoro nella rotazione

(2.20) MAESTRO

$$W = M \cdot \varphi$$

Nelle parti rotanti il momento torcente prende il posto della forza e l'angolo di rotazione quello dello spostamento.

Vale: momento torcente costante; altrimenti calcolare con il momento medio.

W	Lavoro	J
M	Momento torcente	$\mathrm{N{\cdot}m}$
φ	Angolo di rotazione (in radianti, un giro = 2π)	rad

ESEMPIO La molla motrice di un orologio da polso fornisce in media 8 N·mm mentre il bariletto compie 7 giri. Quanto lavoro fornisce?

Dati: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\varphi = 7\,\mathrm{U}$

$$\begin{aligned} W &= M \cdot \varphi \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 7\,\mathrm{U} \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 7 \cdot 2\pi \\ &\approx 352\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Circa 0,35 J. È l'intera riserva di energia dell'orologio per quasi due giorni.

Energia potenziale

(2.21) OPERAIO QUALIFICATO

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Un peso sollevato immagazzina il lavoro di sollevamento. Scendendo lo cede al movimento.

E_{pot}	Energia potenziale	J
m	Massa	kg
g	Accelerazione di gravità (in Europa centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altezza (sopra la posizione più bassa)	m

ESEMPIO Il peso di un orologio a colonna (3,5 kg) viene sollevato di 1,2 m.

Dati: $m = 3{,}5\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1{,}2\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{pot}} &= m \cdot g \cdot h \\ &= 3{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m} \\ &\approx 41{,}2\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Nel peso caricato si trovano 41,2 J, oltre cento volte quanto nella molla motrice di un orologio da polso.

Energia cinetica

(2.22) MAESTRO

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

La velocità conta al quadrato: doppia velocità significa energia quadrupla.

E_{kin}	Energia cinetica	J
m	Massa	kg
v	Velocità	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Buono a sapersi: Se un corpo cade dall'altezza h, l'energia potenziale diventa energia cinetica. Ne segue la velocità d'impatto $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. Da 1 m di altezza sono $4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; con questa velocità colpisce l'orologio anche il martello della prova d'urto normalizzata.

ESEMPIO Un orologio da polso di 80 g, dopo 1 m di caduta libera, urta a $4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Dati: $m = 80\,\text{g}$; $v = 4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{m \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{80\,\text{g} \cdot \left(4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &\approx 0{,}785\,\text{J} \end{aligned}$$

Nell'impatto devono essere assorbiti 0,785 J. È esattamente l'energia potenziale dell'orologio a 1 m di altezza.

Energia di rotazione

(2.23) MAESTRO

$$E_{\text{rot}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

Nelle parti rotanti il momento d'inerzia prende il posto della massa e la velocità angolare quello della velocità.

Vale: J in $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ e ω in $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ danno joule.

E_{rot}	Energia di rotazione	J
J	Momento d'inerzia (rispetto all'asse di rotazione, sezione 2.6)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
ω	Velocità angolare	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

ESEMPIO Un bilanciere di $10\,\text{mg} \cdot \text{cm}^2$ oscilla a 4 Hz con 270° di ampiezza. Al passaggio per il punto morto ruota a $118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Dati: $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $\omega = 118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} E_{\text{rot}} &= \frac{J \cdot \omega^2}{2} \\ &= \frac{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2 \cdot \left(118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &= \frac{10^{-9}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 \cdot \left(118{,}4\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\,\mu\text{J} \end{aligned}$$

Nel bilanciere oscillante si trovano circa 7 µJ. Di questi, a ogni oscillazione una piccola parte va persa per attrito e viene reintegrata dallo scappamento.

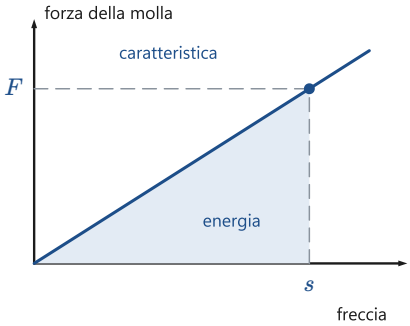


Fig. 2.9 Caratteristica di una molla: l'area sotto la caratteristica è l'energia immagazzinata

Forza elastica

(2.24) OPERAIO QUALIFICATO

$$F = c \cdot s$$

La forza di una molla cresce in proporzione alla sua freccia. La rigidezza indica quanta forza serve per ogni millimetro di corsa.

Vale: campo elastico e caratteristica lineare, per esempio molle a elica e molle a lamina poco flesse.

F	Forza	N
c	Rigidezza della molla (costante elastica; nelle norme anche R)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
s	Freccia della molla (dalla posizione scarica)	mm

ESEMPIO Una molla di pulsante con rigidezza di 0,8 N al millimetro viene compressa di 2 mm.

Dati: $c = 0{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$; $s = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= c \cdot s \\ &= 0{,}8\,\tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \cdot 2\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}6\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

La molla spinge indietro con 1,6 N.

Energia di una molla tesa

(2.25) MAESTRO

$$E_\mathrm{F} = \frac{c \cdot s^2}{2}$$

Durante la tensione la forza cresce da zero al valore finale; in media agisce metà della forza finale. L'energia è l'area del triangolo sotto la caratteristica.

Vale: come per la forza elastica; $1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

E_F	Energia della molla tesa	mJ
c	rigidezza della molla	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
s	Freccia della molla (dalla posizione scarica)	mm

ESEMPIO Quanta energia immagazzina la molla di pulsante dell'esempio precedente?

Dati: $c = 0{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$; $s = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} E_\mathrm{F} &= \frac{c \cdot s^2}{2} \\ &= \frac{0{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \cdot (2\,\mathrm{mm})^2}{2} \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

1,6 mJ. Con freccia doppia sarebbe il quadruplo.

Energia di una molla torsionale

(2.26) MAESTRO

$$E_{\mathrm{F}} = \frac{D \cdot \varphi^2}{2}$$

Per spirali e altre molle torsionali con caratteristica lineare $M = D \cdot \varphi$ (capitolo 5).

Vale: campo elastico; angolo in radianti.

E_{F}	Energia della molla tesa	J
D	Momento elastico (momento torcente per unità d'angolo)	$\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Angolo di torsione (dalla posizione di riposo, in radianti)	rad

ESEMPIO La spirale del bilanciere dell'esempio sull'energia di rotazione ha un momento elastico di 0,632 µN·m per radiante. Quanta energia immagazzina nel punto d'inversione con 270° di ampiezza, cioè 4,71 rad?

Dati: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{F}} &= \frac{D \cdot \varphi^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \mu\mathrm{N \cdot m} \cdot 4{,}71^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Circa 7 µJ, quanto l'energia cinetica del bilanciere al punto morto. A ogni alternanza l'energia oscilla avanti e indietro tra spirale e bilanciere.

Potenza

(2.27) OPERAIO QUALIFICATO

$$P = \frac{W}{t}$$

La potenza è lavoro nell'unità di tempo. Unità: 1 W = 1 J al secondo.

P	Potenza	W
W	Lavoro	J
t	Tempo (in cui si compie il lavoro)	s

ESEMPIO Il peso dell'orologio a colonna cede i suoi 41,2 J uniformemente in 8 giorni. Quale potenza aziona l'orologio?

Dati: $W = 41{,}2\ \mathrm{J}$; $t = 8\ \mathrm{d}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t} \\ &= \frac{41{,}2\ \mathrm{J}}{8\ \mathrm{d}} \\ &= \frac{41{,}2\ \mathrm{J}}{691\,200\ \mathrm{s}} \\ &\approx 59{,}6\ \mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Poco meno di 60 µW, cioè 60 milionesimi di watt. A un orologio da polso bastano pochi microwatt.

Potenza nella rotazione

(2.28) MAESTRO

$$P = M \cdot \omega$$

La potenza è momento torcente per velocità angolare. Scritta con la velocità di rotazione vale $P = 2\pi \cdot M \cdot n$, con la velocità di rotazione in giri al secondo.

P	Potenza	W
M	Momento torcente	$\mathrm{N{\cdot}m}$
ω	Velocità angolare	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

ESEMPIO Un bariletto fornisce 8 N·mm e compie un giro in 6 ore, cioè $0{,}000\,291\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Dati: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad \omega = 0{,}000\,291\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} P &= M \cdot \omega \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}000\,291\ \tfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \\ &\approx 2{,}33\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Il bariletto fornisce 2,33 µW. Una ruota veloce alla fine del rotismo trasmette, a parte le perdite, la stessa potenza con piccolo momento torcente e alta velocità di rotazione.

Rendimento

(2.29) OPERAIO QUALIFICATO

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}}$$

Il rendimento indica quale parte dell'impegno arriva come utile. Al posto delle potenze si possono mettere in rapporto anche lavori o energie.

η	Rendimento (sempre minore di 1)	1
P_{ab}	potenza resa (utile)	W
P_{zu}	potenza assorbita	W

ESEMPIO Il bariletto immette 2,33 µW nel rotismo, alla ruota di scappamento arrivano 1,63 µW.

Dati: $P_{\mathrm{ab}} = 1{,}63\,\mu\mathrm{W}; \quad P_{\mathrm{zu}} = 2{,}33\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}} \\ &= \frac{1{,}63\,\mu\mathrm{W}}{2{,}33\,\mu\mathrm{W}} \\ &\approx 0{,}70 \end{aligned}$$

Il rotismo ha un rendimento di 0,70 ovvero 70 %. Il restante 30 % si trasforma in calore nei supporti e negli ingranamenti.

Rendimento complessivo

(2.30) MAESTRO

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3$$

Se più stadi sono in serie, i singoli rendimenti si moltiplicano. Questo vale per un numero qualsiasi di stadi.

Vale: stadi in serie, ciascuno riceve solo ciò che il precedente cede.

η_{ges}	Rendimento complessivo	1
η_1	Rendimento del primo stadio	1
η_2	Rendimento del secondo stadio	1
η_3	Rendimento del terzo stadio	1

ESEMPIO Supponiamo che il bariletto trasmetta l'85 % dell'energia della molla, il rotismo il 70 % e lo scappamento il 35 %. Quale parte raggiunge il bilanciere?

Dati: $\eta_1 = 0{,}85; \quad \eta_2 = 0{,}70; \quad \eta_3 = 0{,}35$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{ges}} &= \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \\ &= 0{,}85 \cdot 0{,}70 \cdot 0{,}35 \\ &\approx 0{,}21 \end{aligned}$$

Al bilanciere arriva solo circa un quinto dell'energia della molla. I numeri sono ordini di grandezza; mostrano perché supporti puliti e ingranamenti corretti portano tanta ampiezza.

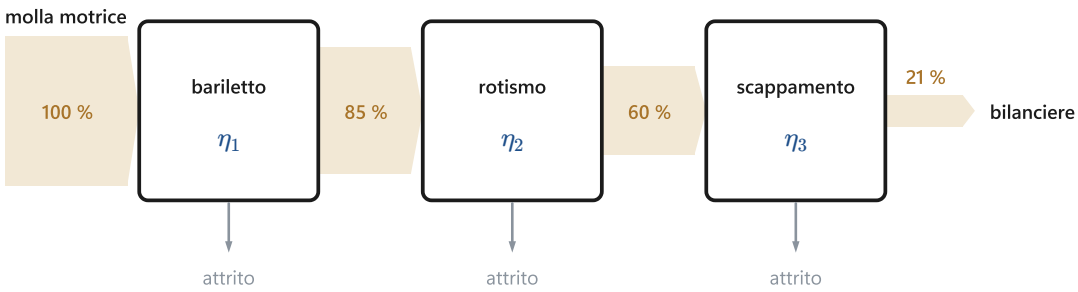


Fig. 2.10 Flusso di energia dalla molla motrice al bilanciere con i rendimenti dell'esempio della formula (2.30)

2.5 Attrito

L'attrito frena ogni supporto e ogni ingranamento, ma tiene anche fermi viti, lancette e frizioni. Si calcola con il coefficiente d'attrito dei due materiali che strisciano l'uno sull'altro.

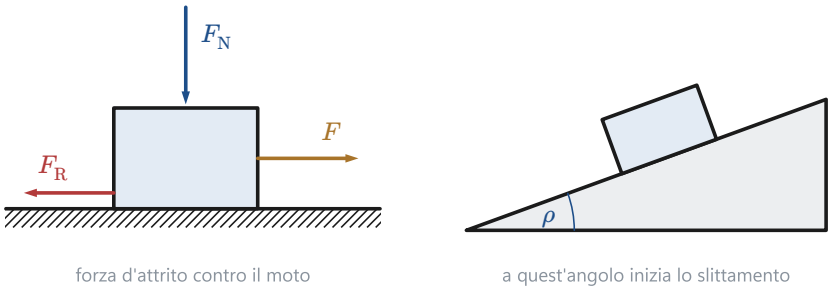


Fig. 2.11 Attrito radente (a sinistra) e angolo d'attrito ρ (a destra)

Attrito radente

(2.31) OPERAIO QUALIFICATO

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

La forza d'attrito dipende dalla forza normale e dalla coppia di materiali, non dall'estensione della superficie di contatto.

Vale: superfici asciutte e leggermente oliate. Se porta un film d'olio continuo, l'attrito dipende anche dalla velocità e dalla viscosità dell'olio.

F_R	Forza d'attrito (agisce contro il moto)	N
μ	Coefficiente d'attrito (radente, dipende dalla coppia di materiali)	1
F_N	Forza normale (perpendicolare alla superficie di contatto)	N

ESEMPIO Una molla d'acciaio preme con 2 N su una leva d'acciaio che striscia. Il punto è oliato, si calcola con il coefficiente d'attrito 0,15.

Dati: $\mu = 0{,}15$; $F_N = 2\,\mathrm{N}$

$$\begin{aligned} F_R &= \mu \cdot F_N \\ &= 0{,}15 \cdot 2\,\mathrm{N} \\ &= 0{,}3\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

L'attrito frena con 0,3 N.

Attrito statico

(2.32) OPERAIO QUALIFICATO

$$F_{R0} = \mu_0 \cdot F_N$$

Finché un corpo è fermo, l'attrito statico lo trattiene. È grande quanto la forza applicata, al massimo però $\mu_0 \cdot F_N$. L'aderenza è un po' più forte dello strisciamento: per staccarsi un pezzo richiede più forza che per continuare a scivolare.

F_{R0}	massima forza d'attrito statico (forza di distacco)	N
μ_0	Coefficiente d'attrito statico	1
F_N	forza normale	N

ESEMPIO Una vite preme un ponte sulla platina con 150 N. Il coefficiente d'attrito statico ottone su ottone si assume prudenzialmente pari a 0,2.

Dati: $\mu_0 = 0{,}2; \quad F_N = 150\,\mathrm{N}$

$$\begin{aligned} F_{R0} &= \mu_0 \cdot F_N \\ &= 0{,}2 \cdot 150\,\mathrm{N} \\ &= 30\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Fino a 30 N di forza trasversale il solo attrito tiene fermo il ponte. Le spine di riferimento ne assicurano inoltre la posizione esatta.

Coefficienti d'attrito radente μ (valori indicativi)

Accoppiamento	a secco	oliato
acciaio temprato su rubino o zaffiro	0,12 … 0,25	0,05 … 0,15
acciaio temprato su ottone	0,18 … 0,30	0,08 … 0,20
acciaio temprato su bronzo	0,15 … 0,30	0,07 … 0,12
acciaio temprato su acciaio temprato	0,15 … 0,35	0,05 … 0,12
acciaio su materiale plastico (POM)	0,20 … 0,35	0,07 … 0,12
acciaio su PTFE	0,05 … 0,15	–

I valori variano molto con la finitura superficiale, l'olio, il carico e la velocità. Il coefficiente d'attrito statico è un po' più alto. Valori di calcolo usuali per supporti di perni oliati: 0,15 per acciaio in rubino, 0,2 per acciaio in ottone.

Angolo d'attrito

(2.33) MAESTRO

$$\rho = \arctan \mu$$

RIORDINATA $\mu = \tan \rho$

L'angolo d'attrito è l'angolo d'inclinazione di un piano inclinato al quale un corpo comincia appena a scivolare. Lì la forza parallela al piano è uguale alla forza d'attrito. Se il piano è meno inclinato, il corpo resta fermo: autobloccaggio.

Vale: per l'inizio dello scivolamento calcolare con il coefficiente d'attrito statico μ_0, per il proseguimento con μ.

ρ	Angolo d'attrito	°
μ	coefficiente d'attrito	1

ESEMPIO Quanto vale l'angolo d'attrito con il coefficiente d'attrito 0,15?

Dati: $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned} \rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}53^\circ \end{aligned}$$

8,53°. Una superficie inclinata meno di circa 8,5° trattiene da sé un pezzo con questo coefficiente d'attrito.

Piano inclinato, cuneo e filettatura con attrito

(2.34) APPROFONDIMENTO

$$F = F_{\mathrm{Q}} \cdot \tan(\alpha + \rho)$$

Se una forza spinge un corpo su per un piano inclinato, l'attrito agisce come una salita più ripida di ρ. Una filettatura è un piano inclinato avvolto attorno al gambo, un cuneo è un piano inclinato mobile.

Vale: moto contro il carico (serraggio, inserimento). Nella filettatura triangolare l'attrito efficace è un po' maggiore a causa dei fianchi inclinati. Se un cuneo scorre anche su una seconda superficie, si aggiunge il suo attrito.

F	Forza (forza di spinta parallela alla base, nella filettatura forza tangenziale)	N
F_{Q}	Carico perpendicolare alla base (nella filettatura: forza assiale della vite)	N
α	Angolo d'inclinazione (nella filettatura: angolo dell'elica)	$^\circ$
ρ	Angolo d'attrito	$^\circ$

Buono a sapersi: Nella direzione del carico (allentamento) vale $F = F_{\mathrm{Q}} \cdot \tan(\alpha - \rho)$. Se α è minore di ρ, questa forza diventa negativa: il collegamento tiene da sé e va allentato attivamente. Per questo viti di fissaggio e cunei sono autobloccanti.

ESEMPIO Una filettatura ha un angolo dell'elica di 3°, l'angolo d'attrito è 8,53°. La vite deve serrare con 100 N. Quale forza tangenziale serve nella filettatura durante il serraggio?

Dati: $F_{\mathrm{Q}} = 100\,\mathrm{N}; \quad \alpha = 3^\circ; \quad \rho = 8{,}53^\circ$

$$\begin{aligned} F &= F_{\mathrm{Q}} \cdot \tan(\alpha + \rho) \\ &= 100\,\mathrm{N} \cdot \tan(3^\circ + 8{,}53^\circ) \\ &= 100\,\mathrm{N} \cdot \tan 11{,}53^\circ \\ &\approx 20{,}4\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

20,4 N. Senza attrito sarebbero solo 5,2 N: la maggior parte della forza di serraggio va nell'attrito, a cui si aggiunge l'attrito sotto la testa della vite.

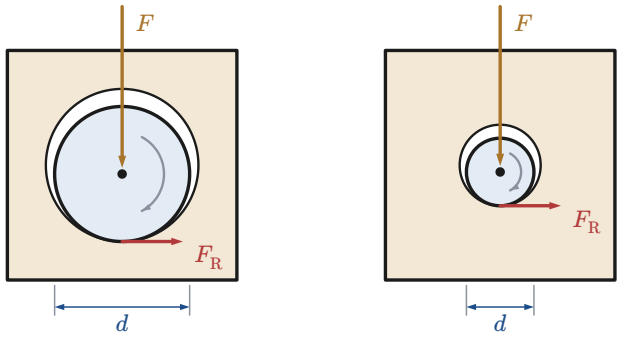


Fig. 2.12 Attrito del perno: a parità di carico la forza d'attrito sul perno sottile ha il braccio di leva minore

Momento d'attrito nel supporto del perno

(2.35) MAESTRO

$$M_{\mathrm{R}} = \frac{\mu \cdot F \cdot d}{2}$$

La forza d'attrito agisce sulla circonferenza del perno, il suo braccio di leva è il raggio del perno. Per questo un perno sottile frena meno di uno grosso.

Vale: perno con gioco nel supporto, appoggiato lungo una linea; coefficiente d'attrito come valore di calcolo.

M_{R}	Momento d'attrito (frena la rotazione)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
μ	Coefficiente d'attrito (perno nel supporto)	1
F	Forza (carico sul supporto trasversale all'asse)	N
d	Diametro (del perno)	mm

Buono a sapersi: Per questo i perni diventano sempre più sottili verso la fine del rotismo: lì il momento torcente è piccolo e ogni momento d'attrito conta. Se l'orologio è in piano, il bilanciere gira sulla faccia frontale di un perno; il braccio di leva dell'attrito è allora ancora più piccolo e l'ampiezza maggiore che nelle posizioni verticali.

ESEMPIO Un perno di 1,2 mm di diametro porta 3 N e gira oliato in ottone (valore di calcolo del coefficiente d'attrito 0,2).

Dati: $\mu = 0{,}2$; $F = 3\,\mathrm{N}$; $d = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{R}} &= \frac{\mu \cdot F \cdot d}{2} \\ &= \frac{0{,}2 \cdot 3\,\mathrm{N} \cdot 1{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \\ &= 0{,}36\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

L'attrito frena con 0,36 N·mm. Con 0,6 mm di diametro del perno, a parità di carico, sarebbe solo la metà.

Da ricordare: Un attrito piccolo richiede superfici dure e lisce, poca forza normale e un braccio di leva piccolo.

2.6 Momento d'inerzia

Ciò che la massa è per il moto rettilineo, il momento d'inerzia lo è per la rotazione: la resistenza ad accelerare e a frenare. Dipende da quanto la massa è lontana dall'asse di rotazione. Negli orologi piccolo volume si indica in $\mathrm{mg \cdot cm^2}$. Come il momento d'inerzia del bilanciere determina il periodo di oscillazione è spiegato nel capitolo 5.

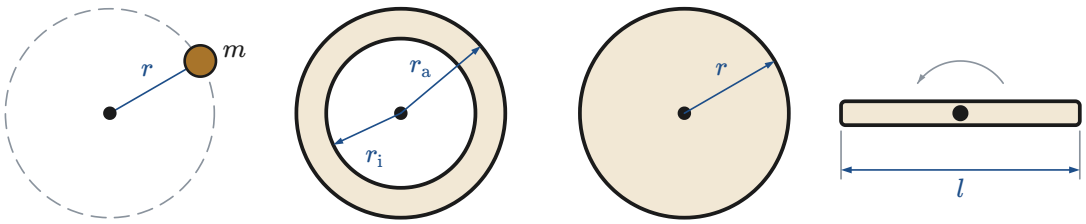


Fig. 2.13 Corpi il cui momento d'inerzia si calcola facilmente; l'asse di rotazione è perpendicolare al piano del disegno

Punto materiale e anello sottile

(2.36) MAESTRO

$$J = m \cdot r^2$$

J	Momento d'inerzia (rispetto all'asse di rotazione)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	Massa	mg
r	Distanza (della massa dall'asse di rotazione)	mm

Ogni particella di massa conta con il quadrato della sua distanza dall'asse. La formula vale anche per un anello sottile, perché lì tutta la massa ha la stessa distanza.

Vale: dimensioni della massa piccole rispetto alla sua distanza dall'asse; nell'anello spessore piccolo rispetto al raggio.

Buono a sapersi: Conversione: $1\,\mathrm{mg \cdot cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$ e $1\,\mathrm{g \cdot cm^2} = 10^{-7}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$. I bilancieri degli orologi da polso stanno tra circa 2 e $25\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$.

ESEMPIO Una vite di regolazione di 5 mg si trova a 4,5 mm dall'asse del bilanciere.

Dati: $m = 5\,\mathrm{mg}$; $r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= m \cdot r^2 \\ &= 5\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 5\,\mathrm{mg} \cdot (0{,}45\,\mathrm{cm})^2 \\ &\approx 1{,}01\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

La vite contribuisce con circa $1\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$. Su un bilanciere di $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ è il 10 %; per questo già piccole modifiche alle viti agiscono sensibilmente sull'andamento.

Anello e cilindro cavo

(2.37) MAESTRO

$$J = \frac{m \cdot \left(r_\mathrm{a}^2 + r_\mathrm{i}^2\right)}{2}$$

J	Momento d'inerzia (rispetto all'asse centrale)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	Massa (dell'anello)	mg
r_a	Raggio esterno	mm
r_i	Raggio interno	mm

L'anello del bilanciere è un cilindro cavo. Poiché tutta la sua massa si trova molto all'esterno, fornisce quasi l'intero momento d'inerzia del bilanciere.

Vale: materiale di densità uniforme, l'asse di rotazione è l'asse centrale.

ESEMPIO Un anello del bilanciere ha 9 mm di diametro esterno e 8 mm di diametro interno e pesa 55 mg.

Dati: $m = 55\,\mathrm{mg}$; $r_\mathrm{a} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot \left(r_\mathrm{a}^2 + r_\mathrm{i}^2\right)}{2} \\ &= \frac{55\,\mathrm{mg} \cdot \left((4{,}5\,\mathrm{mm})^2 + (4\,\mathrm{mm})^2\right)}{2} \\ &= \frac{55\,\mathrm{mg} \cdot (0{,}2025 + 0{,}16)\ \mathrm{cm^2}}{2} \\ &\approx 9{,}97\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

Il solo anello ha $9{,}97\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$. L'approssimazione come anello sottile con raggio medio di 4,25 mm dà $9{,}93\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, quasi lo stesso.

Disco pieno e cilindro

(2.38) MAESTRO

$$J = \frac{m \cdot r^2}{2}$$

J	Momento d'inerzia (rispetto all'asse centrale)	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Massa	kg
r	Raggio	m

Un disco ha solo metà del momento d'inerzia di un anello sottile di uguale massa e uguale diametro, perché gran parte della sua massa è vicina all'asse.

Vale: materiale di densità uniforme, l'asse di rotazione è l'asse centrale; lo spessore non conta.

ESEMPIO Una lente del pendolo a forma di disco ha una massa di 1,2 kg e un raggio di 60 mm. Quanto vale il suo momento d'inerzia rispetto al proprio centro?

Dati: $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $r = 60\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot r^2}{2} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (60\,\mathrm{mm})^2}{2} \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2} \end{aligned}$$

Con questo valore nella sezione 6.3 si calcola il pendolo.

Asta sottile rispetto al suo centro

(2.39) MAESTRO

$$J = \frac{m \cdot l^2}{12}$$

J	Momento d'inerzia (rispetto all'asse trasversale passante per il centro dell'asta)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	Massa (dell'asta)	mg
l	Lunghezza (lunghezza totale dell'asta)	mm

Per bracci, traverse e lancette che ruotano trasversalmente alla propria lunghezza.

Vale: asta sottile rispetto alla sua lunghezza, sezione uniforme.

Buono a sapersi: Se l'asta ruota attorno alla sua estremità, come una lancetta senza contrappeso, il momento d'inerzia è quattro volte maggiore: $J = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$.

ESEMPIO Il braccio di un bilanciere a due bracci è lungo 8 mm e pesa 6 mg.

Dati: $m = 6\,\mathrm{mg}$; $l = 8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot l^2}{12} \\ &= \frac{6\,\mathrm{mg} \cdot (8\,\mathrm{mm})^2}{12} \\ &= 0{,}32\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

Il braccio contribuisce solo con $0{,}32\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, circa il 3 % di quanto fornisce l'anello dell'esempio precedente.

Teorema di Steiner

(2.40) MAESTRO

$$J_A = J_S + m \cdot a^2$$

Se l'asse di rotazione non passa per il baricentro, si aggiunge il contributo massa per distanza al quadrato. Per pezzi composti si sommano i contributi di tutti i componenti. L'applicazione al pendolo si trova nella sezione 6.3.

Vale: i due assi sono paralleli; uno di essi passa per il baricentro.

J_A	Momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
J_S	Momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo passante per il baricentro	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
m	Massa (del componente)	mg
a	Distanza (tra i due assi)	mm

ESEMPIO Una lancetta dei minuti (20 mg, lunga 12 mm, uniforme) ruota attorno alla sua estremità. Rispetto al suo centro ha $J_S = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 = 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, il baricentro è a 6 mm dall'asse di rotazione.

Dati: $J_S = 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$; $m = 20\,\mathrm{mg}$; $a = 6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J_A &= J_S + m \cdot a^2 \\ &= 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2} + 20\,\mathrm{mg} \cdot (6\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2} + 7{,}2\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \\ &= 9{,}6\,\mathrm{mg \cdot cm^2} \end{aligned}$$

$9{,}6\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, il quadruplo del valore rispetto al centro. Una lancetta dei minuti può quindi essere inerte quanto un intero bilanciere.

Da ricordare: La massa all'esterno rende inerti: la distanza dall'asse conta al quadrato.

2.7 Resistenza ed elasticità

Ogni pezzo caricato si deforma. Se la tensione resta abbastanza piccola, ritorna completamente elastico; su questo si basano tutte le molle dell'orologio. Se diventa troppo grande, il pezzo si piega permanentemente o si rompe.

Tensione di trazione e di compressione

(2.41) OPERAIO QUALIFICATO

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

La tensione è la forza per unità di sezione. Indica quanto il materiale è sollecitato, indipendentemente dalla grandezza del pezzo. Conversione: $1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} = 1\,\mathrm{MPa}$.

Vale: forza nella direzione dell'asse dell'asta, distribuita uniformemente sulla sezione.

σ	Tensione	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
F	Forza (trazione o compressione)	N
A	Area (sezione trasversale alla forza)	$\mathrm{mm^2}$

ESEMPIO Il peso motore (34,3 N) è appeso a un filo d'acciaio di 1 mm di diametro, cioè 0,785 mm² di sezione.

Dati: $F = 34{,}3\,\mathrm{N}$; $A = 0{,}785\,\mathrm{mm^2}$

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{34{,}3\,\mathrm{N}}{0{,}785\,\mathrm{mm^2}} \\ &\approx 43{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \end{aligned}$$

Nel filo regnano $43{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, molto al di sotto della resistenza dell'acciaio.

Allungamento

(2.42) OPERAIO QUALIFICATO

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

L'allungamento è un numero adimensionale, spesso indicato in percentuale.

ε	Allungamento (variazione di lunghezza per unità di lunghezza)	1
Δl	Variazione di lunghezza (+ significa: più lungo)	mm
l_0	Lunghezza iniziale (senza carico)	mm

ESEMPIO Un filo lungo 1200 mm si allunga sotto carico di 0,25 mm.

Dati: $\Delta l = 0{,}25\,\mathrm{mm}$; $l_0 = 1200\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\Delta l}{l_0}\\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm}}{1200\,\mathrm{mm}}\\ &\approx 0{,}0208\,\%\end{aligned}$$

Il filo si allunga dello 0,0208 %, cioè di circa due decimillesimi della sua lunghezza.

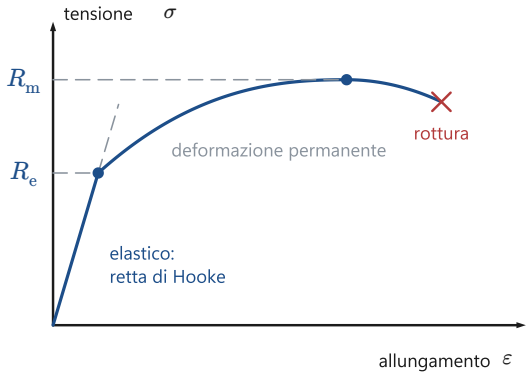


Fig. 2.14 Diagramma tensione-allungamento di un metallo duttile (schematico): elastico fino a R_e, tensione massima R_m

Legge di Hooke

(2.43) OPERAIO QUALIFICATO

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

RIORDINATA $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$

Nel campo elastico la tensione cresce in proporzione all'allungamento. Il modulo di elasticità è la rigidezza del materiale: l'acciaio è rigido il doppio dell'ottone.

Vale: solo fino al limite di snervamento R_e. Oltre, il pezzo si deforma permanentemente. La resistenza a trazione R_m è la tensione massima che il materiale sopporta.

σ	Tensione	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
E	Modulo di elasticità (del materiale)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
ε	Allungamento	1

ESEMPIO Di quanto si allunga il filo d'acciaio dell'esempio sulla tensione ($\sigma = 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$)?

Dati: $\sigma = 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\sigma}{E}\\ &= \frac{43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}\\ &\approx 0{,}0208\,\%\end{aligned}$$

Dello 0,0208 %. Un filo lungo 1,2 m si allunga quindi di 0,25 mm e, tolto il carico, ritorna completamente.

Tensione ammissibile e sicurezza

(2.44) MAESTRO

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{R_{\text{e}}}{\nu}$$

σ_{zul}	tensione ammissibile	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
R_{e}	Limite di snervamento (nei materiali duri il limite di snervamento convenzionale allo 0,2 % $R_{\text{p0,2}}$)	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
ν	Coefficiente di sicurezza (di solito da 1,2 a 2)	1

In esercizio un pezzo non deve deformarsi permanentemente. Perciò con la tensione si resta al di sotto del limite di snervamento con un margine di sicurezza. Se il pezzo deve solo non rompersi, si calcola analogamente con la resistenza a trazione.

Vale: carico statico. Con carico continuamente alternato il materiale si affatica e sopporta molto meno.

ESEMPIO Un acciaio per molle ha un limite di snervamento di $1500\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Si calcola con una sicurezza di 1,5.

Dati: $R_{\text{e}} = 1500\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$; $\nu = 1{,}5$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{zul}} &= \frac{R_{\text{e}}}{\nu} \\ &= \frac{1500\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1{,}5} \\ &= 1000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

La molla può essere caricata fino a $1000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$.

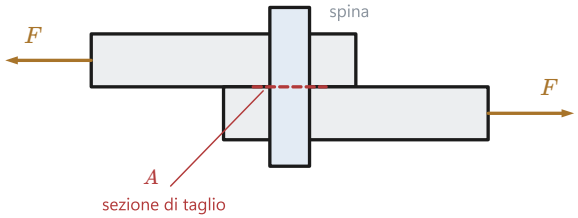


Fig. 2.15 Taglio di una spina nel piano di separazione

Taglio

(2.45) MAESTRO

$$\tau = \frac{F}{A}$$

τ	Tensione di taglio	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
F	Forza (trasversale alla spina)	N
A	Area (sezione resistente al taglio: sezione nel piano di separazione)	mm^2

In spine, rivetti e viti sotto forza trasversale la sezione nel piano di separazione viene tranciata. La tensione giace allora nella superficie, non perpendicolare ad essa.

Vale: una sola sezione di taglio (collegamento a taglio semplice). Se la spina è in una forcella, portano due sezioni: considerare A doppia.

> **Buono a sapersi:** Valore indicativo per l'acciaio: la resistenza al taglio è circa l'80 % della resistenza a trazione.

ESEMPIO Una spina d'acciaio di 0,8 mm di diametro (0,503 mm² di sezione) collega due pezzi ed è caricata trasversalmente con 60 N.

Dati: $F = 60\,\text{N}$; $A = 0{,}503\,\text{mm}^2$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{60\,\text{N}}{0{,}503\,\text{mm}^2} \\ &\approx 119\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

$119\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Una spina d'acciaio dolce sopporta circa il triplo.

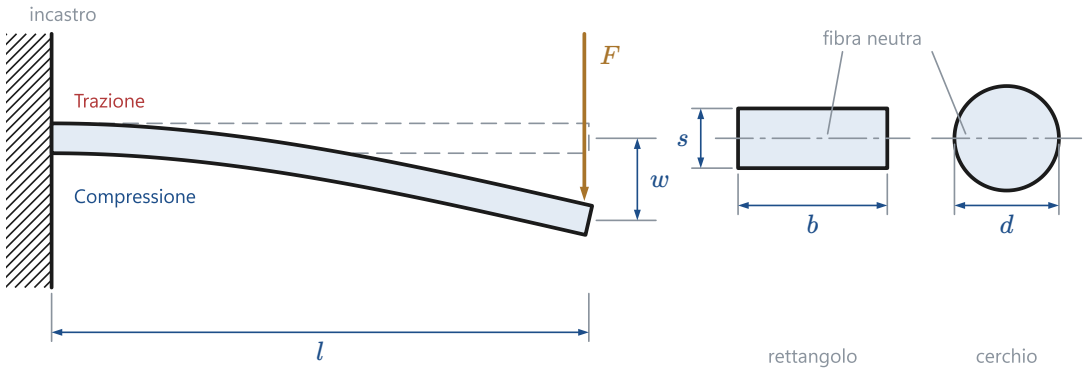


Fig. 2.16 Asta incastrata a un estremo sotto la forza F (a sinistra); sezioni con fibra neutra (a destra)

Tensione di flessione

(2.46) MAESTRO

$$\sigma_\mathrm{b} = \frac{M_\mathrm{b}}{W_\mathrm{b}}$$

σ_b	tensione di flessione massima (nella fibra esterna)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
M_b	Momento flettente (nel punto considerato)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
W_b	Modulo di resistenza a flessione	mm^3

Nella flessione un lato si allunga e l'altro si accorcia; in mezzo si trova la fibra neutra, priva di tensione. La tensione massima si trova sul bordo esterno. Nell'asta incastrata a un estremo con la forza F all'estremità, il momento flettente è massimo all'incastro: $M_\mathrm{b} = F \cdot l$. Lì una molla si piega o si rompe per prima.

Vale: campo elastico, asta diritta, sezione simmetrica rispetto alla fibra neutra.

ESEMPIO Una molla a lamina (alta 1 mm, spessa 0,2 mm) è lunga 10 mm ed è caricata all'estremità con 0,42 N. All'incastro agisce il momento flettente 0,42 N · 10 mm = 4,2 N·mm; il modulo di resistenza è 0,00667 mm³.

Dati: $M_\mathrm{b} = 4{,}2\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $W_\mathrm{b} = 0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3$

$$\begin{aligned}\sigma_\mathrm{b} &= \frac{M_\mathrm{b}}{W_\mathrm{b}} \\ &= \frac{4{,}2\,\mathrm{N{\cdot}mm}}{0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3} \\ &\approx 630\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

$630\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. L'acciaio per molle temprato lo sopporta, l'ottone dolce sarebbe già piegato in modo permanente.

Modulo di resistenza: rettangolo

(2.47) MAESTRO

$$W_{\mathrm{b}} = \frac{b \cdot s^2}{6}$$

Il modulo di resistenza indica quanto momento flettente sopporta una sezione a una data tensione.

Vale: flessione sul lato piatto, come in ogni molla a lamina, molla motrice e spirale.

W_{b}	Modulo di resistenza a flessione	mm^3
b	Altezza della lama (larghezza del rettangolo trasversale alla direzione di flessione)	mm
s	Spessore della lama (spessore nella direzione di flessione)	mm

ESEMPIO Molla a lamina con 1 mm di altezza e 0,2 mm di spessore.

Dati: $b = 1\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{b}} &= \frac{b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &\approx 0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

0,00667 mm³. Con 0,3 mm di spessore sarebbe 2,25 volte tanto: lo spessore conta al quadrato.

Modulo di resistenza: cerchio

(2.48) MAESTRO

$$W_{\mathrm{b}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Per alberi, perni, spine e fili per molle tondi.

W_{b}	Modulo di resistenza a flessione	mm^3
d	Diametro	mm

ESEMPIO Filo tondo o perno con 1 mm di diametro.

Dati: $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{b}} &= \frac{\pi \cdot d^3}{32} \\ &= \frac{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^3}{32} \\ &\approx 0{,}0982\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

0,0982 mm³. Un perno di 0,5 mm di diametro ne ha solo un ottavo: il diametro conta alla terza potenza. Per questo i perni sottili si rompono così facilmente.

Momento d'inerzia della sezione: rettangolo

(2.49) MAESTRO

$$I = \frac{b \cdot s^3}{12}$$

Il momento d'inerzia della sezione descrive quanto una sezione è rigida a flessione. Lo spessore entra alla terza potenza: il 10 % di spessore in più rende una molla più rigida di un terzo. È il motivo per cui molle motrici e spirali vengono laminate con la precisione del millesimo di millimetro.

Vale: flessione sul lato piatto.

I	Momento d'inerzia della sezione (momento di 2° ordine)	mm^4
b	Altezza della lama (larghezza del rettangolo trasversale alla direzione di flessione)	mm
s	Spessore della lama (spessore nella direzione di flessione)	mm

Attenzione: Il momento d'inerzia della sezione I (unità mm⁴) descrive una sezione. Non ha nulla a che fare con il momento d'inerzia J di una massa rotante della sezione 2.6.

ESEMPIO Molla a lamina con 1 mm di altezza e 0,2 mm di spessore.

Dati: $b = 1\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{b \cdot s^3}{12} \\ &= \frac{1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^3}{12} \\ &\approx 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4 \end{aligned}$$

0,000667 mm⁴. Una molla di soli 0,1 mm di spessore, a parità di altezza, ne avrebbe un ottavo.

Momento d'inerzia della sezione: cerchio

(2.50) MAESTRO

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

Il diametro conta alla quarta potenza.

I	momento d'inerzia della sezione	mm^4
d	Diametro	mm

ESEMPIO Filo tondo con 1 mm di diametro.

Dati: $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi \cdot d^4}{64} \\ &= \frac{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^4}{64} \\ &\approx 0{,}0491\,\mathrm{mm}^4 \end{aligned}$$

0,0491 mm⁴. Con metà diametro ne resta solo un sedicesimo.

Freccia dell'asta incastrata a un estremo

(2.51) MAESTRO

$$w = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

È la formula fondamentale di tutte le molle a lamina: molle del cricchetto, molle di scatto, molle dei pulsanti. La lunghezza conta alla terza potenza: una molla lunga il doppio è otto volte più cedevole.

Vale: campo elastico, sezione costante, freccia piccola rispetto alla lunghezza.

w	Freccia all'estremità libera (nei manuali spesso f)	mm
F	Forza (all'estremità libera, trasversale all'asta)	N
l	Lunghezza (libera, dall'incastro alla forza)	mm
E	Modulo di elasticità (del materiale)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
I	momento d'inerzia della sezione	mm^4

ESEMPIO La molla a lamina d'acciaio ($E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$) con $I = 0{,}000\,667\ \mathrm{mm}^4$ è lunga 10 mm ed è caricata all'estremità con 0,42 N.

Dati: $F = 0{,}42\ \mathrm{N}$; $l = 10\ \mathrm{mm}$; $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $I = 0{,}000\,667\ \mathrm{mm}^4$

$$\begin{aligned} w &= \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \\ &= \frac{0{,}42\ \mathrm{N} \cdot (10\ \mathrm{mm})^3}{3 \cdot 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}000\,667\ \mathrm{mm}^4} \\ &\approx 1{,}00\ \mathrm{mm} \end{aligned}$$

L'estremità della molla cede di 1 mm.

Rigidezza della molla a lamina

(2.52) APPROFONDIMENTO

$$c = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{4 \cdot l^3}$$

La formula riunisce la freccia e il momento d'inerzia della sezione rettangolare. Mostra come una molla diventa più cedevole: soprattutto con meno spessore e più lunghezza, con meno altezza solo in proporzione semplice.

Vale: molla a lamina incastrata a un estremo con sezione rettangolare costante, freccia piccola.

c	Rigidezza della molla (all'estremità libera)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
E	Modulo di elasticità (del materiale)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
b	Altezza della lama	mm
s	spessore della lama	mm
l	Lunghezza (libera, dall'incastro alla forza)	mm

Buono a sapersi: La tensione di flessione all'incastro deriva dalla freccia: $\sigma_\mathrm{b} = \frac{3 \cdot E \cdot s \cdot w}{2 \cdot l^2}$. Una molla più sottile o più lunga, a parità di tensione, sopporta una corsa maggiore.

ESEMPIO Molla a lamina d'acciaio, alta 1 mm, spessa 0,2 mm, lunga 10 mm.

Dati: $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $b = 1\ \mathrm{mm}$; $s = 0{,}2\ \mathrm{mm}$; $l = 10\ \mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} c &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{4 \cdot l^3} \\ &= \frac{210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 1\ \mathrm{mm} \cdot (0{,}2\ \mathrm{mm})^3}{4 \cdot (10\ \mathrm{mm})^3} \\ &= 0{,}42\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \end{aligned}$$

0,42 N per millimetro di freccia. Se la molla viene assottigliata a 0,15 mm di spessore, ne resta solo il 42 %.

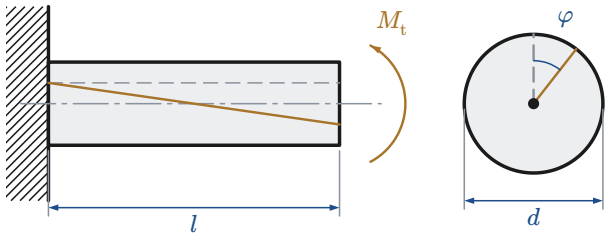


Fig. 2.17 Torsione: il momento M_t torce l'estremità libera dell'angolo φ

Torsione: tensione in un albero tondo

(2.53) APPROFONDIMENTO

$$\tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3}$$

τ_t	tensione di torsione massima (sulla circonferenza)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
M_t	Momento torcente (attorno all'asse longitudinale)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
d	Diametro	mm

Un momento torcente attorno all'asse longitudinale torce l'albero. La tensione è massima sulla circonferenza e nulla al centro.

Vale: sezione tonda piena, campo elastico.

ESEMPIO Un albero di carica trasmette 10 N·mm attraverso un codolo di 1 mm di diametro.

Dati: $M_t = 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\tau_t &= \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} \\ &= \frac{16 \cdot 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}}{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^3} \\ &\approx 50{,}9\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

Circa $51\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, nessun problema per l'acciaio temprato. Sul quadro e nelle gole però la tensione è localmente molto più alta; lì si rompono gli alberi di carica.

Torsione: angolo di torsione

(2.54) APPROFONDIMENTO

$$\varphi = \frac{32 \cdot M_\mathrm{t} \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4}$$

Un filo tondo agisce come molla torsionale. Il diametro conta alla quarta potenza: un filo più sottile di appena il 10 % si torce della metà in più.

Vale: sezione tonda piena, campo elastico. Per nastri piatti, come quelli che gli orologi a pendolo di torsione hanno come molla di torsione, valgono altri coefficienti.

φ	Angolo di torsione (tra le estremità, in radianti)	rad
M_t	Momento torcente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
l	Lunghezza (tratto sottoposto a torsione)	mm
G	Modulo di taglio (del materiale; qui non l'andamento)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
d	Diametro	mm

ESEMPIO Il codolo dell'albero di carica (1 mm di diametro) è lungo 10 mm, acciaio con $G = 80\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, momento torcente 10 N·mm.

Dati: $M_\mathrm{t} = 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $l = 10\,\mathrm{mm}$; $G = 80\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{32 \cdot M_\mathrm{t} \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4} \\ &= \frac{32 \cdot 10\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 10\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 80\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot (1\,\mathrm{mm})^4} \\ &= 0{,}0127\,\mathrm{rad} \\ &\approx 0{,}73^\circ\end{aligned}$$

L'albero si torce di 0,73°, cosa che durante la carica non si avverte.

Modulo di elasticità, modulo di taglio e resistenza a trazione dei materiali per orologi (valori indicativi a 20 °C)

Materiale	E in $1000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	G in $1000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	R_m in $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
acciaio non legato, dolce	210	80	350 … 700
acciaio per molle, temprato e rinvenuto	206 … 210	80	1500 … 2200
lega per molle cobalto-nichel-cromo (Nivaflex)	200 … 225	75 … 85	2400 … 3200
acciaio inossidabile 1.4435 (316L)	200	77	500 … 700
ottone (CuZn37, CuZn39Pb3), duro	95 … 110	36 … 40	400 … 550
alpacca (CuNi18Zn20), dura	125 … 135	47 … 50	500 … 700
bronzo al berillio (CuBe2), indurito per precipitazione	125 … 135	48 … 50	1100 … 1400
titanio grado 5	114	42	900 … 1000
silicio monocristallino	130 … 190	50 … 80	fragile
rubino, zaffiro	350 … 450	150 … 175	fragile

Il modulo di elasticità dipende poco dallo stato di durezza, la resistenza invece molto. Il silicio ha rigidezza diversa a seconda della direzione cristallina. I materiali fragili si rompono senza deformazione permanente; la loro resistenza dipende soprattutto dalla superficie. Per la maggior parte dei metalli vale $G \approx 0{,}38 \cdot E$.

2.8 Dilatazione termica

Il calore ingrandisce i pezzi. Nell'orologio ciò modifica gli accoppiamenti, la lunghezza del pendolo e le dimensioni di bilanciere e spirale.

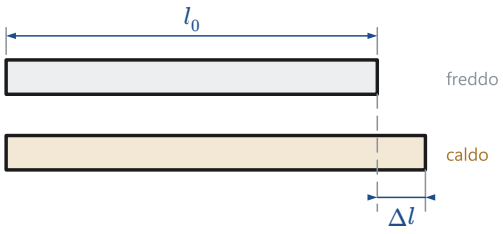


Fig. 2.18 Dilatazione lineare per riscaldamento

Dilatazione lineare

(2.55) OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta$$

Quasi tutti i materiali si dilatano riscaldandosi, e in ogni direzione della stessa frazione. Anche fori e diametri interni diventano più grandi.

Vale: variazioni di temperatura fino a circa 100 K; oltre, α cambia sensibilmente. Una differenza di temperatura in °C ha lo stesso valore numerico che in K.

Δl	Variazione di lunghezza (+ significa: più lungo)	mm
α	Coefficiente di dilatazione lineare (del materiale)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_0	Lunghezza iniziale (anche un diametro)	mm
$\Delta\vartheta$	Variazione di temperatura (+ significa: più caldo)	K

ESEMPIO Un anello di ottone ($\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$) con 30 mm di diametro interno viene riscaldato di 100 K. Di quanto cresce il diametro?

Dati: $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l_0 = 30\,\mathrm{mm}$; $\quad \Delta\vartheta = 100\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta \\ &= 19 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 100\,\mathrm{K} \\ &= 0{,}057\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

Di 0,057 mm, cioè quasi 6 centesimi. Basta per calettare a caldo un anello: infilarlo caldo, raffreddandosi resta fisso.

Coefficienti di dilatazione lineare (valori indicativi a 20 °C)

Materiale	α in $10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$
zinco	30
Alluminio	23
argento	19
ottone	18 … 21
Alpacca	17 … 18
bronzo al berillio (CuBe2)	17
acciaio inossidabile 1.4435 (316L)	16
oro	14
Acciaio non legato	11 … 13
platino	9
Titanio	8,5 … 9
Vetro minerale	8 … 9
zaffiro, rubino	5 … 7
silicio	2,6
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
vetro di quarzo	0,5

I valori variano con la lega e il trattamento termico. Come la dilatazione dell'asta del pendolo influisce sull'andamento è spiegato nella sezione 6.5.

Dilatazione volumica

(2.56) MAESTRO

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta$$

Per i corpi solidi il coefficiente di dilatazione volumica è il triplo del coefficiente di dilatazione lineare: $\gamma \approx 3 \cdot \alpha$. I liquidi si dilatano molto di più, gli oli di circa $700 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$.

Vale: piccole variazioni di temperatura.

ΔV	Variazione di volume (+ significa: più grande)	cm^3
γ	Coefficiente di dilatazione volumica	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
V_0	Volume iniziale	cm^3
$\Delta\vartheta$	Variazione di temperatura (+ significa: più caldo)	K

ESEMPIO Il vaso di un pendolo a mercurio contiene 100 cm³ di mercurio ($\gamma = 181 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$). La temperatura aumenta di 10 K.

Dati: $\gamma = 181 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $V_0 = 100\,\mathrm{cm}^3$; $\Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta V &= \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \\ &= 181 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 100\,\mathrm{cm}^3 \cdot 10\,\mathrm{K} \\ &= 0{,}181\,\mathrm{cm}^3\end{aligned}$$

Il mercurio si dilata di 0,181 cm³ e sale nel vaso. Il suo baricentro si sposta verso l'alto e compensa l'allungamento dell'asta del pendolo.

3 Forza motrice

La forza motrice fornisce l'energia consumata da rotismo, scappamento e organo regolatore. Negli orologi piccolo volume e in molti orologi grosso volume la immagazzina una molla motrice nel bariletto, nell'orologio a pendolo spesso un peso. La molla è compatta, ma il suo momento torcente cala durante lo scarico. Il peso richiede un'altezza di caduta, ma in compenso tira sempre con la stessa forza.

Si calcola con le unità dell'officina: misure in mm, forze in N, momenti torcenti in $\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm}$. Come il momento torcente arriva attraverso il rotismo allo scappamento è spiegato nel capitolo 4. A differenza dell'uso consueto, in questo capitolo P indica la potenza e m la massa del peso; N conta spire, giri del bariletto e rotazioni.

3.1 Molla motrice nel bariletto: geometria

La molla motrice giace come un pacchetto nel bariletto: scarica contro la parete, carica attorno all'albero del bariletto. Per il calcolo immaginiamo le spire a stretto contatto. Allora in entrambe le posizioni la molla copre la stessa superficie, cioè lunghezza per spessore della lama. Da qui derivano tutte le formule di questa sezione.

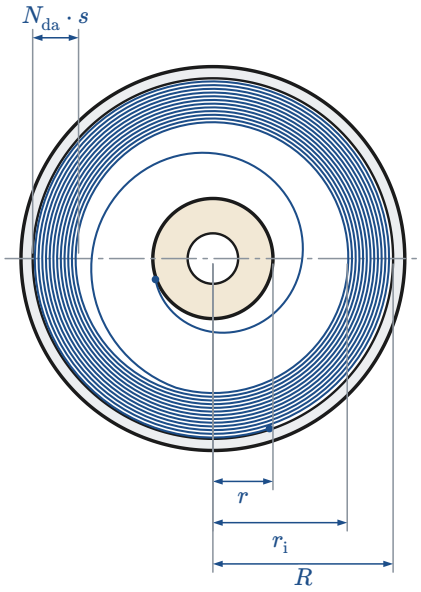


Fig. 3.1 Scarica: il pacchetto giace contro la parete e arriva all'interno fino a r_{i}

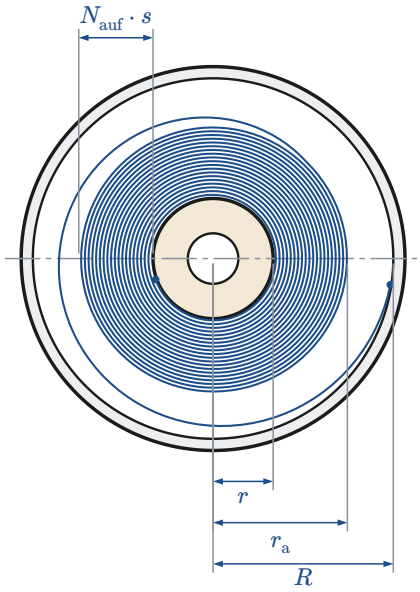


Fig. 3.2 Carica: il pacchetto giace attorno all'albero e arriva all'esterno fino a r_{a}

Raggio dell'albero del bariletto (valore indicativo)

(3.1) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$r \approx \frac{R}{3}$$

r	Raggio (dell'albero del bariletto)	mm
R	Raggio interno (del bariletto)	mm

L'albero del bariletto occupa circa un terzo del raggio interno. Un albero più sottile darebbe più giri, ma piega troppo bruscamente la spira più interna.

Vale: valore indicativo per orologi piccolo e grosso volume.

Buono a sapersi: Seconda condizione: a seconda del materiale della molla, il raggio dell'albero deve essere almeno circa 10–16 volte lo spessore della lama (valore indicativo). Un albero più sottile piega troppo la molla; essa si affatica vicino all'albero e lì si rompe.

ESEMPIO Un bariletto ha un diametro interno di 11,4 mm, cioè 5,7 mm di raggio. Quanto deve essere il raggio dell'albero del bariletto?

Dati: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &\approx \frac{R}{3} \\ &= \frac{5{,}7\,\mathrm{mm}}{3} \\ &= 1{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

L'albero riceve circa 1,9 mm di raggio, cioè 3,8 mm di diametro. Con una lama di 0,12 mm sono quasi 16 volte lo spessore della lama.

Spire della molla carica

(3.2) MAESTRO

$$N_{\text{auf}} = \frac{\sqrt{r^2 + \frac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s}$$

N_{auf}	Spire della molla carica (attorno all'albero)	1
r	Raggio (dell'albero del bariletto)	mm
l	Lunghezza (della molla motrice)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm

La radice è il raggio esterno r_{a} del pacchetto carico. Deriva dall'uguaglianza delle superfici $l \cdot s = \pi \cdot (r_{\text{a}}^2 - r^2)$. La larghezza del pacchetto $r_{\text{a}} - r$ divisa per lo spessore della lama dà le spire.

Vale: spire a stretto contatto; estremità della molla, ganci e briglia non conteggiati.

ESEMPIO Una molla motrice lunga 420 mm e spessa 0,12 mm giace carica attorno a un albero di 1,9 mm di raggio. Quante spire ha il pacchetto?

Dati: $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{auf}} &= \frac{\sqrt{r^2 + \frac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s} \\ &= \frac{\sqrt{(1{,}9\,\mathrm{mm})^2 + \frac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi}} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 21{,}1 \end{aligned}$$

Circa 21 spire. Il pacchetto arriva fino al raggio di 4,43 mm.

Spire della molla scarica

(3.3) MAESTRO

$$N_{\mathrm{ab}} = \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s}$$

Qui la radice è il raggio interno r_{i} del pacchetto contro la parete, di nuovo dall'uguaglianza delle superfici: $l \cdot s = \pi \cdot (R^2 - r_{\mathrm{i}}^2)$.

Vale: spire a stretto contatto contro la parete. La molla deve entrare nel bariletto: $l \cdot s$ minore di $\pi \cdot (R^2 - r^2)$.

N_{ab}	Spire della molla scarica (contro la parete)	1
R	Raggio interno (del bariletto)	mm
l	Lunghezza (della molla motrice)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm

ESEMPIO La stessa molla (lunga 420 mm, spessa 0,12 mm) giace scarica contro la parete di un bariletto con raggio interno di 5,7 mm.

Dati: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{ab}} &= \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s} \\ &= \frac{5{,}7\,\mathrm{mm} - \sqrt{(5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - \dfrac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi}}}{0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 13{,}7 \end{aligned}$$

Poco meno di 14 spire. All'interno il pacchetto termina al raggio di 4,06 mm.

Giri del bariletto

(3.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$N = N_{\mathrm{auf}} - N_{\mathrm{ab}}$$

Durante lo scarico le spire migrano dall'albero alla parete. Il bariletto compie tanti giri quante sono le spire che la molla carica ha in più rispetto a quella scarica.

Vale: spire contate nel bariletto in entrambe le posizioni. Il valore è il limite superiore: le estremità della molla non lavorano, in pratica manca fino a un giro.

N	Giri (del bariletto)	1
N_{auf}	Spire della molla carica (attorno all'albero)	1
N_{ab}	Spire della molla scarica (contro la parete)	1

ESEMPIO La molla dei due esempi precedenti ha 21,1 spire da carica e 13,7 da scarica.

Dati: $N_{\mathrm{auf}} = 21{,}1; \quad N_{\mathrm{ab}} = 13{,}7$

$$\begin{aligned} N &= N_{\mathrm{auf}} - N_{\mathrm{ab}} \\ &= 21{,}1 - 13{,}7 \\ &= 7{,}4 \end{aligned}$$

Il bariletto compie teoricamente 7,4 giri.

Lunghezza ottimale della molla

(3.5) MAESTRO

$$l = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s}$$

Il maggior numero di giri lo fornisce la molla che copre esattamente metà della superficie libera tra albero e parete. Una molla più corta ha troppe poche spire, una più lunga non lascia loro spazio per svolgersi.

Vale: spire a stretto contatto; supplemento per il fissaggio delle estremità non compreso.

l	Lunghezza (della molla motrice)	mm
R	Raggio interno (del bariletto)	mm
r	Raggio (dell'albero del bariletto)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm

Buono a sapersi: Il massimo è piatto (fig. 3.3). Nell'esempio una molla più corta o più lunga del 20 % costa solo circa il 3 % dei giri. Sulla lunghezza il millimetro quindi non conta, sullo spessore della lama invece moltissimo (sezione 3.2).

ESEMPIO Quale lunghezza è ottimale per una lama di 0,12 mm nel bariletto con 5,7 mm di raggio interno e 1,9 mm di raggio dell'albero?

Dati: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s} \\ &= \frac{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)}{2 \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 378\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 378 mm. La molla di 420 mm degli esempi precedenti è quindi un po' troppo lunga, ma perde pochissimi giri.

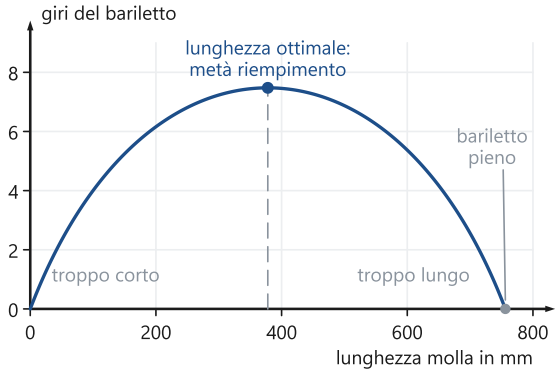


Fig. 3.3 Giri in funzione della lunghezza della molla, calcolati per $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$, $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$, $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

Grado di riempimento del bariletto

(3.6) MAESTRO

$$k_{\mathrm{F}} = \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

Il grado di riempimento mostra se una molla esistente o ordinata è adatta al bariletto. L'ottimo è 0,5.

Vale: spire a stretto contatto.

k_{F}	Grado di riempimento: frazione della superficie libera coperta dalla molla	1
l	Lunghezza (della molla motrice)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm
R	Raggio interno (del bariletto)	mm
r	Raggio (dell'albero del bariletto)	mm

ESEMPIO Quanto riempie il bariletto (raggio interno 5,7 mm, raggio dell'albero 1,9 mm) la molla lunga 420 mm e spessa 0,12 mm?

Dati: $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k_{\mathrm{F}} &= \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \\ &= \frac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} \\ &\approx 0{,}56 \end{aligned}$$

La molla copre il 56 % della superficie libera, un po' più della metà ottimale.

Cerchio di separazione alla lunghezza ottimale

(3.7) MAESTRO

$$\rho = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

Alla lunghezza ottimale il pacchetto carico arriva verso l'esterno esattamente quanto quello scarico arriva verso l'interno. Questo cerchio di separazione divide la superficie libera in due metà uguali.

Vale: molla di lunghezza ottimale, grado di riempimento 0,5.

ρ	Raggio (del cerchio di separazione)	mm
R	Raggio interno (del bariletto)	mm
r	Raggio (dell'albero del bariletto)	mm

Buono a sapersi: Verifica sul bariletto aperto: se la molla scarica arriva all'interno oltre il cerchio di separazione, è troppo lunga. Se resta più all'esterno, è troppo corta.

ESEMPIO Dove si trova il cerchio di separazione nel bariletto con 5,7 mm di raggio interno e 1,9 mm di raggio dell'albero?

Dati: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{(5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2}{2}} \\ &\approx 4{,}25\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Al raggio di 4,25 mm. Il pacchetto scarico è allora largo 1,45 mm, quello carico 2,35 mm.

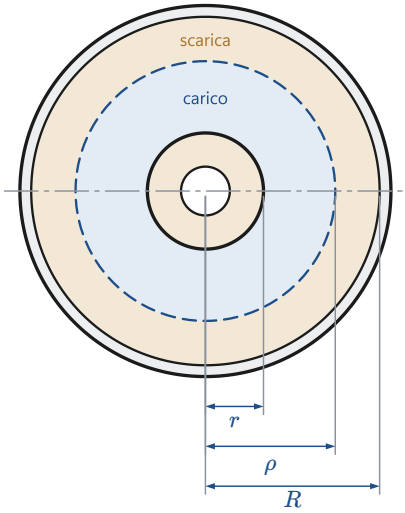


Fig. 3.4 Il cerchio di separazione ρ dimezza la superficie libera: all'interno giace la molla carica, all'esterno quella scarica

Numero massimo di giri

(3.8) MAESTRO

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

RIORDINATA $$s = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{N_{\max}}$$

Tanti giri sono possibili con la lunghezza ottimale della molla. Riordinata, la formula fornisce lo spessore della lama per un numero di giri richiesto.

Vale: molla di lunghezza ottimale (grado di riempimento 0,5), spire a stretto contatto. Limite superiore teorico come nella formula (3.4).

$N_{\max}$	numero massimo possibile di giri del bariletto	1
R	Raggio interno (del bariletto)	mm
r	Raggio (dell'albero del bariletto)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm

ESEMPIO Quanti giri al massimo compie il bariletto (raggio interno 5,7 mm, raggio dell'albero 1,9 mm) con una lama di 0,12 mm?

Dati: $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $r = 1{,}9\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot \left((5{,}7\,\text{mm})^2 + (1{,}9\,\text{mm})^2\right)} - 5{,}7\,\text{mm} - 1{,}9\,\text{mm}}{0{,}12\,\text{mm}}$$

$$\approx 7{,}5$$

Circa 7,5 giri. Con una lama di 0,10 mm sarebbero 9, con 0,14 mm solo 6,4.

Valori indicativi per il raggio dell'albero $r = \frac{1}{3}\,R$ e lunghezza ottimale della molla

Grandezza	Valore
raggio del cerchio di separazione	$\rho = 0{,}745 \cdot R$
larghezza del pacchetto scarico	$0{,}255 \cdot R$, circa un quarto del raggio interno
larghezza del pacchetto carico	$0{,}412 \cdot R$
lunghezza ottimale della molla	$l = 1{,}40 \cdot \frac{R^2}{s}$
numero massimo di giri	$N_{\max} = 0{,}157 \cdot \frac{R}{s}$

Calcolato con le formule (3.5), (3.7) e (3.8). I valori valgono solo se l'albero misura un terzo del raggio interno.

Lunghezza della molla dalle spire della molla scarica

(3.9) OPERAIO QUALIFICATO

$$l = \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab}$$

La lunghezza è la circonferenza media del pacchetto per il numero di spire. Così si determina la lunghezza della molla senza estrarla. Lo spessore della lama deriva dalla larghezza del pacchetto: $s = (R - r_\mathrm{i}) : N_\mathrm{ab}$.

Vale: spire a stretto contatto contro la parete. Il tratto dal pacchetto all'albero non è conteggiato; la molla reale è più lunga di circa una spira interna.

l	Lunghezza (della molla motrice)	mm
R	Raggio interno (del bariletto)	mm
r_i	Raggio interno del pacchetto della molla scarica	mm
N_ab	Spire della molla scarica (contro la parete)	1

ESEMPIO In un bariletto con 5,7 mm di raggio interno la molla scarica giace contro la parete con 13,75 spire. Il bordo interno del pacchetto ha 4,05 mm di raggio.

Dati: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 4{,}05\,\mathrm{mm}$; $N_\mathrm{ab} = 13{,}75$

$$\begin{aligned} l &= \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab} \\ &= \pi \cdot (5{,}7\,\mathrm{mm} + 4{,}05\,\mathrm{mm}) \cdot 13{,}75 \\ &\approx 421\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Nel pacchetto ci sono circa 421 mm di molla. Lo spessore della lama è 1,65 mm diviso 13,75, cioè 0,12 mm.

Da ricordare: La molla deve riempire metà della superficie libera del bariletto. Più giri si ottengono allora solo con una lama più sottile.

3.2 Momento torcente ed energia della molla motrice

La molla carica tende a raddrizzarsi e così fa ruotare il bariletto. Il suo momento torcente dipende soprattutto dallo spessore della lama, l'energia immagazzinata dal volume della molla e dal materiale.

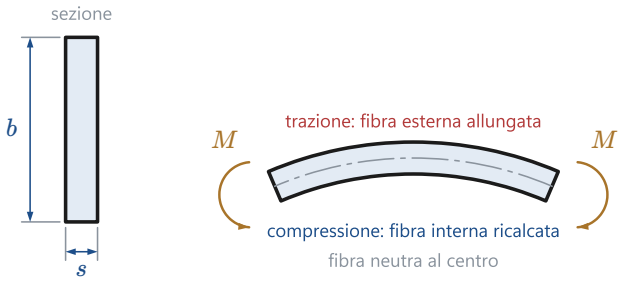


Fig. 3.5 Sezione della lama con altezza b e spessore s (spessore esagerato); nella flessione il lato esterno si allunga, quello interno si accorcia

Momento torcente della molla motrice

(3.10) MAESTRO

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

Il momento torcente cresce con l'angolo di torsione, con l'altezza della lama e con la terza potenza dello spessore della lama. Una molla più lunga è più cedevole. Un giro corrisponde a $\varphi = 2\pi$.

Vale: campo elastico, sezione rettangolare, le spire non si toccano e non strisciano tra loro. L'angolo si conta dalla forma libera della molla fuori dal bariletto.

M	Momento torcente (della molla)	$\mathrm{N \cdot mm}$
E	Modulo di elasticità (del materiale della molla)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altezza della lama (larghezza della molla)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm
φ	Angolo di torsione (rispetto alla forma libera, in radianti)	rad
l	Lunghezza (della molla motrice)	mm

Attenzione: Nel bariletto le spire si appoggiano tra loro, sull'albero e sulla parete. Non lavorano e strisciano. La caratteristica reale perciò non è una retta (fig. 3.6). La formula mostra da che cosa dipende il momento torcente; il momento torcente di una molla determinata si misura.

ESEMPIO Una molla motrice ($E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, altezza 1,3 mm, spessore 0,12 mm, lunghezza 420 mm) è tesa di 12 giri rispetto alla sua forma libera, cioè 75,4 rad.

Dati: $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$
$$= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^3 \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{12 \cdot 420\,\mathrm{mm}}$$
$$\approx 6{,}72\,\mathrm{N \cdot mm}$$

Circa 6,7 $\mathrm{N \cdot mm}$, un ordine di grandezza usuale per il bariletto di un orologio da polso da uomo.

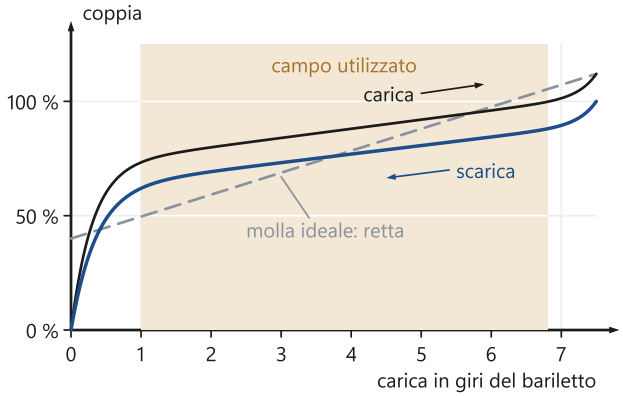


Fig. 3.6 Momento torcente nel bariletto durante la carica e lo scarico (schema di principio, non una curva misurata); 100 % è il momento torcente con cui inizia lo scarico a carica completa

La fig. 3.6 mostra l'andamento nel bariletto. All'inizio e alla fine il momento torcente varia molto, in mezzo cala solo lentamente. Si sfrutta il tratto piatto. In carica la curva sta più in alto che allo scarico; la differenza è l'attrito tra le spire. Le molle a S (fig. 3.8) allo stato libero sono curvate in senso opposto al loro futuro senso di avvolgimento. Sono sollecitate in modo più uniforme su tutta la lunghezza e forniscono un momento torcente più costante delle molle a semplice forma a spirale.

Momento torcente massimo dalla tensione di flessione ammissibile

(3.11) MAESTRO

$$M_{\max} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6}$$

$M_{\max}$	massimo momento torcente trasmissibile elasticamente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
σ_{zul}	tensione di flessione ammissibile (limite elastico del materiale della molla)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altezza della lama (larghezza della molla)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm

Un momento maggiore la lama non lo sopporta elasticamente: la fibra esterna raggiunge la tensione ammissibile. La frazione $\frac{b \cdot s^2}{6}$ è il modulo di resistenza del rettangolo (capitolo 2).

Vale: sezione rettangolare, flessione pura. Oltre il limite elastico la molla si deforma permanentemente, si «siede».

ESEMPIO Quale momento torcente trasmette una lama di 1,3 mm di altezza e 0,12 mm di spessore con una tensione di flessione ammissibile di $2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$?

Dati: $\sigma_{\text{zul}} = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &= 7{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Al massimo 7,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. L'esempio precedente con 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$ resta al di sotto.

Materiali per molle motrici (valori indicativi)

Materiale	E in $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	σ_{zul} in $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
acciaio per molle (acciaio al carbonio, temprato e rinvenuto)	206 000 … 210 000	1 500 … 2 000
lega cobalto-nichel-cromo (per esempio Nivaflex)	200 000 … 225 000	2 200 … 2 800

Valori indicativi approssimativi per stime. La tensione ammissibile dipende molto da lega, grado di laminazione e trattamento termico. Fanno fede i dati del produttore delle molle. Modulo di elasticità e resistenza a trazione di altri materiali si trovano nella sezione 2.7.

Influenza dello spessore della lama

(3.12) OPERAIO QUALIFICATO

$$M_2 = M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3$$

M_2	Momento torcente della molla di ricambio	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_1	Momento torcente della molla originale	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
s_2	Spessore della lama della molla di ricambio	mm
s_1	Spessore della lama della molla originale	mm

Il momento torcente varia con la terza potenza dello spessore della lama. Già un centesimo di millimetro si fa sentire chiaramente.

Vale: stessa altezza della lama, stessa lunghezza, stesso materiale, stesso angolo di torsione.

Attenzione: Una lama più spessa riempie di più il bariletto e compie meno giri. Perciò, con un altro spessore della lama, ricalcolare anche lunghezza e giri secondo la sezione 3.1.

ESEMPIO Al posto di una molla con 0,12 mm di spessore e 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$ se ne monta una da 0,125 mm. Quanto diventa il momento torcente?

Dati: $M_1 = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $s_2 = 0{,}125\,\mathrm{mm}$; $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3 \\ &= 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot \left(\frac{0{,}125\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}\right)^3 \\ &\approx 6{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Circa 6,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. La lama più spessa di appena 0,005 mm porta il 13 % di momento torcente in più.

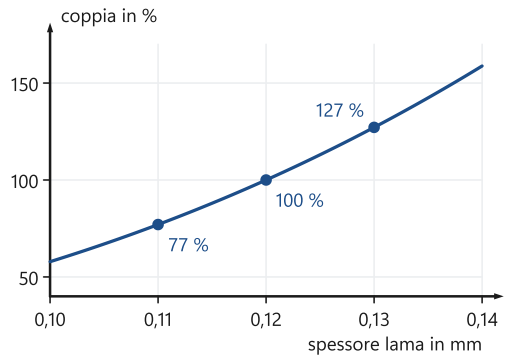


Fig. 3.7 Il momento torcente cresce con la terza potenza dello spessore della lama (100 % per $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$)

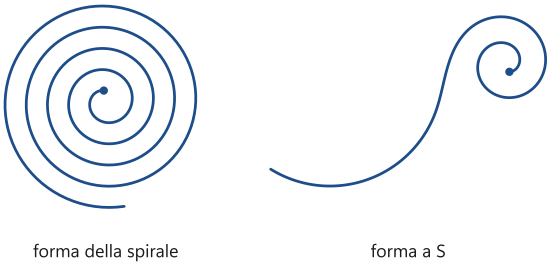


Fig. 3.8 Molle motrici libere: semplice forma a spirale e forma a S con controcurvatura

Molla di ricambio di uguale effetto

(3.13) OPERAIO QUALIFICATO

$$b_1 \cdot s_1^3 = b_2 \cdot s_2^3$$

RIORDINATA $\quad s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{b_1}{b_2}}$

b_1	Altezza della lama della molla originale	mm
s_1	Spessore della lama della molla originale	mm
b_2	Altezza della lama della molla di ricambio	mm
s_2	Spessore della lama della molla di ricambio	mm

Se la molla originale non è disponibile, una lama un po' più spessa compensa un'altezza minore e viceversa. Il momento torcente resta uguale se resta uguale il prodotto dell'altezza per la terza potenza dello spessore.

Vale: stessa lunghezza, stesso materiale. La molla di ricambio non deve essere più alta di quanto il bariletto consente.

ESEMPIO La molla originale misura 1,50 mm × 0,12 mm. È disponibile solo una molla alta 1,40 mm. Quale spessore della lama dà lo stesso momento torcente?

Dati: $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\quad b_1 = 1{,}50\,\mathrm{mm}$; $\quad b_2 = 1{,}40\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s_2 &= s_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}} \\ &= 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}50\,\mathrm{mm}}{1{,}40\,\mathrm{mm}}} \\ &\approx 0{,}1228\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

In teoria poco meno di 0,123 mm. Dall'elenco si sceglie lo spessore successivo, qui 0,125 mm, e si accetta un po' più di momento torcente.

Energia immagazzinata dalla molla ideale

(3.14) MAESTRO

$$W = \frac{M \cdot \varphi}{2}$$

Poiché il momento torcente cresce uniformemente dallo stato libero, conta in media metà del momento finale. Vale $1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

Vale: molla ideale con caratteristica lineare secondo la formula (3.10).

W	Lavoro (energia immagazzinata nella molla, lavoro di carica)	mJ
M	Momento torcente (della molla)	$\mathrm{N\cdot mm}$
φ	Angolo di torsione (rispetto alla forma libera, in radianti)	rad

ESEMPIO La molla dell'esempio della formula (3.10) a 75,4 rad ha un momento torcente di 6,72 $\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}$.

Dati: $M = 6{,}72\,\mathrm{N\cdot mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{M \cdot \varphi}{2} \\ &= \frac{6{,}72\,\mathrm{N\cdot mm} \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{2} \\ &\approx 253\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Nella molla ci sono circa 253 mJ, cioè 0,25 J. Di questi è utilizzabile solo la parte che il bariletto cede durante lo scarico (formula 3.16).

Massima energia immagazzinabile

(3.15) APPROFONDIMENTO

$$W_{\max} = \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E}$$

Il prodotto $b \cdot s \cdot l$ è il volume della molla. L'energia immagazzinabile cresce quindi con il volume della molla e con $\sigma_{\mathrm{zul}}^2 : E$. Per questo il bariletto riceve nel movimento quanto più spazio possibile, e per questo convengono materiali con alto limite elastico.

Vale: molla ideale, flessa per tutta la lunghezza fino alla tensione ammissibile. Limite superiore; le molle reali non lo raggiungono.

$W_{\max}$	massima energia immagazzinabile elasticamente	mJ
σ_{zul}	tensione di flessione ammissibile	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altezza della lama (larghezza della molla)	mm
s	Spessore della lama (spessore della molla)	mm
l	Lunghezza (della molla motrice)	mm
E	Modulo di elasticità (del materiale della molla)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

ESEMPIO Molla 1,3 mm × 0,12 mm × 420 mm, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$.

Dati: $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$; $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E} \\ &= \frac{\left(2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}\right)^2 \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot 420\,\mathrm{mm}}{6 \cdot 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}} \\ &\approx 341\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Al massimo circa 0,34 J. È l'energia con cui si solleva di un metro una massa di 35 g.

Lavoro ceduto durante lo scarico

(3.16) OPERAIO QUALIFICATO

$$W = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}}$$

W	Lavoro (ceduto dal bariletto durante lo scarico)	mJ
N	Giri (del bariletto)	1
M_{m}	momento torcente medio su questi giri	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

Il lavoro è momento torcente per angolo di rotazione; a ogni giro il bariletto ruota di 2π. Il momento torcente medio si legge dalla curva di scarico misurata.

Vale: momento torcente mediato sullo scarico.

ESEMPIO Un bariletto fornisce in media 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$ su 6,5 giri.

Dati: $N = 6{,}5; \quad M_{\mathrm{m}} = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \\ &\approx 245\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Il movimento riceve circa 245 mJ, poco meno di un quarto di joule per quasi due giorni di marcia.

Rendimento della molla motrice

(3.17) MAESTRO

$$\eta_{\mathrm{F}} = \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}}$$

η_{F}	Rendimento della molla nel bariletto	1
W_{ab}	lavoro ceduto durante lo scarico (area sotto la curva di scarico)	mJ
W_{auf}	lavoro speso durante la carica (area sotto la curva di carica)	mJ

L'attrito tra le spire e contro la parete consuma una parte del lavoro di carica. Lame pulite e il grasso giusto nel bariletto mantengono piccola la perdita.

Vale: entrambi i lavori misurati sugli stessi giri.

ESEMPIO Il bariletto dell'esempio precedente cede durante lo scarico 245 mJ. Durante la carica, sugli stessi giri, erano stati spesi 288 mJ.

Dati: $W_{\mathrm{ab}} = 245\,\mathrm{mJ}; \quad W_{\mathrm{auf}} = 288\,\mathrm{mJ}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{F}} &= \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{288\,\mathrm{mJ}} \\ &= 0{,}85 \end{aligned}$$

La molla restituisce l'85 % del lavoro di carica; il 15 % va perso per attrito.

Da ricordare: Altezza della lama doppia, momento torcente doppio. Spessore della lama doppio, momento torcente otto volte maggiore.

3.3 Autonomia di marcia

L'autonomia di marcia è il tempo durante il quale il movimento funziona con una carica completa. Risulta dai giri del bariletto e dal tempo che dura un giro. La riserva di carica è la parte dell'autonomia di marcia che il movimento ha ancora davanti a sé. Come nel capitolo 4, il numero di denti di un pignone porta un apice e l'indice del suo albero.

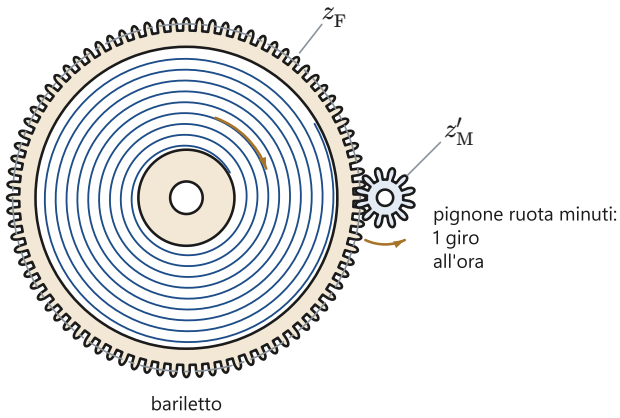


Fig. 3.9 Il bariletto con z_F denti aziona il pignone della ruota dei minuti con z'_M denti

Tempo di rivoluzione del bariletto

(3.18) OPERAIO QUALIFICATO

$$t_F = \frac{z_F}{z'_M} \cdot t_M$$

Il bariletto ingrana nel pignone della ruota dei minuti, che compie un giro all'ora. Se il bariletto ha sette volte i denti del pignone, un giro dura sette ore.

Vale: il bariletto ingrana direttamente nel pignone di una ruota che compie un giro all'ora. Se la ruota condotta gira diversamente, inserire il suo tempo di rivoluzione.

t_F	Tempo di rivoluzione del bariletto (tempo per un giro)	h
z_F	Numero di denti del bariletto	1
z'_M	Numero di denti del pignone della ruota dei minuti	1
t_M	Tempo di rivoluzione della ruota dei minuti (1 h)	h

ESEMPIO Un bariletto con 84 denti aziona un pignone della ruota dei minuti con 12 denti.

Dati: $z_F = 84$; $z'_M = 12$; $t_M = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_F &= \frac{z_F}{z'_M} \cdot t_M \\ &= \frac{84}{12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 7\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Il bariletto impiega 7 ore per un giro.

Autonomia di marcia dai giri del bariletto

(3.19) OPERAIO QUALIFICATO

$$t_G = N \cdot t_F$$

RIORDINATA $N = \frac{t_G}{t_F}$

t_G	Autonomia di marcia	h
N	Giri (del bariletto)	1
t_F	Tempo di rivoluzione del bariletto (tempo per un giro)	h

Con i giri che il bariletto cede realmente si ottiene l'autonomia di marcia. Riordinata, la formula fornisce i giri necessari per un'autonomia richiesta.

Vale: movimento a marcia regolare; giri dalla carica completa all'arresto. Per l'autonomia utilizzabile contare solo i giri in cui il momento torcente basta per un'ampiezza sufficiente.

Buono a sapersi: La riserva di carica è l'autonomia di marcia che rimane dopo un certo tempo di funzionamento: giri restanti per tempo di rivoluzione del bariletto.

ESEMPIO Il bariletto dell'esempio precedente (7 h per giro) cede 6,5 giri utili.

Dati: $N = 6{,}5$; $t_F = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_G &= N \cdot t_F \\ &= 6{,}5 \cdot 7\,\mathrm{h} \\ &= 45{,}5\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

L'orologio funziona 45,5 ore. Dopo 24 ore restano 21,5 ore di riserva di carica.

Tempo di rivoluzione del bariletto con ruota intermedia

(3.20) OPERAIO QUALIFICATO

$$t_F = \frac{z_F \cdot z_B}{z'_B \cdot z'_M} \cdot t_M$$

t_F	Tempo di rivoluzione del bariletto (tempo per un giro)	h
z_F	Numero di denti del bariletto	1
z_B	Numero di denti della ruota intermedia	1
z'_B	Numero di denti del pignone della ruota intermedia	1
z'_M	Numero di denti del pignone della ruota dei minuti	1
t_M	Tempo di rivoluzione della ruota dei minuti (1 h)	h

Per lunghe autonomie tra bariletto e ruota dei minuti si trova una ruota intermedia. Al numeratore stanno le ruote motrici, al denominatore i pignoni condotti.

Vale: il bariletto aziona il pignone della ruota intermedia, la ruota intermedia il pignone della ruota dei minuti; ruota dei minuti un giro all'ora.

ESEMPIO Movimento da otto giorni: bariletto 84 denti, pignone della ruota intermedia 12, ruota intermedia 72, pignone della ruota dei minuti 12.

Dati: $z_F = 84$; $z_B = 72$; $z'_B = 12$; $z'_M = 12$; $t_M = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_F &= \frac{z_F \cdot z_B}{z'_B \cdot z'_M} \cdot t_M \\ &= \frac{84 \cdot 72}{12 \cdot 12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 42\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Un giro dura 42 ore. Per otto giorni, cioè 192 ore, il movimento richiede secondo la formula (3.19) circa 4,6 giri.

Nel movimento automatico l'estremità esterna della molla non è agganciata. Porta una briglia che si appoggia a pressione contro la parete del bariletto e slitta non appena la molla è completamente carica. Il suo momento di slittamento stabilisce il momento torcente massimo che la molla cede al movimento. Se la briglia slitta troppo presto, la molla non viene mai caricata del tutto e manca riserva di carica. Se tiene troppo, il momento torcente diventa troppo grande e il bilanciere ribatte.

3.4 azionamento a peso

Un peso tira sul tamburo tramite corda, corda di budello o catena. Il suo momento torcente resta uguale per tutta l'autonomia di marcia; questo fa dell'azionamento a peso la forza motrice più costante. Il prezzo è l'altezza di caduta.

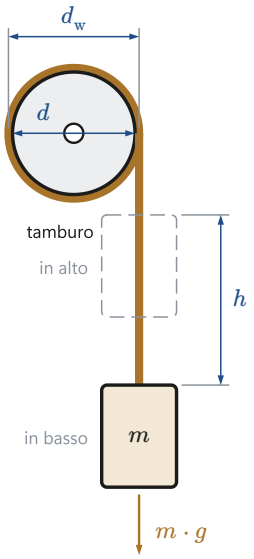


Fig. 3.10 Peso direttamente sulla corda ($k = 1$): diametro efficace d_w fino all'asse della corda, altezza di caduta h

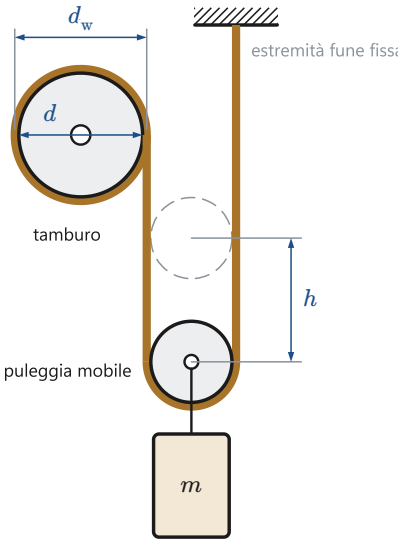


Fig. 3.11 Peso su carrucola mobile ($k = 2$): la corda si svolge il doppio di quanto scende il peso

Diametro efficace del tamburo

(3.21) OPERAIO QUALIFICATO

$$d_w = d + d_S$$

La forza della corda agisce al centro della corda. Il braccio di leva è perciò metà del diametro del tamburo più metà dello spessore della corda.

Vale: tamburo liscio, corda in un solo strato. Nei tamburi scanalati misurare il diametro fino all'asse della corda.

d_w	diametro efficace del tamburo (fino all'asse della corda)	mm
d	Diametro (del tamburo)	mm
d_S	Spessore della corda o della corda di budello	mm

ESEMPIO Su un tamburo di 36 mm di diametro giace una corda spessa 1,5 mm.

Dati: $d = 36\,\mathrm{mm}$; $d_S = 1{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_w &= d + d_S \\ &= 36\,\mathrm{mm} + 1{,}5\,\mathrm{mm} \\ &= 37{,}5\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Si calcola con 37,5 mm.

Momento torcente sul tamburo

(3.22) OPERAIO QUALIFICATO

$$M = \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k}$$

La forza peso agisce a metà del diametro efficace. Se il peso è appeso a una carrucola mobile, ciascuno dei due tratti porta metà del carico; sul tamburo tira quindi solo metà della forza peso.

Vale: attrito della carrucola e peso di corda e carrucola trascurati.

M	Momento torcente (sul tamburo)	$\mathrm{N \cdot mm}$
m	Massa (del peso)	kg
g	Accelerazione di gravità ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
d_{w}	diametro efficace del tamburo (fino all'asse della corda)	mm
k	Numero (dei tratti di corda portanti: 1 senza carrucola, 2 con carrucola mobile)	1

ESEMPIO Un orologio a colonna ha un peso di 4 kg su una carrucola mobile; diametro efficace del tamburo 37,5 mm.

Dati: $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} M &= \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k} \\ &= \frac{4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 2} \\ &\approx 368\,\mathrm{N \cdot mm} \end{aligned}$$

Circa $368\,\mathrm{N \cdot mm}$, cioè $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$ e quindi circa cinquanta volte un orologio da polso. Senza carrucola il momento torcente sarebbe il doppio.

Altezza di caduta del peso

(3.23) OPERAIO QUALIFICATO

$$h = \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k}$$

A ogni giro il tamburo libera una circonferenza di corda. Con carrucola mobile la corda si divide su due tratti e il peso scende solo della metà.

Vale: corda in un solo strato sul tamburo.

h	Altezza (altezza di caduta del peso)	mm
d_{w}	diametro efficace del tamburo (fino all'asse della corda)	mm
N_{W}	Giri del tamburo	1
k	Numero (dei tratti di corda portanti: 1 senza carrucola, 2 con carrucola mobile)	1

Buono a sapersi: Allo spazio nella cassa si aggiungono l'altezza del peso e, con carrucola mobile, la carrucola con il gancio.

ESEMPIO Il tamburo dell'orologio a colonna (diametro efficace 37,5 mm, carrucola mobile) compie 16 giri in otto giorni.

Dati: $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $N_{\mathrm{W}} = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} h &= \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k} \\ &= \frac{\pi \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 16}{2} \\ &\approx 942\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il peso scende in otto giorni di circa 94 cm. Senza carrucola sarebbero 1,88 m, più di quanto offre una cassa usuale.

Autonomia di marcia dall'altezza di caduta

(3.24) OPERAIO QUALIFICATO

$$t_{\mathrm{G}} = \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}}$$

La frazione è il numero di giri del tamburo che entrano nell'altezza di caduta. Il tempo di rivoluzione del tamburo deriva, come per il bariletto, dai numeri di denti (formula 3.18).

Vale: corda in un solo strato. Come altezza di caduta conta solo il percorso che il peso può realmente scendere, senza l'altezza di peso e carrucola.

t_{G}	Autonomia di marcia	h
k	Numero (dei tratti di corda portanti: 1 senza carrucola, 2 con carrucola mobile)	1
h	Altezza (altezza di caduta del peso)	mm
d_{w}	diametro efficace del tamburo (fino all'asse della corda)	mm
t_{W}	Tempo di rivoluzione del tamburo	h

ESEMPIO In un regolatore da parete il peso può scendere di 1100 mm. Il tamburo (diametro efficace 31 mm) compie un giro in 12 ore. Quanto funziona l'orologio con carrucola mobile?

Dati: $k = 2$; $h = 1100\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{w}} = 31\,\mathrm{mm}$; $t_{\mathrm{W}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}} \\ &= \frac{2 \cdot 1100\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 31\,\mathrm{mm}} \cdot 12\,\mathrm{h} \\ &\approx 271\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Circa 271 ore, cioè poco più di 11 giorni. Senza carrucola sarebbero solo 5,6 giorni; per un movimento da otto giorni questa cassa richiede quindi la carrucola mobile.

Energia del peso

(3.25) OPERAIO QUALIFICATO

$$W = m \cdot g \cdot h$$

L'energia dipende solo dalla massa e dall'altezza di caduta del peso. Una carrucola mobile non cambia nulla: metà forza sul tamburo, ma lunghezza di corda doppia.

Vale: attrito della carrucola trascurato.

W	Lavoro (ceduto dal peso, energia potenziale)	J
m	Massa (del peso)	kg
g	Accelerazione di gravità ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altezza (altezza di caduta del peso)	m

ESEMPIO Il peso dell'orologio a colonna (4 kg) scende di 0,942 m in otto giorni.

Dati: $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 0{,}942\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h \\ &= 4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}942\,\mathrm{m} \\ &\approx 37{,}0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

L'orologio a colonna consuma 37 J in otto giorni. All'orologio da polso della sezione 3.2 bastano 0,245 J per quasi due giorni.

Da ricordare: La carrucola mobile dimezza altezza di caduta e momento torcente, l'autonomia di marcia resta. Per lo stesso momento torcente richiede il peso doppio.

3.5 Conoide e catena

La conoide compensa il calo del momento torcente della molla motrice. A molla carica la catena tira sul raggio piccolo della conoide, a molla quasi scarica su quello grande. Così il momento torcente sulla ruota della conoide resta quasi costante.

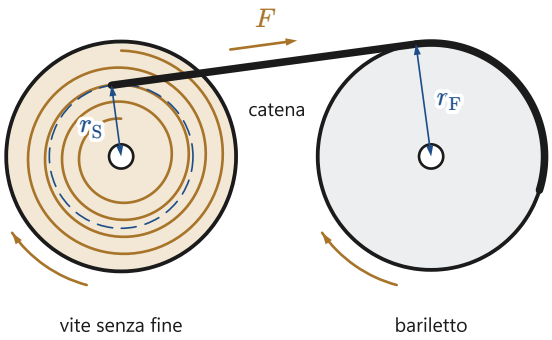


Fig. 3.12 Conoide e bariletto visti dall'alto: la catena tira con la forza F sul raggio efficace r_S

Momento torcente sulla conoide

(3.26) APPROFONDIMENTO

$$M_S = \frac{M_F \cdot r_S}{r_F}$$

RIORDINATA $r_S = \dfrac{M_S \cdot r_F}{M_F}$

La catena trasmette la forza $F = M_F : r_F$ dal bariletto alla conoide; lì agisce sul raggio r_S. Riordinata, la formula fornisce per ogni stato di carica il raggio al quale la conoide cede il momento torcente richiesto.

Vale: entrambi i raggi misurati fino all'asse della catena; attrito di catena e perni trascurato.

M_S	Momento torcente sulla conoide	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_F	Momento torcente del bariletto nello stesso istante	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
r_S	Raggio efficace della conoide nel punto in cui si svolge la catena	mm
r_F	Raggio del bariletto (fino all'asse della catena)	mm

ESEMPIO Il bariletto di un orologio da tasca con conoide ha 9 mm di raggio. La conoide deve fornire costantemente 32 $\mathrm{N \cdot mm}$. A carica completa la molla fornisce 48 $\mathrm{N \cdot mm}$. Quale raggio deve avere la conoide in questo punto?

Dati: $M_S = 32\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $r_F = 9\,\mathrm{mm}$; $M_F = 48\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} r_S &= \frac{M_S \cdot r_F}{M_F} \\ &= \frac{32\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 9\,\mathrm{mm}}{48\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

6 mm all'estremità sottile della conoide. Quando la molla è scesa a 32 $\mathrm{N \cdot mm}$, il raggio deve essere di 9 mm.

3.6 Potenza della forza motrice

La potenza è energia nell'unità di tempo. Un orologio meccanico ne richiede pochissima: sul bariletto di un orologio da polso sono da uno a pochi microwatt, sul tamburo di un orologio a colonna alcune decine di microwatt.

Potenza media

(3.27) OPERAIO QUALIFICATO

$$P = \frac{W}{t_{\mathrm{G}}}$$

Per l'inserimento convertire l'autonomia di marcia in secondi: $1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$. Allora vale $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{W}$.

Vale: valore medio sull'intera autonomia di marcia.

P	Potenza (della forza motrice)	$\mu\mathrm{W}$
W	Lavoro (ceduto durante l'autonomia di marcia)	mJ
t_{G}	Autonomia di marcia	h

ESEMPIO Il bariletto della sezione 3.2 cede 245 mJ in 45,5 ore.

Dati: $W = 245\,\mathrm{mJ}$; $t_{\mathrm{G}} = 45{,}5\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t_{\mathrm{G}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{45{,}5\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{0{,}245\,\mathrm{J}}{163\,800\,\mathrm{s}} \\ &\approx 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Circa 1,5 microwatt. Un LED da 1 W ne consuma circa 700 000 volte tanto.

Potenza da momento torcente e tempo di rivoluzione

(3.28) MAESTRO

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_{\mathrm{U}}}$$

La potenza è momento torcente per velocità angolare. L'albero motore ruota una volta di 2π nel tempo di rivoluzione.

Vale: momento torcente costante nel periodo considerato; inserire il tempo di rivoluzione in secondi.

P	Potenza (della forza motrice)	$\mu\mathrm{W}$
M	Momento torcente (sull'albero motore: bariletto o tamburo)	$\mathrm{N{\cdot}m}$
t_{U}	Tempo di rivoluzione dell'albero motore	h

ESEMPIO Sul tamburo dell'orologio a colonna agiscono $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$; compie un giro in 12 ore.

Dati: $M = 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}$; $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_{\mathrm{U}}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{12\,\mathrm{h}} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,\mathrm{N{\cdot}m}}{43\,200\,\mathrm{s}} \\ &\approx 53{,}5\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Circa 54 microwatt, circa 36 volte quanto nell'orologio da polso. Lo stesso calcolo con $6\,\mathrm{N \cdot mm}$ e 7 ore dà di nuovo 1,5 microwatt per l'orologio da polso.

Potenza all'organo regolatore

(3.29) MAESTRO

$$P_{\mathrm{U}} = \eta \cdot P$$

P_{U}	Potenza che raggiunge il bilanciere o il pendolo	$\mu\mathrm{W}$
η	Rendimento (di rotismo e scappamento insieme)	1
P	Potenza (della forza motrice)	$\mu\mathrm{W}$

Nel percorso attraverso rotismo e scappamento si perde la maggior parte della potenza motrice. Il rendimento complessivo è il prodotto dei singoli rendimenti (capitoli 2 e 4).

Vale: marcia a regime con ampiezza costante. Il rendimento 0,3 dell'esempio è un valore indicativo approssimativo per orologi piccolo volume con scappamento ad ancora.

ESEMPIO Dal bariletto arrivano 1,5 microwatt. Rotismo e scappamento hanno insieme un rendimento di 0,3.

Dati: $\eta = 0{,}3$; $P = 1{,}5\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{U}} &= \eta \cdot P \\ &= 0{,}3 \cdot 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \\ &= 0{,}45\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Al bilanciere arriva circa mezzo microwatt. A seconda del calibro e della frequenza, la potenza al bilanciere è compresa tra alcuni decimi e circa un microwatt.

3.7 Carica e messa all'ora

Nella carica manuale la corona fa ruotare l'albero del bariletto tramite pignone di carica, ruota a corona e rocchetto. Nel movimento automatico se ne occupa la massa oscillante, il rotore, tramite un rotismo fortemente demoltiplicato. In posizione tirata la corona aziona la minuteria tramite il pignone scorrevole. Nella carica ruote piccole conducono ruote grandi; si demoltiplica verso il lento. Si calcola perciò, come per la minuteria (sezione 4.3), con la demoltiplica: numeri di denti delle ruote condotte divisi per quelli delle ruote motrici. È l'inverso del rapporto di trasmissione della sezione 4.1.

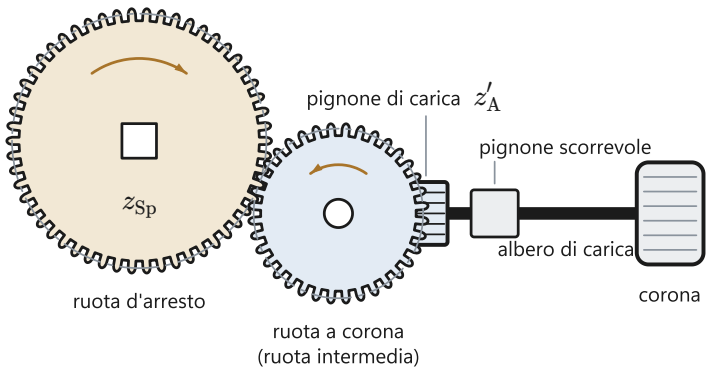


Fig. 3.13 Carica dalla corona vista dall'alto (schema): il pignone di carica con z'_{A} denti aziona, tramite la ruota a corona, il rocchetto con z_{Sp} denti sull'albero del bariletto

Giri della corona per la carica

(3.30) OPERAIO QUALIFICATO

$$N_{\mathrm{K}} = \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}}$$

RIORDINATA $$N = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{Sp}}}$$

N_{K}	Giri della corona	1
N	Giri (di cui l'albero del bariletto tende la molla)	1
z_{Sp}	Numero di denti del rocchetto	1
z'_{A}	Numero di denti del pignone di carica (sull'albero di carica)	1

La ruota a corona si trova tra pignone di carica e rocchetto ed è solo una ruota intermedia di rinvio: il suo numero di denti esce dal calcolo. La demoltiplica della carica è il numero di denti del rocchetto diviso quello del pignone di carica.

Vale: pignone di carica, ruota a corona e rocchetto in catena; la ruota a corona ingrana con la stessa dentatura in entrambi. Se l'albero della ruota a corona porta due ruote diverse, questo stadio va contato come nella formula (4.3).

Buono a sapersi: Ogni giro della corona porta tanta autonomia di marcia quanto risulta dal tempo di rivoluzione del bariletto diviso la demoltiplica. Nell'esempio, con 7 ore per giro, sono quasi 2 ore per giro della corona.

ESEMPIO Il pignone di carica ha 15 denti, la ruota a corona 36, il rocchetto 54. La molla si può tendere di 6,5 giri. Quante volte si deve girare la corona per la carica completa?

Dati: $N = 6{,}5$; $z_{\mathrm{Sp}} = 54$; $z'_{\mathrm{A}} = 15$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{K}} &= \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{6{,}5 \cdot 54}{15} \\ &= 23{,}4 \end{aligned}$$

23,4 giri completi. A mano si fanno per lo più mezzi giri, quindi circa 47 movimenti. I 36 denti della ruota a corona non contano per il calcolo.

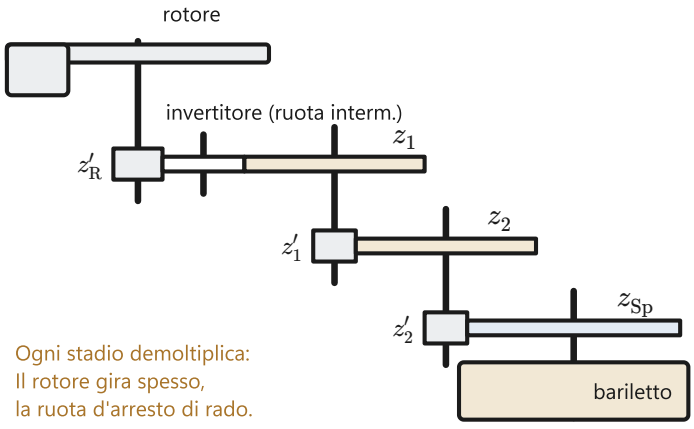


Fig. 3.14 Carica automatica, sviluppata in vista laterale (schema): pignone del rotore, invertitore, due stadi di riduzione e rocchetto

Demoltiplica della carica automatica

(3.31) MAESTRO

$$i_{\mathrm{R}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2}$$

Il rotore ha poco momento torcente, ma molta corsa. Il rotismo di riduzione perciò demoltiplica fortemente: al numeratore stanno le ruote condotte, al denominatore i pignoni motori. Le ruote dell'invertitore che si limitano a raddrizzare il senso di rotazione e ingranano con la stessa dentatura in entrambe le vicine sono ruote intermedie ed escono dal calcolo.

Vale: due stadi di riduzione tra pignone del rotore e rocchetto; con un altro numero di stadi, più o meno fattori di conseguenza. Valore indicativo: la demoltiplica è per lo più compresa tra 100 e 180.

i_{R}	Demoltiplica della carica automatica (giri del rotore per giro del rocchetto)	1
z_1	Numero di denti della prima ruota di riduzione	1
z_2	Numero di denti della seconda ruota di riduzione	1
z_{Sp}	Numero di denti del rocchetto	1
z'_{R}	Numero di denti del pignone del rotore	1
z'_1	Numero di denti del pignone della prima ruota di riduzione	1
z'_2	Numero di denti del pignone della seconda ruota di riduzione	1

ESEMPIO Il pignone del rotore ha 24 denti. La prima ruota di riduzione ha 66 denti e un pignone con 8, la seconda 64 denti e un pignone con 10, il rocchetto 70 denti.

Dati: $z_1 = 66$; $z_2 = 64$; $z_{\mathrm{Sp}} = 70$; $z'_{\mathrm{R}} = 24$; $z'_1 = 8$; $z'_2 = 10$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{R}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2} \\ &= \frac{66 \cdot 64 \cdot 70}{24 \cdot 8 \cdot 10} \\ &= 154 \end{aligned}$$

Il rotore compie 154 giri prima che il rocchetto abbia fatto un giro e la molla sia stata tesa di un giro.

Giri del rotore per una riserva di carica

(3.32) MAESTRO

$$N_{\mathrm{R}} = \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}}$$

Un giro del rocchetto costa i_{R} giri del rotore e porta tante ore di marcia quante il bariletto ne impiega per un giro. Con 24 ore la formula dà il fabbisogno giornaliero: tante volte il rotore deve girare al giorno perché il movimento mantenga il suo stato di carica.

Vale: valore minimo senza perdite: la corsa a vuoto dell'invertitore al cambio di senso non è calcolata, la briglia non slitta. Nella carica unidirezionale contano solo i giri nel senso di carica.

N_{R}	Giri del rotore (nel senso di carica)	1
i_{R}	Demoltiplica della carica automatica (giri del rotore per giro del rocchetto)	1
t_{R}	Riserva di carica (da accumulare)	h
t_{F}	Tempo di rivoluzione del bariletto (tempo per un giro)	h

Buono a sapersi: Indossando l'orologio si accumulano per lo più più giri del necessario; l'eccesso viene lasciato slittare dalla briglia (sezione 3.3). Se un orologio automatico si ferma nonostante venga indossato, o il movimento non basta per il fabbisogno giornaliero, oppure la carica perde corsa, per esempio per ruote dell'invertitore incollate da olio resinificato.

ESEMPIO Il movimento dell'esempio precedente ha un bariletto che compie un giro in 7 ore. Quanti giri del rotore servono per 24 ore di marcia?

Dati: $i_{\mathrm{R}} = 154$; $t_{\mathrm{R}} = 24\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{R}} &= \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{154 \cdot 24\,\mathrm{h}}{7\,\mathrm{h}} \\ &= 528 \end{aligned}$$

528 giri al giorno, cioè 22 per ora di marcia. Per 42 ore di riserva di carica partendo da fermo sono 924 giri.

Messa all'ora: corsa della lancetta dei minuti

(3.33) OPERAIO QUALIFICATO

$$N_{\mathrm{M}} = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}}$$

In posizione di messa all'ora il pignone scorrevole ingrana nella ruota di rinvio. Questa aziona, tramite la ruota di minuteria, il pignone calzante con la lancetta dei minuti. Ruota di rinvio e ruota di minuteria sono qui ruote intermedie. Un giro della lancetta dei minuti corrisponde a 60 minuti di corsa delle lancette.

Vale: ruota di rinvio, altre ruote intermedie e ruota di minuteria ingranano ciascuna con la stessa dentatura nelle due vicine. La lancetta delle ore segue tramite la minuteria nel rapporto 12 a 1 (sezione 4.3).

N_{M}	Giri della lancetta dei minuti	1
N_{K}	Giri della corona	1
z'_{K}	Numero di denti del pignone scorrevole (dentatura per la messa all'ora)	1
z_{V}	Numero di denti del pignone calzante	1

ESEMPIO Il pignone scorrevole ha 9 denti per la messa all'ora, il pignone calzante 12. Di quanto avanza la lancetta dei minuti per un giro della corona?

Dati: $N_{\mathrm{K}} = 1$; $z'_{\mathrm{K}} = 9$; $z_{\mathrm{V}} = 12$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{M}} &= \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}} \\ &= \frac{1 \cdot 9}{12} \\ &= 0{,}75 \end{aligned}$$

Di tre quarti di giro, cioè 45 minuti di corsa delle lancette per giro della corona.

Da ricordare: Ruota a corona, ruota di rinvio e ruota di minuteria sono qui solo ruote intermedie. Contano la prima ruota motrice e l'ultima ruota condotta.

4 Rotismo e dentatura

Il rotismo trasmette la forza motrice allo scappamento e intanto conta le oscillazioni dell'organo regolatore: i suoi rapporti di trasmissione determinano la velocità di ogni albero e quale frequenza appartiene a un movimento. Per questo il calcolo di un movimento sconosciuto comincia contando i denti.

Le sezioni 4.1–4.3 calcolano con i numeri di denti, la sezione 4.4 con le misure della dentatura. Suoneria, calendario e fasi lunari seguono le stesse regole; chiude l'attrito nel rotismo. Il simbolo k indica a seconda della formula il coefficiente di testa o un numero; fa fede la tabella delle grandezze della formula.

4.1 Rapporto di trasmissione

Una ruota conduce un pignone: è l'elemento base di ogni rotismo. I pignoni sono piccole ruote dentate con per lo più da 6 a 16 denti; sono fissati sull'albero della ruota successiva.

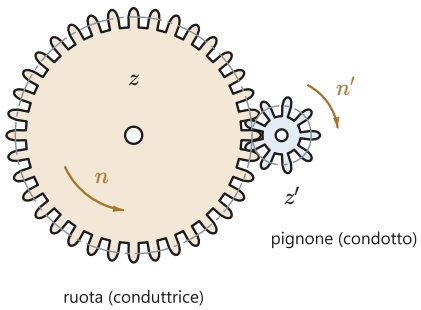


Fig. 4.1 La ruota conduce il pignone: il pignone gira più veloce secondo il rapporto di trasmissione e in senso opposto

Rapporto di trasmissione di un ingranamento

(4.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$i = \frac{z}{z'}$$

Il rapporto di trasmissione indica quante volte gira il pignone mentre la ruota compie un giro. In questo capitolo z è il numero di denti di una ruota e z' quello di un pignone; un indice indica l'albero.

Vale: la ruota conduce il pignone, come nel rotismo del tempo e nella suoneria: si moltiplica la velocità. Dove un pignone conduce una ruota (minuteria, carica) si demoltiplica; allora si calcola con la demoltiplica, il numero di denti della ruota condotta diviso quello del pignone motore, formula (4.11).

i	Rapporto di trasmissione (maggiore di 1 significa: moltiplica)	1
z	Numero di denti (della ruota motrice)	1
z'	Numero di denti del pignone (condotto)	1

ESEMPIO La ruota dei minuti ha 80 denti e conduce il pignone della mediana con 10 denti.

Dati: $z = 80$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} i &= \frac{z}{z'} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Il pignone della mediana compie otto giri mentre la ruota dei minuti ne compie uno.

Velocità di rotazione del pignone

(4.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'}$$

Nell'ingranamento passano da entrambe le parti altrettanti denti: $z \cdot n = z' \cdot n'$. Il pignone ruota perciò più velocemente della ruota secondo il rapporto di trasmissione.

n'	Velocità di rotazione del pignone condotto	$\frac{1}{\text{h}}$
n	Velocità di rotazione (della ruota motrice)	$\frac{1}{\text{h}}$
z	Numero di denti (della ruota motrice)	1
z'	Numero di denti del pignone (condotto)	1

ESEMPIO La ruota dei minuti (80 denti) compie un giro all'ora. Con quale velocità gira il pignone della mediana con 10 denti?

Dati: $n = 1\ \frac{1}{\text{h}}; \quad z = 80; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} n' &= \frac{n \cdot z}{z'} \\ &= \frac{1\ \frac{1}{\text{h}} \cdot 80}{10} \\ &= 8\ \frac{1}{\text{h}} \end{aligned}$$

Pignone e ruota mediana compiono otto giri all'ora, un giro dura 7,5 min.

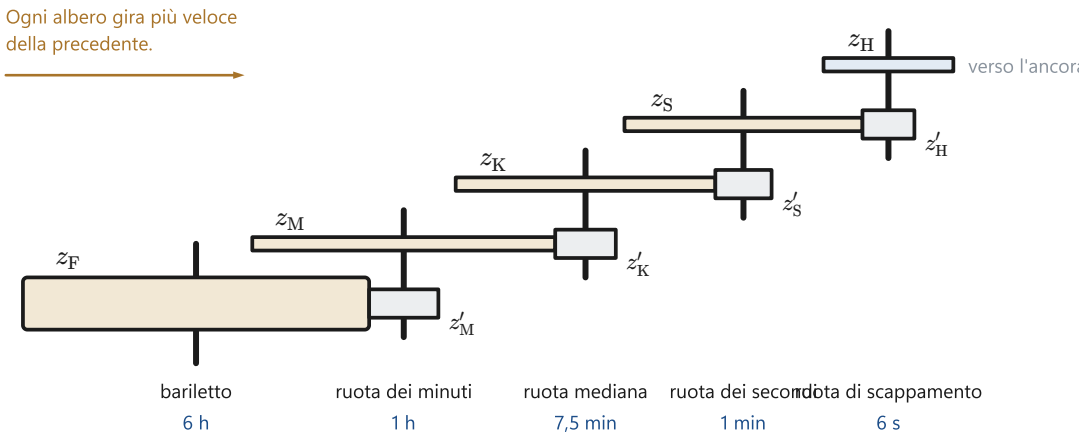


Fig. 4.2 Rotismo di un orologio piccolo volume, sviluppato in vista laterale. Sotto, i tempi di rivoluzione per i numeri di denti 72 : 12, 80 : 10, 75 : 10 e 80 : 8

Rapporto di trasmissione complessivo

(4.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$i_{\text{ges}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3}$$

Se più ingranamenti sono in serie, i singoli rapporti si moltiplicano: prodotto dei numeri di denti di tutte le ruote motrici diviso il prodotto di tutti i pignoni condotti. Con più o meno ingranamenti la frazione si allunga o si accorcia di conseguenza.

i_{ges}	Rapporto di trasmissione complessivo (dal primo all'ultimo albero)	1
z_1	Numero di denti della prima ruota motrice	1
z_2	Numero di denti della seconda ruota motrice	1
z_3	Numero di denti della terza ruota motrice	1
z'_1	Numero di denti del primo pignone condotto	1
z'_2	Numero di denti del secondo pignone condotto	1
z'_3	Numero di denti del terzo pignone condotto	1

Buono a sapersi: Una ruota intermedia condotta che conduce a sua volta con gli stessi denti compare una volta al numeratore e una volta al denominatore. Non cambia il rapporto di trasmissione, solo il senso di rotazione.

ESEMPIO Un movimento da tasca ha ruota dei minuti 80, ruota mediana 75 e ruota dei secondi 80 denti; pignone della mediana e pignone dei secondi hanno 10 denti ciascuno, il pignone di scappamento 8.

Dati: $z_1 = 80$; $z_2 = 75$; $z_3 = 80$; $z'_1 = 10$; $z'_2 = 10$; $z'_3 = 8$

$$\begin{aligned} i_{\text{ges}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3} \\ &= \frac{80 \cdot 75 \cdot 80}{10 \cdot 10 \cdot 8} \\ &= 600 \end{aligned}$$

La ruota di scappamento compie 600 giri mentre la ruota dei minuti ne compie uno. I singoli rapporti sono 8, 7,5 e 10.

Tempo di rivoluzione

(4.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$t'_{\text{U}} = \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z}$$

Il tempo di rivoluzione è l'inverso della velocità di rotazione. Da albero ad albero si accorcia secondo il rapporto di trasmissione. Nella fig. 4.2 i tempi di rivoluzione sono indicati sotto gli alberi.

t'_{U}	Tempo di rivoluzione del pignone (tempo per un giro)	s
t_{U}	Tempo di rivoluzione della ruota motrice	s
z	Numero di denti (della ruota motrice)	1
z'	Numero di denti del pignone (condotto)	1

ESEMPIO La ruota dei secondi (80 denti) compie un giro in 60 s e conduce il pignone di scappamento con 8 denti.

Dati: $t_{\text{U}} = 60\,\text{s}$; $z' = 8$; $z = 80$

$$\begin{aligned} t'_{\text{U}} &= \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z} \\ &= \frac{60\,\text{s} \cdot 8}{80} \\ &= 6\,\text{s} \end{aligned}$$

La ruota di scappamento impiega 6 s per un giro.

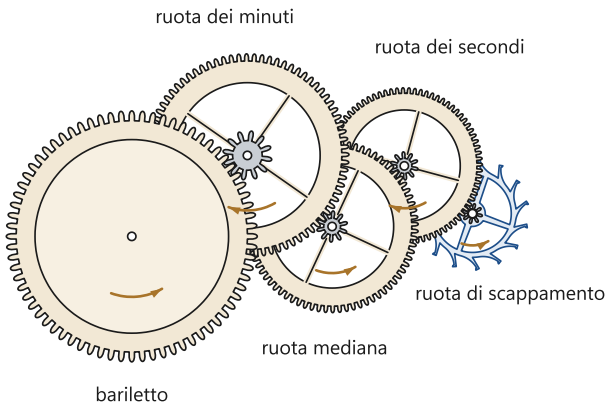


Fig. 4.3 Lo stesso rotismo visto dall'alto: ogni albero gira in senso opposto al precedente

Da ricordare: Ogni ingranamento inverte il senso di rotazione. Dopo un numero pari di ingranamenti l'ultimo albero gira come il primo, dopo un numero dispari in senso opposto.

Momento torcente sul pignone

(4.5) OPERAIO QUALIFICATO

$$M' = \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z}$$

Ciò che il rotismo guadagna in velocità lo perde in momento torcente. L'attrito sui fianchi dei denti e nei supporti ne sottrae inoltre una parte.

Vale: rotazione uniforme. Il momento torcente varia un po' durante l'ingranamento di un dente; la formula fornisce il valore medio.

M'	Momento torcente sull'albero del pignone condotto	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M	Momento torcente (sull'albero della ruota motrice)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η	Rendimento (per ingranamento; valore indicativo da 0,90 a 0,95; senza attrito 1)	1
z	Numero di denti (della ruota motrice)	1
z'	Numero di denti del pignone (condotto)	1

ESEMPIO Un bariletto con 72 denti fornisce 8 N·mm e conduce il pignone dei minuti con 12 denti. L'ingranamento ha un rendimento di 0,95.

Dati: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta = 0{,}95$; $z' = 12$; $z = 72$

$$\begin{aligned} M' &= \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}95 \cdot 12}{72} \\ &\approx 1{,}27\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Sull'albero della ruota dei minuti arrivano 1,27 N·mm. Senza attrito sarebbero 1,33 N·mm.

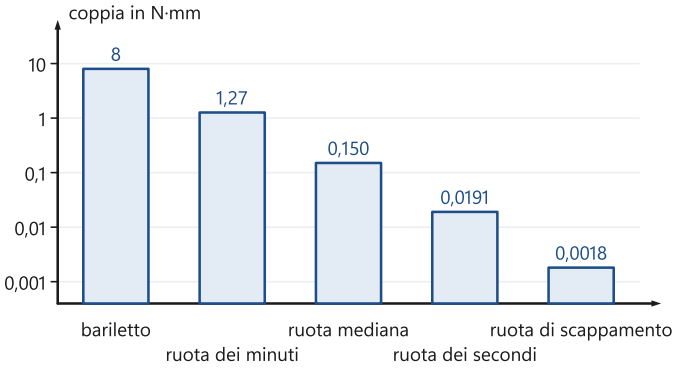


Fig. 4.4 Momento torcente sugli alberi del rotismo della fig. 4.2 con 8 N·mm sul bariletto e $\eta = 0{,}95$ per ingranamento

4.2 Calcolo del rotismo del tempo

Il rotismo del tempo collega la ruota dei minuti, che compie un giro all'ora, con la ruota di scappamento. Il suo rapporto di trasmissione e il numero di denti della ruota di scappamento stabiliscono quante alternanze all'ora deve compiere l'organo regolatore perché le lancette indichino correttamente.

Con queste formule si determinano la frequenza di un movimento sconosciuto, la lunghezza di un pendolo mancante (capitolo 6) e il numero di denti di una ruota o di un pignone mancante.

Frequenza dal rotismo

(4.6) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M}$$

Ogni dente della ruota di scappamento fa compiere all'organo regolatore due alternanze: una all'entrata, una all'uscita. Per ogni giro della ruota di scappamento sono $2 \cdot z_\mathrm{H}$ alternanze.

Vale: tutti gli scappamenti usuali; i secondo la formula (4.3). La ruota dei minuti compie un giro all'ora; se il calcolo parte da un altro albero, si inserisce la sua velocità di rotazione.

n_h	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Numero di denti della ruota di scappamento	1
i	Rapporto di trasmissione (dalla ruota dei minuti alla ruota di scappamento)	1
n_M	Velocità di rotazione della ruota dei minuti (un giro all'ora)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$

ESEMPIO Un regolatore ha una ruota dei minuti con 80 e una ruota intermedia con 75 denti, due pignoni con 10 denti ciascuno e una ruota di scappamento con 30 denti. Il rapporto dalla ruota dei minuti alla ruota di scappamento è $8 \cdot 7{,}5 = 60$.

Dati: $z_\mathrm{H} = 30$; $\quad i = 60$; $\quad n_\mathrm{M} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M} \\ &= 2 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 1\,\tfrac{1}{\mathrm{h}} \\ &= 3600\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

3600 alternanze all'ora sono 60 al minuto. A questo movimento appartiene un pendolo a secondi lungo 994 mm (capitolo 6).

Frequenza dell'orologio piccolo volume dai numeri di denti

(4.7) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_{\mathrm{h}} = \frac{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}} \cdot z_{\mathrm{S}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}} \cdot z'_{\mathrm{H}}}$$

Al numeratore stanno le ruote motrici, al denominatore i pignoni condotti. Ogni pignone porta l'indice dell'albero su cui si trova (fig. 4.2).

Vale: rotismo con tre ingranamenti tra ruota dei minuti e ruota di scappamento. Con un'altra costruzione adattare la frazione secondo la formula (4.3).

n_{h}	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Numero di denti della ruota di scappamento	1
n_{M}	Velocità di rotazione della ruota dei minuti (un giro all'ora)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z_{M}	Numero di denti della ruota dei minuti	1
z_{K}	Numero di denti della ruota mediana	1
z_{S}	Numero di denti della ruota dei secondi	1
z'_{K}	Numero di denti del pignone della mediana	1
z'_{S}	Numero di denti del pignone dei secondi	1
z'_{H}	Numero di denti del pignone di scappamento	1

Buono a sapersi: Se manca una ruota o un pignone, si riordina la formula rispetto al suo numero di denti. Il risultato deve essere un numero intero; altrimenti un numero di denti è stato contato male o la frequenza ipotizzata è sbagliata.

ESEMPIO Sono stati contati: ruota dei minuti 80, ruota mediana 75, ruota dei secondi 84, ruota di scappamento 20 denti; pignone della mediana 10, pignone dei secondi 10, pignone di scappamento 7 denti.

Dati: $z_{\mathrm{H}} = 20$; $n_{\mathrm{M}} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$; $z_{\mathrm{M}} = 80$; $z_{\mathrm{K}} = 75$; $z_{\mathrm{S}} = 84$; $z'_{\mathrm{K}} = 10$; $z'_{\mathrm{S}} = 10$; $z'_{\mathrm{H}} = 7$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= \frac{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}} \cdot z_{\mathrm{S}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}} \cdot z'_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{2 \cdot 20 \cdot 1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80 \cdot 75 \cdot 84}{10 \cdot 10 \cdot 7} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

Il movimento batte 28 800 alternanze all'ora, il bilanciere oscilla a 4 Hz.

Velocità di rotazione della ruota di scappamento

(4.8) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_{\mathrm{H}} = \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}}$$

Così si trova la velocità di rotazione che il rotismo deve fornire alla ruota di scappamento. Più denti sulla ruota di scappamento significano: il rotismo può girare più lentamente.

n_{H}	Velocità di rotazione della ruota di scappamento	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{h}	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Numero di denti della ruota di scappamento	1

ESEMPIO Con quale velocità gira una ruota di scappamento con 20 denti a 28 800 A/h?

Dati: $n_{\mathrm{h}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z_{\mathrm{H}} = 20$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{H}} &= \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 20} \\ &= 12\ \frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Dodici giri al minuto, un giro dura 5 s. Una ruota di scappamento con 15 denti richiederebbe, alla stessa frequenza, 16 giri al minuto.

Gli orologi piccolo volume fino a 21 600 A/h hanno quasi sempre una ruota di scappamento con 15 denti, i movimenti a 28 800 A/h e oltre spesso una con 20 denti. Negli orologi grosso volume l'intervallo va da circa 15 a 40 denti. Se la lancetta dei secondi è sull'albero della ruota di scappamento e il pendolo batte i secondi, la ruota di scappamento ha 30 denti.

Condizione per la ruota dei secondi

(4.9) OPERAIO QUALIFICATO

$$\frac{z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}} = 60$$

RIORDINATA $z_{\mathrm{K}} = \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}}$

Se l'albero della ruota dei secondi porta la lancetta dei secondi, deve girare 60 volte più veloce della ruota dei minuti. Usuale è la suddivisione $8 \cdot 7{,}5$.

Vale: movimenti la cui ruota dei secondi compie un giro al minuto (piccoli secondi o ruota dei secondi al centro).

z_{M}	Numero di denti della ruota dei minuti	1
z_{K}	Numero di denti della ruota mediana	1
z'_{K}	Numero di denti del pignone della mediana	1
z'_{S}	Numero di denti del pignone dei secondi	1

ESEMPIO In un movimento manca la ruota mediana. La ruota dei minuti ha 80 denti, pignone della mediana e pignone dei secondi hanno 10 denti ciascuno.

Dati: $z'_{\mathrm{K}} = 10$; $z'_{\mathrm{S}} = 10$; $z_{\mathrm{M}} = 80$

$$\begin{aligned} z_{\mathrm{K}} &= \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}} \\ &= \frac{60 \cdot 10 \cdot 10}{80} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La ruota mediana mancante ha 75 denti. Il modulo lo fornisce l'interasse, formula (4.16).

Frequenza dall'ultimo ingranamento

(4.10) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_{\mathrm{h}} = \frac{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{S}} \cdot z_{\mathrm{S}}}{z'_{\mathrm{H}}}$$

RIORDINATA $$z_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot z'_{\mathrm{H}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{S}}}$$

Se la ruota dei secondi compie un giro al minuto, basta l'ultimo ingranamento per verificare la frequenza o calcolare una ruota dei secondi mancante.

Vale: la ruota dei secondi compie un giro al minuto.

n_{h}	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Numero di denti della ruota di scappamento	1
n_{S}	Velocità di rotazione della ruota dei secondi (un giro al minuto)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
z_{S}	Numero di denti della ruota dei secondi	1
z'_{H}	Numero di denti del pignone di scappamento	1

ESEMPIO Un movimento a 28 800 A/h ha una ruota di scappamento con 20 denti e un pignone di scappamento con 7 denti. Manca la ruota dei secondi.

Dati: $n_{\mathrm{h}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z'_{\mathrm{H}} = 7$; $z_{\mathrm{H}} = 20$; $n_{\mathrm{S}} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} z_{\mathrm{S}} &= \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot z'_{\mathrm{H}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 7}{2 \cdot 20 \cdot 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La ruota dei secondi deve avere 84 denti.

Serie di numeri di denti per orologi piccolo volume (esempi calcolati, la ruota dei secondi compie un giro al minuto)

Frequenza in A/h	Ruota dei minuti : pignone della mediana	Ruota mediana : pignone dei secondi	Ruota dei secondi : pignone di scappamento	Ruota di scappamento	Rapporto di trasmissione
18 000	80 : 10	75 : 10	80 : 8	15	600
18 000	64 : 8	60 : 8	70 : 7	15	600
21 600	80 : 10	75 : 10	72 : 6	15	720
21 600	64 : 8	60 : 8	84 : 7	15	720
28 800	80 : 10	75 : 10	84 : 7	20	720
36 000	80 : 10	75 : 10	90 : 6	20	900

Le serie sono calcolate con la formula (4.7) e mostrano come la frequenza nasce dai numeri di denti. I calibri realizzati se ne discostano; fanno sempre fede i denti contati.

Da ricordare: Frequenza uguale due volte i denti della ruota di scappamento per il rapporto dalla ruota dei minuti alla ruota di scappamento. Ruote motrici al numeratore, pignoni condotti al denominatore.

4.3 Minuteria

La minuteria si trova sotto il quadrante e ricava dalla rotazione della lancetta dei minuti quella della lancetta delle ore. Il pignone calzante, detto anche cannone dei minuti, è montato a frizione sull'albero della ruota dei minuti, perché si possano regolare le lancette.

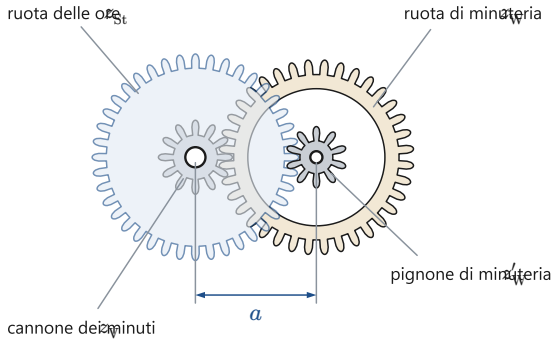


Fig. 4.5 Minuteria vista dall'alto: entrambi gli ingranamenti hanno lo stesso interasse a

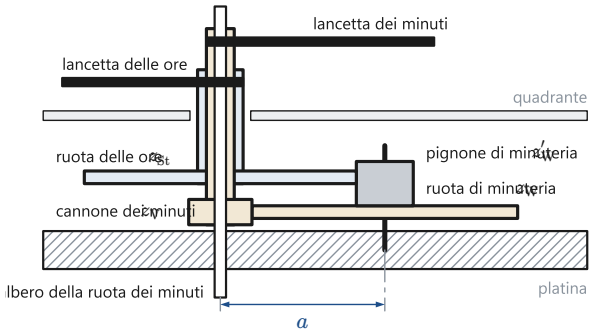


Fig. 4.6 Minuteria in sezione (schema): la ruota delle ore gira folle sul pignone calzante

Demoltiplica della minuteria

(4.11) OPERAIO QUALIFICATO

$$\frac{z_W \cdot z_{St}}{z_V \cdot z'_W} = 12$$

RIORDINATA $$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W}$$

z_W	Numero di denti della ruota di minuteria	1
z_{St}	Numero di denti della ruota delle ore	1
z_V	Numero di denti del pignone calzante (conduce la ruota di minuteria)	1
z'_W	Numero di denti del pignone di minuteria (conduce la ruota delle ore)	1

Il pignone calzante porta la lancetta dei minuti e compie un giro all'ora, la ruota delle ore un giro in 12 ore. Poiché qui conducono i pignoni, le ruote condotte stanno al numeratore: la minuteria demoltiplica 12 a 1.

Vale: indicazione con 12 ore per giro della lancetta delle ore. Dopo due ingranamenti la ruota delle ore gira nello stesso senso del pignone calzante.

ESEMPIO In una minuteria manca la ruota delle ore. Il pignone calzante ha 14 denti, la ruota di minuteria 42, il pignone di minuteria 12.

Dati: $z_V = 14$; $z'_W = 12$; $z_W = 42$

$$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W} = \frac{12 \cdot 14 \cdot 12}{42} = 48$$

La ruota delle ore ha 48 denti. La demoltiplica si divide in 3 al primo e 4 al secondo ingranamento.

Indicazione delle 24 ore

(4.12) MAESTRO

$$z_{24} = 2 \cdot z_{A}$$

z_{24}	Numero di denti della ruota delle 24 ore	1
z_{A}	Numero di denti della ruota motrice sul cannone delle ore	1

La lancetta delle 24 ore gira a metà velocità della lancetta delle ore. Una ruota intermedia non cambia la demoltiplica, ma fa girare la lancetta in senso orario. La stessa demoltiplica 2 a 1 aziona la ruota di comando della data, che scatta una volta al giorno (sezione 4.6).

Vale: azionamento dalla ruota delle ore. Calcolata dal pignone calzante la demoltiplica è 24 a 1.

ESEMPIO Sul cannone delle ore si trova una ruota con 24 denti che, tramite una ruota intermedia, aziona la ruota delle 24 ore.

Dati: $z_{A} = 24$

$$\begin{aligned} z_{24} &= 2 \cdot z_{A} \\ &= 2 \cdot 24 \\ &= 48 \end{aligned}$$

La ruota delle 24 ore richiede 48 denti. Il numero di denti della ruota intermedia è a scelta.

Interasse uguale nella minuteria

(4.13) MAESTRO

$$m_1 \cdot (z_{V} + z_{W}) = m_2 \cdot (z'_{W} + z_{St})$$

RIORDINATA $$m_2 = \frac{m_1 \cdot (z_{V} + z_{W})}{z'_{W} + z_{St}}$$

m_1	Modulo dell'ingranamento pignone calzante e ruota di minuteria	mm
z_{V}	Numero di denti del pignone calzante (conduce la ruota di minuteria)	1
z_{W}	Numero di denti della ruota di minuteria	1
m_2	Modulo dell'ingranamento pignone di minuteria e ruota delle ore	mm
z'_{W}	Numero di denti del pignone di minuteria (conduce la ruota delle ore)	1
z_{St}	Numero di denti della ruota delle ore	1

Pignone calzante e ruota delle ore ruotano attorno allo stesso asse, e così ruota di minuteria e pignone di minuteria. Entrambi gli ingranamenti hanno perciò lo stesso interasse secondo la formula (4.16). Se le somme dei numeri di denti sono diverse, devono esserlo anche i moduli.

ESEMPIO Una minuteria ha pignone calzante 12, ruota di minuteria 36, pignone di minuteria 10 e ruota delle ore 40 denti. Il primo ingranamento ha modulo 0,25 mm.

Dati: $m_1 = 0{,}25\,\text{mm}$; $z_{V} = 12$; $z_{W} = 36$; $z'_{W} = 10$; $z_{St} = 40$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{m_1 \cdot (z_{V} + z_{W})}{z'_{W} + z_{St}} \\ &= \frac{0{,}25\,\text{mm} \cdot (12 + 36)}{10 + 40} \\ &= 0{,}24\,\text{mm} \end{aligned}$$

Il secondo ingranamento richiede modulo 0,24 mm. Con i numeri di denti 10 e 30 nonché 8 e 32 entrambi gli ingranamenti funzionerebbero con lo stesso modulo.

4.4 Geometria della dentatura

Tutte le misure di una dentatura dipendono dal modulo. Con modulo e numero di denti sono fissati circonferenza primitiva, interasse e grandezza dei denti; la forma del dente determina poi le circonferenze di

testa e di piede.

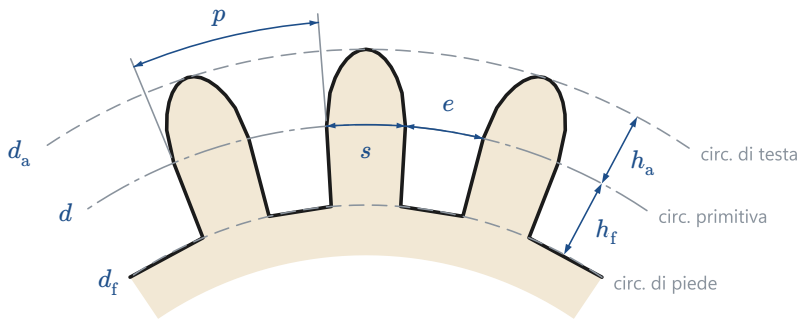


Fig. 4.7 Misure sulla ruota dentata: circonferenza di testa d_a, circonferenza primitiva d, circonferenza di piede d_f, passo p, spessore del dente s, vano e, altezza di testa h_a e altezza di piede h_f

Passo e modulo

(4.14) OPERAIO QUALIFICATO

$$p = \pi \cdot m$$

RIORDINATA $m = \dfrac{p}{\pi}$

p	Passo (distanza da dente a dente, come arco sulla circonferenza primitiva)	mm
m	Modulo	mm

Il modulo è il passo diviso π. È la misura della grandezza dei denti: solo ruota e pignone con lo stesso modulo vanno insieme.

ESEMPIO Quanto vale il passo con modulo 0,2 mm?

Dati: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \pi \cdot m \\ &= \pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}628\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Da dente a dente sulla circonferenza primitiva ci sono 0,628 mm; dente e vano sono quindi larghi circa 0,3 mm ciascuno.

Diametro primitivo

(4.15) OPERAIO QUALIFICATO

$$d = m \cdot z$$

RIORDINATA $m = \dfrac{d}{z}$

d	Diametro primitivo	mm
m	Modulo	mm
z	Numero di denti	1

La circonferenza primitiva è il cerchio immaginario sul quale ruota e pignone rotolano l'una sull'altro come due ruote di frizione lisce.

ESEMPIO Una ruota ha 80 denti e modulo 0,2 mm.

Dati: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $\quad z = 80$

$$\begin{aligned} d &= m \cdot z \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot 80 \\ &= 16\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La circonferenza primitiva misura 16 mm. Sulla ruota finita non si vede; si può misurare solo la circonferenza di testa.

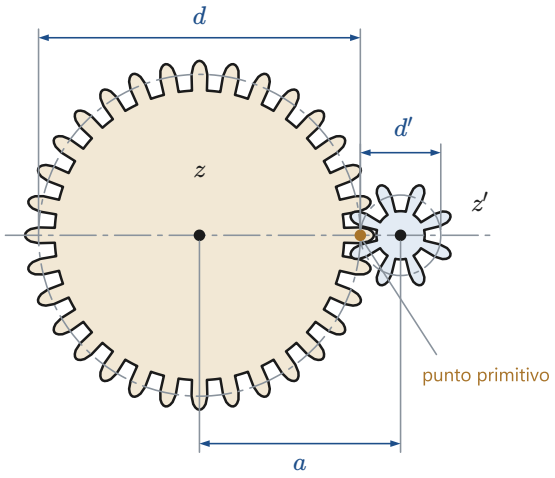


Fig. 4.8 Ingranamento: le circonferenze primitive d e d' si toccano nel punto primitivo

interasse

(4.16) OPERAIO QUALIFICATO

$$a = \frac{m \cdot (z + z')}{2}$$

RIORDINATA $m = \dfrac{2 \cdot a}{z + z'}$

a	interasse	mm
m	Modulo	mm
z	Numero di denti (della ruota)	1
z'	Numero di denti del pignone	1

Le circonferenze primitive si toccano nel punto primitivo. L'interasse è la somma dei due raggi primitivi. Riordinata, la formula fornisce il modulo dall'interasse misurato.

Vale: dentatura esterna con profondità d'ingranamento regolata correttamente.

ESEMPIO Tra due supporti si misurano 8,5 mm di interasse. La ruota ha 75 denti, il pignone 10.

Dati: $a = 8{,}5\,\mathrm{mm}$; $z = 75$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} m &= \frac{2 \cdot a}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\mathrm{mm}}{75 + 10} \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

L'ingranamento ha modulo 0,2 mm.

Circonferenza primitiva dall'interasse

(4.17) MAESTRO

$$d = \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'}$$

L'interasse si divide tra ruota e pignone nel rapporto dei numeri di denti. Per il pignone al numeratore sta z'.

d	Diametro primitivo (della ruota)	mm
a	interasse	mm
z	Numero di denti (della ruota)	1
z'	Numero di denti del pignone	1

ESEMPIO Interasse 8,5 mm, ruota 75 denti, pignone 10 denti.

Dati: $a = 8{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 75; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} d &= \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 75}{75 + 10} \\ &= 15\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La circonferenza primitiva della ruota misura 15 mm, per il pignone restano 2 mm.

Dentatura per orologi. Nel rotismo del tempo la ruota conduce il pignone, con una forza il più possibile costante e poco attrito. Per questo si è affermata la dentatura cicloidale, oggi per lo più realizzata come dentatura ad archi di cerchio secondo le norme dell'industria orologiera: il dente della ruota porta sopra la circonferenza primitiva un'ogiva, il dente del pignone ha fianchi rettilinei diretti verso il centro e una testa tonda od ogivale. Le altezze di testa dipendono dai numeri di denti. Le formule seguenti le riassumono in un coefficiente di testa da sommare al numero di denti.

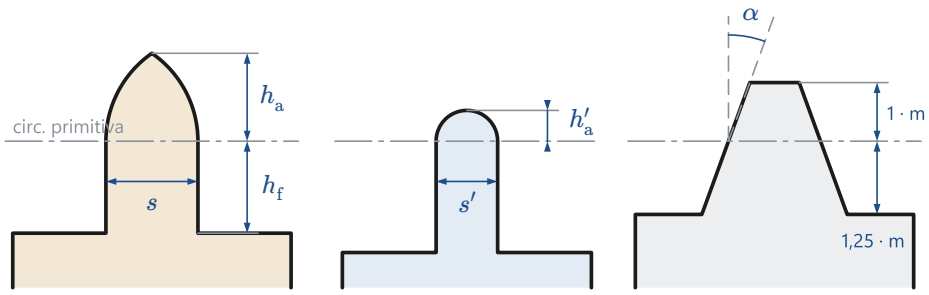


Fig. 4.9 Forme dei denti, disegnate su circonferenza primitiva rettificata: dente della ruota a ogiva, dente del pignone con testa semitonda, profilo di riferimento della dentatura a evolvente con $\alpha = 20°$

Circonferenza di testa della ruota

(4.18) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$d_a \approx m \cdot (z + k)$$

La circonferenza di testa è il diametro esterno della ruota e l'unica misura facilmente misurabile. L'altezza di testa è $h_a = \frac{k}{2} \cdot m$.

Vale: dentatura per orologi, la ruota conduce il pignone. k dalla tabella; senza tabella si calcola con $k \approx 3$, negli esercizi dei corsi anche con $k \approx \pi$.

d_a	Diametro di testa (della ruota)	mm
m	Modulo	mm
z	Numero di denti (della ruota)	1
k	Coefficiente di testa (della ruota: doppia altezza di testa, misurata in moduli)	1

ESEMPIO Una ruota con 80 denti e modulo 0,2 mm ingrana in un pignone con 10 denti; secondo la tabella $k = 3{,}19$.

Dati: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z = 80$; $k = 3{,}19$

$$\begin{aligned} d_a &\approx m \cdot (z + k) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 + 3{,}19) \\ &\approx 16{,}64\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La ruota viene tornita a 16,64 mm di diametro di testa; la circonferenza primitiva si trova 0,32 mm sotto le punte dei denti.

Coefficiente di testa k della ruota in sintesi (arrotondato, per rapporti da 6 a 10)

Numero di denti del pignone	6	7	8	10	12
Coefficiente di testa k	2,6	2,8	2,9	3,2	3,4

Quanti più denti ha il pignone, tanto più alta diventa l'ogiva del dente della ruota. I valori esatti dipendono anche dal numero di denti della ruota; si trovano nella tabella seguente.

Coefficiente di testa k della ruota secondo i numeri di denti di ruota e pignone (valori tabellari della dentatura per orologi, dentatura cicloidale)

Numero di denti z della ruota	Pignone $z' = 6$	$z' = 7$	$z' = 8$	$z' = 9$	$z' = 10$	$z' = 12$	$z' = 15$
20	2,53	2,65	2,76	2,86	2,95	3,10	3,24
24	2,56	2,68	2,79	2,90	2,99	3,14	3,31
25	2,57	2,69	2,80	2,91	3,00	3,15	3,33
28	2,57	2,71	2,82	2,93	3,03	3,18	3,38
30	2,58	2,71	2,83	2,94	3,04	3,20	3,40
32	2,59	2,72	2,84	2,95	3,06	3,22	3,43
35	2,60	2,73	2,85	2,96	3,07	3,25	3,46
36	2,60	2,73	2,85	2,96	3,08	3,26	3,47
40	2,60	2,74	2,86	2,98	3,10	3,29	3,51
42	2,61	2,74	2,87	2,98	3,10	3,30	3,53
45	2,61	2,74	2,88	3,00	3,12	3,32	3,55
48	2,62	2,75	2,88	3,00	3,12	3,33	3,56
50	2,62	2,75	2,89	3,01	3,12	3,33	3,57
54	2,62	2,75	2,89	3,01	3,13	3,35	3,59
56	2,62	2,76	2,90	3,02	3,13	3,35	3,60
60	2,63	2,76	2,90	3,02	3,14	3,36	3,61
64	2,63	2,77	2,91	3,03	3,15	3,37	3,62
70	2,63	2,77	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
72	2,64	2,78	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
75	2,64	2,78	2,93	3,06	3,18	3,40	3,65
80	2,64	2,79	2,93	3,07	3,19	3,41	3,66
84	2,64	2,79	2,93	3,07	3,20	3,42	3,67
90	2,65	2,80	2,94	3,08	3,21	3,44	3,69
96	2,65	2,80	2,94	3,09	3,22	3,45	3,70
100	2,66	2,81	2,95	3,10	3,23	3,46	3,71
110	2,66	2,81	2,96	3,11	3,24	3,47	3,73
120	2,67	2,82	2,97	3,12	3,25	3,49	3,75
140	2,68	2,84	2,99	3,13	3,27	3,51	3,78
150	2,69	2,84	3,00	3,14	3,28	3,52	3,80
160	2,69	2,85	3,01	3,15	3,29	3,52	3,81
180	2,70	2,86	3,01	3,15	3,30	3,53	3,83
200	2,71	2,87	3,02	3,16	3,31	3,55	3,85

Con questi valori calcolano gli esercizi dei corsi e degli esami. Per numeri di denti tra le righe si prende la riga più vicina; da riga a riga k cambia solo di pochi centesimi. L'altezza di testa del dente della ruota è $h_{\mathrm{a}} = \frac{k}{2} \cdot m$. I valori appartengono al dente a ogiva della dentatura cicloidale: il suo fianco nasce quando un cerchio di diametro pari a metà della circonferenza primitiva del pignone rotola esternamente sulla circonferenza primitiva della ruota (epicicloide). Ricalcolati, i valori tabellari stanno a circa il 95 % dell'altezza alla quale i due fianchi si incontrano in punta, se il dente sulla circonferenza primitiva è spesso mezzo passo. Per la fabbricazione valgono le norme di dentatura dell'industria orologiera (NHS, NIHS). Esse forniscono, a seconda della norma e del profilo, valori un po' diversi da questa tabella, nella dentatura delle ruote di alcuni centesimi fino a pochi decimi; chi fabbrica una ruota calcola perciò con il foglio di norma.

Modulo dalla circonferenza di testa misurata

(4.19) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$m \approx \frac{d_a}{z + k}$$

La via usuale per la ruota o il pignone mancante: contare i denti del partner esistente, misurare la circonferenza di testa e calcolare il modulo. Verificare il risultato con l'interasse secondo la formula (4.16).

Vale: come nella formula (4.18). Per un pignone esistente vale analogamente la formula (4.20).

m	Modulo	mm
d_a	Diametro di testa (della ruota)	mm
z	Numero di denti (della ruota)	1
k	Coefficiente di testa (della ruota: doppia altezza di testa, misurata in moduli)	1

ESEMPIO A una ruota manca il pignone. La ruota ha 64 denti e 10,06 mm di diametro di testa; deve condurre un pignone con 8 denti, quindi $k = 2{,}9$.

Dati: $d_a = 10{,}06\,\text{mm}$; $z = 64$; $k = 2{,}9$

$$\begin{aligned} m &\approx \frac{d_a}{z + k} \\ &= \frac{10{,}06\,\text{mm}}{64 + 2{,}9} \\ &\approx 0{,}150\,\text{mm} \end{aligned}$$

Il modulo è 0,15 mm. Il pignone mancante ha quindi 1,2 mm di diametro primitivo, l'interasse è 5,4 mm.

Circonferenza di testa del pignone

(4.20) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$d'_a \approx m \cdot (z' + k')$$

Nel rotismo del tempo la testa del pignone lavora solo poco prima della linea dei centri. È perciò bassa; con testa semitonda l'altezza di testa è uguale a metà dello spessore del dente. In generale l'altezza di testa è $h'_a = \frac{k'}{2} \cdot m$.

Vale: dentatura per orologi, il pignone è condotto. k' dalle due tabelle.

d'_a	Diametro di testa del pignone	mm
m	Modulo	mm
z'	Numero di denti del pignone	1
k'	Coefficiente di testa del pignone (tabella)	1

ESEMPIO Un pignone con 8 denti e modulo 0,15 mm riceve teste semitonde; dallo spessore del dente segue $k' = 1{,}05$.

Dati: $m = 0{,}15\,\text{mm}$; $z' = 8$; $k' = 1{,}05$

$$\begin{aligned} d'_a &\approx m \cdot (z' + k') \\ &= 0{,}15\,\text{mm} \cdot (8 + 1{,}05) \\ &\approx 1{,}36\,\text{mm} \end{aligned}$$

Il pignone ha 1,36 mm di diametro esterno con 1,2 mm di diametro primitivo. Con il valore tabellare arrotondato $k' = 1{,}0$ si ottengono 1,35 mm.

Dente del pignone nella dentatura per orologi: spessore del dente e coefficiente di testa che ne deriva (valori indicativi)

Numero di denti del pignone	Spessore del dente s'	Coefficiente di testa k' con testa semitonda
da 6 a 10	circa un terzo del passo, $1{,}05 \cdot m$	1,05
da 11	circa due quinti del passo, $1{,}25 \cdot m$	1,25

Con testa semitonda l'altezza di testa è metà dello spessore del dente; da ciò derivano questi valori. Il limite tra 10 e 11 denti segue la norma di dentatura dell'industria orologiera.

Coefficiente di testa k' del pignone secondo la forma della testa (valori tabellari arrotondati degli esercizi di corsi ed esami)

Forma della testa del dente del pignone	Pignone da 6 a 10 denti	Pignone da 11 denti
semitonda (arrotondata)	1,0	1,2
ogivale (appuntita)	1,5	1,8

I valori per la testa semitonda sono i valori arrotondati 1,05 e 1,25 della tabella precedente. La differenza modifica la circonferenza di testa solo di $0{,}05 \cdot m$, con modulo 0,2 mm quindi di 0,01 mm. Il limite si trova, come nella norma di dentatura dell'industria orologiera, tra 10 e 11 denti: fino a 10 denti il dente del pignone deve restare sottile, perché il dente della ruota abbia posto nel vano. Alcuni materiali didattici contano il pignone con 10 denti già nel secondo gruppo; all'esame vale il valore indicato dall'esercizio o dalla sua tabella. Le teste ogivali sono più alte; a seconda del profilo arrivano fino a circa $k' = 2$.

Circonferenza di piede della ruota

(4.21) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$d_\mathrm{f} \approx m \cdot (z - \pi)$$

d_f	Diametro di piede (della ruota)	mm
m	Modulo	mm
z	Numero di denti (della ruota)	1

L'altezza di piede del dente della ruota è circa mezzo passo, $h_\mathrm{f} \approx \frac{\pi}{2} \cdot m$. Così la testa del pignone passa libera nel vano.

Vale: valore indicativo della dentatura per orologi. La profondità di piede della ruota non è critica, finché la testa del pignone non tocca il fondo.

ESEMPIO Ruota con 80 denti, modulo 0,2 mm.

Dati: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z = 80$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z - \pi) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 - \pi) \\ &\approx 15{,}37\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il fondo dei denti si trova a 15,37 mm di diametro. L'altezza totale del dente è quindi circa 0,63 mm.

Circonferenza di piede del pignone (valore indicativo)

(4.22) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$d'_\mathrm{f} \approx m \cdot (z' - 4)$$

d'_f	Diametro di piede del pignone (diametro del nocciolo)	mm
m	Modulo	mm
z'	Numero di denti del pignone	1

L'altezza di piede del dente del pignone è circa $2 \cdot m$. Basta per ogni testa di ruota della tabella: la più alta misura $1{,}93 \cdot m$, quelle usuali da circa $1{,}3 \cdot m$ a $1{,}7 \cdot m$. Il resto è gioco di fondo.

Vale: valore indicativo della dentatura per orologi per esercizi di corsi ed esami. La formula seguente calcola in modo più preciso con il coefficiente di testa della ruota coniugata.

ESEMPIO Un pignone con 12 denti ha modulo 0,31 mm. Quanto vale la sua circonferenza di piede?

Dati: $m = 0{,}31\,\mathrm{mm}$; $z' = 12$

$$\begin{aligned} d'_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z' - 4) \\ &= 0{,}31\,\mathrm{mm} \cdot (12 - 4) \\ &= 2{,}48\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

2,48 mm con 3,72 mm di diametro primitivo.

Circonferenza di piede del pignone

(4.23) APPROFONDIMENTO

$$d'_{\mathrm{f}} = m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c$$

Il vano del pignone deve accogliere la testa del dente della ruota e lasciare ancora gioco al di sotto: altezza di piede del pignone uguale altezza di testa della ruota più gioco di fondo.

d'_{f}	Diametro di piede del pignone (diametro del nocciolo)	mm
m	Modulo	mm
z'	Numero di denti del pignone	1
k	Coefficiente di testa (della ruota coniugata)	1
c	Gioco di fondo tra testa della ruota e fondo del pignone (valore indicativo $0{,}4 \cdot m$)	mm

ESEMPIO Pignone con 10 denti, modulo 0,2 mm, ruota coniugata con $k = 3{,}2$, gioco di fondo 0,08 mm.

Dati: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z' = 10$; $k = 3{,}2$; $c = 0{,}08\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d'_{\mathrm{f}} &= m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (10 - 3{,}2) - 2 \cdot 0{,}08\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}20\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il nocciolo del pignone misura 1,2 mm con 2 mm di diametro primitivo. Senza gioco di fondo sarebbero 1,36 mm; con questa misura il dente della ruota toccherebbe già il fondo.

Spessore del dente della ruota

(4.24) OPERAIO QUALIFICATO

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

Dente e vano si dividono il passo: $p = s + e$. Nella ruota sono uguali, lo spessore del dente è quindi metà del passo.

Vale: ruota della dentatura per orologi (valore indicativo). I denti del pignone sono più sottili, vedi tabella alla formula (4.20).

s	Spessore del dente (della ruota sulla circonferenza primitiva)	mm
m	Modulo	mm

ESEMPIO Modulo 0,2 mm.

Dati: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\pi \cdot m}{2} \\ &= \frac{\pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 0{,}314\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Dente e vano della ruota sono larghi ciascuno 0,314 mm sulla circonferenza primitiva.

Gioco tra i fianchi

(4.25) MAESTRO

$$j = p - s - s'$$

Il dente del pignone è più stretto del vano della ruota. La differenza è il gioco tra i fianchi. Lascia spazio per olio, sporcizia, errori di passo e di concentricità.

Vale: misura sulla circonferenza primitiva con interasse corretto.

j	Gioco tra i fianchi sulla circonferenza primitiva	mm
p	Passo (distanza da dente a dente, come arco sulla circonferenza primitiva)	mm
s	Spessore del dente (della ruota sulla circonferenza primitiva)	mm
s'	Spessore del dente del pignone sulla circonferenza primitiva	mm

ESEMPIO Modulo 0,2 mm: passo 0,628 mm, spessore del dente della ruota 0,314 mm, del pignone con 8 denti 0,209 mm.

Dati: $p = 0{,}628\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}314\,\mathrm{mm}$; $s' = 0{,}209\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} j &= p - s - s' \\ &= 0{,}628\,\mathrm{mm} - 0{,}314\,\mathrm{mm} - 0{,}209\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}105\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Tra i fianchi restano circa 0,1 mm di gioco, un sesto del passo.

Profondità d'ingranamento. Se gli assi sono troppo vicini, le circonferenze primitive si intersecano: l'ingranamento è troppo profondo, i denti premono l'uno contro l'altro, il movimento gira duro e nel caso peggiore si blocca. Se sono troppo lontani, l'ingranamento è troppo superficiale: le punte dei denti guidano, la forza è trasmessa in modo irregolare e l'ingranamento cade in modo udibile. Si verifica con il compasso d'ingranamento o sentendo il gioco dei denti; si corregge tramite l'interasse o con un pignone adatto.

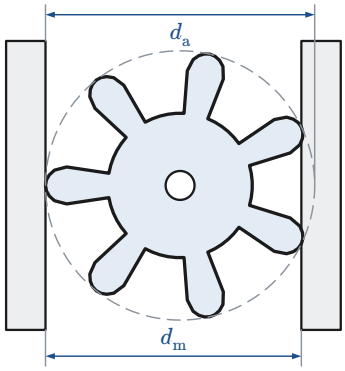


Fig. 4.10 Numero di denti dispari: la misura d_m è minore della circonferenza di testa d_a

Misurare la circonferenza di testa con numero di denti dispari

(4.26) MAESTRO

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)}$$

d_a	Diametro di testa	mm
d_m	Misura tra le superfici di misura	mm
z	Numero di denti (dispari)	1

Con numero di denti dispari a ogni dente sta di fronte un vano. Una superficie di misura poggia su una punta, l'altra su due. La misura è perciò minore della circonferenza di testa.

Vale: numero di denti dispari; superfici di misura piane, parallele e più larghe di un passo. Con numero di denti pari la circonferenza di testa si misura direttamente.

ESEMPIO Un pignone con 7 denti misura 1,62 mm tra i becchi del calibro a corsoio.

Dati: $d_m = 1{,}62\,\text{mm}$; $z = 7$

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)} = \frac{1{,}62\,\text{mm}}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{7}\right)} \approx 1{,}70\,\text{mm}$$

La circonferenza di testa è 0,08 mm maggiore della misura. Con 15 denti la differenza è ancora circa l'1 %, da circa 60 denti meno dello 0,1 %.

Dentatura a evolvente. La dentatura della meccanica generale si trova nell'orologio dove si demoltiplica o la direzione della forza cambia: nella carica, nella messa all'ora, nel rotismo automatico e nei meccanismi del calendario. I suoi fianchi sono evolventi, cioè curve descritte da un filo che si svolge dalla circonferenza di base. La dentatura tollera piccoli errori d'interasse: la rotazione viene comunque trasmessa in modo uniforme. Passo, circonferenza primitiva e interasse si calcolano come sopra.

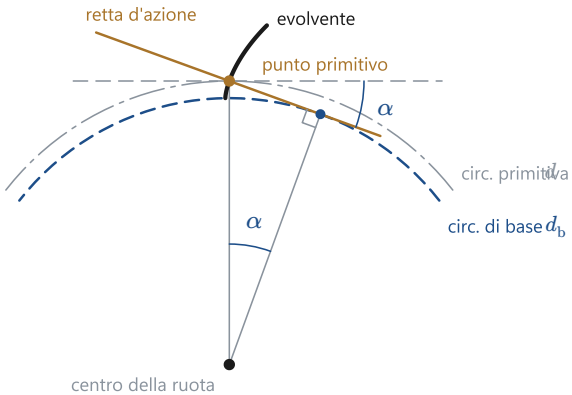


Fig. 4.11 Dentatura a evolvente: la linea d'azione è tangente alla circonferenza di base ed è inclinata dell'angolo di pressione α

Circonferenza di testa della dentatura a evolvente

(4.27) MAESTRO

$$d_a = m \cdot (z + 2)$$

RIORDINATA $m = \dfrac{d_a}{z + 2}$

d_a	Diametro di testa	mm
m	Modulo	mm
z	Numero di denti	1

L'altezza di testa è uguale al modulo. Riordinata, la formula fornisce il modulo di una ruota a evolvente dalla circonferenza di testa e dal numero di denti.

Vale: dentatura normale senza spostamento del profilo, angolo di pressione 20°, altezza di testa $1 \cdot m$.

ESEMPIO Una ruota con 24 denti e modulo 0,5 mm.

Dati: $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 24$

$$\begin{aligned} d_a &= m \cdot (z + 2) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 + 2) \\ &= 13\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circonferenza di testa 13 mm con 12 mm di diametro primitivo.

Circonferenza di piede della dentatura a evolvente

(4.28) MAESTRO

$$d_f = m \cdot (z - 2{,}5)$$

d_f	Diametro di piede	mm
m	Modulo	mm
z	Numero di denti	1

L'altezza di piede è 1,25 volte il modulo: altezza di testa della ruota coniugata più $0{,}25 \cdot m$ di gioco di fondo.

Vale: dentatura normale senza spostamento del profilo. Nella meccanica di precisione sono usuali anche altezze di piede maggiori; allora al posto di 2,5 compare il doppio del fattore di altezza di piede.

ESEMPIO La stessa ruota: 24 denti, modulo 0,5 mm.

Dati: $m = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 24$

$$\begin{aligned} d_f &= m \cdot (z - 2{,}5) \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot (24 - 2{,}5) \\ &= 10{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circonferenza di piede 10,75 mm; l'altezza del dente è $2{,}25 \cdot m$, cioè 1,125 mm.

Circonferenza di base

(4.29) APPROFONDIMENTO

$$d_\mathrm{b} = d \cdot \cos \alpha$$

Dalla circonferenza di base si svolge l'evolvente. I denti si toccano sempre sulla linea d'azione, che è tangente a entrambe le circonferenze di base ed è inclinata dell'angolo di pressione rispetto alla tangente comune delle circonferenze primitive.

d_b	Diametro di base	mm
d	Diametro primitivo	mm
α	Angolo di pressione (normalizzato 20°)	°

ESEMPIO Circonferenza primitiva 12 mm, angolo di pressione 20°.

Dati: $d = 12\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 20^\circ$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{b} &= d \cdot \cos \alpha \\ &= 12\,\mathrm{mm} \cdot \cos\left(20^\circ\right) \\ &\approx 11{,}28\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La circonferenza di base si trova 0,36 mm sotto la circonferenza primitiva. Al di sotto della circonferenza di base non c'è evolvente.

4.5 Suoneria

La suoneria è un rotismo a sé con forza motrice, rotismo e volano. Il rotismo del tempo la sgancia, un contatore determina il numero dei colpi: la ruota partitora o il rastrello.

Somma dei colpi delle ore

(4.30) MAESTRO

$$N = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

I colpi delle ore 1 + 2 + 3 e così via si sommano secondo la formula della somma.

N	Numero (dei colpi per le ore da 1 a k)	1
k	ultima ora battuta	1

ESEMPIO Quanti colpi si battono dalle ore 1 alle ore 12?

Dati: $k = 12$

$$\begin{aligned} N &= \frac{k \cdot (k+1)}{2} \\ &= \frac{12 \cdot (12+1)}{2} \\ &= 78 \end{aligned}$$

78 colpi in 12 ore, 156 al giorno.

Colpi al giorno

(4.31) MAESTRO

$$N_{\mathrm{d}} = 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b)$$

N_{d}	Colpi in 24 ore	1
N_{12}	Colpi delle ore in 12 ore (78)	1
b	Colpi a ogni mezz'ora (0 o 1)	1

Il colpo della mezz'ora aggiunge 12 colpi in 12 ore.

Vale: suoneria delle ore con al massimo un colpo alla mezz'ora. Le suonerie dei quarti hanno un rotismo proprio e si calcolano separatamente.

ESEMPIO Una suoneria batte le ore e a ogni mezz'ora un colpo.

Dati: $N_{12} = 78; \quad b = 1$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{d}} &= 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b) \\ &= 2 \cdot (78 + 12 \cdot 1) \\ &= 180 \end{aligned}$$

180 colpi al giorno: 90 in 12 ore anziché 78.

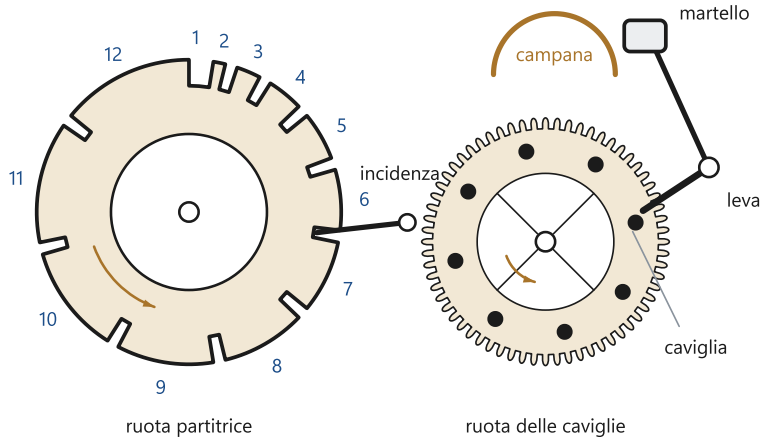


Fig. 4.12 Ruota partitora con 78 parti (ogni ora occupa tante parti quanti sono i suoi colpi) e ruota delle caviglie con martello

Ruota partitora

(4.32) MAESTRO

$$N_{\mathrm{Sch}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}}$$

N_{Sch}	Colpi per giro della ruota partitora (78, con colpo della mezz'ora 90)	1
z_{N}	Numero delle caviglie	1
z_{Sch}	Numero di denti della ruota partitora	1
z'_{Sch}	Numero di denti del pignone sull'albero della ruota delle caviglie, che aziona la ruota partitora	1

La ruota partitora conta i colpi. Compie un giro in 12 ore; la sua circonferenza è divisa in 78 o 90 parti, e dopo ogni sequenza di colpi la leva d'arresto cade in una tacca e ferma il rotismo.

Vale: la ruota partitora è azionata dall'albero della ruota delle caviglie e compie un giro in 12 ore.

ESEMPIO Una ruota delle caviglie porta 10 caviglie. Sul suo albero si trova un pignone con 8 denti che aziona una ruota partitora con 72 denti.

Dati: $z_{\mathrm{N}} = 10; \quad z_{\mathrm{Sch}} = 72; \quad z'_{\mathrm{Sch}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{Sch}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}} \\ &= \frac{10 \cdot 72}{8} \\ &= 90 \end{aligned}$$

90 colpi per giro: una suoneria con colpo della mezz'ora. Per 78 colpi vanno bene 13 caviglie con demoltiplica 6.

Nella suoneria a rastrello la chiocciola delle ore, un disco a 12 gradini sulla ruota delle ore, determina di quanto cade il rastrello. A ogni colpo il raccoglitore riporta indietro il rastrello di un dente, finché il rotismo è di nuovo bloccato. A differenza della ruota partitora, la suoneria a rastrello non può andare fuori fase rispetto alle lancette.

Colpi per giro della ruota motrice

(4.33) MAESTRO

$$N_{\mathrm{A}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}}$$

Ogni caviglia solleva il martello una volta. La ruota delle caviglie gira più veloce della ruota motrice secondo il rapporto di trasmissione.

Vale: la ruota motrice ingrana direttamente nel pignone della ruota delle caviglie. Se in mezzo c'è una ruota intermedia, si aggiunge il suo rapporto come fattore.

N_{A}	Colpi per giro della ruota motrice (ruota del tamburo o bariletto)	1
z_{N}	Numero delle caviglie	1
z_{A}	Numero di denti della ruota motrice	1
z'_{N}	Numero di denti del pignone sull'albero della ruota delle caviglie	1

ESEMPIO Una ruota del tamburo con 96 denti aziona il pignone (8 denti) di una ruota delle caviglie con 8 caviglie.

Dati: $z_{\mathrm{N}} = 8$; $z_{\mathrm{A}} = 96$; $z'_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{A}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{8 \cdot 96}{8} \\ &= 96 \end{aligned}$$

Per ogni giro del tamburo si battono 96 colpi.

Giri per carica

(4.34) MAESTRO

$$U = \frac{t_{\mathrm{G}} \cdot n_{\mathrm{d}}}{N_{\mathrm{A}}}$$

Il numero di colpi al giorno lo fornisce la formula (4.31). Rotismo del tempo e suoneria sono dimensionati in modo che entrambi funzionino con una carica per lo stesso tempo.

U	giri necessari della ruota motrice	1
t_{G}	Autonomia di marcia	d
n_{d}	Colpi al giorno	$\frac{1}{\mathrm{d}}$
N_{A}	Colpi per giro della ruota motrice	1

ESEMPIO La suoneria dell'esempio precedente deve funzionare 8 giorni e batte 180 colpi al giorno.

Dati: $t_{\mathrm{G}} = 8\,\mathrm{d}$; $n_{\mathrm{d}} = 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}$; $N_{\mathrm{A}} = 96$

$$\begin{aligned} U &= \frac{t_{\mathrm{G}} \cdot n_{\mathrm{d}}}{N_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{d} \cdot 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}}{96} \\ &= 15 \end{aligned}$$

In 8 giorni si battono 1440 colpi; il tamburo compie a tal fine 15 giri. Con lo spessore della corda e il diametro del tamburo se ne ricava l'altezza di caduta del peso (capitolo 3).

Giri del volano per colpo

(4.35) MAESTRO

$$U_{\mathrm{W}} = \frac{i_{\mathrm{W}}}{z_{\mathrm{N}}}$$

Il volano frena il rotismo con la resistenza dell'aria delle sue alette. Poiché la resistenza cresce fortemente con la velocità, si stabilisce una velocità uniforme e i colpi si susseguono a intervalli uguali. Alette più grandi o più inclinate rendono la battuta più lenta.

U_{W}	Giri del volano per colpo	1
i_{W}	Rapporto di trasmissione dalla ruota delle caviglie al volano	1
z_{N}	Numero delle caviglie	1

ESEMPIO Dalla ruota delle caviglie (64 denti, 8 caviglie) al volano ci sono tre ingranamenti: 64 a 8, 56 a 7 e 49 a 7. Il rapporto di trasmissione è $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$.

Dati: $i_{\mathrm{W}} = 448; \quad z_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{W}} &= \frac{i_{\mathrm{W}}}{z_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{448}{8} \\ &= 56 \end{aligned}$$

Il volano compie 56 giri per colpo.

4.6 Calendario e fasi lunari

I meccanismi del calendario contano i giorni. Le loro ruote non sono azionate in modo continuo, ma fatte avanzare di un dente una volta al giorno; il numero di denti è allora il numero di giorni per giro.

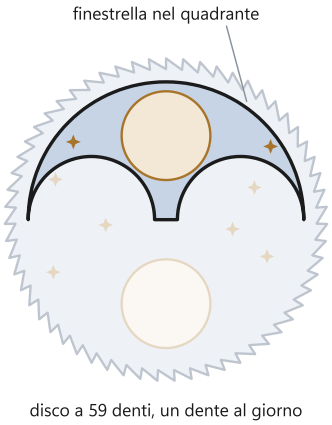


Fig. 4.13 Disco delle fasi lunari dietro la finestra nel quadrante

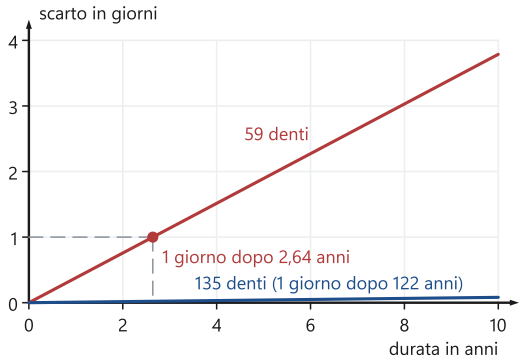


Fig. 4.14 Scarto dell'indicazione delle fasi lunari rispetto alla Luna media

Disco delle fasi lunari

(4.36) MAESTRO

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{z \cdot t_{\mathrm{s}}}{k}$$

Da luna nuova a luna nuova passano in media 29,530 59 giorni, il mese sinodico. Poiché una ruota non può avere mezzi denti, il disco porta due lune e 59 denti.

t_{L}	durata indicata di una lunazione	d
z	Numero di denti (del disco lunare)	1
t_{s}	Tempo tra due scatti (un dente al giorno)	d
k	Numero (delle lune sul disco)	1

ESEMPIO Un disco lunare con 59 denti e due lune avanza ogni giorno di un dente.

Dati: $z = 59$; $t_{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{d}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{L}} &= \frac{z \cdot t_{\mathrm{s}}}{k} \\ &= \frac{59 \cdot 1\,\mathrm{d}}{2} \\ &= 29{,}5\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'indicazione percorre tutte le fasi in 29,5 giorni. La Luna impiega in media 29,530 59 giorni, quindi l'indicazione va un po' troppo veloce.

Tempo di funzionamento fino allo scarto delle fasi lunari

(4.37) MAESTRO

$$t_{\mathrm{F}} = \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|}$$

A ogni giro l'indicazione scarta della differenza tra lunazione indicata e reale. Gli scarti si sommano.

Vale: moto medio della Luna. La Luna reale se ne discosta nel corso di un mese fino a circa mezza giornata.

t_{F}	Tempo di funzionamento finché l'indicazione scarta di Δt	d
Δt	Scarto dell'indicazione rispetto all'età reale della Luna	d
t_{L}	durata indicata di una lunazione	d
T_{syn}	mese sinodico (valore medio 29,530 59 d, sezione 11.1)	d

ESEMPIO Dopo quanto tempo l'indicazione con 59 denti scarta di un giorno?

Dati: $\Delta t = 1\,\mathrm{d}$; $t_{\mathrm{L}} = 29{,}5\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{F}} &= \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 29{,}5\,\mathrm{d}}{|29{,}530\,59\,\mathrm{d} - 29{,}5\,\mathrm{d}|} \\ &\approx 964\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Dopo 964 giorni, cioè circa 2,6 anni, l'indicazione è avanti di un giorno e va corretta.

Fasi lunari precise con rapporto di trasmissione

(4.38) APPROFONDIMENTO

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k}$$

Un rapporto di trasmissione tra ruota di comando e disco lunare approssima il mese sinodico molto meglio del semplice disco a 59 denti.

Vale: il disco lunare è azionato tramite ruote. Il disco con 135 denti è diffuso; l'azionamento dell'esempio è una possibile serie di numeri di denti, ne esistono altre realizzate.

t_{L}	durata indicata di una lunazione	d
t_{A}	Tempo di rivoluzione dell'albero motore (stella a 7 denti, avanzata ogni giorno: 7 d)	d
z	Numero di denti (del disco lunare)	1
z'	Numero di denti del pignone (aziona il disco lunare)	1
k	Numero (delle lune sul disco)	1

ESEMPIO Una stella a 7 denti avanza ogni giorno. Sul suo albero si trova un pignone con 16 denti che, tramite una ruota intermedia, aziona un disco lunare con 135 denti e due lune.

Dati: $t_{\mathrm{A}} = 7\,\mathrm{d}$; $z = 135$; $z' = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{L}} &= \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k} \\ &= \frac{7\,\mathrm{d} \cdot 135}{16 \cdot 2} \\ &= 29{,}531\,25\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'indicazione è ormai in ritardo di soli 57 s per giro. Secondo la formula (4.37) con $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$ occorrono 44 744 giorni, oltre 122 anni, perché ritardi di un giorno.

Ruote contatrici delle indicazioni del calendario

Indicazione	Ruota	avanza	un giro in
data	anello o ruota delle date con 31 denti	ogni giorno	31 giorni
giorno della settimana	stella a 7 denti	ogni giorno	7 giorni
mese	stella a 12 denti	ogni mese	1 anno
fasi lunari	disco con 59 denti e due lune	ogni giorno	59 giorni
calendario perpetuo	ruota programma con 48 gradini mensili	ogni mese	4 anni (1461 giorni)

Il calendario semplice va corretto a mano cinque volte all'anno, cioè dopo ogni mese con meno di 31 giorni. Il calendario annuale richiede una correzione alla fine di febbraio. Il calendario perpetuo conosce anche gli anni bisestili; va corretto solo nell'anno 2100, che non è bisestile.

La ruota di comando della data compie un giro in 24 ore ed è azionata dalla ruota delle ore con la demoltiplica 2 a 1, formula (4.12). Anni bisestili, durata dell'anno ed equazione del tempo si trovano nel capitolo 11.

4.7 Rendimento del rotismo

Ogni ingranamento e ogni supporto consuma per attrito una parte della forza motrice. Il rendimento indica quale frazione del momento torcente resta.

Rendimento complessivo del rotismo

(4.39) MAESTRO

$$\eta_{\text{ges}} = \eta^{k}$$

I rendimenti di ingranamenti in serie si moltiplicano. Se sono diversi, al posto della potenza compare il prodotto dei singoli valori. La forma generale si trova nella formula (2.30).

Vale: valori indicativi per movimenti puliti e oliati. Pignoni con pochi denti, supporti secchi e ingranamenti troppo profondi o troppo superficiali abbassano sensibilmente il rendimento.

η_{ges}	Rendimento complessivo del rotismo	1
η	Rendimento (per ingranamento; con attrito nei supporti, valore indicativo da 0,90 a 0,95)	1
k	Numero (degli ingranamenti)	1

ESEMPIO Dal bariletto alla ruota di scappamento ci sono quattro ingranamenti con rendimento 0,95 ciascuno.

Dati: $\eta = 0{,}95; \quad k = 4$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta^{k} \\ &= 0{,}95^{4} \\ &\approx 0{,}81\end{aligned}$$

Circa un quinto del momento torcente va perso nel rotismo. Con 0,90 per ingranamento sarebbe già un terzo.

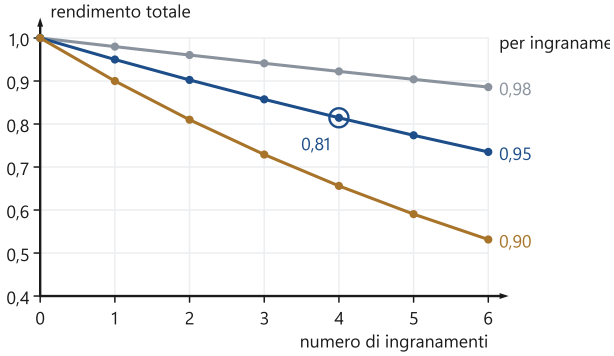


Fig. 4.15 Rendimento complessivo in funzione del numero di ingranamenti

Momento torcente sulla ruota di scappamento

(4.40) MAESTRO

$$M_{\text{H}} = \frac{M_{\text{F}} \cdot \eta_{\text{ges}}}{i_{\text{ges}}}$$

Il momento torcente cala da albero ad albero secondo il rapporto di trasmissione e le perdite per attrito (fig. 4.4).

M_{H}	Momento torcente sulla ruota di scappamento	$\mu\text{N}\cdot\text{m}$
M_{F}	Momento torcente sul bariletto	$\text{N}\cdot\text{mm}$
η_{ges}	Rendimento complessivo del rotismo	1
i_{ges}	Rapporto di trasmissione complessivo (dal bariletto alla ruota di scappamento)	1

ESEMPIO Un bariletto fornisce 8 N·mm. Il rapporto fino alla ruota di scappamento è $6 \cdot 600 = 3600$, il rendimento complessivo 0,81.

Dati: $M_{\text{F}} = 8\,\text{N}\cdot\text{mm}; \quad \eta_{\text{ges}} = 0{,}81; \quad i_{\text{ges}} = 3600$

$$\begin{aligned}M_{\text{H}} &= \frac{M_{\text{F}} \cdot \eta_{\text{ges}}}{i_{\text{ges}}} \\ &= \frac{8\,\text{N}\cdot\text{mm} \cdot 0{,}81}{3600} \\ &= 1{,}8\,\mu\text{N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

Sulla ruota di scappamento restano 1,8 µN·m, poco più di un cinquemillesimo del momento della molla. Per questo già poca sporcizia sugli alberi veloci ferma un movimento.

Rendimento da momenti torcenti misurati

(4.41) APPROFONDIMENTO

$$\eta_{\text{ges}} = \frac{M_{\text{H}} \cdot i_{\text{ges}}}{M_{\text{F}}}$$

Senza attrito alla ruota di scappamento arriverebbe il momento della molla diviso il rapporto di trasmissione. Il rendimento è il rapporto tra il valore misurato e questo valore ideale.

η_{ges}	Rendimento complessivo del rotismo	1
M_{H}	Momento torcente sulla ruota di scappamento	$\mu\text{N}\cdot\text{m}$
i_{ges}	Rapporto di trasmissione complessivo (dal bariletto alla ruota di scappamento)	1
M_{F}	Momento torcente sul bariletto	$\text{N}\cdot\text{mm}$

ESEMPIO Su un movimento si misurano 8 N·mm sul bariletto e 1,7 µN·m sulla ruota di scappamento; il rapporto di trasmissione è 3600.

Dati: $M_{\text{H}} = 1{,}7\,\mu\text{N}\cdot\text{m}$; $i_{\text{ges}} = 3600$; $M_{\text{F}} = 8\,\text{N}\cdot\text{mm}$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \frac{M_{\text{H}} \cdot i_{\text{ges}}}{M_{\text{F}}} \\ &= \frac{1{,}7\,\mu\text{N}\cdot\text{m} \cdot 3600}{8\,\text{N}\cdot\text{mm}} \\ &= 0{,}765\end{aligned}$$

Il rotismo trasmette poco più di tre quarti del momento torcente. Corrisponde a 0,935 per ingranamento con quattro ingranamenti.

5 Organo regolatore: bilanciere e spirale

Bilanciere e spirale formano l'organo regolatore dell'orologio piccolo volume. Il bilanciere è la massa inerte, la spirale la molla che lo riporta nella posizione di equilibrio. La velocità con cui oscillano insieme è determinata da due sole grandezze: il momento d'inerzia del bilanciere e il momento elastico della spirale.

Quasi tutte le formule di regolazione di questo capitolo derivano da una regola: il periodo di oscillazione cresce con la radice del momento d'inerzia e diminuisce con la radice del momento elastico. Un per cento in più di momento d'inerzia o un per cento in meno di momento elastico rende l'orologio più lento di mezzo per cento, cioè 432 s al giorno. In questo capitolo N indica un numero (spire della spirale, viti uguali sull'anello), W l'energia e P la potenza.

5.1 Oscillazione del bilanciere

Il bilanciere oscilla avanti e indietro attorno alla sua posizione di equilibrio. Un'oscillazione è andata e ritorno; l'orologio fa intanto due tic, perché ogni alternanza è una mezza oscillazione.

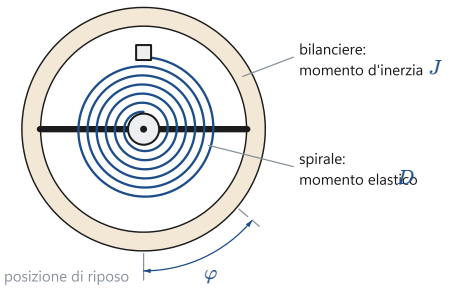


Fig. 5.1 Bilanciere con spirale: il bilanciere apporta il momento d'inerzia J, la spirale il momento elastico D

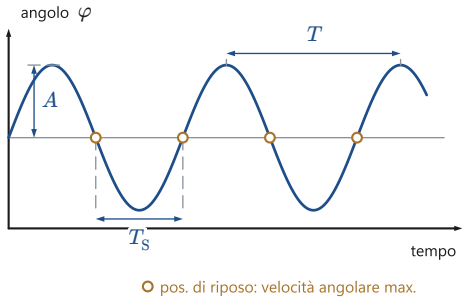


Fig. 5.2 Angolo del bilanciere in funzione del tempo: ampiezza A, periodo di oscillazione T, durata dell'alternanza $T_S = \frac{1}{2}T$

Periodo di oscillazione del bilanciere

(5.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

RIORDINATA $D = \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2}$

Un bilanciere più inerte oscilla più lentamente, una spirale più forte più velocemente. Entrambe le grandezze stanno sotto radice: un momento d'inerzia quadruplo raddoppia il periodo di oscillazione.

Vale: momento di richiamo della spirale proporzionale all'angolo, senza attrito e senza influenza dello scappamento. Fanno parte di J anello, bracci, asse, doppio plateau e virola.

T	Periodo di oscillazione (oscillazione completa, andata e ritorno)	s
J	Momento d'inerzia (del bilanciere; con tutto ciò che oscilla con esso)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$
D	Momento elastico (della spirale; momento torcente per unità d'angolo)	$\frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$

Buono a sapersi: L'ampiezza non compare nella formula. Un organo regolatore ideale oscilla con la stessa velocità a piccola e a grande ampiezza; questa proprietà si chiama isocronismo (sezione 5.7).

ESEMPIO Un bilanciere ha momento d'inerzia $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, la sua spirale momento elastico $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$. Quanto dura un'oscillazione?

Dati: $J = 10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}}{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 0{,}250\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Un'oscillazione dura un quarto di secondo. Il bilanciere compie quindi 4 oscillazioni e 8 alternanze al secondo.

Frequenza del bilanciere

(5.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}}$$

La frequenza è l'inverso del periodo di oscillazione: $f = \frac{1}{T}$.

Vale: come nella formula (5.1).

f	Frequenza (oscillazioni complete al secondo)	Hz
D	Momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
J	Momento d'inerzia (del bilanciere)	$\mathrm{mg \cdot cm^2}$

ESEMPIO Quale frequenza ha l'organo regolatore dell'esempio precedente?

Dati: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $J = 10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}}{10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}}} \\ &\approx 4{,}00\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

4 Hz, la frequenza usuale degli orologi da polso odierni.

Frequenza in alternanze dalla frequenza

(5.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot f$$

RIORDINATA $f = \frac{n_\mathrm{h}}{2}$

A ogni oscillazione l'orologio batte due volte. Negli orologi piccolo volume la frequenza in alternanze si indica in alternanze all'ora (A/h, A per alternanza). Con la durata dell'alternanza la formula si trova già nella sezione 1.1.

n_h	Frequenza in alternanze (alternanze nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Frequenza (oscillazioni complete al secondo)	Hz

ESEMPIO Un bilanciere oscilla a 3 Hz. Quale frequenza in alternanze è?

Dati: $f = 3\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 3\,\mathrm{Hz} \\ &= 6\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &\approx 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

21 600 alternanze all'ora. La frequenza è indicata nella scheda tecnica del calibro, e il cronocomparatore calcola con essa.

Frequenze in alternanze usuali

Frequenza in alternanze n_h in $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Alternanze al secondo	Frequenza f in Hz	Periodo di oscillazione T in s	Durata dell'alternanza T_S in s
18 000	5	2,5	0,4	0,2
19 800	5,5	2,75	0,3636	0,1818
21 600	6	3	0,3333	0,1667
25 200	7	3,5	0,2857	0,1429
28 800	8	4	0,25	0,125
36 000	10	5	0,2	0,1

La durata dell'alternanza T_S è la durata di una mezza oscillazione, cioè metà del periodo di oscillazione.

pulsazione

(5.4) MAESTRO

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

La pulsazione è la frequenza in radianti: 2π per oscillazione. Per il bilanciere vale anche $\omega = \sqrt{\frac{D}{J}}$.

ω	pulsazione	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
f	Frequenza (oscillazioni complete al secondo)	Hz

ESEMPIO Quanto vale la pulsazione a 4 Hz?

Dati: $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &\approx 25{,}1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Circa 25,1 rad al secondo. Con questo numero calcolano le formule seguenti.

Angolo del bilanciere in funzione del tempo

(5.5) MAESTRO

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Il bilanciere oscilla in modo sinusoidale: nella posizione di equilibrio è più veloce, nei punti d'inversione si ferma per un istante.

Vale: oscillazione libera, non smorzata. Il prodotto $\omega \cdot t$ è un angolo in radianti; per il seno la calcolatrice deve essere impostata su rad.

φ	Angolo (del bilanciere rispetto alla posizione di equilibrio)	$^\circ$
A	Ampiezza (angolo massimo rispetto alla posizione di equilibrio)	$^\circ$
ω	pulsazione	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
t	Tempo (dal passaggio per la posizione di equilibrio)	s

ESEMPIO Un bilanciere oscilla a 4 Hz ($\omega = 25{,}13\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$) con 270° di ampiezza. Dove si trova 0,02 s dopo il passaggio per la posizione di equilibrio?

Dati: $A = 270^\circ; \quad \omega = 25{,}13\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad t = 0{,}02\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\varphi &= A \cdot \sin(\omega \cdot t)\\ &= 270^\circ \cdot \sin\left(25{,}13\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}02\,\text{s}\right)\\ &\approx 130^\circ\end{aligned}$$

Dopo 0,02 s il bilanciere ha già percorso circa 130°, quasi metà dell'ampiezza. Fino al punto d'inversione impiega in tutto 0,0625 s, un quarto di oscillazione.

Velocità angolare massima

(5.6) MAESTRO

$$\omega_{\text{max}} = A \cdot \omega$$

Nella posizione di equilibrio tutta l'energia dell'oscillazione è nel moto. Qui interviene lo scappamento, perché un disturbo in questo punto modifica l'andamento il meno possibile.

Vale: inserire l'ampiezza in radianti: gradi per $\frac{\pi}{180}$.

ω_{max}	Velocità angolare del bilanciere al passaggio per la posizione di equilibrio	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
A	Ampiezza (in radianti)	rad
ω	pulsazione	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

ESEMPIO Con quale velocità ruota il bilanciere a 4 Hz e 270° di ampiezza (4,71 rad) nella posizione di equilibrio?

Dati: $A = 4{,}71\,\text{rad}; \quad \omega = 25{,}13\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned}\omega_{\text{max}} &= A \cdot \omega\\ &= 4{,}71\,\text{rad} \cdot 25{,}13\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\\ &\approx 118\,\tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Circa 118 rad al secondo; continuando a girare uniformemente sarebbero quasi 19 giri al secondo. Un punto dell'anello a 5 mm di raggio va intanto a circa 0,6 m al secondo.

Da ricordare: 28 800 alternanze all'ora sono 8 alternanze al secondo e 4 Hz.

5.2 Spirale

La spirale è una molla a flessione. Il suo momento elastico indica quanto momento torcente sviluppa per unità d'angolo. Dipende dal materiale, dalla sezione della lama e dalla lunghezza attiva.

Momento di richiamo della spirale

(5.7) OPERAIO QUALIFICATO

$$M = D \cdot \varphi$$

Il momento di richiamo cresce uniformemente con l'angolo ed è sempre rivolto verso la posizione di equilibrio. Solo per questo il bilanciere oscilla con la stessa velocità a ogni ampiezza.

Vale: spirale nel campo elastico; le spire non si toccano.

M	Momento torcente (momento di richiamo della spirale)	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
D	Momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Angolo (del bilanciere rispetto alla posizione di equilibrio; radianti)	rad

ESEMPIO Con quale momento torcente una spirale con $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$ richiama il bilanciere nel punto d'inversione a 270° (4,71 rad)?

Dati: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} M &= D \cdot \varphi \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \cdot 4{,}71\,\mathrm{rad} \\ &\approx 2{,}98\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Poco meno di 3 µN·m. È l'ordine di grandezza del momento torcente che arriva alla ruota di scappamento.

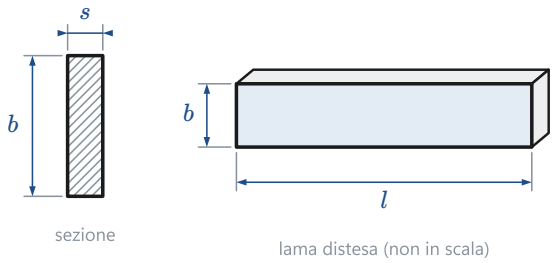


Fig. 5.3 Lama della spirale: altezza della lama b, spessore della lama s, lunghezza attiva l

Momento elastico dalle misure della spirale

(5.8) MAESTRO

$$D = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l}$$

L'altezza e il modulo di elasticità entrano linearmente, lo spessore alla terza potenza. Una spirale più lunga è più cedevole.

Vale: sezione rettangolare, lama uniforme, flessione pura. Con N e mm si ottiene D in N·mm per rad; $1\,\mathrm{N{\cdot}mm} = 1000\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$.

D	Momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
E	Modulo di elasticità (del materiale della spirale)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altezza della lama (nella direzione dell'asse del bilanciere)	mm
s	Spessore della lama (in direzione radiale)	mm
l	Lunghezza (della spirale, attiva)	mm

ESEMPIO Una spirale ha $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, 0,14 mm di altezza della lama, 0,032 mm di spessore della lama e 121 mm di lunghezza attiva.

Dati: $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 0{,}14\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}032\,\mathrm{mm}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} D &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l} \\ &= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 0{,}14\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}032\,\mathrm{mm})^3}{12 \cdot 121\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Questa spirale si adatta al bilanciere da $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ della sezione 5.1 e con esso dà 4 Hz.

Variazione di andamento dovuta allo spessore della lama

(5.9) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$\Delta G \approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Poiché il momento elastico cresce con s^3, l'1 % di spessore in più cambia il momento elastico del 3 % e l'andamento dell'1,5 %.

Vale: piccole variazioni; altezza, lunghezza e bilanciere invariati. Per l'altezza della lama vale analogamente $\Delta G \approx \frac{\Delta b}{2 \cdot b} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$.

ΔG	Variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δs	Variazione dello spessore della lama (+ significa: più spessa)	$\mu\mathrm{m}$
s	spessore della lama	$\mu\mathrm{m}$

ESEMPIO Una spirale, invece di 32 µm, è più spessa di 0,1 µm.

Dati: $\Delta s = 0{,}1\,\mu\mathrm{m}; \quad s = 32\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{3 \cdot 0{,}1\,\mu\mathrm{m}}{2 \cdot 32\,\mu\mathrm{m}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 405\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Un decimo di micrometro fa quasi 7 minuti al giorno. Nessuna lama si può misurare con tale precisione; perciò le spirali non vengono selezionate a misura, ma secondo il loro momento elastico misurato e assegnate al bilanciere.

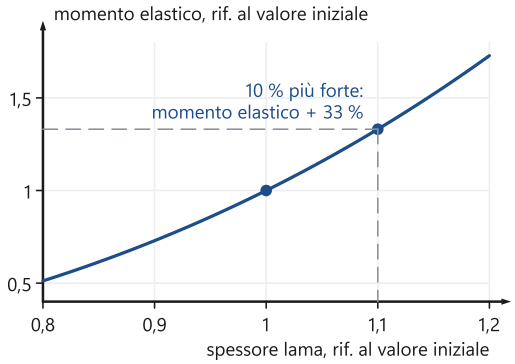


Fig. 5.4 Il momento elastico cresce con la terza potenza dello spessore della lama

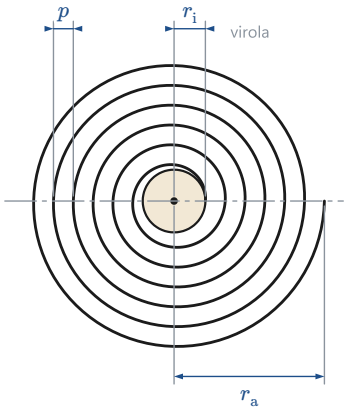


Fig. 5.5 Spirale piana: raggi r_i e r_a, passo delle spire p

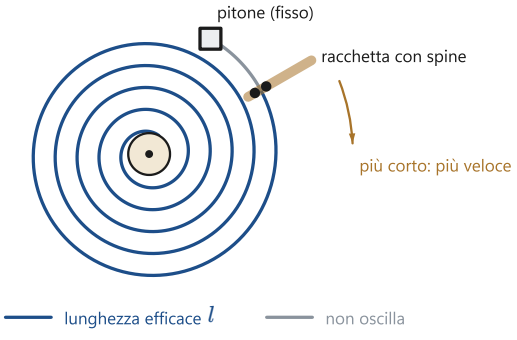


Fig. 5.6 Racchetta: la lunghezza attiva l va dalla virola alle spine della racchetta

Lunghezza della spirale piana

(5.10) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$l \approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i})$$

Ogni spira è quasi un cerchio. La lunghezza è il numero di spire per la circonferenza della spira media.

Vale: spirale piana avvolta uniformemente (spirale di Archimede) con almeno circa 5 spire; curva terminale ed estremità di fissaggio non conteggiate.

l	Lunghezza (della spirale)	mm
N	Numero (delle spire)	1
r_a	Raggio della spira più esterna	mm
r_i	Raggio della spira più interna (sulla virola)	mm

ESEMPIO Una spirale ha 12 spire tra 0,6 mm e 2,6 mm di raggio.

Dati: $N = 12$; $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &\approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i}) \\ &= \pi \cdot 12 \cdot (2{,}6\,\mathrm{mm} + 0{,}6\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 121\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La lama è lunga circa 121 mm, quanto la spirale degli esempi sul momento elastico e sulla racchetta. In un orologio da polso ci sono quindi oltre 12 cm di nastro elastico sulla superficie di un bottone di camicia.

Passo delle spire

(5.11) MAESTRO

$$p = \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N}$$

Il passo determina quanto gioco hanno le spire quando la spirale «respira». A grande ampiezza non devono toccarsi.

Vale: spirale piana avvolta uniformemente.

p	Passo delle spire (dal centro della lama al centro della lama successiva)	mm
r_a	Raggio della spira più esterna	mm
r_i	Raggio della spira più interna	mm
N	Numero (delle spire)	1

ESEMPIO Quanto distano le spire della spirale dell'esempio precedente?

Dati: $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$; $N = 12$

$$\begin{aligned} p &= \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N} \\ &= \frac{2{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 0{,}167\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 0,17 mm da lama a lama. Con 0,032 mm di spessore della lama restano circa 0,13 mm di gioco.

Numero CGS della spirale

(5.12) MAESTRO

$$K = D \cdot \left(d_{\mathrm{a}}^2 - d_{\mathrm{i}}^2\right)$$

Il valore CGS è il momento elastico per la differenza dei quadrati dei diametri. Dipende solo da materiale, lama e passo delle spire, non dal punto in cui la spirale viene fissata: fissata più all'esterno, il momento elastico diminuisce nella stessa misura in cui cresce la differenza dei quadrati. Per questo le spirali grezze vengono classificate e ordinate secondo questo valore.

Vale: spirale piana avvolta uniformemente; d_{a} nel punto in cui la spirale viene fissata, d_{i} sulla virola. Il numero CGS è lo stesso valore nella vecchia unità $\mathrm{dyn \cdot cm^3}$ per rad: valore numerico in $\mathrm{N \cdot mm^3}$ per 100.

K	Valore CGS della spirale (per 100 dà il numero CGS)	$\frac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}}$
D	Momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
d_{a}	Diametro della spira più esterna ($2 \cdot r_{\mathrm{a}}$)	mm
d_{i}	Diametro della spira più interna ($2 \cdot r_{\mathrm{i}}$)	mm

Buono a sapersi: Con la lunghezza e il passo delle spire delle due formule precedenti si ottiene $K \approx \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot p}{3 \cdot \pi}$. Non vi compaiono né la lunghezza né i diametri.

ESEMPIO Al bilanciere da $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ della sezione 5.1 corrisponde per 4 Hz il momento elastico $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$. La spirale deve essere fissata a 5,0 mm di diametro, la sua spira più interna misura 1,2 mm. Quale spirale si ordina?

Dati: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $d_{\mathrm{a}} = 5{,}0\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{i}} = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

$$K = D \cdot \left(d_{\mathrm{a}}^2 - d_{\mathrm{i}}^2\right)$$
$$= 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot \left((5{,}0\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}2\,\mathrm{mm})^2\right)$$
$$\approx 0{,}0149\ \frac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}}$$

Il valore CGS è 0,0149, il numero CGS quindi 1,49. Si ordina il numero normalizzato successivo, qui 1,50.

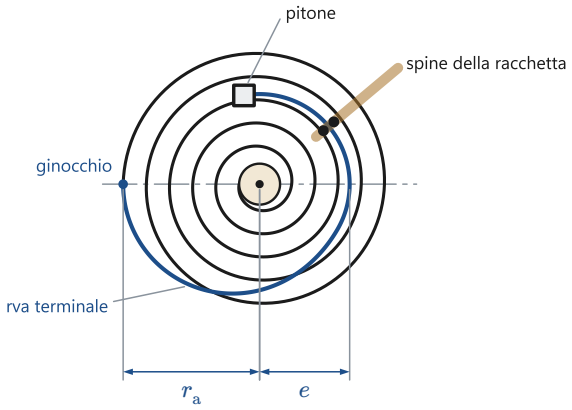


Fig. 5.7 Spirale Breguet vista dall'alto: la curva terminale sollevata porta la lama dal raggio esterno r_{a} al raggio terminale e, sul quale scorrono le spine della racchetta

Numero della curva terminale

(5.13) OPERAIO QUALIFICATO

$$N_{\mathrm{E}} = \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}}$$

RIORDINATA $e = \dfrac{N_{\mathrm{E}} \cdot r_{\mathrm{a}}}{100}$

N_{E}	Numero della curva terminale	1
e	Raggio terminale (dall'asse del bilanciere al centro tra le spine della racchetta)	mm
r_{a}	Raggio della spira più esterna	mm

Nella spirale Breguet l'estremità esterna viene sollevata e condotta verso l'interno in una curva terminale. Il suo ultimo tratto è un arco di cerchio attorno all'asse del bilanciere, sul quale scorrono le spine della racchetta. Il numero della curva terminale indica il raggio di questo arco in percentuale del raggio esterno. In base ad esso si sceglie la forma della curva dalla sagoma delle curve.

Vale: spirale con curva terminale sollevata. Le sagome delle curve sono graduate; si sceglie il numero più vicino. Usuali sono numeri tra circa 40 e 100.

ESEMPIO Una spirale Breguet ha 6,4 mm di diametro esterno, cioè 3,2 mm di raggio esterno. Le spine della racchetta distano 2,4 mm dall'asse del bilanciere. Quale curva terminale le corrisponde?

Dati: $e = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{a}} = 3{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{E}} &= \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}} \\ &= \frac{100 \cdot 2{,}4\,\mathrm{mm}}{3{,}2\,\mathrm{mm}} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La curva terminale numero 75: il suo arco giace a tre quarti del raggio esterno.

Conteggio: oscillazioni nel tempo di conteggio

(5.14) OPERAIO QUALIFICATO

$$N_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2}$$

N_{S}	Numero delle oscillazioni complete (nel tempo di conteggio)	1
n_{h}	Frequenza in alternanze (valore nominale)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
t	Tempo (tempo di conteggio)	s

Nel conteggio si cerca il punto della spirale in cui essa, con il suo bilanciere, dà la frequenza nominale. Si fissa la spirale in prova, si lascia oscillare liberamente il bilanciere e si contano le oscillazioni complete.

Vale: n_{h} e t in unità coerenti tra loro: convertire A/h in alternanze al secondo (dividere per 3600) se t è in secondi.

ESEMPIO Un bilanciere per 18 000 A/h viene contato con la sua nuova spirale. Quante oscillazioni complete deve compiere in 60 s?

Dati: $n_{\mathrm{h}} = 18\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $t = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{S}} &= \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2} \\ &= \frac{18\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 60\,\mathrm{s}}{2} \\ &= 150 \end{aligned}$$

150 oscillazioni al minuto. Se se ne contano di più, la spirale in quel punto è fissata troppo corta; se di meno, troppo lunga.

Lunghezza attiva per la frequenza nominale

(5.15) OPERAIO QUALIFICATO

$$l_2 = l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

l_2	lunghezza attiva necessaria	mm
l_1	lunghezza attiva nella prova	mm
n_1	Frequenza in alternanze nella prova	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
n_2	Frequenza in alternanze (valore nominale)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

La frequenza varia con la radice dell'inverso della lunghezza. Più corta significa più veloce.

Vale: stesso bilanciere, lama uniforme.

ESEMPIO Con 130 mm di lunghezza attiva un bilanciere fa 28 000 A/h. Deve fare 28 800 A/h.

Dati: $l_1 = 130\,\mathrm{mm}$; $n_1 = 28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $n_2 = 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \\ &= 130\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}\right)^2 \\ &\approx 122{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La spirale deve essere fissata circa 7 mm più corta.

Variazione di andamento con la racchetta

(5.16) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

RIORDINATA $\quad \Delta l \approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variazione di lunghezza (della lunghezza attiva; + significa: più lunga)	mm
l	Lunghezza (della spirale, attiva: dalla virola alle spine della racchetta)	mm

La racchetta sposta le spine della racchetta lungo la spira più esterna. Una lunghezza attiva più corta significa un momento elastico maggiore, l'orologio diventa più veloce; da qui il segno meno.

Vale: piccole variazioni; la spirale giace senza gioco tra le spine della racchetta. Con gioco la racchetta agisce più debolmente e l'andamento dipende dall'ampiezza (sezione 5.7).

ESEMPIO Un orologio con 121 mm di lunghezza attiva della spirale ritarda di 20 s al giorno. Deve quindi diventare più veloce di 20 s al giorno.

Dati: $\Delta G = 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 121\,\mathrm{mm} \cdot 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx -0{,}056\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La racchetta deve accorciare la lunghezza attiva di circa 0,06 mm. È appena visibile; per questo i buoni movimenti hanno una regolazione fine sulla racchetta.

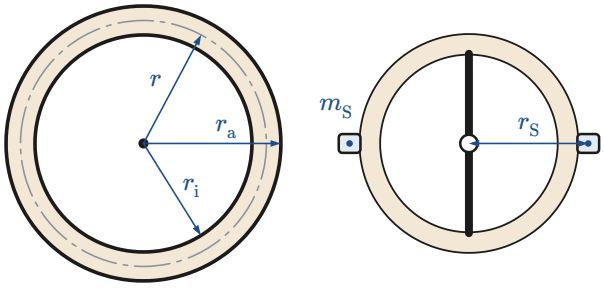
Da ricordare: Spirale più corta, orologio più veloce. L'1 ‰ di lunghezza attiva in meno porta circa 43 s al giorno.

5.3 Bilanciere

Il momento d'inerzia indica quanto il bilanciere si oppone alla rotazione. Non conta solo la massa, ma soprattutto la sua distanza dall'asse: il raggio entra al quadrato. Per questo quasi tutto l'effetto risiede nell'anello.

I momenti d'inerzia dei bilancieri si indicano in mg·cm²: $1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. Chi calcola con milligrammi e millimetri ottiene mg·mm²; 100 mg·mm² sono 1 mg·cm².

Le formule generali per il momento d'inerzia di corpi semplici e il teorema di Steiner si trovano nella sezione 2.6.



anello, massa m viti o masselottes

Fig. 5.8 A sinistra l'anello con raggio medio r, raggio interno r_i e raggio esterno r_a; a destra viti di massa m_S alla distanza r_S

Momento d'inerzia dell'anello (anello sottile)

(5.17) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$J \approx m \cdot r^2$$

Per una stima si immagina tutta la massa dell'anello sul raggio medio. Bracci e asse contribuiscono poco, perché la loro massa è vicina all'asse.

Vale: anello stretto rispetto al raggio; solo l'anello, senza bracci, asse e viti.

J	Momento d'inerzia (dell'anello)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Massa (dell'anello)	mg
r	Raggio (dell'anello, valore medio)	mm

Buono a sapersi: Calcolato esattamente l'anello è un cilindro cavo, formula (2.37). Con 4,9 mm di raggio esterno e 4,1 mm di raggio interno, per l'anello dell'esempio si ottiene $8{,}16\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; la stima è solo lo 0,8 % inferiore.

ESEMPIO Un anello del bilanciere pesa 40 mg e ha 4,5 mm di raggio medio.

Dati: $m = 40\,\mathrm{mg}$; $r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &\approx m \cdot r^2 \\ &= 40\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &\approx 8{,}1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Circa $8\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ per il solo anello. Con bracci, asse e viti un tale bilanciere arriva a circa $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, il valore degli altri esempi. I bilancieri degli orologi da polso da uomo stanno per lo più tra 5 e 20 mg·cm².

Momento d'inerzia di viti e masselotte

(5.18) MAESTRO

$$\Delta J = N \cdot m_S \cdot r_S^2$$

Piccole masse sull'anello contano come masse puntiformi. Le viti si montano o si modificano sempre a coppie contrapposte, perché il bilanciere resti in equilibrio.

Vale: vite piccola rispetto alla sua distanza dall'asse.

ΔJ	Variazione del momento d'inerzia (aumento dovuto alle viti)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
N	Numero (delle viti o masselotte uguali)	1
m_S	Massa di una vite	mg
r_S	Distanza del suo baricentro dall'asse del bilanciere	mm

ESEMPIO In un bilanciere si montano due viti contrapposte di 0,5 mg ciascuna. Il loro baricentro si trova a 5 mm dall'asse.

Dati: $N = 2; \quad m_S = 0{,}5\,\mathrm{mg}; \quad r_S = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta J &= N \cdot m_S \cdot r_S^2 \\ &= 2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mg} \cdot (5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}\end{aligned}$$

Le due viti aggiungono $0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Variazione di andamento dovuta al momento d'inerzia

(5.19) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

RIORDINATA $\quad \Delta J \approx -\dfrac{2 \cdot J \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

Un bilanciere più inerte oscilla più lentamente; da qui il segno meno. L'1 % di momento d'inerzia in più costa 432 s al giorno.

Vale: piccole variazioni (fino a pochi per cento); spirale invariata.

ΔG	Variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
ΔJ	Variazione del momento d'inerzia (+ significa: più inerte)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J	Momento d'inerzia (del bilanciere)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

ESEMPIO Le due viti dell'esempio precedente vengono montate su un bilanciere da $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Dati: $\Delta J = 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}; \quad J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{2 \cdot 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -1080\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'orologio diventa più lento di 18 minuti al giorno. Viceversa, con due viti più leggere si recupera un forte ritardo.

Regolazione fine con viti di regolazione

(5.20) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \tfrac{s}{d}$$

I bilancieri senza racchetta si regolano spostando masse sull'anello verso l'interno o l'esterno: si girano le viti di regolazione, si ruotano le masselotte eccentriche. Verso l'esterno significa più inerte, l'orologio diventa più lento.

Vale: piccoli spostamenti; tutte le N masse regolate allo stesso modo. Una regolazione disuguale produce uno squilibrio.

ΔG	Variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{s}{d}$
N	Numero (delle viti o masselotte uguali)	1
m_S	Massa di una vite	mg
r_S	Distanza del suo baricentro dall'asse del bilanciere	mm
Δr	Spostamento del baricentro (+ significa: verso l'esterno)	mm
J	Momento d'inerzia (del bilanciere)	$mg \cdot cm^2$

ESEMPIO Due viti di regolazione di 1,5 mg ciascuna si trovano a 4,5 mm dall'asse su un bilanciere da $10\,mg \cdot cm^2$. Entrambe vengono svitate di 0,01 mm.

Dati: $N = 2$; $m_S = 1{,}5\,mg$; $r_S = 4{,}5\,mm$; $\Delta r = 0{,}01\,mm$; $J = 10\,mg \cdot cm^2$

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \tfrac{s}{d}$$
$$= -\frac{2 \cdot 1{,}5\,mg \cdot 4{,}5\,mm \cdot 0{,}01\,mm}{10\,mg \cdot cm^2} \cdot 86\,400\ \tfrac{s}{d}$$
$$\approx -11{,}7\ \tfrac{s}{d}$$

Un centesimo di millimetro fa circa 12 s al giorno. Avvitare agisce con la stessa intensità nel senso opposto.

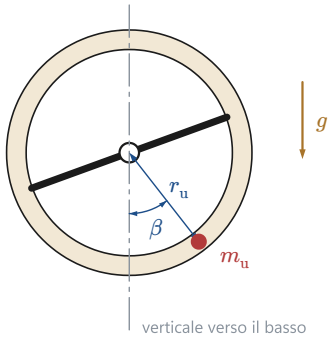


Fig. 5.9 Squilibrio in una posizione verticale: sovrappeso m_u alla distanza r_u, angolo β

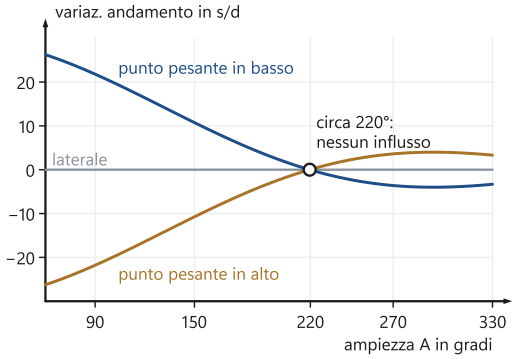


Fig. 5.10 Variazione di andamento dovuta a 10 µg di sovrappeso sull'anello (esempio della formula 5.21), in funzione dell'ampiezza

Variazione di andamento dovuta a uno squilibrio (errore di baricentro)

(5.21) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$\Delta G \approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Nelle posizioni verticali un sovrappeso agisce come un piccolo pendolo sul bilanciere. Sotto circa 220° di ampiezza l'orologio diventa più veloce se il punto pesante è in basso, sopra diventa più lento; se è in alto, avviene il contrario. A circa 220° l'effetto si annulla.

Vale: orologio in posizione verticale (asse del bilanciere orizzontale), piccolo sovrappeso, oscillazione sinusoidale; β si misura con il bilanciere in posizione di equilibrio. Nelle posizioni orizzontali lo squilibrio non influisce sull'andamento.

ΔG	Variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
k_A	Fattore d'ampiezza dello squilibrio (dalla tabella sotto)	1
m_u	Sovrappeso (massa che sposta il baricentro fuori dall'asse)	$\mu\mathrm{g}$
g	Accelerazione di gravità	$\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
r_u	Distanza del sovrappeso dall'asse del bilanciere	mm
β	Angolo (del sovrappeso rispetto alla verticale verso il basso; bilanciere in posizione di equilibrio)	°
D	Momento elastico (della spirale)	$\tfrac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$

Buono a sapersi: Da questo si riconosce uno squilibrio: gli andamenti di posizioni verticali opposte si discostano dalla media in senso contrario, e la differenza cresce quando l'ampiezza cala. Per l'equilibratura si verifica perciò a piccola ampiezza.

ESEMPIO Su un anello si trovano 10 µg di sovrappeso a 4,5 mm dall'asse, nella posizione verticale provata esattamente in basso ($\beta = 0°$). L'orologio funziona con 270° di ampiezza ($k_\mathrm{A} = -0{,}12$), la spirale ha $D = 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$.

Dati: $k_\mathrm{A} = -0{,}12$; $m_\mathrm{u} = 10\,\mu\mathrm{g}$; $g = 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $r_\mathrm{u} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\beta = 0°$; $D = 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}12 \cdot 10\,\mu\mathrm{g} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot \cos(0°)}{2 \cdot 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -3{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Lo squilibrio rende l'orologio in questa posizione più lento di 3,6 s al giorno, nella posizione opposta più veloce di 3,6 s al giorno. Se l'ampiezza scende a 150° ($k_\mathrm{A} = 0{,}36$), ne risulta un anticipo di circa 11 s al giorno.

Fattore d'ampiezza k_A dello squilibrio

Ampiezza A	molto piccola	90°	120°	150°	180°	200°	220°	240°	270°	300°	330°
k_A	1	0,72	0,54	0,36	0,18	0,08	0,00	−0,06	−0,12	−0,13	−0,11

Calcolato dall'oscillazione sinusoidale del bilanciere nel campo gravitazionale; zero a 219,5°.

Da ricordare: Punto pesante in basso: sotto 220° di ampiezza anticipo, sopra 220° ritardo.

5.4 Regolazione da valori nominali ed effettivi

Regolare significa accordare momento d'inerzia e momento elastico in modo che risulti la frequenza nominale. L'andamento mostra quanto la frequenza se ne discosta ancora.

Andamento dallo scostamento di frequenza

(5.22) OPERAIO QUALIFICATO

$$G = \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Andamento (+ significa: l'orologio avanza)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
f_{ist}	frequenza misurata	Hz
f_{soll}	frequenza nominale	Hz

Se il bilanciere oscilla troppo velocemente, la minuteria conta troppe alternanze: l'orologio avanza. Il fattore $86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$ converte lo scostamento relativo in secondi al giorno. Con le frequenze in alternanze lo stesso calcolo si trova nella sezione 8.1, per il quarzo nella sezione 10.5.

Vale: frequenza mediata sul tempo di misura. Al posto delle frequenze si possono inserire anche le frequenze in alternanze.

ESEMPIO Un bilanciere con frequenza nominale 4 Hz oscilla a 4,0005 Hz.

Dati: $f_{\text{ist}} = 4{,}0005\,\text{Hz}$; $f_{\text{soll}} = 4\,\text{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{4{,}0005\,\text{Hz} - 4\,\text{Hz}}{4\,\text{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 10{,}8\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

L'orologio avanza di 10,8 s al giorno. Già un ottomillesimo di frequenza in più è chiaramente visibile come andamento.

Variazione di andamento da momento elastico e momento d'inerzia

(5.23) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$\Delta G \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

ΔG	Variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
ΔD	Variazione del momento elastico (+ significa: spirale più forte)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
D	Momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
ΔJ	Variazione del momento d'inerzia (+ significa: bilanciere più inerte)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$
J	Momento d'inerzia (del bilanciere)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

È la formula fondamentale della regolazione. Da essa derivano la formula della racchetta (5.16) e le formule per viti e masselotte. Chi vuole eliminare un andamento G richiede la variazione di andamento $\Delta G = -G$.

Vale: piccole variazioni (fino a pochi per cento).

ESEMPIO In una riparazione si sostituisce la spirale; la nuova ha $0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$ di momento elastico in più della vecchia da $0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$. Contemporaneamente il bilanciere da $10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ diventa più inerte di $0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ per l'aggiunta di rondelle.

Dati: $\Delta D = 0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $\Delta J = 0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}}{0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}} - \frac{0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2}{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx 93{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

L'orologio diventa così più veloce di circa un minuto e mezzo al giorno: la spirale più forte porta 137 s, il bilanciere più inerte ne toglie 43.

Accoppiamento: momento elastico per bilanciere e frequenza

(5.24) MAESTRO

$$D = \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J$$

Così si sceglie la spirale per il bilanciere. Scritta con la frequenza, la formula è $D = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot J$.

Vale: inserire n_h in alternanze al secondo e J in kg·m², allora si ottiene D in N·m per rad.

D	Momento elastico (della spirale; cercato)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
n_h	Frequenza in alternanze (valore nominale)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
J	Momento d'inerzia (del bilanciere)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

ESEMPIO Un bilanciere da $12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ deve battere 21 600 A/h, cioè 6 alternanze al secondo.

Dati: $n_\mathrm{h} = 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $J = 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} D &= \pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2 \cdot J \\ &= \pi^2 \cdot \left(21\,600\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\right)^2 \cdot 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \\ &\approx 0{,}426\,\tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

La spirale richiede circa $0{,}43\,\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Per 28 800 A/h sullo stesso bilanciere dovrebbe essere quasi due volte più forte.

Misura del momento d'inerzia con un disco aggiuntivo

(5.25) APPROFONDIMENTO

$$J = \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1}$$

Un momento d'inerzia sconosciuto non si può pesare, ma si può misurare tramite il periodo di oscillazione: un disco di momento d'inerzia noto rende l'oscillazione più lenta di una quantità calcolabile.

Vale: stessa spirale in entrambe le misure, disco montato centrato, oscillazione libera senza scappamento.

J	Momento d'inerzia (del bilanciere; cercato)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J_Z	momento d'inerzia noto del disco applicato	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
T_1	Periodo di oscillazione senza disco	s
T_2	Periodo di oscillazione con disco	s

ESEMPIO Un bilanciere oscilla con la sua spirale con 0,250 s. Con un disco applicato da $5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ l'oscillazione dura 0,306 s.

Dati: $J_\mathrm{Z} = 5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $T_1 = 0{,}250\,\mathrm{s}$; $T_2 = 0{,}306\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{J_\mathrm{Z}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} \\ &= \frac{5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{\left(\frac{0{,}306\,\mathrm{s}}{0{,}250\,\mathrm{s}}\right)^2 - 1} \\ &\approx 10{,}0\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Il bilanciere ha circa $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. Da J e T_1 segue con la formula (5.1) anche il momento elastico della spirale.

5.5 Temperatura

Il calore modifica l'organo regolatore per due vie. La spirale diventa più cedevole perché il suo modulo di elasticità diminuisce, e tutte le parti si dilatano. In una spirale d'acciaio la prima via prevale di gran lunga: al caldo l'orologio ritarda fortemente.

Si sono affermate due soluzioni. Il bilanciere compensato ha un anello tagliato di acciaio all'interno e ottone all'esterno; al caldo le estremità libere si piegano verso l'interno, il momento d'inerzia diminuisce e compensa la spirale più cedevole. Oggi si usano spirali autocompensatrici in leghe nichel-ferro come il Nivarox o in silicio ossidato, il cui modulo di elasticità varia appena con la temperatura, insieme a un bilanciere monometallico.

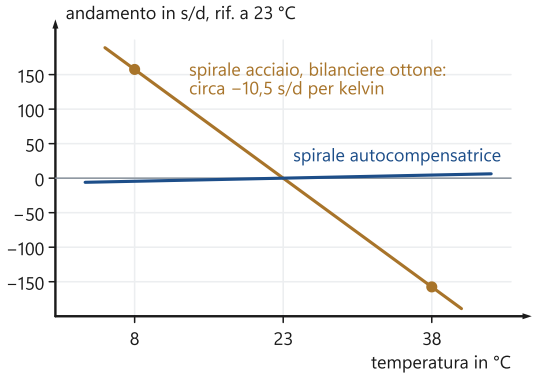


Fig. 5.11 Andamento in funzione della temperatura: spirale d'acciaio con bilanciere monometallico e spirale autocompensatrice

Coefficiente termico dai dati dei materiali

(5.26) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$C \approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_E + 3 \cdot \alpha_S - 2 \cdot \alpha_U) \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$

Al caldo la spirale diventa più cedevole (β_E è negativo per l'acciaio) e contemporaneamente più grande in tutte le misure; il bilanciere diventa più grande e quindi più inerte. La formula somma i tre contributi.

Vale: bilanciere monometallico non tagliato; riscaldamento uniforme; piccole variazioni di temperatura. L'influenza di olio, scappamento e spine della racchetta non è compresa.

C	Coefficiente termico dell'andamento (+ significa: al caldo l'orologio avanza)	$\frac{s}{d \cdot K}$
β_E	Coefficiente termico del modulo di elasticità della spirale	$\frac{1}{K}$
α_S	Coefficiente di dilatazione lineare della spirale	$\frac{1}{K}$
α_U	Coefficiente di dilatazione lineare del bilanciere	$\frac{1}{K}$

ESEMPIO Una spirale d'acciaio ($\beta_E = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}$, $\alpha_S = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}$) lavora con un bilanciere monometallico di ottone ($\alpha_U = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}$).

Dati: $\beta_E = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}$; $\alpha_S = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}$; $\alpha_U = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}$

$$C \approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_E + 3 \cdot \alpha_S - 2 \cdot \alpha_U) \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \left(-240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K} + 3 \cdot 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K} - 2 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{K}\right) \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$
$$\approx -10{,}5\ \frac{s}{d \cdot K}$$

L'orologio perde circa 10,5 s al giorno per kelvin di riscaldamento, tra 8 °C e 38 °C quindi più di 5 minuti al giorno. Quasi tutto deriva dal modulo di elasticità.

Materiali di spirale e bilanciere (valori indicativi a 20 °C)

Materiale	Impiego	β_E in $10^{-6}\ \frac{1}{K}$	α in $10^{-6}\ \frac{1}{K}$
acciaio al carbonio, temprato	spirale di orologi più vecchi	−200 … −270	11 … 13
Nivarox e simili leghe nichel-ferro	spirale autocompensatrice	circa 0, regolabile	circa 8
silicio, non rivestito	per confronto; senza strato di ossido non compensato	circa −60	2,6
silicio con strato di ossido	spirale autocompensatrice	circa 0, regolabile	circa 2,6
ottone	bilanciere monometallico		18 … 21
bronzo al berillio (Glucydur)	bilanciere monometallico		17

Nelle spirali autocompensatrici il produttore regola β_E in modo che compensi esattamente la dilatazione di spirale e bilanciere.

Coefficiente termico dalla misura

(5.27) MAESTRO

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

RIORDINATA $G_2 = G_1 + C \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$

Si prova a due temperature nella stessa posizione e con lo stesso stato di carica. Usuali sono 8 °C e 38 °C; il denominatore è allora 30 K. Nella prova cronometrica entrambe le temperature sono fissate (sezione 8.4).

Vale: coefficiente medio tra le due temperature di prova; prima di ogni misura l'orologio deve essere completamente riscaldato o raffreddato.

C	Coefficiente termico dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
G_2	Andamento alla temperatura più alta	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Andamento alla temperatura più bassa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
ϑ_2	temperatura di prova più alta	$^\circ\mathrm{C}$
ϑ_1	temperatura di prova più bassa	$^\circ\mathrm{C}$

ESEMPIO Un orologio avanza a 8 °C di 6,0 s al giorno, a 38 °C di 1,5 s al giorno, ogni volta nella stessa posizione.

Dati: $G_2 = 1{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $\vartheta_2 = 38^\circ\mathrm{C}$; $\vartheta_1 = 8^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \\ &= \frac{1{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{38^\circ\mathrm{C} - 8^\circ\mathrm{C}} \\ &= -0{,}15\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

L'orologio perde 0,15 s al giorno per kelvin di riscaldamento. La prova cronometrica secondo ISO 3159 ammette per movimenti oltre 20 mm di diametro fino a 0,6 s al giorno per kelvin in entrambe le direzioni.

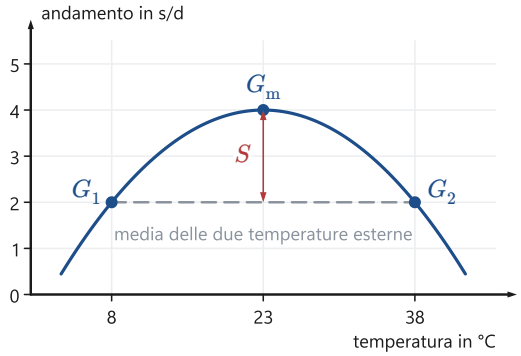


Fig. 5.12 Errore secondario S: alla temperatura media l'orologio avanza, benché gli andamenti G_1 e G_2 a 8 °C e 38 °C siano uguali

Errore secondario

(5.28) APPROFONDIMENTO

$$S = G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

Il bilanciere compensato compensa in modo quasi lineare, ma la spirale d'acciaio non diventa più cedevole in modo lineare. Se l'andamento è giusto alle due temperature esterne, l'orologio in mezzo avanza. Le spirali autocompensatrici non hanno quasi più questo errore.

Vale: tre misure nella stessa posizione; temperatura media esattamente a metà tra le due esterne.

S	errore secondario (+ significa: alla temperatura media l'orologio avanza)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{m}	Andamento alla temperatura media (23 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Andamento alla temperatura più bassa (8 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Andamento alla temperatura più alta (38 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

ESEMPIO Un orologio da tasca con bilanciere compensato e spirale d'acciaio avanza a 8 °C e a 38 °C di 2,0 s al giorno ciascuno, a 23 °C però di 4,0 s al giorno.

Dati: $G_{\mathrm{m}} = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} S &= G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'errore secondario è di 2 s al giorno; pochi secondi al giorno sono tipici di questa costruzione. Il coefficiente termico secondo la formula (5.27) è qui zero e non rivela l'errore.

Da ricordare: Spirale d'acciaio con bilanciere semplice: circa 11 s di ritardo al giorno per kelvin di riscaldamento.

5.6 Energia e qualità

Il bilanciere oscillante è un accumulatore di energia. A ogni oscillazione una piccola parte dell'energia va persa per attrito dell'aria e nei supporti; lo scappamento deve reintegrare esattamente questa parte. Quanto minore la perdita, tanto meno lo scappamento disturba l'andamento.

Energia del bilanciere oscillante

(5.29) MAESTRO

$$W = \frac{D \cdot A^2}{2}$$

Nel punto d'inversione tutta l'energia è nella spirale tesa, nella posizione di equilibrio nel moto del bilanciere: $W = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{\max}^2$. L'energia cresce con il quadrato dell'ampiezza. È l'energia di una molla torsionale secondo la formula (2.26).

Vale: inserire l'ampiezza in radianti: gradi per $\frac{\pi}{180}$.

W	Energia (dell'oscillazione)	$\mu\mathrm{J}$
D	Momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$
A	Ampiezza (in radianti)	rad

ESEMPIO Quale energia contiene un bilanciere con $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$ a 270° di ampiezza (4,71 rad)?

Dati: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $A = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{D \cdot A^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Circa 7 µJ. A 220° sarebbero solo 4,7 µJ, due terzi.

Fattore di qualità

(5.30) APPROFONDIMENTO

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W}$$

Q	Fattore di qualità	1
W	Energia (dell'oscillazione)	μJ
ΔW	Perdita di energia per oscillazione completa	μJ

Il fattore di qualità confronta l'energia immagazzinata con la perdita per oscillazione. Qualità alta significa: l'oscillatore richiede poco rifornimento e si lascia disturbare poco dallo scappamento.

Vale: oscillatore debolmente smorzato (Q molto maggiore di 1). Nel bilanciere Q dipende un po' da ampiezza e posizione.

ESEMPIO Il bilanciere dell'esempio precedente perde 0,176 µJ per oscillazione.

Dati: $W = 7{,}01\,\mu J$; $\Delta W = 0{,}176\,\mu J$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}01\,\mu J}{0{,}176\,\mu J} \\ &\approx 250 \end{aligned}$$

Un fattore di qualità intorno a 250 è usuale per un orologio da polso. Un buon pendolo a secondi raggiunge da alcune migliaia a oltre diecimila, un quarzo per orologi diverse decine di migliaia.

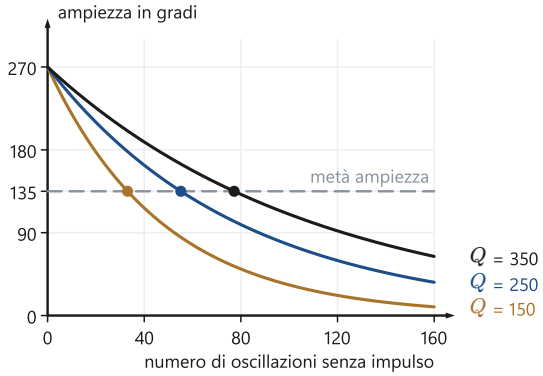


Fig. 5.13 Oscillazione libera senza forza motrice: l'ampiezza si dimezza dopo circa $0{,}22 \cdot Q$ oscillazioni

Oscillazione libera senza forza motrice

(5.31) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$A_N \approx A_0 \cdot e^{-\frac{\pi \cdot N_S}{Q}}$$

RIORDINATA

$$Q \approx \frac{\pi \cdot N_S}{\ln\left(\frac{A_0}{A_N}\right)}$$

A_N	Ampiezza dopo N_S oscillazioni	°
A_0	Ampiezza iniziale	°
N_S	Numero delle oscillazioni complete (senza forza motrice)	1
Q	Fattore di qualità	1

Senza forza motrice l'oscillazione si smorza. L'ampiezza si dimezza dopo circa $0{,}22 \cdot Q$ oscillazioni. Viceversa, una prova di smorzamento fornisce il fattore di qualità.

Vale: attrito proporzionale alla velocità (attrito dell'aria), Q costante durante la prova. L'attrito nei supporti fa calare l'ampiezza più rapidamente alla fine.

ESEMPIO Un bilanciere con $Q = 250$ oscilla con 270° e non viene più azionato. Quanto vale l'ampiezza dopo 55 oscillazioni?

Dati: $A_0 = 270°$; $N_S = 55$; $Q = 250$

$$A_N \approx A_0 \cdot e^{-\frac{\pi \cdot N_S}{Q}}$$
$$= 270° \cdot e^{-\frac{\pi \cdot 55}{250}}$$
$$\approx 135°$$

Dopo 55 oscillazioni, a 4 Hz quindi dopo poco meno di 14 s, l'ampiezza è scesa alla metà.

Fabbisogno di potenza del bilanciere

(5.32) MAESTRO

$$P = \Delta W \cdot f$$

P	Potenza (che lo scappamento deve cedere al bilanciere)	µW
ΔW	Perdita di energia per oscillazione completa	µJ
f	Frequenza (oscillazioni complete al secondo)	Hz

In equilibrio lo scappamento reintegra a ogni oscillazione esattamente la perdita. Scritta con il fattore di qualità: $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot W}{Q}$. P è qui la potenza, non il passo della filettatura.

Vale: regime stazionario con ampiezza costante.

ESEMPIO Il bilanciere degli esempi precedenti perde 0,176 µJ per oscillazione e oscilla a 4 Hz.

Dati: $\Delta W = 0{,}176\,\mu J$; $f = 4\,Hz$

$$P = \Delta W \cdot f$$
$$= 0{,}176\,\mu J \cdot 4\,Hz$$
$$= 0{,}704\,\mu W$$

Il bilanciere richiede circa 0,7 µW. Il bariletto deve fornirne un multiplo, perché rotismo e scappamento ne trasmettono solo una parte (capitoli 3 e 7).

Da ricordare: Ampiezza doppia, energia quadrupla.

5.7 Isocronismo

Isocrono significa di uguale durata: un organo regolatore ideale impiega lo stesso tempo per oscillazioni grandi e piccole. La formula (5.1) lo soddisfa, l'orologio reale solo approssimativamente. Poiché l'ampiezza diminuisce con lo scarico della molla motrice e nelle posizioni verticali, ogni errore d'isocronismo si manifesta come differenza di andamento tra orologio completamente carico e quasi scarico e tra le posizioni.

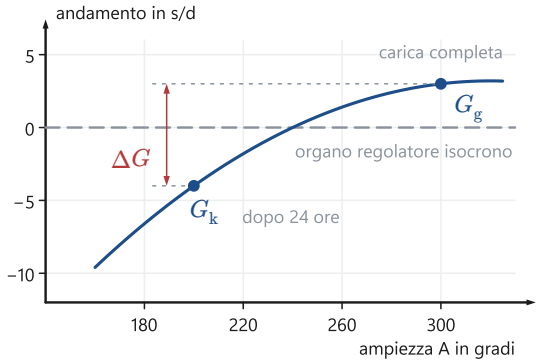


Fig. 5.14 Diagramma andamento-ampiezza (principio): l'errore d'isocronismo ΔG è la differenza di andamento tra piccola e grande ampiezza

L'**errore d'isocronismo** è la differenza di andamento tra piccola e grande ampiezza, misurata nella stessa posizione e alla stessa temperatura (fig. 5.14). Il modo più semplice è misurare a carica completa e dopo 24 ore di marcia; formula ed esempio si trovano nella sezione 8.3, formula (8.14). Se l'orologio rallenta a piccola ampiezza, la causa è spesso un gioco eccessivo della spirale tra le spine della racchetta. Altre cause sono indicate nella tabella.

Che cosa disturba l'isocronismo

Causa	Effetto a piccola ampiezza	Rimedio
gioco della spirale tra le spine della racchetta	ritardo: la spirale appoggia sulla spina per una parte minore dell'oscillazione e agisce in media come più lunga	mantenere piccolo il gioco, posizionare la spirale al centro tra le spine
scappamento (sblocco prima, impulso attorno alla posizione di equilibrio)	per lo più ritardo, perché l'intervento occupa una parte maggiore dell'oscillazione	scappamento scorrevole, ampiezza alta, qualità alta
squilibrio del bilanciere	nelle posizioni verticali anticipo o ritardo a seconda della posizione del punto pesante (sezione 5.3)	equilibrare
sviluppo eccentrico della spirale piana	il baricentro della spirale si sposta, i perni sono caricati lateralmente; l'andamento dipende da ampiezza e posizione	curva terminale Breguet o spirale di forma adattata
posizione del punto di fissaggio interno sulla virola	anticipo o ritardo nelle posizioni verticali a seconda della posizione del punto di fissaggio	punto di fissaggio secondo le indicazioni del produttore; nella regolazione fine viene sfruttato in modo mirato

Gli effetti si sovrappongono. Nella regolazione fine li si accorda in modo che si annullino il più possibile.

La curva terminale Breguet porta la spira più esterna verso l'alto e con un arco più stretto al pitone. Con la forma corretta la spirale si apre e si chiude uniformemente in tutte le direzioni, il suo baricentro resta sull'asse e i perni non vengono spinti lateralmente. Per la forma della curva terminale esistono regole costruttive, ma nessuna formula semplice; viene piegata secondo una sagoma e verificata sull'andamento.

Da ricordare: Un organo regolatore è isocrono se l'andamento non dipende dall'ampiezza.

6 Pendolo

Il pendolo è l'organo regolatore dell'orologio di grosso volume. Il suo periodo di oscillazione dipende solo dalla lunghezza e dall'accelerazione di gravità, non dalla massa della lente e, per piccole ampiezze, quasi non dall'ampiezza. Per questo un orologio a pendolo si regola agendo sulla lunghezza: lente più in alto, orologio più veloce.

Le formule valgono per piccole ampiezze di pochi gradi, come sono usuali negli orologi. Gli effetti di ampiezze maggiori, della temperatura e del luogo di installazione sono trattati nelle sezioni 6.4 e 6.5.

6.1 Pendolo semplice

Il pendolo semplice (matematico) è il modello con cui calcoliamo: una massa puntiforme appesa a un filo senza peso. I pendoli reali se ne discostano solo poco; come calcolarli esattamente è spiegato nella sezione 6.3.

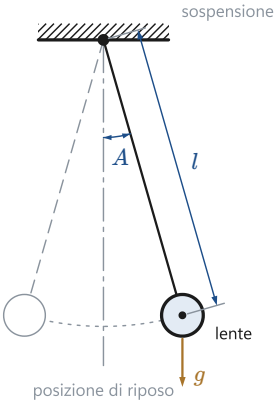


Fig. 6.1 Pendolo semplice: lunghezza l fino al baricentro della lente, ampiezza A (esagerata per chiarezza)

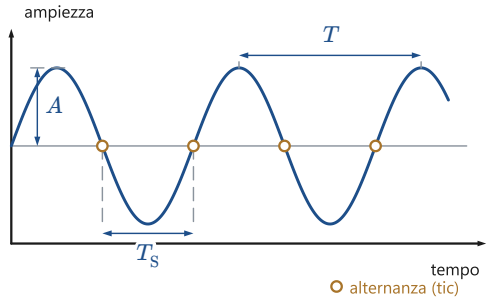


Fig. 6.2 Un'alternanza è una semioscillazione: $T_S = \frac{1}{2}T$

Periodo di oscillazione

(6.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

RIORDINATA $l = \dfrac{g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$

T	periodo di oscillazione (oscillazione completa, andata e ritorno)	s
l	lunghezza del pendolo (dal punto di sospensione al baricentro della lente)	m
g	accelerazione di gravità (in Europa centrale $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Il periodo di oscillazione cresce con la radice della lunghezza: un pendolo quattro volte più lungo oscilla con velocità dimezzata.

Vale: piccole ampiezze (fino a circa 5°), lente puntiforme, senza attrito. Per un pendolo reale sostituire l con la lunghezza ridotta l_r (sezione 6.3).

Buono a sapersi: La massa della lente non compare nella formula. Una lente più pesante non cambia il periodo di oscillazione, rende solo il pendolo meno sensibile ai disturbi dovuti allo scappamento e al rotismo.

ESEMPIO Un pendolo misura 0,5 m dal punto di sospensione al centro della lente. Quanto vale il periodo di oscillazione?

Dati: $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}42\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Un'oscillazione completa, cioè andata e ritorno, dura circa 1,42 s; ogni alternanza dura 0,71 s.

Durata dell'alternanza (semioscillazione)

(6.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$T_\mathrm{S} = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

T_S	durata dell'alternanza (semioscillazione, da un punto d'inversione all'altro)	s
l	lunghezza del pendolo	m
g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Gli orologiai contano le alternanze. Un'alternanza è una semioscillazione, cioè metà del periodo di oscillazione; ogni alternanza si sente come un tic.

Vale: come per la formula (6.1).

ESEMPIO Quanto dura un'alternanza in un pendolo lungo 994 mm?

Dati: $l = 0{,}994\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T_\mathrm{S} &= \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}994\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Esattamente un secondo: un pendolo di 994 mm è un pendolo a secondi, come quello che oscilla nei regolatori e in molti orologi a colonna.

Frequenza in alternanze dal periodo di oscillazione

(6.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_{\mathrm{h}} = \frac{2}{T}$$

RIORDINATA $T = \dfrac{2}{n_{\mathrm{h}}}$

n_{h}	frequenza in alternanze (semioscillazioni nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
T	periodo di oscillazione	s

A ogni oscillazione completa il pendolo batte due volte. Negli orologi di grosso volume la frequenza si indica spesso al minuto, negli orologi da polso e da tasca in semioscillazioni all'ora (A/h).

ESEMPIO Un pendolo ha un periodo di oscillazione di 1,5 s. Quanto vale la frequenza in alternanze all'ora?

Dati: $T = 1{,}5\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= \frac{2}{T} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 4800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

4800 alternanze all'ora, cioè 80 battiti al minuto.

Lunghezza del pendolo dalla frequenza in alternanze

(6.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$l = \frac{g}{\pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	lunghezza del pendolo	m
g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
n_{h}	frequenza in alternanze (semioscillazioni nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

Così si determina la lunghezza di un pendolo mancante: si calcola la frequenza in alternanze dai numeri di denti del rotismo (capitolo 4), poi la lunghezza.

Vale: come per il periodo di oscillazione, formula (6.1); inserire n_{h} in alternanze al secondo se g è in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ESEMPIO Un movimento è costruito per 90 battiti al minuto, cioè 1,5 alternanze al secondo. Quanto deve essere lungo il pendolo?

Dati: $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad n_{\mathrm{h}} = 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{g}{\pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\pi^2 \cdot \left(1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2} \\ &\approx 0{,}442\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Il pendolo deve essere lungo circa 442 mm dal punto di sospensione al centro della lente.

Lunghezza del pendolo dai battiti al minuto (formula d'officina)

(6.5) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$l = \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	lunghezza del pendolo in mm	mm
n_{h}	frequenza in battiti al minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Il numero 3 578 400 è la lunghezza del pendolo a secondi (994 mm) per 60^2. Inserire i valori solo nelle unità indicate.

Vale: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; l in mm, n_{h} in battiti al minuto.

ESEMPIO Quanto è lungo il pendolo per 90 battiti al minuto?

Dati: $n_{\mathrm{h}} = 90\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{3\,578\,400}{90^2} \\ &\approx 442\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Circa 442 mm, come nella formula precedente.

Da ricordare: Un pendolo di 994 mm batte i secondi. Un pendolo quattro volte più lungo batte la metà delle volte.

6.2 Regolazione tramite la lunghezza del pendolo

Se un orologio a pendolo anticipa, si allunga il pendolo; se ritarda, lo si accorcia. Poiché il periodo di oscillazione cresce con la radice della lunghezza, l'1 ‰ di lunghezza in più rallenta l'oscillazione dello 0,5 ‰, cioè 43 s al giorno.

Variazione di andamento per variazione di lunghezza

(6.6) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

RIORDINATA $\Delta l \approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	variazione di lunghezza (+ significa: pendolo più lungo, lente più in basso)	mm
l	lunghezza del pendolo	mm

Un pendolo più lungo oscilla più lentamente e l'orologio rallenta; da qui il segno meno. Il fattore $86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ converte la variazione relativa in secondi al giorno.

Vale: piccole variazioni (Δl molto minore di l); pendolo senza asta pesante.

Buono a sapersi: Nei pendoli con asta pesante il centro di oscillazione si sposta meno della lente. La lente va quindi spostata più di quanto calcolato. Calcolando con la lunghezza del pendolo ricavata dalla frequenza in alternanze, con un'asta pari al 10 %, 20 % e 30 % della massa della lente servono circa il 3 %, 7 % e 10 % di corsa in più. Per il pendolo reale si calcola perciò spesso con il fattore 2,2 invece di 2, vedi formula (6.7).

ESEMPIO Un orologio a colonna con pendolo lungo 994 mm anticipa di 30 s al giorno. Deve quindi rallentare di 30 s al giorno. Di quanto si deve abbassare la lente?

Dati: $\Delta G = -30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 994\,\mathrm{mm} \cdot \left(-30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\right)}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}69\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lente deve scendere di circa 0,7 mm, cioè il pendolo deve diventare più lungo.

Spostamento della lente da andamento e frequenza (formula d'officina)

(6.7) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta l \approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

Δl	corsa della lente in mm (+ significa: lente più in basso)	mm
G	andamento dell'orologio in secondi al giorno (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n_{h}	frequenza in battiti al minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Se l'orologio anticipa, la lente si abbassa; se ritarda, si alza. Nel numero 90 sono contenuti la lunghezza del pendolo ricavata dalla frequenza e una maggiorazione per il pendolo reale. Per il pendolo semplice le formule (6.5) e (6.6) danno insieme $\frac{2 \cdot 3\,578\,400}{86\,400} \approx 83$. Con il fattore 2,2 invece di 2 si ottiene 91, arrotondato 90.

Vale: Δl in mm, G in secondi al giorno, n_{h} in battiti al minuto. Valore indicativo per pendoli con asta che oscilla con la lente; con un'asta molto leggera si usa 83 invece di 90. Dopo lo spostamento si misura di nuovo l'andamento.

ESEMPIO L'orologio a colonna dell'esempio della formula (6.6) batte 60 volte al minuto e anticipa di 30 s al giorno. Di quanto si abbassa la lente?

Dati: $G = 30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $\quad n_{\mathrm{h}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{90 \cdot 30}{60^2} \\ &= 0{,}75\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lente scende di 0,75 mm. Per il pendolo semplice erano 0,69 mm; la differenza è la maggiorazione per l'asta che oscilla con la lente.

Variazione di andamento con il dado di regolazione

(6.8) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

RIORDINATA $\quad N \approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{P \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	giri (del dado; + significa: lente più in basso)	1
P	passo della filettatura (del dado di regolazione)	mm
l	lunghezza del pendolo	mm

Un giro completo del dado sposta la lente di un passo della filettatura.

Vale: la lente poggia sul dado; pendolo senza asta pesante.

ESEMPIO Di quanto varia l'andamento di un pendolo a secondi con un giro completo del dado di regolazione (passo 0,5 mm), se la lente si abbassa?

Dati: $N = 1$; $\quad P = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $\quad l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -21{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'orologio rallenta di circa 22 s al giorno. Le correzioni più fini si fanno con frazioni di giro; molti dadi portano a questo scopo una graduazione.

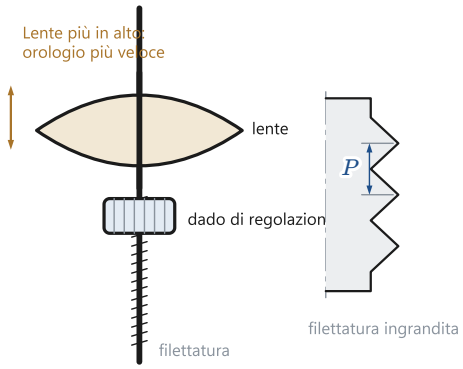


Fig. 6.3 Il dado di regolazione alza o abbassa la lente del passo P a ogni giro

Da ricordare: Lente più in alto, orologio più veloce. Nel pendolo a secondi 1 mm vale circa 43 s al giorno.

Pesetti di regolazione. Gli orologi a pendolo di precisione, alla fine, non si regolano più con il dado, ma con piccoli pesi posati su un piattello fissato all'asta del pendolo. Il pendolo intanto continua a oscillare. Ogni peso aggiunto rende l'orologio più veloce, ogni peso tolto più lento.

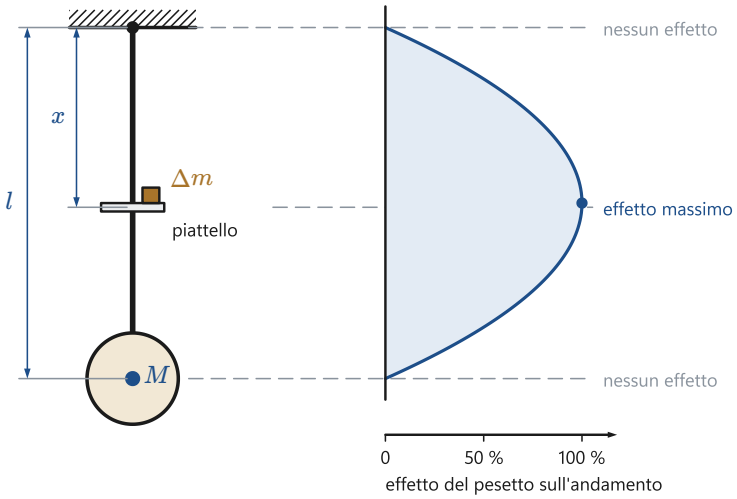


Fig. 6.4 Pesetto Δm alla distanza x sotto la sospensione: l'effetto sull'andamento è massimo a metà lunghezza del pendolo e si annulla nella sospensione e nel centro di oscillazione M

Pesetto di regolazione a metà lunghezza del pendolo

(6.9) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m}{8 \cdot m} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

RIORDINATA $\Delta m \approx \dfrac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	massa del pesetto (+ significa: aggiunto)	g
m	massa (del pendolo)	kg

Il pesetto si trova sopra il centro di oscillazione e accorcia un poco la lunghezza efficace del pendolo. Poiché 86 400 diviso 8 fa 10 800, in officina si calcola più brevemente: $\Delta m = \frac{m \cdot \Delta G}{10\,800}$ con ΔG in secondi al giorno.

Vale: piattello a metà lunghezza del pendolo, cioè a metà tra sospensione e centro di oscillazione; pesetto molto più leggero del pendolo; massa del pendolo concentrata essenzialmente nella lente. Con un'asta pesante il pesetto agisce un po' di più.

ESEMPIO Un orologio a pendolo di precisione con massa del pendolo di 6 kg ritarda di 0,5 s al giorno. Quale pesetto lo compensa?

Dati: $m = 6\,\mathrm{kg}$; $\Delta G = 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta m &\approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{8 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}28\,\mathrm{g}\end{aligned}$$

Circa 0,28 g. Da ricordare: la 10 800ª parte della massa del pendolo, qui 0,56 g, vale 1 s al giorno.

Pesetto di regolazione a un'altezza qualsiasi

(6.10) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Nella sospensione e nel centro di oscillazione un pesetto non ha alcun effetto. Tra i due rende l'orologio più veloce, al massimo a metà. Sotto il centro di oscillazione lo rende più lento.

Vale: pesetto molto più leggero del pendolo; pendolo calcolato come massa puntiforme alla lunghezza l.

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	massa del pesetto (+ significa: aggiunto)	g
x	distanza (dalla sospensione al pesetto)	mm
m	massa (del pendolo)	kg
l	lunghezza del pendolo (dalla sospensione al centro di oscillazione)	mm

Buono a sapersi: Intorno a metà lunghezza del pendolo l'effetto cambia appena con l'altezza. Lì il piattello è quindi al posto giusto: qualche millimetro non conta. Un peso di regolazione scorrevole invece non va messo a metà, perché lì spostarlo non produce quasi nulla.

ESEMPIO Il pendolo dell'esempio precedente (6 kg) è un pendolo a secondi lungo 994 mm. Su di esso si posa 1 g non a metà, ma 331 mm sotto la sospensione, cioè a un terzo della lunghezza. Di quanto cambia l'andamento?

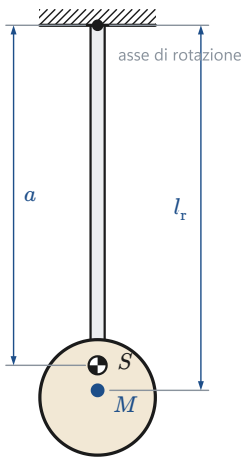
Dati: $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$; $x = 331\,\mathrm{mm}$; $m = 6\,\mathrm{kg}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{g} \cdot 331\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot \left(1 - \frac{331\,\mathrm{mm}}{994\,\mathrm{mm}}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 1{,}60\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'orologio diventa più veloce di circa 1,6 s al giorno. A metà lunghezza sarebbero 1,8 s.

6.3 Pendolo composto

Un pendolo reale ha un'asta con massa propria e una lente estesa. Oscilla come un pendolo semplice di lunghezza ridotta l_r. Questa arriva fino al centro di oscillazione, che si trova poco sotto il baricentro.



S baricentro · M centro di oscillazione

Fig. 6.5 Pendolo composto: baricentro S alla distanza a, centro di oscillazione M alla lunghezza ridotta l_r

Periodo di oscillazione del pendolo composto

(6.11) MAESTRO

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}}$$

Vale: piccole ampiezze, senza attrito, pendolo rigido.

T	periodo di oscillazione	s
J_A	momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione (sospensione)	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
m	massa (dell'intero pendolo)	kg
g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
a	distanza (dall'asse di rotazione al baricentro)	m

ESEMPIO Un'asta uniforme (lunghezza 1 m, massa 0,6 kg) oscilla attorno alla sua estremità superiore. Il suo momento d'inerzia rispetto all'estremità è $J_\mathrm{A} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$, il baricentro è a metà.

Dati: $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}}} \\ &\approx 1{,}64\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

1,64 s; un pendolo a filo di 1 m avrebbe 2,01 s. L'asta oscilla più velocemente perché una parte della sua massa si trova vicino all'asse di rotazione.

Lunghezza ridotta del pendolo

(6.12) MAESTRO

$$l_\mathrm{r} = \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a}$$

La lunghezza ridotta del pendolo è la lunghezza del pendolo semplice con lo stesso periodo di oscillazione. Con l_r al posto di l valgono tutte le formule delle sezioni 6.1 e 6.2.

l_r	lunghezza ridotta del pendolo (dall'asse di rotazione al centro di oscillazione)	m
J_A	momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
m	massa (dell'intero pendolo)	kg
a	distanza (dall'asse di rotazione al baricentro)	m

ESEMPIO Quanto è lungo il pendolo a filo equivalente per l'asta dell'esempio precedente?

Dati: $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{r} &= \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} \\ &\approx 0{,}667\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

L'asta oscilla come un pendolo a filo di 667 mm, cioè come un pendolo lungo due terzi della sua lunghezza.

Momento d'inerzia rispetto alla sospensione (teorema di Steiner)

(6.13) MAESTRO

$$J_A = J_S + m \cdot a^2$$

Così si riporta il momento d'inerzia di un componente dal suo baricentro all'asse di rotazione del pendolo. Per più componenti si sommano i contributi.

J_A	momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
J_S	momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo passante per il baricentro	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	massa (del componente)	kg
a	distanza (tra i due assi)	m

ESEMPIO Una lente (disco, massa 1,2 kg, raggio 60 mm) è appesa con il suo centro 0,9 m sotto la sospensione. Rispetto al proprio centro ha $J_S = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.

Dati: $J_S = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} J_A &= J_S + m \cdot a^2 \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2} + 1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}9\,\mathrm{m})^2 \\ &\approx 0{,}974\,\mathrm{kg \cdot m^2} \end{aligned}$$

Quasi tutto il momento d'inerzia deriva dalla distanza dalla sospensione. Per questo un pendolo con lente pesante e asta leggera si comporta quasi come un pendolo semplice.

6.4 Ampiezza ed errore circolare

Le formule della sezione 6.1 valgono esattamente solo per ampiezze infinitamente piccole. Più il pendolo si allontana, più dura un'oscillazione. Questo errore circolare si fa sentire sull'orologio solo quando l'ampiezza cambia, per esempio perché la forza motrice diminuisce o l'olio nello scappamento invecchia.

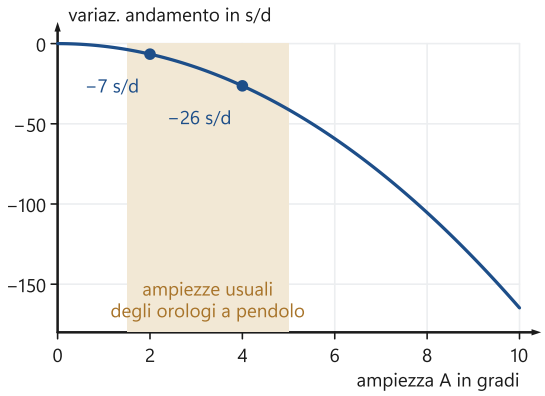


Fig. 6.6 Errore circolare: più grande è l'ampiezza, più lentamente oscilla il pendolo (andamento rispetto a un'ampiezza molto piccola)

Periodo di oscillazione con ampiezza maggiore

(6.14) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$T \approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right)$$

Vale: ampiezze fino a circa 20°. Inserire A in radianti: gradi per $\frac{\pi}{180}$.

T	periodo di oscillazione (con l'ampiezza A)	s
T_0	periodo di oscillazione con ampiezza molto piccola (formula 6.1)	s
A	ampiezza (escursione del pendolo, in radianti)	rad

ESEMPIO Un pendolo a secondi ($T_0 = 2\,\mathrm{s}$) oscilla con un'ampiezza di 4°, cioè 0,0698 rad.

Dati: $T_0 = 2\,\mathrm{s}$; $A = 0{,}0698\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} T &\approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right) \\ &= 2\,\mathrm{s} \cdot \left(1 + \frac{(0{,}0698\,\mathrm{rad})^2}{16}\right) \\ &\approx 2{,}0006\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Ogni oscillazione dura 0,6 ms in più; rispetto a un'ampiezza molto piccola l'orologio perde così circa 26 s al giorno.

Variazione di andamento quando cambia l'ampiezza

(6.15) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$\Delta G \approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Se l'ampiezza diminuisce, l'orologio diventa più veloce.

Vale: come per la formula precedente.

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
A_2	ampiezza dopo (radianti)	rad
A_1	ampiezza prima (radianti)	rad

ESEMPIO L'ampiezza scende da 2,5° (0,0436 rad) a 2,0° (0,0349 rad).

Dati: $A_2 = 0{,}0349\,\mathrm{rad}$; $A_1 = 0{,}0436\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{(0{,}0349\,\mathrm{rad})^2 - (0{,}0436\,\mathrm{rad})^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 3{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'orologio guadagna circa 3,7 s al giorno. Una forza motrice costante mantiene costante l'ampiezza e quindi l'andamento; è uno dei motivi per cui gli orologi a pendolo di precisione sono azionati a peso.

6.5 Temperatura e luogo di installazione

Il calore dilata l'asta del pendolo e l'orologio ritarda. E poiché l'accelerazione di gravità non è uguale ovunque, dopo un trasloco un orologio a pendolo va regolato di nuovo.

Variazione di andamento per effetto della temperatura

(6.16) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Più caldo significa più lungo, più lungo significa più lento.

Vale: pendolo senza compensazione termica; dilatazione della lente e della sospensione trascurata.

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
α	coefficiente di dilatazione lineare (dell'asta del pendolo)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	variazione di temperatura	K

ESEMPIO Un orologio a pendolo con asta d'acciaio ($\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) d'estate si trova a 10 K in più che d'inverno.

Dati: $\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad \Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 10\,\mathrm{K}}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -4{,}97\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

D'estate l'orologio rallenta di circa 5 s al giorno. Con un'asta di legno l'errore si riduce a circa un terzo, con un'asta di invar a circa un decimo fino a un sesto.

Coefficienti di dilatazione lineare per aste di pendolo (valori indicativi a 20 °C)

Materiale	α in $10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$
Zinco	30
Alluminio	23
Ottone	18 … 21
Acciaio non legato	11 … 13
Legno (abete rosso, lungo la fibra)	3 … 5
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
Vetro di quarzo	0,5

I valori variano con la lega, il trattamento termico e, per il legno, con l'umidità.

Compensazione termica con due materiali

(6.17) APPROFONDIMENTO

$$\alpha_1 \cdot l_1 = \alpha_2 \cdot l_2$$

RIORDINATA $$l_2 = \frac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2}$$

Nel pendolo a graticola e nel pendolo zinco-acciaio un materiale a grande dilatazione solleva la lente di quanto l'acciaio la abbassa.

Vale: semplificato, solo le aste. La dilatazione della lente e la posizione del centro di oscillazione spostano un po' il risultato; perciò dopo la costruzione si esegue una regolazione fine.

α_1	coefficiente di dilatazione lineare delle parti che agiscono verso il basso (acciaio)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_1	lunghezza totale delle parti che agiscono verso il basso	m
α_2	coefficiente di dilatazione lineare delle parti che agiscono verso l'alto (zinco, ottone)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_2	lunghezza totale delle parti che agiscono verso l'alto	m

ESEMPIO Un pendolo zinco-acciaio ha in tutto 1,2 m di acciaio ($\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) che si dilata verso il basso. Quanto deve essere lungo il tubo di zinco ($\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$)?

Dati: $\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $l_1 = 1{,}2\,\mathrm{m}$; $\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2} \\ &= \frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}} \\ &\approx 0{,}46\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Il tubo di zinco deve essere lungo circa 46 cm.

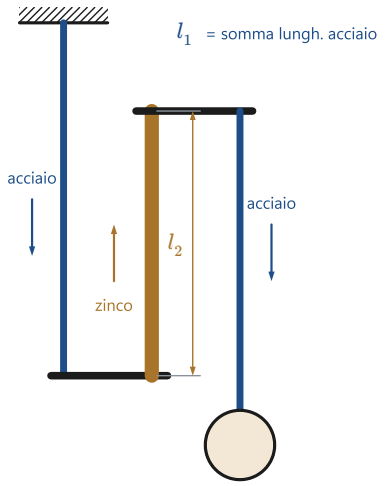


Fig. 6.7 Pendolo zinco-acciaio, esploso per chiarezza: l'acciaio abbassa la lente, lo zinco la solleva

Variazione di andamento per un altro luogo di installazione

(6.18) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$\Delta G \approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Dove l'accelerazione di gravità è maggiore, il pendolo oscilla più velocemente.

ΔG	variazione di andamento (+ significa: l'orologio diventa più veloce)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δg	variazione dell'accelerazione di gravità (luogo nuovo meno luogo vecchio)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
g	accelerazione di gravità nel luogo vecchio	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

ESEMPIO Un orologio a colonna regolato ad Amburgo ($g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) viene portato a Monaco di Baviera ($g = 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$), quindi $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Dati: $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -28{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

A Monaco l'orologio ritarda di circa 28 s al giorno e va regolato di nuovo.

Accelerazione di gravità secondo latitudine e altitudine

(6.19) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$g \approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h$$

La formula fornisce la gravità normale di una Terra ideale. Il sottosuolo se ne discosta localmente fino a circa $0{,}0005\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, in alta montagna anche di più; per regolare un orologio basta.

Vale: formula internazionale della gravità del 1980 con correzione di quota in aria libera.

g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
φ	latitudine geografica	°
h	altitudine (sul livello del mare)	m

ESEMPIO Accelerazione di gravità a Monaco di Baviera: latitudine 48,14°, altitudine 520 m.

Dati: $\varphi = 48{,}14°$; $h = 520\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}g &\approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h \\ &= 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 (48{,}14°) - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot 48{,}14°)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot 520\,\mathrm{m} \\ &\approx 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\end{aligned}$$

Circa $9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; Amburgo, al livello del mare, ha $9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

7 Scappamenti

Lo scappamento si trova tra il rotismo e l'organo regolatore. Arresta il rotismo, lo libera dente per dente al ritmo del bilanciere o del pendolo e fornisce all'organo regolatore l'energia che questo perde per attrito. Lo scappamento conta quindi le oscillazioni. La precisione dell'orologio dipende anche da quanto poco esso disturba l'organo regolatore.

Il capitolo inizia con le grandezze valide per tutti gli scappamenti. Seguono la geometria dello scappamento ad ancora svizzero, il bilancio energetico, i rumori dello scappamento analizzati dal cronocomparatore e gli scappamenti degli orologi di grosso volume.

7.1 Grandezze fondamentali di tutti gli scappamenti

Ogni scappamento libera il rotismo a passi uguali e intanto dà impulso all'organo regolatore. I termini sono gli stessi per tutti i tipi. In questo capitolo gli angoli si chiamano uniformemente γ sulla ruota di scappamento, β sull'ancora, λ e A sul bilanciere. Nello scappamento ad ancora la ruota di scappamento si chiama anche ruota d'ancora.

Termini dello scappamento

Termine	Significato	Angolo
Riposo	Un dente poggia sul piano di riposo, la ruota è ferma. Misurato come corsa dell'ancora fino all'inizio dell'impulso.	β_R sull'ancora
Sblocco	L'organo regolatore spinge la levata fuori dal riposo e libera il dente.	parte di λ
Impulso	Il dente scivola sul piano d'impulso e, tramite l'ancora, dà impulso all'organo regolatore.	γ_H sulla ruota, β_H sull'ancora
Caduta	La ruota gira libera finché il dente successivo incontra il suo piano di riposo.	γ_F sulla ruota
Attrazione	Inclinazione del piano di riposo per cui la ruota tira l'ancora contro il limitatore.	ψ sulla levata
Cammino perduto	Corsa dell'ancora dopo la caduta fino al limitatore; sicurezza per il riposo.	β_V sull'ancora
Angolo di alzata	Corsa del bilanciere finché l'ellisse è nella forchetta.	λ sul bilanciere
Arco supplementare	Corsa dell'organo regolatore fuori dall'alzata, fino al punto d'inversione.	φ_E sul bilanciere o sul pendolo

Il bilanciere utilizza il suo angolo di alzata insieme per lo sblocco e per l'impulso.

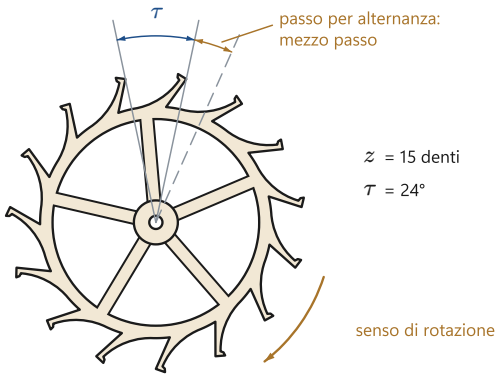


Fig. 7.1 Passo τ della ruota di scappamento; a ogni alternanza la ruota avanza di mezzo passo

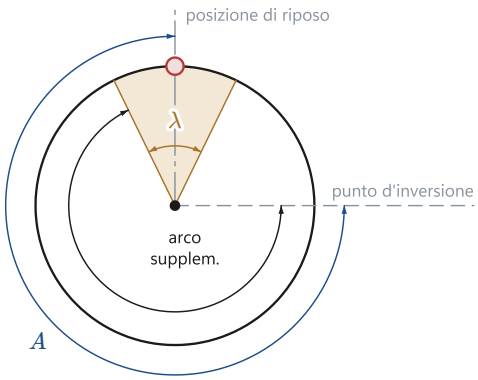


Fig. 7.2 Corsa dell'ellisse dalla posizione di riposo al punto d'inversione: ampiezza A, angolo di alzata λ e arco supplementare

Passo della ruota di scappamento

(7.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

τ	passo (della ruota di scappamento; angolo da dente a dente)	°
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1

Il passo è l'angolo da dente a dente. A ogni alternanza la ruota avanza di mezzo passo, perché ogni dente lavora in successione su entrambe le levate.

Vale: scappamento ad ancora, a cilindro, Graham e ad ancora di rinculo. Nello scappamento a scatto la ruota avanza solo a ogni seconda alternanza, e allora di un passo intero.

ESEMPIO Quanto vale il passo di una ruota di scappamento con 15 denti?

Dati: $z = 15$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{15} \\ &= 24^\circ\end{aligned}$$

Il passo è di 24°, il passo per alternanza quindi di 12°.

Frequenza in alternanze e numero di giri della ruota di scappamento

(7.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z \cdot n_\mathrm{H}$$

RIORDINATA $\quad n_\mathrm{H} = \frac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z}$

n_h	frequenza in alternanze (semioscillazioni nell'unità di tempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1
n_H	numero di giri della ruota di scappamento	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

In un giro della ruota di scappamento ogni dente passa una volta e permette due alternanze. La formula collega rotismo e organo regolatore: da frequenza e numero di denti segue quanto velocemente deve girare la ruota di scappamento (capitolo 4). Lo stesso calcolo con i numeri di denti del rotismo si trova nella sezione 4.2.

Vale: tutti gli scappamenti in cui passa un dente per ogni oscillazione, anche lo scappamento a cilindro e a scatto.

Buono a sapersi: Con un pendolo a secondi e 30 denti la ruota di scappamento compie esattamente un giro al minuto. Per questo il suo albero può portare la lancetta dei secondi.

ESEMPIO Un movimento a pendolo compie 4800 alternanze all'ora, cioè 80 al minuto. La ruota di scappamento ha 32 denti. A che velocità gira?

Dati: $n_\mathrm{h} = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $\quad z = 32$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{H} &= \frac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z} \\ &= \frac{4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 32} \\ &= \frac{80\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{2 \cdot 32} \\ &\approx 1{,}25\ \frac{1}{\mathrm{min}}\end{aligned}$$

La ruota di scappamento compie 1,25 giri al minuto, quindi un giro dura 48 s. Per gli orologi da polso e da tasca un esempio si trova alla formula (4.8).

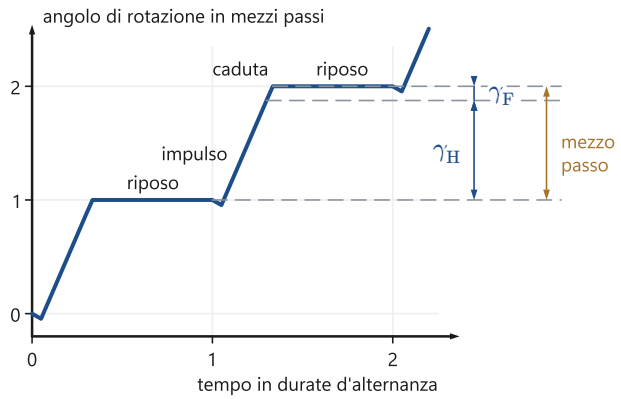


Fig. 7.3 Corsa della ruota di scappamento in due alternanze: impulso γ_H e caduta γ_F danno mezzo passo. La piccola rientranza prima di ogni impulso è il rinculo allo sblocco di uno scappamento con attrazione. L'asse dei tempi non è in scala: negli orologi da polso e da tasca impulso e caduta durano solo pochi centesimi della durata dell'alternanza

Impulso e caduta sulla ruota

(7.3) MAESTRO

$$\gamma_H + \gamma_F = \frac{180^\circ}{z}$$

RIORDINATA $\gamma_F = \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H$

L'avanzamento della ruota è composto da due tratti. Durante l'impulso il dente spinge la levata, durante la caduta la ruota gira libera finché il dente successivo incontra il suo piano di riposo. La caduta è una sicurezza necessaria, ma energia persa.

Vale: γ_H comprende l'intera corsa della ruota tra due cadute. Negli scappamenti con attrazione, allo sblocco la ruota torna indietro di una frazione di grado e la ripercorre subito; questo rinculo si annulla nella somma.

γ_H	impulso sulla ruota (angolo di rotazione della ruota tra due cadute)	°
γ_F	caduta (angolo di rotazione libera della ruota)	°
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1

ESEMPIO In una ruota di scappamento con 15 denti la ruota gira di 10,5° durante l'impulso. Quanto vale la caduta?

Dati: $z = 15$; $\gamma_H = 10{,}5^\circ$

$$\begin{aligned}\gamma_F &= \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H \\ &= \frac{180^\circ}{15} - 10{,}5^\circ \\ &= 1{,}5^\circ\end{aligned}$$

Per la caduta restano 1,5°, un valore usuale per lo scappamento ad ancora svizzero.

Caduta come corsa della punta del dente

(7.4) MAESTRO

$$s_\mathrm{F} = R \cdot \gamma_\mathrm{F}$$

Sotto la lente la caduta appare come una piccola corsa della punta del dente. La formula converte l'angolo di caduta in questa corsa e mostra con quanto poco gioco lavora lo scappamento.

Vale: angolo in radianti: $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

s_F	caduta come corsa (sulla circonferenza della ruota)	mm
R	raggio (della ruota di scappamento; fino ai punti di contatto)	mm
γ_F	caduta (inserire l'angolo in radianti)	rad

ESEMPIO Una ruota di scappamento ha un raggio di 2,40 mm, la caduta è di 1,5°. Di quanto cade la punta del dente?

Dati: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma_\mathrm{F} = 1{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} s_\mathrm{F} &= R \cdot \gamma_\mathrm{F} \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 1{,}5^\circ \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}02618 \\ &\approx 0{,}063\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La punta del dente cade liberamente di 0,063 mm. È circa lo spessore di un capello.

Arco supplementare del bilanciere

(7.5) MAESTRO

$$\varphi_\mathrm{E} = A - \frac{\lambda}{2}$$

Fuori dall'angolo di alzata il bilanciere oscilla libero, senza contatto con l'ancora. Percorre questo arco supplementare due volte in ogni semioscillazione: scendendo fino all'alzata e, dopo l'alzata, salendo fino al punto d'inversione.

Vale: scappamenti liberi (ad ancora e a scatto); angolo di alzata simmetrico rispetto alla posizione di riposo, cioè battuta regolata correttamente.

φ_E	arco supplementare (dalla fine dell'alzata al punto d'inversione)	°
A	ampiezza (dalla posizione di riposo al punto d'inversione)	°
λ	angolo di alzata (del bilanciere; sblocco e impulso insieme)	°

ESEMPIO Un bilanciere oscilla con un'ampiezza di 270°, l'angolo di alzata è di 52°. Quanto vale l'arco supplementare?

Dati: $A = 270^\circ$; $\lambda = 52^\circ$

$$\begin{aligned} \varphi_\mathrm{E} &= A - \frac{\lambda}{2} \\ &= 270^\circ - \frac{52^\circ}{2} \\ &= 244^\circ \end{aligned}$$

Da ogni lato il bilanciere oscilla libero per 244°. Dei 540° di una semioscillazione solo 52° spettano all'alzata; per circa il 90 % della sua corsa il bilanciere non è disturbato.

Da ricordare: A ogni alternanza la ruota di scappamento avanza di mezzo passo: prima l'impulso, poi la caduta.

7.2 Scappamento ad ancora svizzero: geometria

Lo scappamento ad ancora svizzero lavora in quasi tutti gli orologi meccanici da polso e da tasca. La sua ancora abbraccia 2,5 passi della ruota. Il centro dell'ancora si trova nel punto d'intersezione delle due tangenti che toccano la circonferenza della ruota nei punti di contatto. Così la pressione del dente durante il riposo agisce lungo il braccio dell'ancora e non la fa ruotare. Solo l'attrazione dà al piano di riposo una piccola inclinazione.

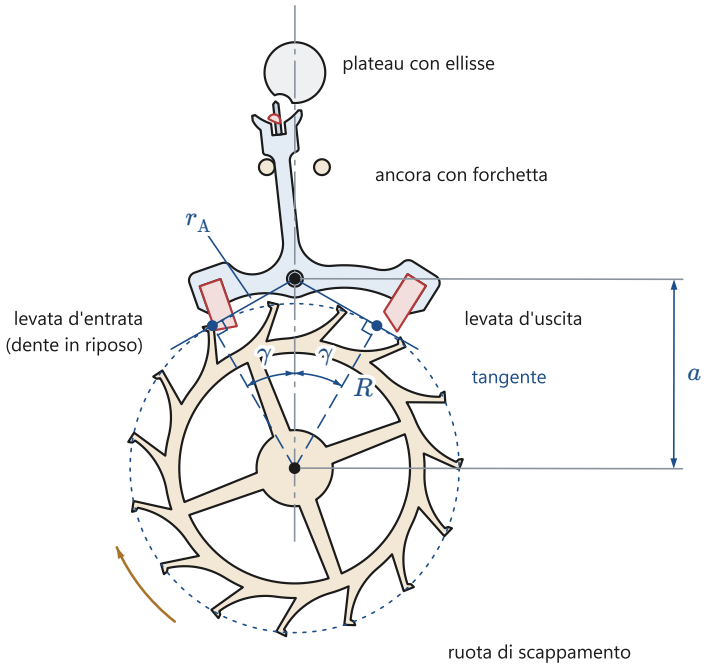


Fig. 7.4 Scappamento ad ancora svizzero secondo il modello, dente in riposo sulla levata d'entrata: il centro dell'ancora si trova nel punto d'intersezione delle tangenti; con 15 denti $\gamma = 30^\circ$

Abbracciamento dell'ancora

(7.6) MAESTRO

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z}$$

L'ancora abbraccia k passi della ruota. Poiché una levata è sempre impegnata nella ruota quando l'altra è libera, l'abbracciamento termina su mezzo passo: 2,5 passi negli orologi da polso e da tasca, da 6,5 a 10,5 negli orologi a pendolo. Si calcola con il semiangolo di abbracciamento γ.

Vale: punti di contatto simmetrici rispetto alla congiungente degli assi della ruota e dell'ancora.

γ	semiangolo di abbracciamento (misurato sull'asse della ruota)	°
k	abbracciamento in passi (2,5 nello scappamento ad ancora svizzero)	1
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1

ESEMPIO Quanto vale il semiangolo di abbracciamento con 15 denti e un abbracciamento di 2,5 passi?

Dati: $k = 2{,}5$; $z = 15$

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z} = \frac{2{,}5 \cdot 180^\circ}{15} = 30^\circ$$

L'ancora abbraccia 60°, 30° da ogni lato della linea mediana.

Interasse tra ruota e ancora

(7.7) MAESTRO

$$a = \frac{R}{\cos \gamma}$$

a	interasse (tra ruota di scappamento e ancora)	mm
R	raggio (della ruota di scappamento; fino ai punti di contatto)	mm
γ	semiangolo di abbracciamento (misurato sull'asse della ruota)	°

Asse della ruota, punto di contatto e asse dell'ancora formano un triangolo rettangolo con l'angolo retto nel punto di contatto. Più grande è l'abbracciamento, più l'ancora si allontana dalla ruota.

Vale: ingranamento tangenziale: la linea dal centro dell'ancora al punto di contatto è tangente alla circonferenza della ruota. R arriva fino ai punti su cui si costruisce, secondo il tipo gli spigoli di riposo o i centri dei piani d'impulso.

ESEMPIO Una ruota di scappamento con 15 denti ha un raggio di 2,40 mm, l'ancora abbraccia 2,5 passi. Quanto vale l'interasse?

Dati: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} a &= \frac{R}{\cos \gamma} \\ &= \frac{2{,}40\,\mathrm{mm}}{\cos\left(30^\circ\right)} \\ &\approx 2{,}77\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Gli assi distano 2,77 mm. Con 15 denti e 2,5 passi vale sempre $a = 1{,}155 \cdot R$.

Lunghezza del braccio dell'ancora

(7.8) APPROFONDIMENTO

$$r_\mathrm{A} = R \cdot \tan \gamma$$

r_A	braccio dell'ancora (dal centro dell'ancora al punto di contatto)	mm
R	raggio (della ruota di scappamento; fino ai punti di contatto)	mm
γ	semiangolo di abbracciamento (misurato sull'asse della ruota)	°

Il braccio dell'ancora è il tratto di tangente dal centro dell'ancora al punto di contatto. Con esso un angolo dell'ancora diventa una corsa della levata.

Vale: ingranamento tangenziale come per l'interasse.

ESEMPIO Quanto è lungo il braccio dell'ancora per una ruota di 2,40 mm di raggio e un semiangolo di abbracciamento di 30°?

Dati: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} r_\mathrm{A} &= R \cdot \tan \gamma \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \tan\left(30^\circ\right) \\ &\approx 1{,}39\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il braccio dell'ancora misura 1,39 mm. Un riposo di 1,5° sull'ancora corrisponde qui a una corsa della levata di soli 0,036 mm.

Distanza tra i punti di contatto

(7.9) APPROFONDIMENTO

$$l_\mathrm{P} = 2 \cdot R \cdot \sin\gamma$$

La corda tra i punti di contatto è l'apertura con cui l'ancora abbraccia la ruota. Con essa si può verificare se un'ancora è adatta alla ruota.

Vale: punti di contatto sulla circonferenza della ruota di raggio R, simmetrici rispetto alla linea mediana.

l_P	distanza tra i due punti di contatto (corda della circonferenza della ruota)	mm
R	raggio (della ruota di scappamento; fino ai punti di contatto)	mm
γ	semiangolo di abbracciamento (misurato sull'asse della ruota)	$^\circ$

ESEMPIO Quanto distano i punti di contatto con un raggio della ruota di 2,40 mm e un semiangolo di abbracciamento di 30°?

Dati: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{P} &= 2 \cdot R \cdot \sin\gamma \\ &= 2 \cdot 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin(30^\circ) \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La distanza è uguale al raggio della ruota: con un abbracciamento di 60° l'asse della ruota e i due punti di contatto formano un triangolo equilatero.

Da ricordare: Con 15 denti e un abbracciamento di 2,5 passi l'interasse è 1,155 volte il raggio della ruota e i punti di contatto distano esattamente un raggio della ruota.

Angoli dello scappamento ad ancora svizzero con 15 denti (valori indicativi)

Grandezza	Simbolo	Valore indicativo
passo della ruota	τ	24°
abbracciamento dell'ancora	2γ	2,5 passi = 60°
caduta	γ_F	1° … 1,5°
impulso sulla ruota	γ_H	10,5° … 11°
riposo sull'ancora	β_R	1,5°
cammino perduto	β_V	0,25° … 0,5°
impulso sull'ancora	β_H	8,5°
angolo di attrazione	ψ	12° … 15°
angolo di alzata del bilanciere	λ	per lo più 49° … 53°; nei movimenti da polso e da tasca più vecchi spesso minore, circa 38° … 46°

Con il dente a clava l'impulso sull'ancora si ripartisce tra il piano d'impulso della levata e quello del dente. Fanno sempre fede i dati del fabbricante, per l'angolo di alzata anche al cronocomparatore (sezione 8.2).

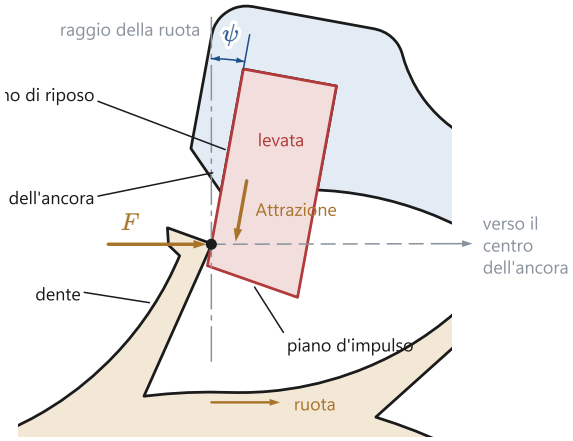


Fig. 7.5 Levata d'entrata in riposo: il piano di riposo è inclinato dell'angolo di attrazione ψ rispetto al raggio della ruota, la pressione F del dente tira la levata nella ruota

Attrazione: l'angolo d'attrito come limite

(7.10) MAESTRO

$$\rho = \arctan \mu$$

ρ	angolo d'attrito (l'angolo di attrazione deve essere maggiore)	°
μ	coefficiente d'attrito (tra dente e piano di riposo)	1

Il piano di riposo è inclinato dell'angolo di attrazione ψ. Così la pressione del dente tira la levata più a fondo nella ruota e mantiene l'ancora contro il limitatore, anche in caso di urti. Ciò riesce solo se ψ è maggiore dell'angolo d'attrito ρ. Altrimenti l'attrito trattiene la levata nel punto in cui si trova. In generale l'angolo d'attrito è dato dalla formula (2.33).

Vale: ingranamento tangenziale; ψ misurato tra il piano di riposo e il raggio della ruota nel punto di contatto.

Attenzione: Troppa attrazione costa ampiezza: allo sblocco il bilanciere deve far ruotare indietro un poco la ruota contro la sua coppia.

ESEMPIO L'acciaio su rubino lubrificato ha un coefficiente d'attrito di circa 0,15. Quanto vale l'angolo d'attrito?

Dati: $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}5^\circ\end{aligned}$$

L'angolo d'attrito è di 8,5°. Con i consueti 12°–15° di attrazione resta un margine, anche quando l'olio invecchia.

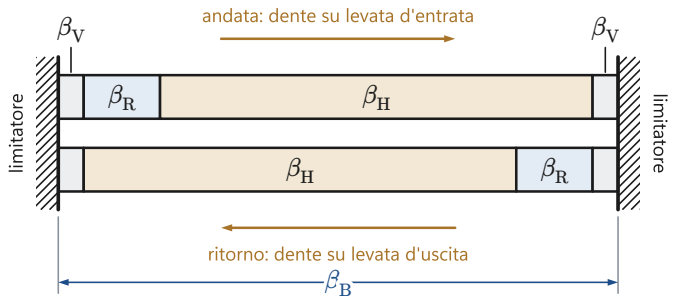


Fig. 7.6 Corsa dell'ancora tra i limitatori, disegnata per $\beta_V = 0{,}5^\circ$, $\beta_R = 1{,}5^\circ$ e $\beta_H = 8{,}5^\circ$

Corsa dell'ancora tra i limitatori

(7.11) MAESTRO

$$\beta_B = \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V$$

β_B	corsa dell'ancora da limitatore a limitatore	°
β_R	riposo (subito dopo la caduta)	°
β_H	impulso sull'ancora	°
β_V	cammino perduto	°

Partendo dal limitatore, l'ancora percorre prima tutto il riposo, poi l'impulso. Dopo la caduta l'attrazione la porta ancora del cammino perduto contro l'altro limitatore. Il cammino perduto fa sì che il dente si posi con sicurezza sul piano di riposo; conta da entrambi i lati.

Vale: il riposo totale prima dello sblocco è $\beta_R + \beta_V$. Entrambe le levate regolate allo stesso modo.

ESEMPIO Un'ancora ha 1,5° di riposo, 8,5° di impulso e 0,5° di cammino perduto. Di quanto ruota da limitatore a limitatore?

Dati: $\beta_R = 1{,}5°$; $\beta_H = 8{,}5°$; $\beta_V = 0{,}5°$

$$\begin{aligned}\beta_B &= \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V \\ &= 1{,}5° + 8{,}5° + 2 \cdot 0{,}5° \\ &= 11°\end{aligned}$$

L'ancora ruota di 11°. Senza cammino perduto sarebbero i 10° spesso citati.

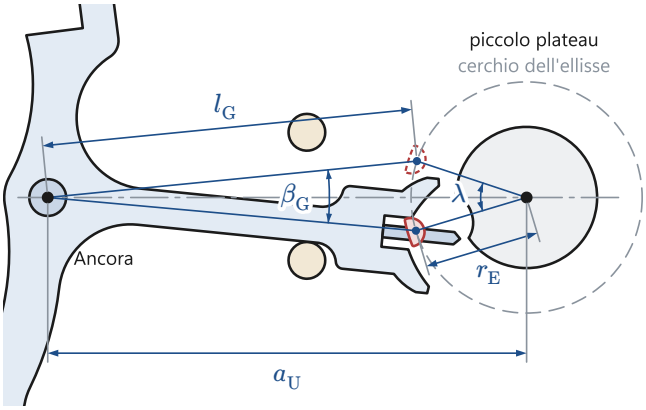


Fig. 7.7 Forchetta, piccolo plateau ed ellisse secondo il modello ($\beta_G \approx 11^\circ$, $\lambda \approx 35^\circ$): ellisse all'entrata (piena) e all'uscita (tratteggiata)

Forchetta ed ellisse: lunghezze e angoli

(7.12) MAESTRO

$$l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right) = r_{\mathrm{E}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)$$

RIORDINATA $$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

All'entrata e all'uscita l'ellisse si trova contemporaneamente sulla sua circonferenza attorno all'asse del bilanciere e nell'intaglio della forchetta. La sua distanza dalla linea mediana è la stessa vista da entrambi gli assi; questo dice l'equazione. Una forchetta lunga e un raggio dell'ellisse piccolo danno un grande angolo di alzata del bilanciere.

Vale: ellisse come punto sulla linea mediana dell'intaglio della forchetta; larghezza della pietra e gioco nella forchetta trascurati. Allora β_{G} è uguale alla corsa dell'ancora tra i limitatori.

l_{G}	lunghezza della forchetta (dall'asse dell'ancora all'ellisse all'entrata)	mm
β_{G}	angolo dell'ancora mentre l'ellisse è nella forchetta (circa 10°)	°
r_{E}	raggio dell'ellisse rispetto all'asse del bilanciere	mm
λ	angolo di alzata (del bilanciere; sblocco e impulso insieme)	°

ESEMPIO Una forchetta è lunga 2,89 mm. L'ancora ruota di 10° mentre l'ellisse è nella forchetta; il bilanciere deve avere un angolo di alzata di 52°. A quale raggio deve trovarsi l'ellisse?

Dati: $l_{\mathrm{G}} = 2{,}89\,\mathrm{mm}; \quad \beta_{\mathrm{G}} = 10°; \quad \lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

$$= \frac{2{,}89\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

L'ellisse si trova a 0,575 mm dall'asse del bilanciere. La forchetta è circa cinque volte più lunga di questo raggio.

Raggio dell'ellisse dall'interasse

(7.13) APPROFONDIMENTO

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

r_{E}	raggio dell'ellisse rispetto all'asse del bilanciere	mm
a_{U}	interasse tra ancora e bilanciere	mm
β_{G}	angolo dell'ancora mentre l'ellisse è nella forchetta (circa 10°)	°
λ	angolo di alzata (del bilanciere; sblocco e impulso insieme)	°

In fase di progetto sono dati interasse e angoli. Il teorema dei seni nel triangolo formato da asse dell'ancora, asse del bilanciere ed ellisse fornisce il raggio a cui deve trovarsi l'ellisse.

Vale: come sopra: ellisse come punto, senza gioco nella forchetta.

ESEMPIO Ancora e bilanciere distano 3,40 mm. L'ancora ruota di 10°, il bilanciere deve avere un angolo di alzata di 52°. Quanto vale il raggio dell'ellisse?

Dati: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

$$= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

L'ellisse si trova su un raggio di 0,575 mm.

Lunghezza della forchetta dall'interasse

(7.14) APPROFONDIMENTO

$$l_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

l_{G}	lunghezza della forchetta (dall'asse dell'ancora all'ellisse all'entrata)	mm
a_{U}	interasse tra ancora e bilanciere	mm
λ	angolo di alzata (del bilanciere; sblocco e impulso insieme)	°
β_{G}	angolo dell'ancora mentre l'ellisse è nella forchetta (circa 10°)	°

Lo stesso triangolo fornisce la lunghezza della forchetta. Lunghezza della forchetta e raggio dell'ellisse insieme danno un po' più dell'interasse, perché all'entrata entrambi sono inclinati rispetto alla linea mediana.

Vale: come sopra: ellisse come punto, senza gioco nella forchetta.

ESEMPIO Quanto deve essere lunga la forchetta con interasse di 3,40 mm, angolo dell'ancora di 10° e angolo di alzata di 52°?

Dati: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\lambda = 52°$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{52°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 2{,}89\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La forchetta risulta lunga 2,89 mm. Verifica lungo la linea mediana: $2{,}89 \cdot \cos 5° + 0{,}575 \cdot \cos 26° = 3{,}40$.

Rapporto di trasmissione tra forchetta e bilanciere

(7.15) APPROFONDIMENTO

$$i_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}}$$

i_{G}	rapporto di trasmissione in posizione centrale (velocità angolare del bilanciere divisa per quella dell'ancora)	1
a_{U}	interasse tra ancora e bilanciere	mm
r_{E}	raggio dell'ellisse rispetto all'asse del bilanciere	mm

In posizione centrale la forchetta tocca l'ellisse sulla congiungente degli assi. Lì il bilanciere ruota i_{G} volte più veloce dell'ancora e, senza attrito, al bilanciere arriva la i_{G}-esima parte del momento dell'ancora. Mediato su tutto l'impulso, il rapporto di trasmissione è $\frac{\lambda}{\beta_{\mathrm{G}}}$.

Vale: posizione centrale; all'entrata e all'uscita il rapporto di trasmissione è maggiore.

ESEMPIO Quanto vale il rapporto di trasmissione con interasse di 3,40 mm e raggio dell'ellisse di 0,575 mm?

Dati: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{E}} = 0{,}575\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} - 0{,}575\,\mathrm{mm}}{0{,}575\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 4{,}91 \end{aligned}$$

In posizione centrale il rapporto di trasmissione è 4,91, in media sull'impulso 52° su 10°, cioè 5,2.

7.3 Forza ed energia

A ogni alternanza la ruota di scappamento cede lavoro. Solo una parte arriva al bilanciere; il resto si perde nella caduta, nell'attrito sui piani d'impulso e negli urti. Anche lo sblocco costa energia: il bilanciere deve estrarre la levata dalla ruota contro attrito e attrazione.

In regime stazionario lo scappamento fornisce al bilanciere in ogni oscillazione esattamente l'energia che questo perde per attrito. Da ciò deriva l'ampiezza. Come nel capitolo 4, M_{H} è la coppia sulla ruota di scappamento.

Lavoro della ruota di scappamento per alternanza

(7.16) MAESTRO

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z}$$

W_{S}	lavoro della ruota di scappamento per alternanza	$\mu\mathrm{J}$
M_{H}	coppia sulla ruota di scappamento	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1

Il lavoro è coppia per angolo di rotazione. A ogni alternanza la ruota gira di mezzo passo, in radianti $\frac{\pi}{z}$. Più di questo lavoro lo scappamento non può trasmettere a nessuna alternanza.

Vale: coppia costante durante l'avanzamento. M_{H} è il momento che arriva alla ruota di scappamento dopo le perdite del rotismo (capitolo 4).

ESEMPIO Alla ruota di scappamento con 20 denti arrivano 1,6 µN·m. Quale lavoro cede la ruota per alternanza?

Dati: $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}; \quad z = 20$

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z} = \frac{1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot \pi}{20} \approx 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$$

Per alternanza sono disponibili 0,25 µJ. Con 8 alternanze al secondo sono 2 µW. Di quest'ordine di grandezza è la potenza alla ruota di scappamento di un orologio da polso.

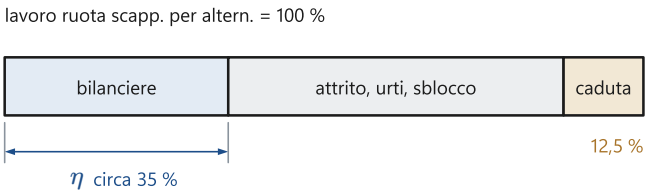


Fig. 7.8 Dove va il lavoro della ruota di scappamento (valori indicativi per lo scappamento ad ancora svizzero)

Perdita dovuta alla caduta

(7.17) MAESTRO

$$v_{\mathrm{F}} = \frac{\gamma_{\mathrm{F}} \cdot z}{180^\circ}$$

v_{F}	quota del lavoro della ruota persa nella caduta	%
γ_{F}	caduta (angolo di rotazione libera della ruota)	°
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1

Durante la caduta la ruota gira senza dare impulso. La quota della caduta sul mezzo passo è perciò la quota del lavoro della ruota che si disperde nell'urto sul piano di riposo.

Vale: coppia costante sulla ruota.

ESEMPIO Quale parte del lavoro della ruota si perde nella ruota della sezione 7.1 (15 denti, 1,5° di caduta)?

Dati: $\gamma_{\mathrm{F}} = 1{,}5^\circ$; $z = 15$

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{F}} &= \frac{\gamma_{\mathrm{F}} \cdot z}{180^\circ} \\ &= \frac{1{,}5^\circ \cdot 15}{180^\circ} \\ &= 12{,}5\,\% \end{aligned}$$

Un ottavo del lavoro si perde solo per la caduta. Per questo la caduta si tiene piccola quanto lo consente la sicurezza. Nella ruota con 20 denti dell'esempio precedente, a parità di caduta, sarebbe già il 16,7 %.

Rendimento dello scappamento

(7.18) MAESTRO

$$\eta = \frac{W_{\mathrm{U}}}{W_{\mathrm{S}}}$$

η	rendimento (dello scappamento)	1
W_{U}	lavoro fornito al bilanciere per alternanza (impulso meno sblocco)	µJ
W_{S}	lavoro della ruota di scappamento per alternanza	µJ

Il rendimento indica quale parte del lavoro della ruota arriva al bilanciere. Nello scappamento ad ancora svizzero in funzione è circa dal 30 % al 40 % (valore indicativo). Il resto si perde per la caduta, l'attrito radente sui piani d'impulso, gli urti e l'accelerazione di ruota e ancora.

Vale: regime stazionario, cioè ampiezza costante.

ESEMPIO La ruota di scappamento cede 0,251 µJ per alternanza, al bilanciere arrivano 0,088 µJ. Quanto vale il rendimento?

Dati: $W_{\mathrm{U}} = 0{,}088\,\mu\mathrm{J}$; $W_{\mathrm{S}} = 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_{\mathrm{U}}}{W_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{0{,}088\,\mu\mathrm{J}}{0{,}251\,\mu\mathrm{J}} \\ &\approx 0{,}35 \end{aligned}$$

Il rendimento è 0,35, cioè il 35 %. È un valore usuale.

Ampiezza dal bilancio energetico

(7.19) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

A	ampiezza (in regime stazionario)	°
η	rendimento (dello scappamento)	1
M_{H}	coppia sulla ruota di scappamento	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
Q	fattore di qualità (del bilanciere-spirale)	1
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1
D	momento elastico (della spirale)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

In regime stazionario l'energia che due alternanze forniscono al bilanciere è uguale alla sua perdita in un'oscillazione. Questa perdita cresce con il quadrato dell'ampiezza. Per questo l'ampiezza cresce solo con la radice della coppia: una coppia doppia dà un'ampiezza 1,4 volte maggiore, non doppia.

Vale: Q e η assunti costanti; in realtà entrambi variano un po' con l'ampiezza. Il fattore di qualità è 2π per l'energia di oscillazione divisa per la perdita per oscillazione (capitolo 5). La formula fornisce A in radianti.

ESEMPIO Un movimento a 28 800 alternanze all'ora ha una ruota di scappamento con 20 denti, alla quale arrivano 1,6 µN·m. Il momento elastico della spirale è di 0,632 µN·m per radiante, il fattore di qualità 250, il rendimento dello scappamento 0,35. Quale ampiezza si stabilisce?

Dati: $\eta = 0{,}35$; $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $Q = 250$; $z = 20$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} A &\approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}35 \cdot 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 250}{20 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 4{,}71\,\mathrm{rad} \\ &\approx 270^\circ \end{aligned}$$

Il bilanciere oscilla con circa 270°. Se verso la fine dell'autonomia di marcia la coppia scende alla metà, l'ampiezza cala a circa 190°.

7.4 Lo scappamento al cronocomparatore

Il cronocomparatore ascolta lo scappamento. Ogni alternanza dello scappamento ad ancora è composta da tre rumori. Al primo l'ellisse colpisce la forchetta: inizia lo sblocco. Al secondo il dente colpisce il piano d'impulso e la forchetta l'ellisse: inizia l'impulso. Al terzo il dente successivo cade sul piano di riposo e l'ancora contro il limitatore. Dai tempi tra questi rumori l'apparecchio calcola ampiezza ed errore di battuta. Le relative formule con esempi e valori indicativi si trovano nella sezione 8.2; qui segue solo ciò che dipende dallo scappamento.

Ampiezza. Tra il primo e il terzo rumore il bilanciere percorre il suo angolo di alzata λ, metà prima e metà dopo la posizione di riposo. Più grande è l'ampiezza, più veloce è lì il bilanciere e più breve è questo tempo di alzata. Il cronocomparatore misura il tempo di alzata e, con l'angolo di alzata impostato, risale all'ampiezza, formula (8.9). L'angolo di alzata è una grandezza costruttiva dello scappamento (sezione 7.2). Se sull'apparecchio è impostato in modo errato, l'ampiezza indicata è errata nella stessa proporzione, formula (8.10).

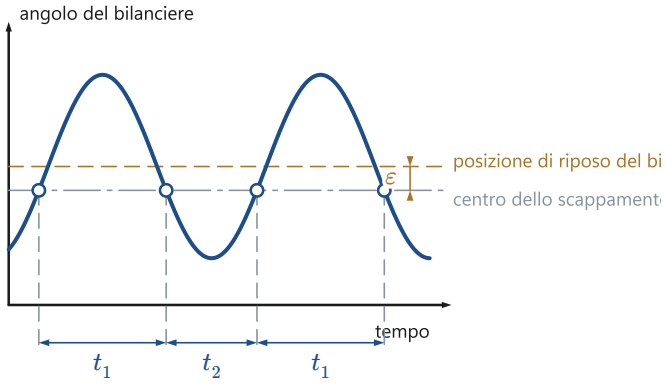


Fig. 7.9 Errore di battuta: se la posizione di riposo del bilanciere si trova a ε dal centro dello scappamento, si alternano semioscillazioni lunghe e corte (molto esagerato)

Errore di battuta. Se la posizione di riposo del bilanciere si trova a un angolo ε dal centro dello scappamento, la semioscillazione da un lato dura più che dall'altro (fig. 7.9): l'orologio zoppica. Il cronocomparatore indica la metà della differenza di tempo come errore di battuta in millisecondi, formula (8.7). Come calcolare da ciò l'angolo ε è indicato nella formula (8.8). Si corregge sul bilanciere: si ruota di ε la virola o il portapitone mobile finché, a bilanciere fermo, l'ellisse si trova sulla congiungente dell'asse dell'ancora e dell'asse del bilanciere.

7.5 Scappamenti degli orologi di grosso volume

Negli orologi a pendolo lavorano scappamenti ad ancora a riposo e a rinculo. Nello scappamento Graham i piani di riposo sono archi di cerchio centrati sul centro dell'ancora: finché un dente vi poggia, la ruota è ferma. Nello scappamento ad ancora di rinculo i piani di riposo sono inclinati; nell'arco supplementare il pendolo spinge un po' indietro la ruota, da cui il nome. Lo scappamento a caviglie dei grandi orologi porta, al posto dei denti, delle caviglie sulla corona della ruota ed è, come lo scappamento Graham, uno scappamento a riposo.

Passo, avanzamento, abbracciamento, interasse e braccio dell'ancora si calcolano per tutti questi scappamenti con le formule delle sezioni 7.1 e 7.2.

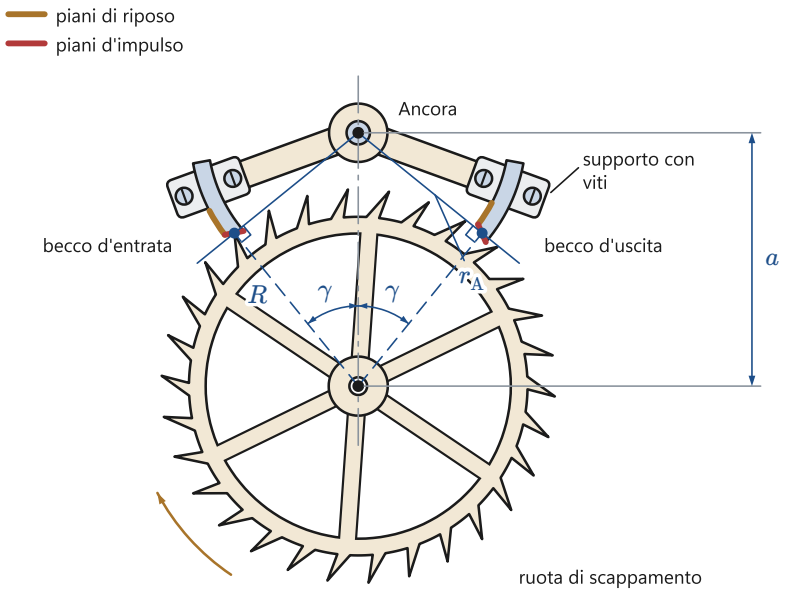


Fig. 7.10 Scappamento Graham con 30 denti e abbracciamento di 6,5 passi: i piani di riposo sono archi di cerchio centrati sul centro dell'ancora

Interasse e braccio dell'ancora con ingranamento tangenziale

Numero di denti z	Abbracciamento k in passi	Angolo di abbracciamento 2γ	Interasse a in multipli di R	Braccio dell'ancora r_{A} in multipli di R
15	2,5	60°	1,155	0,577
30	6,5	78°	1,287	0,810
30	7,5	90°	1,414	1,000
30	8,5	102°	1,589	1,235
30	9,5	114°	1,836	1,540
30	10,5	126°	2,203	1,963

Prima riga: scappamento ad ancora svizzero. Le altre righe valgono per orologi a pendolo con 30 denti; più grande è l'abbracciamento, più lungo è il braccio dell'ancora e più piccolo l'angolo dell'ancora a parità di piano d'impulso.

Larghezza dei becchi dello scappamento Graham

(7.20) MAESTRO

$$b_{\mathrm{K}} = R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_{\mathrm{F}} \right)$$

Tra due punte di dente deve trovare posto, alternativamente, un becco. Per il becco resta quindi mezzo passo meno la caduta. Questa è la larghezza dell'anello attorno al centro dell'ancora da cui sono ricavati entrambi i becchi.

Vale: denti appuntiti; ingranamento tangenziale. Angoli in radianti: mezzo passo è $\frac{\pi}{z}$, e $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

b_{K}	larghezza del becco, misurata sulla circonferenza della ruota	mm
R	raggio (della ruota di scappamento; fino alle punte dei denti)	mm
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1
γ_{F}	caduta (inserire l'angolo in radianti)	rad

ESEMPIO Una ruota di scappamento con 30 denti ha un raggio di 20 mm. La caduta deve essere di 1°. Quanto saranno larghi i becchi?

Dati: $R = 20\,\mathrm{mm}$; $z = 30$; $\gamma_{\mathrm{F}} = 1^\circ$

$$\begin{aligned} b_{\mathrm{K}} &= R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_{\mathrm{F}} \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{\pi}{30} - 1^\circ \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}1047 - 0{,}0175) \\ &\approx 1{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

I becchi saranno larghi 1,75 mm. Un grado di caduta corrisponde su questa ruota a 0,35 mm di gioco.

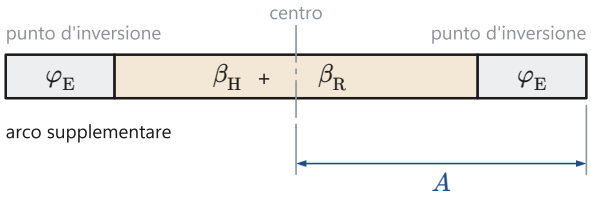


Fig. 7.11 Escursione del pendolo nello scappamento Graham: al centro impulso e riposo, all'esterno l'arco supplementare φ_{E}

Arco supplementare del pendolo

(7.21) MAESTRO

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$

φ_E	arco supplementare (da ciascun lato)	°
A	ampiezza (escursione del pendolo, dal centro al punto d'inversione)	°
β_H	impulso sull'ancora	°
β_R	riposo (sull'ancora)	°

L'ancora segue ogni movimento del pendolo. Al centro dell'escursione si trovano impulso e riposo, larghi insieme $\beta_H + \beta_R$. Ciò che il pendolo oscilla oltre, da ciascun lato, è l'arco supplementare. In esso il dente scivola sul piano di riposo.

Vale: ancora regolata al centro (battuta uniforme), forchetta senza gioco. Il pendolo deve oscillare oltre $\frac{1}{2}(\beta_H + \beta_R)$, altrimenti nessun dente viene liberato e l'orologio si ferma.

Buono a sapersi: Valori indicativi per scappamenti Graham con pendolo a secondi: impulso sull'ancora da 1° a 2°, riposo da 0,5° a 1°. Un grande arco supplementare costa attrito sui piani di riposo.

ESEMPIO Un pendolo oscilla di 1,75° da ciascun lato. L'ancora Graham ha 1,5° di impulso e 0,5° di riposo. Quanto vale l'arco supplementare?

Dati: $A = 1{,}75°$; $\beta_H = 1{,}5°$; $\beta_R = 0{,}5°$

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$
$$= 1{,}75° - \frac{1{,}5° + 0{,}5°}{2}$$
$$= 0{,}75°$$

Da ciascun lato il pendolo oscilla 0,75° oltre impulso e riposo. Questa riserva assorbe le variazioni della forza motrice.

7.6 Altri scappamenti

Per gli altri scappamenti bastano poche grandezze fondamentali. Passo e frequenza in alternanze si calcolano per tutti secondo la sezione 7.1; la tabella mostra in che cosa si distinguono i tipi.

Scappamenti a confronto

Scappamento	Tipo	Impulsi per oscillazione	Avanzamento della ruota per impulso
scappamento ad ancora svizzero	libero	2	mezzo passo
scappamento ad ancora a spine	libero	2	mezzo passo
scappamento a scatto	libero	1	passo intero
scappamento a cilindro	a riposo	2	mezzo passo
scappamento a verga	a rinculo	2	mezzo passo
scappamento Graham	a riposo	2	mezzo passo
scappamento a caviglie (grosso volume)	a riposo	2	mezzo passo
scappamento ad ancora di rinculo	a rinculo	2	mezzo passo

Libero: fuori dall'impulso l'organo regolatore oscilla senza contatto con lo scappamento. A riposo: durante l'arco supplementare un dente poggia sull'organo regolatore o sull'ancora, la ruota è ferma. A rinculo: la ruota viene intanto fatta ruotare un po' indietro.

Lo scappamento a scatto dà impulso al bilanciere solo in un senso di oscillazione, ma lungo l'intero passo della ruota. Nel senso opposto la pietra di sblocco passa oltre la molla d'oro senza liberare la ruota. Per la frequenza in alternanze vale comunque la formula (7.2), perché anche qui passa un dente per oscillazione.

Nello scappamento a cilindro la ruota lavora senza ancora direttamente sull'asse del bilanciere, un cilindro cavo tagliato. Il dente poggia alternativamente all'esterno e all'interno della parete del cilindro; il bilanciere non oscilla mai libero.

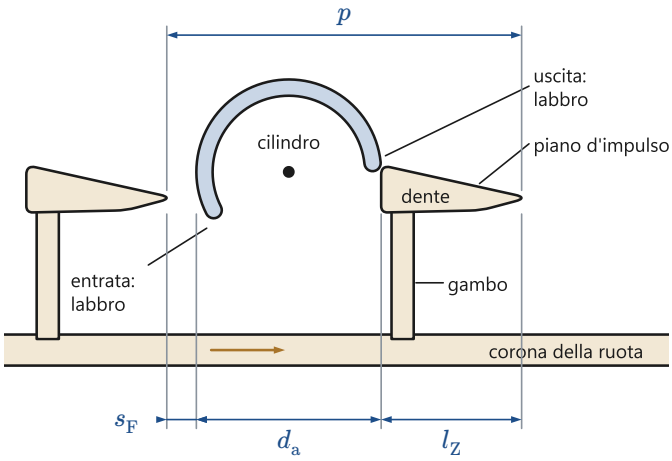


Fig. 7.12 Scappamento a cilindro con circonferenza primitiva rettificata nell'istante in cui il dente destro lascia il cilindro: il passo p è composto da caduta, diametro del cilindro e lunghezza del dente

Scappamento a cilindro: passo, lunghezza del dente e cilindro

(7.22) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} \approx l_Z + d_a + s_F$$

RIORDINATA $$d_a \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F$$

A sinistra c'è il passo p della ruota sulla circonferenza. Tra due denti deve trovare posto il cilindro con il suo diametro esterno, più la caduta esterna. Nel cilindro deve trovare posto il dente: il diametro interno supera la lunghezza del dente della caduta interna.

Vale: circonferenza primitiva considerata come segmento rettilineo (arco invece di corda).

R	raggio (della ruota di scappamento; ruota a cilindro, fino alle punte dei denti)	mm
z	numero di denti (della ruota di scappamento)	1
l_Z	lunghezza di un dente	mm
d_a	diametro esterno del cilindro	mm
s_F	caduta come corsa (caduta esterna)	mm

ESEMPIO Una ruota a cilindro con 15 denti ha un raggio di 2,50 mm, i denti sono lunghi 0,45 mm, la caduta esterna deve essere di 0,05 mm. Quale diametro esterno può avere il cilindro?

Dati: $R = 2{,}50\,\text{mm}$; $z = 15$; $l_Z = 0{,}45\,\text{mm}$; $s_F = 0{,}05\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} d_a &\approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 2{,}50\,\text{mm}}{15} - 0{,}45\,\text{mm} - 0{,}05\,\text{mm} \\ &= 1{,}047\,\text{mm} - 0{,}45\,\text{mm} - 0{,}05\,\text{mm} \\ &\approx 0{,}55\,\text{mm} \end{aligned}$$

Il cilindro può misurare 0,55 mm all'esterno. Con 0,04 mm di spessore di parete restano all'interno 0,47 mm, cioè 0,02 mm di caduta interna.

8 Controllo di marcia e misura

Se un orologio va bene lo decide la misura. Due concetti reggono l'intero capitolo: lo stato dice di quanto l'orologio si discosta dall'ora esatta; l'andamento dice quanto velocemente cambia lo stato. Lo stato si legge, l'andamento si ricava da esso con un calcolo o si misura in meno di un minuto al cronocomparatore.

Il cronocomparatore fornisce inoltre ampiezza ed errore di battuta. Si misura in più posizioni e con diversi stati di carica, perché solo le differenze mostrano dove si trova un difetto. In questo capitolo S indica lo stato e D la differenza verticale–orizzontale.

8.1 Stato e andamento

Lo stato è un intervallo di tempo in secondi, l'andamento una variazione di stato al giorno. Per entrambi vale la stessa regola dei segni: più significa che l'orologio è avanti o anticipa.

Stato

(8.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$S = t_U - t_N$$

Lo stato è l'indicazione dell'orologio meno l'ora esatta. Come riferimento serve un orologio radiocontrollato o un segnale orario.

Vale: entrambe le ore lette nello stesso istante.

S	stato (+ significa: l'orologio è avanti)	s
t_U	indicazione dell'orologio	s
t_N	ora di riferimento (ora esatta nello stesso istante)	s

ESEMPIO Al segnale orario del minuto pieno la lancetta dei secondi dell'orologio è già su 12 s.

Dati: $t_U = 12\,\text{s}$; $t_N = 0\,\text{s}$

$$\begin{aligned} S &= t_U - t_N \\ &= 12\,\text{s} - 0\,\text{s} \\ &= 12\,\text{s} \end{aligned}$$

L'orologio è avanti di 12 s, il suo stato è +12 s.

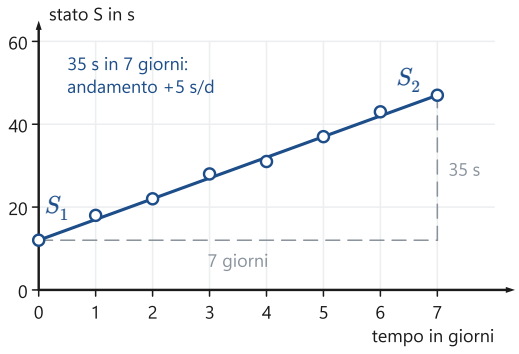


Fig. 8.1 Stato nel tempo: l'andamento è la pendenza della retta passante per gli stati letti

Andamento da due stati

(8.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$G = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

L'andamento è la variazione di stato al giorno. Nel diagramma stato-tempo è la pendenza della retta.

Vale: andamento medio tra le due letture; nel frattempo l'orologio non viene rimesso.

G	andamento (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
S_2	stato alla seconda lettura	s
S_1	stato alla prima lettura	s
t_2	istante della seconda lettura	d
t_1	istante della prima lettura	d

Buono a sapersi: Più lungo è l'intervallo, più preciso è l'andamento: l'errore di lettura si distribuisce su più giorni (sezione 8.7).

ESEMPIO Il giorno 0 l'orologio è avanti di 12 s, il giorno 7 di 47 s. Quale andamento ha?

Dati: $S_2 = 47\,\mathrm{s}$; $S_1 = 12\,\mathrm{s}$; $t_2 = 7\,\mathrm{d}$; $t_1 = 0\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{47\,\mathrm{s} - 12\,\mathrm{s}}{7\,\mathrm{d} - 0\,\mathrm{d}} \\ &= 5{,}0\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'orologio anticipa di 5 s al giorno.

Variazione di stato in un tempo di marcia

(8.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta S = G \cdot t$$

RIORDINATA $t = \dfrac{\Delta S}{G}$

Con andamento costante lo stato cresce in modo uniforme. Così si estrapola un andamento al mese o all'anno, o viceversa si riporta al giorno un'indicazione in secondi al mese.

Vale: andamento costante per tutto il tempo di marcia.

ΔS	variazione di stato (+ significa: l'orologio ha guadagnato)	s
G	andamento (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
t	tempo (tempo di marcia)	d

ESEMPIO Un orologio al quarzo anticipa di 0,5 s al giorno. Quanto guadagna in un mese di 30 giorni?

Dati: $G = 0{,}5\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $t = 30\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} \Delta S &= G \cdot t \\ &= 0{,}5\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \cdot 30\,\mathrm{d} \\ &= 15\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

15 s al mese, un valore usuale per un semplice orologio al quarzo. In un anno sarebbero circa 3 min.

Andamento medio

(8.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$\bar{G} = \frac{\sum G_i}{n}$$

Su più giorni l'andamento giornaliero medio è anche la variazione di stato totale divisa per il numero dei giorni. Mediato su più posizioni, dice come è regolato l'orologio.

Vale: tutti gli andamenti singoli misurati su tempi di uguale durata; attenzione ai segni.

$\bar{G}$	andamento medio (su più giorni o posizioni)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum G_i$	somma degli andamenti singoli, con segno	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n	numero (degli andamenti singoli)	1

ESEMPIO In cinque giorni si determinano gli andamenti +6, +4, +7, +3 e +5 secondi al giorno. La somma è +25 secondi al giorno.

Dati: $\sum G_i = 25\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n = 5$

$$\begin{aligned}\bar{G} &= \frac{\sum G_i}{n} \\ &= \frac{25\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 5{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

In media +5 s al giorno. Nei cinque giorni l'orologio ha guadagnato 25 s.

Conversione dell'andamento

Andamento in $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Secondi al mese (30 giorni)	Secondi all'anno (365 giorni)	ppm
0,1	3	36,5	1,16
0,5	15	182,5	5,79
1	30	365	11,6
5	150	1825	57,9
10	300	3650	116
30	900	10 950	347

ppm significa milionesimi. 1 s al giorno è un errore di 1 su 86 400, cioè 11,6 ppm (sezione 1.1).

Andamento dallo scarto della frequenza in alternanze

(8.5) OPERAIO QUALIFICATO

$$G = \frac{n_{\mathrm{ist}} - n_{\mathrm{soll}}}{n_{\mathrm{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Ogni orologio conta oscillazioni. Se l'organo regolatore oscilla più veloce di una certa frazione, l'orologio anticipa della stessa frazione. Con le frequenze al posto delle alternanze la formula si trova nella sezione 5.4, per il quarzo nella sezione 10.5.

Vale: frequenza in alternanze mediata sul tempo di misura.

G	andamento (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n_{ist}	frequenza in alternanze misurata	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
n_{soll}	frequenza in alternanze nominale	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

ESEMPIO Un movimento a 28 800 alternanze all'ora compie in un'ora 28 803 alternanze.

Dati: $n_{\mathrm{ist}} = 28\,803\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $n_{\mathrm{soll}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned}G &= \frac{n_{\mathrm{ist}} - n_{\mathrm{soll}}}{n_{\mathrm{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{28\,803\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} - 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 9{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'orologio anticipa di 9 s al giorno. Tre alternanze in più all'ora sono sul quadrante tre ottavi di secondo, al giorno 24 volte tanto.

Da ricordare: Lo stato è una condizione, l'andamento una variazione. Per entrambi più significa: l'orologio è avanti.

8.2 Cronocomparatore

Il cronocomparatore ascolta le alternanze dell'orologio con un microfono e confronta la loro sequenza con una frequenza al quarzo. Da un tempo di misura inferiore a un minuto calcola andamento, errore di battuta e ampiezza. Tutti e tre i valori derivano da tempi misurati.

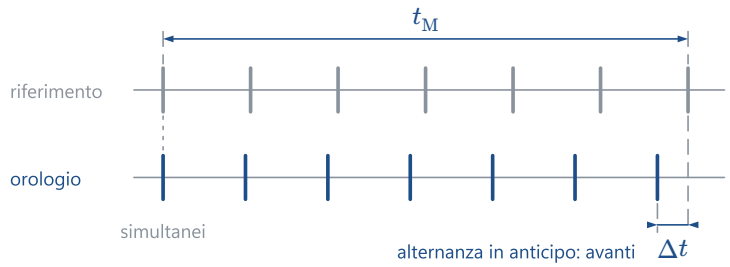


Fig. 8.2 Principio del cronocomparatore: nel tempo di misura t_M le alternanze dell'orologio si spostano di Δt rispetto alla frequenza di riferimento

Andamento dallo sfasamento temporale delle alternanze

(8.6) MAESTRO

$$G = \frac{\Delta t}{t_M} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$

RIORDINATA $$\Delta t = \frac{G \cdot t_M}{86\,400\ \frac{s}{d}}$$

G	andamento (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{s}{d}$
Δt	sfasamento temporale delle alternanze rispetto alla frequenza di riferimento durante il tempo di misura (+ significa: le alternanze arrivano prima)	ms
t_M	tempo di misura	s

Se ogni alternanza arriva un poco prima di quanto prescrive la frequenza di riferimento, l'anticipo si somma. Da anticipo e tempo di misura segue l'andamento. Nel diagramma del cronocomparatore è la pendenza della linea di punti.

Vale: andamento uniforme durante il tempo di misura; mediato su tic e tac, affinché l'errore di battuta non entri nell'andamento.

Attenzione: L'intervallo tra le alternanze varia da un'alternanza all'altra, soprattutto per i denti della ruota di scappamento e gli ingranamenti del rotismo. Pochi secondi non bastano quindi per un giudizio a 1 s al giorno; usuali sono da 10 s a 60 s di tempo di misura, con un tracciato irregolare di più.

ESEMPIO In 30 s di tempo di misura le alternanze di un orologio avanzano di 2,0 ms rispetto alla frequenza di riferimento.

Dati: $\Delta t = 2{,}0\,\text{ms}; \quad t_M = 30\,\text{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta t}{t_M} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d} \\ &= \frac{2{,}0\,\text{ms}}{30\,\text{s}} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d} \\ &= 5{,}76\ \frac{s}{d} \end{aligned}$$

L'orologio anticipa di 5,76 s al giorno. Il cronocomparatore indica, arrotondato, +5,8.



Fig. 8.3 Diagramma del cronocomparatore: la pendenza della linea di punti indica l'andamento, la distanza tra due linee l'errore di battuta

Sfasamento temporale delle alternanze con un andamento di 1 $\frac{s}{d}$

Tempo di misura	Sfasamento temporale
2 s	23 µs
4 s	46 µs
10 s	116 µs
30 s	347 µs
60 s	694 µs

Per confronto: a 28 800 alternanze all'ora due alternanze distano 125 000 µs.

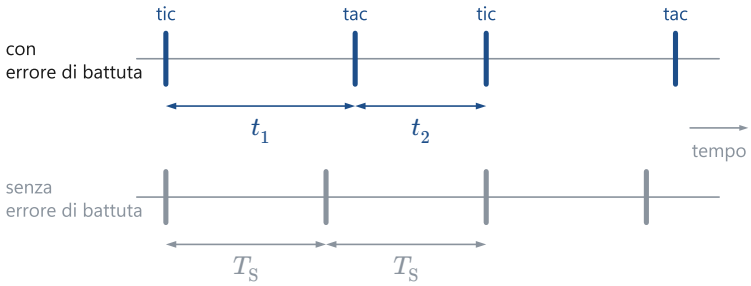


Fig. 8.4 Errore di battuta: da tic a tac passa più tempo che da tac a tic; T_S è la durata dell'alternanza senza errore di battuta

Errore di battuta

(8.7) OPERAIO QUALIFICATO

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$

t_A	errore di battuta	ms
t_1	durata di una semioscillazione (da tic a tac)	ms
t_2	durata della semioscillazione successiva (da tac a tic)	ms

Se a riposo il bilanciere non si trova esattamente al centro dello scappamento, tic e tac si susseguono a intervalli disuguali. L'errore di battuta è lo scarto di ciascun intervallo dalla media, cioè metà della differenza tra i due intervalli. Come nasce l'errore di battuta nello scappamento è spiegato nella sezione 7.4.

Vale: tempi misurati ogni volta dal primo rumore di un'alternanza al primo rumore della successiva; indicazione in valore assoluto.

Buono a sapersi: Valori indicativi: i fabbricanti dei movimenti ammettono, a carica completa e nella posizione quadrante in alto, per lo più al massimo da 0,6 ms a 0,8 ms (ETA 2892A2 ed ETA 7750: 0,6 ms; Sellita SW200 secondo il livello di qualità 0,8 ms o 0,6 ms). Da circa 1 ms la battuta va comunque corretta. Fa fede l'indicazione del fabbricante del movimento. Un grande errore di battuta rende più difficile l'avviamento spontaneo dell'orologio.

ESEMPIO In un movimento a 28 800 alternanze all'ora il cronocomparatore misura 125,6 ms da tic a tac e 124,4 ms da tac a tic.

Dati: $t_1 = 125{,}6\,\text{ms}$; $t_2 = 124{,}4\,\text{ms}$

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$
$$= \frac{|125{,}6\,\text{ms} - 124{,}4\,\text{ms}|}{2}$$
$$= 0{,}6\,\text{ms}$$

0,6 ms: un intervallo è più lungo di 0,6 ms, l'altro più corto di 0,6 ms rispetto alla durata nominale dell'alternanza di 125 ms. Nel diagramma corrono due linee affiancate.

Errore di battuta come angolo

(8.8) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$\varepsilon \approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_A$$

ε	angolo (tra la posizione di riposo del bilanciere e il centro dello scappamento)	°
f	frequenza (del bilanciere; oscillazioni complete al secondo; 28 800 alternanze all'ora sono 4 Hz)	Hz
A	ampiezza (dalla posizione di riposo al punto d'inversione)	°
t_A	errore di battuta	ms

Lo stesso spostamento della posizione di riposo, con ampiezza piccola, appare come errore di battuta maggiore in millisecondi, perché il bilanciere passa allora più lentamente per il centro. Gli errori di battuta si confrontano perciò a parità di ampiezza.

Vale: spostamento piccolo rispetto all'ampiezza; oscillazione sinusoidale.

ESEMPIO Un orologio a 28 800 alternanze all'ora mostra con 270° di ampiezza un errore di battuta di 0,6 ms.

Dati: $f = 4\,\text{Hz}$; $A = 270°$; $t_A = 0{,}6\,\text{ms}$

$$\varepsilon \approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_A$$
$$= \pi \cdot 4\,\text{Hz} \cdot 270° \cdot 0{,}6\,\text{ms}$$
$$\approx 2{,}0°$$

La posizione di riposo del bilanciere si trova a circa 2° dal centro. Di questo angolo va ruotata la virola o il portapitone mobile. Con 180° di ampiezza lo stesso orologio mostrerebbe 0,9 ms.

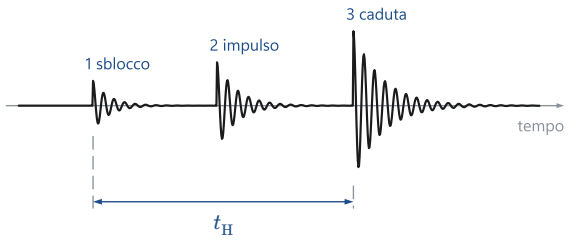


Fig. 8.5 Rumore di un'alternanza dello scappamento ad ancora: il tempo di alzata t_H va dal primo al terzo impulso

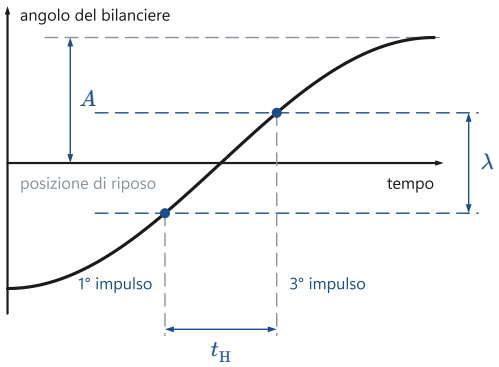


Fig. 8.6 Il bilanciere percorre l'angolo di alzata λ da entrambi i lati della posizione di riposo nel tempo di alzata t_H (angolo disegnato ingrandito)

Ampiezza da angolo di alzata e tempo di alzata

(8.9) MAESTRO

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_H\right)}$$

RIORDINATA $$t_H = \frac{\arcsin\left(\frac{\lambda}{2 \cdot A}\right)}{\pi \cdot f}$$

A	ampiezza (dalla posizione di riposo al punto d'inversione)	°
λ	angolo di alzata (del bilanciere; dato del fabbricante, impostato sul cronocomparatore)	°
f	frequenza (del bilanciere; oscillazioni complete al secondo; 28 800 alternanze all'ora sono 4 Hz)	Hz
t_H	tempo di alzata (dal primo al terzo rumore di un'alternanza)	ms

Il bilanciere percorre l'angolo di alzata tanto più velocemente quanto maggiore è la sua ampiezza. Il cronocomparatore misura il tempo di alzata tra il primo e il terzo rumore di un'alternanza e ne ricava l'ampiezza.

Vale: oscillazione sinusoidale, angolo di alzata simmetrico rispetto alla posizione di riposo. Il prodotto $\pi \cdot f \cdot t_H$ è un angolo in radianti; per il seno la calcolatrice deve essere impostata su rad.

Buono a sapersi: Derivazione: il bilanciere oscilla secondo $\varphi = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$. L'angolo di alzata è simmetrico rispetto alla posizione di riposo, quindi il bilanciere raggiunge metà dell'angolo di alzata dopo metà del tempo di alzata: $\frac{\lambda}{2} = A \cdot \sin(\pi \cdot f \cdot t_H)$.

Buono a sapersi: Per le ampiezze usuali basta l'approssimazione $A \approx \frac{\lambda}{2\pi \cdot f \cdot t_H}$. Nell'esempio dà 268,7°, cioè 0,4° in meno.

ESEMPIO Un movimento a 28 800 alternanze all'ora ha un angolo di alzata di 52°. Il cronocomparatore misura un tempo di alzata di 7,7 ms.

Dati: $\lambda = 52°; \quad f = 4\,\text{Hz}; \quad t_H = 7{,}7\,\text{ms}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_H\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot 4\,\text{Hz} \cdot 7{,}7\,\text{ms}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin(0{,}0968)} \\ &\approx 269° \end{aligned}$$

Il bilanciere oscilla con circa 269°. Con 300° il tempo di alzata si ridurrebbe a 6,9 ms.

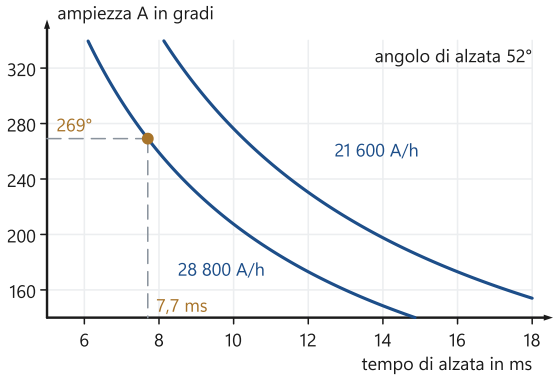


Fig. 8.7 Ampiezza in funzione del tempo di alzata con angolo di alzata di 52°: più breve il tempo di alzata, maggiore l'ampiezza

Tempo di alzata in ms con angolo di alzata di 52°

Ampiezza	28 800 A/h (4 Hz)	21 600 A/h (3 Hz)	18 000 A/h (2,5 Hz)
200°	10,4	13,8	16,6
220°	9,4	12,6	15,1
240°	8,6	11,5	13,8
260°	8,0	10,6	12,8
280°	7,4	9,9	11,8
300°	6,9	9,2	11,0
320°	6,5	8,6	10,4

Calcolato con la formula ricavata. Tra 280° e 300° il tempo di alzata a 4 Hz cambia solo di 0,5 ms: il cronocomparatore deve misurarlo al centesimo di millisecondo.

Ampiezza con angolo di alzata impostato in modo errato

(8.10) MAESTRO

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z}$$

A	ampiezza (valore reale)	°
A_Z	ampiezza indicata dal cronocomparatore	°
λ	angolo di alzata (del bilanciere; valore reale del movimento)	°
λ_Z	angolo di alzata impostato sul cronocomparatore	°

Il cronocomparatore misura solo il tempo di alzata; l'angolo di alzata gli va comunicato. Se è impostato in modo errato, l'ampiezza indicata è errata nella stessa proporzione: un angolo di alzata del 4 % troppo grande dà un'ampiezza del 4 % troppo grande. Per gli errori vale $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$.

Vale: segue dalla formula dell'ampiezza: a parità di tempo di alzata l'ampiezza è proporzionale all'angolo di alzata.

Attenzione: Se l'angolo di alzata è sconosciuto, controllare l'ampiezza sul bilanciere. Un bilanciere a due bracci mostra con 180° di ampiezza nei punti d'inversione la stessa immagine della posizione di riposo; con 270° i bracci sono uguali in entrambi i punti d'inversione, trasversali rispetto alla posizione di riposo. Impostare l'angolo di alzata sul cronocomparatore in modo che l'indicazione corrisponda.

ESEMPIO Il cronocomparatore è impostato su 52° e indica 280°. Il movimento ha però un angolo di alzata di 50°.

Dati: $A_Z = 280°$; $\lambda = 50°$; $\lambda_Z = 52°$

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z} = \frac{280° \cdot 50°}{52°} \approx 269°$$

Il bilanciere oscilla solo con circa 269°. Ogni grado di errore nell'angolo di alzata vale qui più di 5° di ampiezza.

Angoli di alzata usuali (valori indicativi)

Scappamento ed epoca di costruzione	Angolo di alzata del bilanciere
scappamento ad ancora svizzero, movimenti da polso recenti	per lo più 49° … 53°
scappamento ad ancora svizzero, movimenti da polso e da tasca più vecchi	spesso minore, circa 38° … 46°
scappamento Co-Axial	circa 30° … 38°

L'angolo di alzata è una grandezza costruttiva del calibro. Fa fede la scheda tecnica del fabbricante; se manca, aiuta il controllo visivo sul bilanciere. Esempi: ETA 2824-2 50°, ETA 2892A2 51°, ETA 7750 49°, Sellita SW200 50°, ETA 6497-1 44°.

Da ricordare: Il cronocomparatore misura tempi. Andamento, errore di battuta e ampiezza sono calcolati da essi, e l'ampiezza è giusta solo con l'angolo di alzata corretto.

8.3 Posizioni e indici

Un orologio non va allo stesso modo in ogni posizione: attrito nei cuscinetti, baricentro del bilanciere e spirale agiscono in modo diverso secondo la posizione. Si controlla perciò in un massimo di sei posizioni, una volta a carica completa e una volta dopo 24 ore di marcia.



Fig. 8.8 Le sei posizioni di controllo di un orologio da polso con la corona alle 3

Le sei posizioni di controllo e le loro sigle

Posizione	italiano	internazionale	Corona dell'orologio da polso
quadrante in alto	QA	CH	orizzontale
quadrante in basso	QB	FH (anche CB)	orizzontale
3 in alto	3O	3H	in alto
6 in alto	6O	6H	a sinistra
9 in alto	9O	9H	in basso
12 in alto	12O	12H	a destra

Le sigle indicano che cosa sta in alto. A livello internazionale sono usuali le sigle francesi: H per haut (in alto), C per cadran (quadrante), F per fond (fondello), B per bas (in basso). In inglese le posizioni orizzontali si chiamano DU (dial up) e DD (dial down). Le indicazioni sulla corona valgono per orologi da polso con la corona alle 3; negli orologi da tasca si trova alle 12.

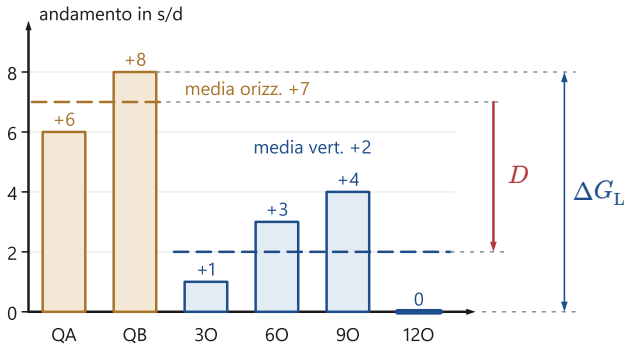


Fig. 8.9 Andamenti in sei posizioni: differenza massima tra le posizioni ΔG_{L} e differenza verticale–orizzontale D

Differenza massima tra le posizioni

(8.11) OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta G_{\mathrm{L}} = G_{\max} - G_{\min}$$

La differenza massima tra le posizioni è la misura più semplice della qualità della regolazione: più è piccola, meno l'andamento dipende da come l'orologio viene portato e posato.

Vale: tutte le posizioni misurate con lo stesso stato di carica e la stessa temperatura.

ΔG_{L}	differenza massima tra le posizioni	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\max}$	andamento massimo di tutte le posizioni (con segno)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\min}$	andamento minimo di tutte le posizioni (con segno)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

ESEMPIO Un orologio a carica completa mostra: QA +6, QB +8, 3A +1, 6A +3, 9A +4 e 12A 0 secondi al giorno.

Dati: $G_{\max} = 8\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\min} = 0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G_{\mathrm{L}} &= G_{\max} - G_{\min} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

8 s al giorno tra la posizione più veloce (quadrante in basso) e la più lenta (12 in alto). L'andamento medio delle sei posizioni è +3,7 s al giorno.

Differenza verticale–orizzontale

(8.12) MAESTRO

$$D = G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}}$$

Si fa la media delle posizioni verticali e la si confronta con la media delle posizioni orizzontali. Un risultato negativo significa: in verticale l'orologio va più lento che in orizzontale.

Vale: stesso stato di carica in tutte le posizioni. La prova cronometrica forma D solo da due posizioni, 6 in alto e quadrante in alto (sezione 8.4).

D	differenza verticale–orizzontale (+ significa: andamento in verticale maggiore che in orizzontale)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{h}	andamento medio delle posizioni verticali	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{f}	andamento medio delle posizioni orizzontali	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Buono a sapersi: Nella media delle quattro posizioni verticali l'influsso di uno squilibrio del bilanciere si annulla in gran parte. Ciò che resta deriva dall'ampiezza minore e dal diverso appoggio dei perni. Lo squilibrio si manifesta nelle differenze tra le posizioni verticali (sezione 5.3).

ESEMPIO L'orologio dell'esempio precedente: media delle quattro posizioni verticali +2,0, media delle due posizioni orizzontali +7,0 secondi al giorno.

Dati: $G_{\mathrm{h}} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $\quad G_{\mathrm{f}} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} D &= G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -5{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

In verticale l'orologio va 5 s al giorno più lento che in orizzontale. In verticale l'ampiezza è minore; l'orologio perde quindi con ampiezza piccola, segno di un errore di isocronismo (sezione 5.7).

Che cosa rivelano le differenze tra le posizioni (guida alla ricerca dei guasti)

Osservazione	Causa frequente
quadrante in alto e in basso diversi	estremità dei perni o controperni, olio, spirale non piana o che striscia
in verticale più lento o più veloce che in orizzontale	errore di isocronismo: gioco della spirale tra le spine della racchetta, forma della spirale, scappamento
posizioni verticali diverse tra loro	squilibrio del bilanciere, spirale non centrata
ampiezza in verticale molto minore che in orizzontale	attrito sui perni del bilanciere: perni, rubini, olio

La tabella dà indicazioni, non diagnosi sicure; spesso agiscono più cause insieme.

Andamento al polso da due gruppi di posizioni

(8.13) APPROFONDIMENTO

$$G_\mathrm{T} = a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h}$$

Al polso e sul comodino le posizioni cambiano. L'andamento al polso si trova tra la media orizzontale e la media verticale, secondo la quota di tempo.

Vale: modello semplificato con due gruppi di posizioni; temperatura al polso, movimento e stato di carica non considerati.

G_T	andamento atteso al polso	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
a	quota di tempo delle posizioni orizzontali	1
G_f	andamento medio delle posizioni orizzontali	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_h	andamento medio delle posizioni verticali	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

ESEMPIO L'orologio degli esempi precedenti sta in orizzontale di notte e a tratti durante il giorno, in tutto il 40 % del tempo.

Dati: $a = 0{,}4$; $G_\mathrm{f} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_\mathrm{h} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} G_\mathrm{T} &= a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h} \\ &= 0{,}4 \cdot 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + (1 - 0{,}4) \cdot 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Circa +4 s al giorno. Chi di notte posa l'orologio in orizzontale qui lo fa andare più veloce; posato in verticale va più lento.

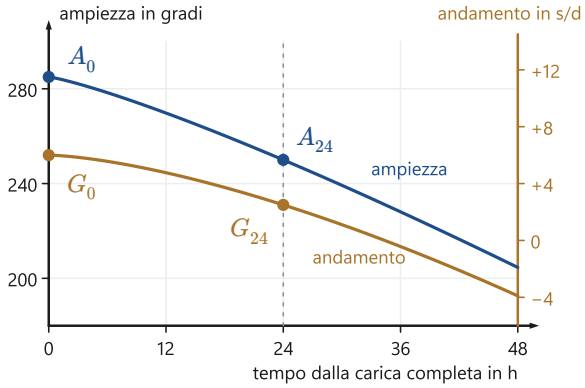


Fig. 8.10 Ampiezza e andamento in funzione del tempo di marcia (esempio): dai valori a 0 h e 24 h seguono calo d'ampiezza ed errore di isocronismo

Errore di isocronismo da 0 h e 24 h

(8.14) MAESTRO

$$\Delta G = G_{24} - G_0$$

Man mano che la molla motrice si scarica, l'ampiezza diminuisce. Se intanto cambia l'andamento, l'organo regolatore non è isocrono. La formula è la stessa della sezione 5.7, qui con i due istanti di misura dell'officina.

Vale: stessa posizione e stessa temperatura in entrambe le misure.

ΔG	errore di isocronismo (+ significa: l'orologio diventa più veloce mentre la molla si scarica)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{24}	andamento dopo 24 ore di marcia	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_0	andamento a carica completa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

ESEMPIO Un orologio con quadrante in alto, a carica completa, anticipa di 6,0 s al giorno; dopo 24 ore di marcia nella stessa posizione di 2,5 s al giorno.

Dati: $G_{24} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_0 = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G &= G_{24} - G_0 \\ &= 2{,}5\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 6{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -3{,}5\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Dopo 24 ore l'orologio è diventato più lento di 3,5 s al giorno. Se viene caricato ogni giorno, il suo andamento si trova tra i due valori.

Calo d'ampiezza in 24 ore

(8.15) OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta A = A_0 - A_{24}$$

ΔA	calo d'ampiezza	°
A_0	ampiezza a carica completa	°
A_{24}	ampiezza dopo 24 ore di marcia	°

Il calo d'ampiezza mostra quanto uniformemente molla motrice e rotismo forniscono la forza durante la giornata.

Vale: stessa posizione in entrambe le misure, angolo di alzata impostato correttamente.

ESEMPIO Con quadrante in alto il bilanciere oscilla a carica completa con 285°, dopo 24 ore con 250°.

Dati: $A_0 = 285°$; $A_{24} = 250°$

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_0 - A_{24} \\ &= 285° - 250° \\ &= 35°\end{aligned}$$

35° in 24 ore. Più importante del calo in sé è che dopo 24 ore l'ampiezza basti ancora anche nelle posizioni verticali; i fabbricanti dei movimenti indicano per questo valori minimi, spesso da 190° a 200° nella posizione 6 in alto (ETA 2892A2 ed ETA 7750: 200°).

Da ricordare: Orizzontale contro verticale mostra l'influsso dell'ampiezza, verticale contro verticale lo squilibrio, carica completa contro 24 ore l'isocronismo.

8.4 Prova cronometrica

Secondo la ISO 3159 si chiama cronometro un orologio il cui movimento è stato controllato da un ente neutrale per più giorni in diverse posizioni e a diverse temperature; in Svizzera è il COSC. La prova dura 15 giorni, con cinque posizioni e tre temperature. Dai 15 andamenti giornalieri si calcolano sette indici. Altre prove, per esempio quella del METAS o secondo la DIN 8319, riguardano l'orologio finito e in parte chiedono di più.



Fig. 8.11 Programma della prova cronometrica secondo ISO 3159: posizione e temperatura nei 15 giorni di prova

I sette indici della prova cronometrica secondo ISO 3159 (orologi con diametro superiore a 20 mm)

N.	Indice	Calcolo dagli andamenti giornalieri da G_1 a G_{15}	Limite secondo ISO 3159 in $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
1	andamento medio giornaliero	$\bar{G} = \frac{1}{10} \cdot (G_1 + G_2 + \cdots + G_{10})$	−4 … +6
2	variazione media dell'andamento	$\frac{1}{5} \cdot (\lvert G_2 - G_1\rvert + \lvert G_4 - G_3\rvert + \cdots + \lvert G_{10} - G_9\rvert)$	al massimo 2
3	variazione massima dell'andamento	il maggiore dei cinque valori assoluti della riga 2	al massimo 5
4	differenza verticale–orizzontale D	$\frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2) - \frac{1}{2} \cdot (G_9 + G_{10})$	−6 … +8
5	scarto massimo dall'andamento medio	il maggiore dei dieci valori assoluti $\lvert G_i - \bar{G}\rvert$ dei giorni da 1 a 10	al massimo 10
6	coefficiente termico C	$\frac{1}{30\,\mathrm{K}} \cdot (G_{13} - G_{11})$	±0,6 per K
7	ripresa dell'andamento	$G_{15} - \frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2)$	±5

Ciascuno dei sette limiti deve essere rispettato. Per orologi fino a 20 mm di diametro la norma ammette limiti un po' più larghi. La norma scrive gli andamenti giornalieri M_i; qui sono indicati, come in tutto il libro, con G_i.

Variazione media dell'andamento

(8.16) MAESTRO

$$\overline{\Delta G} = \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5}$$

$\overline{\Delta G}$	variazione media dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert$	somma dei cinque valori assoluti: differenza tra i due andamenti giornalieri per posizione	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

In ciascuna delle cinque posizioni si misura per due giorni consecutivi. L'indice dice quanto bene l'orologio ripete il suo andamento da un giorno all'altro.

Vale: secondo ISO 3159: giorni da 1 a 10 a 23 °C; limite 2 s al giorno (orologi oltre 20 mm).

ESEMPIO Nelle cinque posizioni i due andamenti giornalieri differiscono di 1,0, 0,8, 2,1, 0,7 e 1,4 secondi al giorno. La somma è 6,0 secondi al giorno.

Dati: $\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\overline{\Delta G} &= \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5} \\ &= \frac{6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 1{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

1,2 s al giorno, il limite di 2 s al giorno è rispettato. Anche il valore singolo maggiore, 2,1 s al giorno, è sotto il suo limite di 5 s al giorno.

Coefficiente termico nella prova cronometrica

(8.17) MAESTRO

$$C = \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}}$$

C	coefficiente termico dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
G_{38}	andamento a 38 °C (giorno 13)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_8	andamento a 8 °C (giorno 11)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Entrambi gli andamenti si misurano nella stessa posizione, con il quadrante in alto. La forma generale per temperature di prova qualsiasi si trova nella sezione 5.5.

Vale: secondo ISO 3159: limite ±0,6 s al giorno per kelvin (orologi oltre 20 mm).

ESEMPIO Un orologio anticipa a 8 °C di 2,4 s al giorno e a 38 °C di 7,2 s al giorno.

Dati: $G_{38} = 7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_8 = 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}} \\ &= \frac{7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{30\,\mathrm{K}} \\ &= 0{,}16\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

+0,16 s al giorno per kelvin: al caldo l'orologio diventa più veloce. Il limite di 0,6 è rispettato con margine.

Ripresa dell'andamento

(8.18) MAESTRO

$$\Delta G_\mathrm{W} = G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

ΔG_W	ripresa dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{15}	andamento all'ultimo giorno di prova	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	andamento al primo giorno di prova	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	andamento al secondo giorno di prova	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

L'ultimo giorno l'orologio si trova di nuovo nella posizione dei primi due giorni. L'indice mostra se dopo due settimane di prova con freddo e caldo l'orologio ritrova il suo andamento iniziale.

Vale: secondo ISO 3159: posizione 6 in alto a 23 °C; limite ±5 s al giorno (orologi oltre 20 mm).

ESEMPIO L'orologio dell'esempio sulla variazione media dell'andamento anticipa nei primi due giorni di 3,0 e 4,0 s al giorno, l'ultimo giorno di 4,5 s al giorno.

Dati: $G_{15} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G_\mathrm{W} &= G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 1{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

+1,0 s al giorno, ben entro il limite di ±5 s al giorno. L'orologio ha quasi ritrovato il suo andamento iniziale.

Da ricordare: Cronometro significa: controllato per 15 giorni, in cinque posizioni e a tre temperature, in media tra −4 e +6 s al giorno.

8.5 Impermeabilità e pressione

L'acqua preme con ogni metro di profondità più forte su vetro, fondello e guarnizioni. L'indicazione di pressione su un orologio indica la sovrappressione di prova. Vale per l'orologio nuovo e per pressione statica, in acqua o in aria. I requisiti per gli orologi impermeabili sono fissati nella ISO 22810.

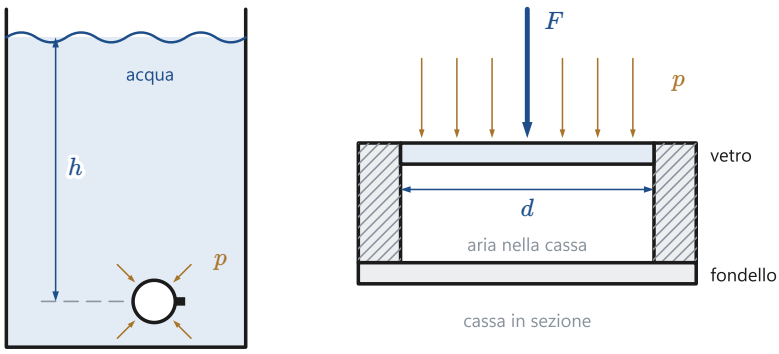


Fig. 8.12 A sinistra: la pressione dell'acqua cresce con la profondità h. A destra: la pressione p carica il vetro di diametro d con la forza F

Pressione di una colonna d'acqua

(8.19) OPERAIO QUALIFICATO

$$p = \varrho \cdot g \cdot h$$

RIORDINATA $$h = \frac{p}{\varrho \cdot g}$$

La pressione cresce uniformemente con la profondità, in acqua dolce di quasi 1 bar ogni 10 m.

Vale: acqua ferma. L'acqua dolce ha $1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, l'acqua di mare circa $1025\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

p	pressione (sovrappressione rispetto alla superficie dell'acqua)	bar
ϱ	densità (dell'acqua)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	altezza (della colonna d'acqua sopra l'orologio, cioè la profondità d'immersione)	m

ESEMPIO Quale sovrappressione c'è a 100 m di profondità in acqua dolce?

Dati: $\varrho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 100\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} p &= \varrho \cdot g \cdot h \\ &= 1000\ \tfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100\,\mathrm{m} \\ &= 981\,000\,\mathrm{Pa} \\ &= 9{,}81\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

9,81 bar, arrotondati 10 bar. Da qui la regola pratica: 10 m di colonna d'acqua corrispondono a 1 bar.

Forza di pressione su vetro o fondello

(8.20) OPERAIO QUALIFICATO

$$F = \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4}$$

La forza è pressione per superficie (sezione 2.2), qui con l'area del cerchio scritta per esteso. Cresce con il quadrato del diametro: gli orologi grandi richiedono vetri più spessi e fondelli più rigidi.

Vale: pressione uniforme su una superficie circolare; $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

F	forza (sulla superficie premuta)	N
p	pressione (sovrappressione esterna rispetto all'interno)	bar
d	diametro (della superficie premuta, qui del vetro)	mm

ESEMPIO Un orologio subacqueo viene provato a 30 bar. Il vetro ha un diametro di 28 mm. Con quale forza viene caricato?

Dati: $p = 30\,\mathrm{bar}; \quad d = 28\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{30\,\mathrm{bar} \cdot \pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &= 3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 784\,\mathrm{mm}^2}{4} \\ &\approx 1847\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Circa 1850 N, quanto la forza peso di 188 kg. Questa forza preme il vetro nella sua guarnizione e lo incurva verso l'interno. L'esempio per 10 bar si trova alla formula (2.11).

Per lo più si prova a secco: l'apparecchio pone l'orologio in una camera in sovrappressione o in depressione e rileva come si deforma la cassa. Una cassa stagna viene compressa o incurvata e resta così finché la pressione persiste. Se non è stagna, la pressione interna ed esterna si equilibrano e la deformazione regredisce. Nella prova in acqua l'orologio viene prima messo in pressione sopra l'acqua, poi immerso e la pressione viene scaricata; da un orologio non stagno salgono bolle d'aria.

Pressione dinamica nel movimento in acqua

(8.21) APPROFONDIMENTO

$$p_{\mathrm{dyn}} = \frac{\varrho \cdot v^2}{2}$$

Se l'orologio si muove nell'acqua, alla pressione della profondità si aggiunge la pressione dinamica. Resta piccola.

Vale: flusso uniforme; l'acqua viene completamente frenata sull'orologio. È la pressione massima prodotta da un moto uniforme; l'urto all'impatto sulla superficie dell'acqua non è così compreso.

p_{dyn}	pressione dinamica (pressione supplementare dovuta al flusso)	bar
ϱ	densità (dell'acqua)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
v	velocità (dell'orologio rispetto all'acqua)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

ESEMPIO In un movimento molto rapido del braccio il polso attraversa l'acqua a 5 m al secondo.

Dati: $\varrho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}; \quad v = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{dyn}} &= \frac{\varrho \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2} \\ &= 12\,500\,\mathrm{Pa} \\ &= 0{,}125\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

0,125 bar, quanto 1,3 m di profondità in più. I movimenti del nuoto aumentano quindi appena la pressione. Se un orologio in acqua lascia entrare acqua, la causa è per lo più in guarnizioni invecchiate, sbalzi di temperatura o in corona e pulsanti azionati sott'acqua.

Da ricordare: 10 m di colonna d'acqua sono circa 1 bar. La forza sul vetro è pressione per superficie.

8.6 Magnetismo e urti

Campi magnetici e urti sono i disturbi più frequenti nella vita quotidiana. Le norme stabiliscono che cosa deve sopportare un orologio per potersi dire antimagnetico o antiurto: la ISO 764 richiede un campo di $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$, la ISO 1413 un urto come nella caduta da 1 m di altezza.

Induzione magnetica e intensità di campo in aria

(8.22) MAESTRO

$$B = \mu_0 \cdot H$$

Le norme indicano l'intensità di campo H, magneti e strumenti di misura per lo più l'induzione B in millitesla o gauss. In aria le due sono legate in modo fisso: 1 mT corrisponde a $796\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ e a 10 gauss.

Vale: in aria e in materiali non magnetici.

B	induzione magnetica ($1\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} = 1\,\mathrm{T} = 10\,000\,\mathrm{G}$)	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}}$
μ_0	permeabilità magnetica del vuoto	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$
H	intensità del campo magnetico	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

ESEMPIO A quale induzione corrisponde l'intensità di campo di $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ che un orologio antimagnetico deve sopportare secondo ISO 764?

Dati: $\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$; $H = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot H \\ &= 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}} \cdot 4800\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \\ &\approx 6{,}03 \cdot 10^{-3}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} \end{aligned}$$

6,03 mT ovvero 60 gauss. Un piccolo magnete permanente, per esempio nella chiusura di una borsa o in un altoparlante, sulla sua superficie è molte volte più forte.

Conversione dei campi magnetici in aria

Intensità di campo in $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Induzione in mT	Induzione in gauss	Esempio
40	0,05	0,5	campo magnetico terrestre (ordine di grandezza)
796	1	10	valore di conversione
4800	6,03	60,3	campo di prova per orologi antimagnetici secondo ISO 764
79 600	100	1000	vicino a piccoli magneti permanenti (ordine di grandezza)

Il gauss è un'unità più vecchia: 1 G = 0,1 mT. Gli esempi, eccetto il valore normativo, sono ordini di grandezza.

Velocità d'impatto nella caduta

(8.23) MAESTRO

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

La prova d'urto secondo ISO 1413 riproduce la caduta di un orologio da 1 m di altezza su un pavimento di legno. La formula fornisce la velocità con cui l'orologio arriva a terra.

Vale: caduta libera senza resistenza dell'aria.

v	velocità (all'impatto)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
h	altezza (altezza di caduta)	m

ESEMPIO Un orologio cade dal banco da lavoro per 1 m sul pavimento.

Dati: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$; $h = 1\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 1\,\mathrm{m}} \\ &\approx 4{,}43\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

$4{,}43\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, cioè circa 16 km all'ora. A questa velocità nella prova d'urto il martello colpisce l'orologio.

8.7 Errore di lettura e dispersione

Ogni misura presenta dispersione. Media, campo di variazione e scarto tipo di una serie di misure si trovano nella sezione 12.1; l'esempio lì è una serie di valori di andamento. Per il cronocomparatore significa per esempio: se dieci misure della stessa posizione si disperdono con uno scarto tipo di 0,6 s al giorno, la loro media secondo la formula (12.4) è sicura a circa 0,2 s al giorno. Per l'andamento ricavato da due stati letti si aggiunge l'errore di lettura.

Errore dell'andamento dovuto alla lettura

(8.24) MAESTRO

$$u_G = \frac{2 \cdot u_S}{t}$$

Nell'andamento entrano due letture. Nel caso più sfavorevole i loro errori si sommano; diviso per il tempo di marcia ciò dà l'errore massimo dell'andamento.

Vale: errore massimo; tra le letture l'orologio marcia indisturbato.

u_G	errore massimo dell'andamento dovuto alla lettura	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
u_S	errore massimo di lettura di uno stato	s
t	tempo (tempo di marcia tra le due letture)	d

ESEMPIO Lo stato si può leggere sulla lancetta dei secondi con precisione di 0,5 s. Tra le due letture passano 10 giorni.

Dati: $u_S = 0{,}5\,\mathrm{s}$; $t = 10\,\mathrm{d}$

$$u_G = \frac{2 \cdot u_S}{t} = \frac{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{d}} = 0{,}10\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Dopo dieci giorni l'andamento è sicuro a 0,1 s al giorno, dopo un giorno solo a 1 s al giorno. Chi ha bisogno più rapidamente di un risultato preciso usa il cronocomparatore.

Da ricordare: Misurare più a lungo rende più che leggere con più precisione: un tempo di marcia doppio dimezza l'errore di lettura nell'andamento.

9 Lavorazione e materiali

Chi realizza i pezzi da sé calcola diversamente che nella regolazione: numero di giri dalla velocità di taglio, coni e filettature, quote di accoppiamento e giochi dei cuscinetti, divisioni al divisore, sviluppi per pezzi piegati. A ciò si aggiungono i calcoli relativi a metalli preziosi, rinvenimento e galvanica.

Alcuni simboli hanno in questo capitolo il significato usuale nella lavorazione: f è l'avanzamento, T la tolleranza, D e d sono diametri, s è uno spessore, α un angolo di cono o di piegatura, m una massa, M la massa molare e A una superficie; z è secondo la sezione il numero di denti, il numero di divisioni o la valenza, i il numero di passate o il rapporto del divisore, che va verso il lento ed è una demoltiplicazione nel senso del capitolo 4. Le tabelle contengono valori indicativi per iniziare; fanno fede la scheda tecnica del materiale e la prova su uno scarto.

9.1 Dati di taglio

Nella tornitura, foratura e fresatura il tagliente asporta un truciolo. Quanto velocemente può farlo lo dice la velocità di taglio; da essa e dal diametro segue il numero di giri. L'avanzamento determina superficie e tempo di lavorazione.

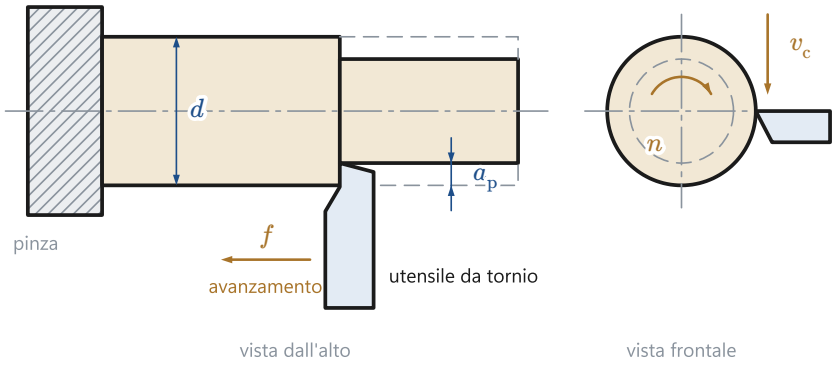


Fig. 9.1 Tornitura longitudinale: velocità di taglio v_c sulla circonferenza, avanzamento f al giro, profondità di passata a_p

Velocità di taglio

(9.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

RIORDINATA $n = \dfrac{v_c}{\pi \cdot d}$

La velocità di taglio è la velocità periferica sul tagliente. Dipende dal materiale e dal materiale dell'utensile (valori indicativi nella tabella); il numero di giri si sceglie di conseguenza. In generale è data dalla formula (2.6).

Vale: tornitura, foratura, fresatura. Nella sfacciatura e sui coni il diametro cambia e con esso la velocità di taglio; si calcola con il diametro maggiore.

v_c	velocità di taglio	$\frac{\text{m}}{\text{min}}$
d	diametro (nel punto di taglio: pezzo nella tornitura, utensile nella foratura e fresatura)	mm
n	numero di giri	$\frac{1}{\text{min}}$

ESEMPIO Una barra di ottone di 8 mm di diametro gira a 3000 giri al minuto. Quanto vale la velocità di taglio sulla circonferenza?

Dati: $d = 8\,\text{mm}$; $n = 3000\,\frac{1}{\text{min}}$

$$\begin{aligned} v_c &= \pi \cdot d \cdot n \\ &= \pi \cdot 8\,\text{mm} \cdot 3000\,\tfrac{1}{\text{min}} \\ &\approx 75\,398\,\frac{\text{mm}}{\text{min}} \\ &\approx 75{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{min}} \end{aligned}$$

Circa 75 m al minuto. È adatta per l'ottone con un utensile da tornio in acciaio rapido.

Numero di giri dalla velocità di taglio (formula d'officina)

(9.2) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$n = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d}$$

La stessa formula (9.1), ricavata per il numero di giri e adattata alle unità usuali. Il fattore 1000 converte i metri in millimetri.

Vale: v_c in m al minuto, d in mm, n in giri al minuto.

n	numero di giri (valore numerico in giri al minuto)	$\frac{1}{\text{min}}$
v_c	velocità di taglio (valore numerico in m al minuto)	$\frac{\text{m}}{\text{min}}$
d	diametro (valore numerico in mm)	mm

ESEMPIO Un pezzo di acciaio argento di 3 mm di diametro deve essere tornito con un utensile in acciaio rapido a 25 m al minuto. Quale numero di giri si imposta?

Dati: $v_c = 25\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$; $d = 3\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} n &= \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d} \\ &= \frac{1000 \cdot 25}{\pi \cdot 3} \\ &\approx 2653\,\tfrac{1}{\text{min}} \end{aligned}$$

Circa 2650 giri al minuto. Sulla macchina si sceglie il gradino immediatamente inferiore.

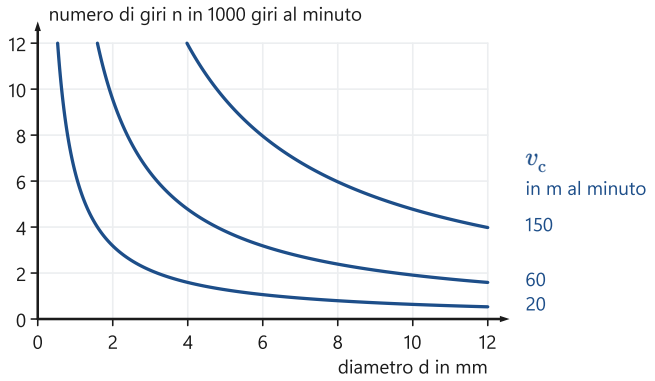


Fig. 9.2 Numero di giri in funzione del diametro per tre velocità di taglio: più piccolo il diametro, più alto il numero di giri

Velocità di taglio in tornitura (valori indicativi in m al minuto)

Materiale	Acciaio rapido (HSS)	Metallo duro
ottone al piombo (CuZn39Pb3)	60 … 120	150 … 400
alpacca al piombo (CuNi18Zn19Pb1)	40 … 80	100 … 200
acciaio automatico (11SMnPb30)	40 … 70	120 … 250
acciaio per utensili, ricotto (acciaio argento 115CrV3)	20 … 30	60 … 120
acciaio temprato e rinvenuto al blu	–	25 … 40
acciaio inossidabile austenitico (1.4404, 1.4435)	10 … 20	60 … 120
titanio (Grade 2 e Grade 5)	8 … 15	30 … 60

Valori orientativi per la tornitura con tagliente affilato. Sul tornio da orologiaio e con il bulino a mano iniziare dal valore inferiore; per l'alesatura e la filettatura impostare al massimo la metà. L'acciaio temprato e rinvenuto al blu, l'acciaio rapido lo taglia ancora solo come bulino a mano, a bassa velocità e riaffilando spesso; sulla macchina si usa il metallo duro. Acciaio inossidabile e titanio richiedono lubrorefrigerante e un avanzamento costante.

Velocità di avanzamento in tornitura e foratura

(9.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$v_f = f \cdot n$$

L'avanzamento al giro determina la superficie: avanzamento piccolo, solchi di tornitura più fini. La velocità di avanzamento dice quanto velocemente si muove intanto il carrello.

v_f	velocità di avanzamento	$\frac{mm}{min}$
f	avanzamento al giro	mm
n	numero di giri	$\frac{1}{min}$

ESEMPIO Il carrello longitudinale avanza di 0,02 mm al giro, il mandrino gira a 2500 giri al minuto.

Dati: $f = 0{,}02\,mm$; $n = 2500\,\frac{1}{min}$

$$\begin{aligned} v_f &= f \cdot n \\ &= 0{,}02\,mm \cdot 2500\,\tfrac{1}{min} \\ &= 50\,\tfrac{mm}{min} \end{aligned}$$

L'utensile percorre 50 mm al minuto.

Velocità di avanzamento in fresatura

(9.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$v_\mathrm{f} = f_\mathrm{z} \cdot z \cdot n$$

Ogni tagliente asporta un truciolo di spessore f_z. Se l'avanzamento al dente è troppo piccolo, la fresa sfrega soltanto e si smussa; se è troppo grande, si rompe.

Vale: come orientamento per frese piccole: avanzamento al dente circa dallo 0,5 % all'1 % del diametro della fresa.

v_f	velocità di avanzamento	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$
f_z	avanzamento al dente	mm
z	numero di denti (taglienti della fresa)	1
n	numero di giri	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

ESEMPIO Una fresa in metallo duro di 1 mm di diametro e 2 taglienti gira nell'ottone a 20 000 giri al minuto. Per dente deve asportare 0,005 mm.

Dati: $f_\mathrm{z} = 0{,}005\,\mathrm{mm}$; $z = 2$; $n = 20\,000\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{f} &= f_\mathrm{z} \cdot z \cdot n \\ &= 0{,}005\,\mathrm{mm} \cdot 2 \cdot 20\,000\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= 200\,\tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La tavola si muove a 200 mm al minuto. La velocità di taglio è allora, secondo la formula (9.1), di 63 m al minuto.

Tempo principale in tornitura e foratura

(9.5) OPERAIO QUALIFICATO

$$t_\mathrm{h} = \frac{L \cdot i}{f \cdot n}$$

Il tempo principale è la corsa di avanzamento di tutte le passate divisa per la velocità di avanzamento. È la base per il calcolo dei costi dei pezzi torniti.

Vale: stesso numero di giri e stesso avanzamento in tutte le passate.

t_h	tempo principale (tempo in cui l'utensile lavora in avanzamento)	min
L	lunghezza (corsa di avanzamento: lunghezza del pezzo con entrata e uscita)	mm
i	numero (di passate)	1
f	avanzamento al giro	mm
n	numero di giri	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

ESEMPIO Un perno viene tornito su 10 mm di lunghezza in 3 passate; con entrata e uscita la corsa di avanzamento è di 12 mm. Avanzamento 0,02 mm, numero di giri 2500 giri al minuto.

Dati: $L = 12\,\mathrm{mm}$; $i = 3$; $f = 0{,}02\,\mathrm{mm}$; $n = 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{h} &= \frac{L \cdot i}{f \cdot n} \\ &= \frac{12\,\mathrm{mm} \cdot 3}{0{,}02\,\mathrm{mm} \cdot 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 0{,}72\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

La macchina taglia per 0,72 minuti, cioè 43 secondi. A ciò si aggiungono attrezzaggio, misura e ritorno.

Volume di truciolo asportato nell'unità di tempo in tornitura

(9.6) APPROFONDIMENTO

$$Q = a_\mathrm{p} \cdot f \cdot v_\mathrm{c}$$

Profondità di passata per avanzamento è la sezione del truciolo, la velocità di taglio la sua lunghezza per unità di tempo. Con il volume di truciolo asportato si confrontano i dati di taglio e si stima la potenza motrice necessaria.

Vale: tornitura longitudinale; velocità di taglio al diametro medio della passata.

Q	volume di truciolo asportato nell'unità di tempo (volume asportato per tempo)	$\frac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}}$
a_p	profondità di passata (metà della riduzione di diametro per passata)	mm
f	avanzamento al giro	mm
v_c	velocità di taglio	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

ESEMPIO L'ottone viene sgrossato con 0,5 mm di profondità di passata, 0,05 mm di avanzamento e 75 m al minuto.

Dati: $a_\mathrm{p} = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $f = 0{,}05\,\mathrm{mm}$; $v_\mathrm{c} = 75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} Q &= a_\mathrm{p} \cdot f \cdot v_\mathrm{c} \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}05\,\mathrm{mm} \cdot 75\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} \\ &= 0{,}025\,\mathrm{mm}^2 \cdot 75\,000\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \\ &= 1875\ \tfrac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Al minuto si asportano quasi 1,9 cm³ di ottone.

Da ricordare: Diametro piccolo, numero di giri alto: metà diametro richiede il doppio del numero di giri.

9.2 Cono e inclinazione

Un cono è determinato da due diametri e dalla lunghezza oppure dalla conicità. Per tornirlo serve il semiangolo del cono o lo spostamento della contropunta.

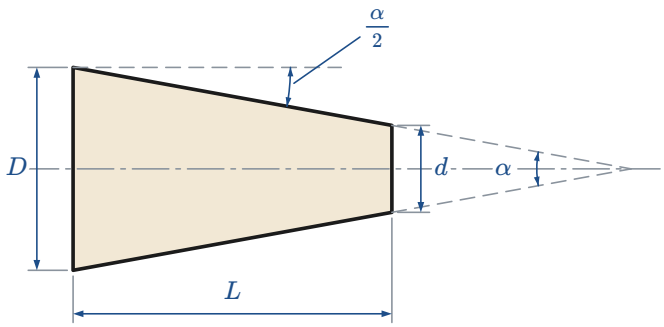


Fig. 9.3 Cono: diametri D e d, lunghezza L, angolo del cono α e angolo di registrazione $\frac{\alpha}{2}$ (disegnato più ripido per chiarezza)

Conicità

(9.7) OPERAIO QUALIFICATO

$$C = \frac{D - d}{L}$$

RIORDINATA $d = D - C \cdot L$

La conicità dice di quanto diminuisce il diametro per unità di lunghezza. 1 : 50 significa: su 50 mm di lunghezza il cono si assottiglia di 1 mm.

C	conicità (scritta come 1 : x con $x = \frac{1}{C}$)	1
D	diametro (diametro maggiore del cono)	mm
d	diametro (diametro minore del cono)	mm
L	lunghezza (lunghezza del cono, misurata in direzione dell'asse)	mm

Buono a sapersi: L'inclinazione si riferisce alla linea mediana ed è la metà della conicità: un cono 1 : 50 ha l'inclinazione 1 : 100.

ESEMPIO Una spina conica è lunga 20 mm e misura 2,0 mm all'estremità sottile, 2,4 mm all'estremità spessa.

Dati: $D = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $d = 2{,}0\,\mathrm{mm}$; $L = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{D - d}{L} \\ &= \frac{2{,}4\,\mathrm{mm} - 2{,}0\,\mathrm{mm}}{20\,\mathrm{mm}} \\ &= 0{,}02 \end{aligned}$$

La conicità è 0,02, cioè 1 : 50. Così sono normalizzate le spine coniche.

Angolo del cono e angolo di registrazione

(9.8) OPERAIO QUALIFICATO

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{D - d}{2 \cdot L}$$

RIORDINATA $\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{D - d}{2 \cdot L}\right)$

Nella tornitura conica con la slitta superiore, questa viene ruotata della metà dell'angolo del cono. Il semiangolo del cono si chiama perciò angolo di registrazione.

α	angolo del cono (angolo intero al vertice del cono; $\frac{\alpha}{2}$ è l'angolo di registrazione)	°
D	diametro (diametro maggiore del cono)	mm
d	diametro (diametro minore del cono)	mm
L	lunghezza (lunghezza del cono, misurata in direzione dell'asse)	mm

Buono a sapersi: Per coni sottili basta: angolo di registrazione in gradi ≈ 28,65 · C. Un cono 1 : 50 ha così l'angolo di registrazione 0,573°.

ESEMPIO La sede conica di un albero si assottiglia su 5 mm di lunghezza da 1,2 mm a 1,0 mm. Di quale angolo si ruota la slitta superiore?

Dati: $D = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $d = 1{,}0\,\mathrm{mm}$; $L = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 \cdot \arctan\left(\frac{D - d}{2 \cdot L}\right) \\ &= 2 \cdot \arctan\left(\frac{1{,}2\,\mathrm{mm} - 1{,}0\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 5\,\mathrm{mm}}\right) \\ &= 2 \cdot \arctan 0{,}02 \\ &\approx 2{,}29^\circ \end{aligned}$$

L'angolo del cono è di 2,29°. La slitta superiore si imposta sulla metà, cioè su circa 1,15°.

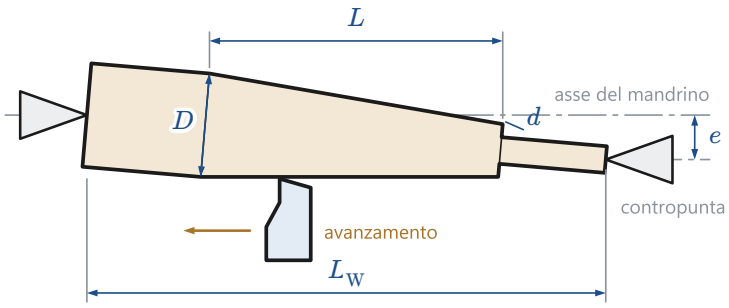


Fig. 9.4 Tornitura conica tra le punte: la contropunta è spostata di e, l'utensile si muove parallelo all'asse del mandrino (vista dall'alto, esagerata)

Spostamento della contropunta

(9.9) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$e \approx \frac{L_W \cdot (D - d)}{2 \cdot L}$$

Se la punta della contropunta è spostata lateralmente, il pezzo si trova inclinato rispetto all'asse del mandrino e l'utensile, che si muove in senso longitudinale, tornisce un cono. Se il cono si estende su tutta la lunghezza del pezzo, lo spostamento è metà della differenza dei diametri.

Vale: tornitura tra le punte, solo per coni sottili. Come valore indicativo lo spostamento non deve superare un cinquantesimo della lunghezza del pezzo.

e	spostamento della contropunta (scostamento laterale della punta della contropunta)	mm
L_W	lunghezza (pezzo tra le punte)	mm
D	diametro (diametro maggiore del cono)	mm
d	diametro (diametro minore del cono)	mm
L	lunghezza (lunghezza del cono, misurata in direzione dell'asse)	mm

Attenzione: Con la contropunta spostata i fori da centro poggiano storti sulle punte. Scegliere perciò solo piccoli spostamenti, misurare dopo la prima passata e correggere.

ESEMPIO Un pezzo lungo 60 mm deve ricevere su 30 mm di lunghezza un cono 1 : 50, da 4,0 mm a 3,4 mm.

Dati: $L_W = 60\,\text{mm}$; $D = 4{,}0\,\text{mm}$; $d = 3{,}4\,\text{mm}$; $L = 30\,\text{mm}$

$$e \approx \frac{L_W \cdot (D - d)}{2 \cdot L}$$
$$= \frac{60\,\text{mm} \cdot (4{,}0\,\text{mm} - 3{,}4\,\text{mm})}{2 \cdot 30\,\text{mm}}$$
$$= 0{,}60\,\text{mm}$$

La contropunta viene spostata di 0,60 mm verso l'utensile; l'estremità sottile del cono si trova allora dalla parte della contropunta. Lo spostamento è un centesimo della lunghezza del pezzo e quindi ammissibile.

9.3 Filettature

Le viti degli orologi odierni hanno filettature metriche triangolari con angolo dei fianchi di 60°. Tutte le quote del profilo derivano dal diametro nominale d e dal passo P.

Passo dal numero di filetti (filettatura in pollici)

(9.10) OPERAIO QUALIFICATO

$$P = \frac{1}{n_\mathrm{G}}$$

P	passo della filettatura	mm
n_G	numero di filetti (filetti per lunghezza, nelle filettature in pollici per pollice)	$\frac{1}{\mathrm{in}}$

Il passo è la corsa che una vite compie in un giro. Nelle filettature metriche è indicato nella designazione, nelle filettature in pollici si indica invece il numero di filetti per pollice.

Vale: filettature a un principio.

ESEMPIO Una filettatura di un orologio inglese ha 40 filetti per pollice.

Dati: $n_\mathrm{G} = 40\ \frac{1}{\mathrm{in}}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{n_\mathrm{G}} \\ &= \frac{1}{40\ \frac{1}{\mathrm{in}}} \\ &= \frac{25{,}4\,\mathrm{mm}}{40} \\ &= 0{,}635\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il passo è di 0,635 mm, perché un pollice è 25,4 mm.

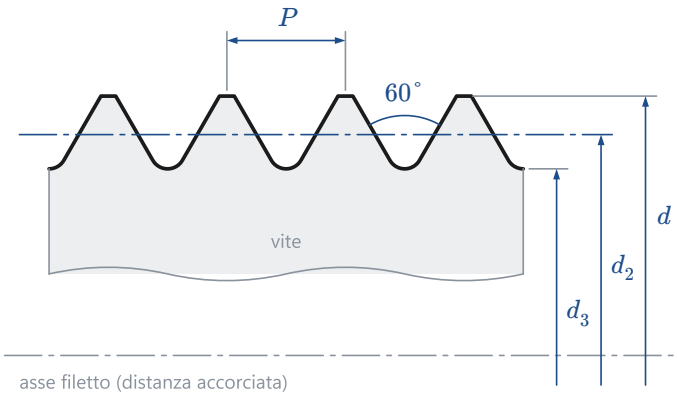


Fig. 9.5 Filettatura metrica ISO, profilo della vite: passo P, diametro esterno d, diametro medio d_2, diametro di nocciolo d_3

Diametro medio

(9.11) MAESTRO

$$d_2 = d - 0{,}6495 \cdot P$$

d_2	diametro medio	mm
d	diametro (diametro nominale della filettatura, esterno sulla vite)	mm
P	passo della filettatura	mm

Sul diametro medio il filetto e il vano hanno la stessa larghezza. Esso decide come vite e madrevite si accoppiano e si verifica con calibri o con fili di misura.

Vale: filettatura metrica ISO con angolo dei fianchi di 60°, quota nominale senza tolleranza. Il fattore è $\frac{3}{8} \cdot \sqrt{3}$.

ESEMPIO Filettatura M 1,6 con passo 0,35 mm.

Dati: $d = 1{,}6\,\mathrm{mm}; \quad P = 0{,}35\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_2 &= d - 0{,}6495 \cdot P \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6495 \cdot 0{,}35\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1{,}373\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il diametro medio è di 1,373 mm.

Diametro di nocciolo della vite

(9.12) MAESTRO

$$d_3 = d - 1{,}2269 \cdot P$$

Il diametro di nocciolo è la sezione resistente della vite. Lì si spezza una vite serrata troppo.

Vale: filettatura metrica ISO da M 1 in su (profondità del filetto $0{,}6134 \cdot P$). Per le filettature miniatura da S 0,3 a S 1,4 la profondità del filetto è minore: $d_3 = d - 1{,}12 \cdot P$.

d_3	diametro di nocciolo (sul fondo del filetto della vite)	mm
d	diametro (diametro nominale della filettatura, esterno sulla vite)	mm
P	passo della filettatura	mm

ESEMPIO Filettatura M 1,6 con passo 0,35 mm.

Dati: $d = 1{,}6\,\mathrm{mm}$; $P = 0{,}35\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_3 &= d - 1{,}2269 \cdot P \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mm} - 1{,}2269 \cdot 0{,}35\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1{,}171\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Sul fondo del filetto la vite è spessa ancora 1,171 mm.

Diametro del foro di preparazione

(9.13) APPROSSIMAZIONE OPERAIO QUALIFICATO

$$d_\mathrm{K} \approx d - P$$

A questo diametro si fora prima che il maschio tagli il profilo.

Vale: filettature metriche con angolo dei fianchi di 60°. In materiali tenaci come acciaio e alpacca scegliere piuttosto una punta di un gradino più grande, affinché il maschio non si blocchi.

d_K	diametro del foro di preparazione (foro prima della filettatura)	mm
d	diametro (diametro nominale della filettatura, esterno sulla vite)	mm
P	passo della filettatura	mm

ESEMPIO Per una vite M 1,2 con passo 0,25 mm si deve filettare un foro.

Dati: $d = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $P = 0{,}25\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{K} &\approx d - P \\ &= 1{,}2\,\mathrm{mm} - 0{,}25\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}95\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Si fora con 0,95 mm.

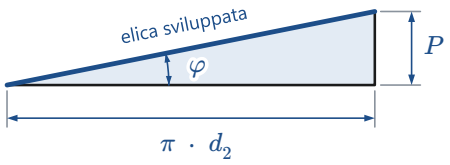


Fig. 9.6 Un filetto sviluppato: passo P sopra la circonferenza al diametro medio

Angolo d'elica

(9.14) MAESTRO

$$\tan \varphi = \frac{P}{\pi \cdot d_2}$$

RIORDINATA $\varphi = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)$

φ	angolo d'elica (sul diametro medio)	°
P	passo della filettatura	mm
d_2	diametro medio	mm

Sviluppando un filetto si ottiene un cuneo: altezza P, base la circonferenza sul diametro medio. Se l'angolo d'elica è minore dell'angolo d'attrito (capitolo 2), la vite non si allenta da sola.

Vale: filettature a un principio.

ESEMPIO Filettatura M 1,6: passo 0,35 mm, diametro medio 1,373 mm.

Dati: $P = 0{,}35\,\text{mm}; \quad d_2 = 1{,}373\,\text{mm}$

$$\begin{aligned}\varphi &= \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)\\ &= \arctan\left(\frac{0{,}35\,\text{mm}}{\pi \cdot 1{,}373\,\text{mm}}\right)\\ &\approx \arctan 0{,}0811\\ &\approx 4{,}64^\circ\end{aligned}$$

L'angolo d'elica è di 4,64°. È inferiore all'angolo d'attrito, quindi la vite tiene da sola.

Filettature metriche per orologi e a passo fine (quote nominali in mm)

Filettatura	Passo P	Diametro medio d_2	Diametro di nocciolo d_3	Punta per foro di preparazione
S 0,3	0,08	0,248	0,210	0,22
S 0,4	0,1	0,335	0,288	0,30
S 0,5	0,125	0,419	0,360	0,38
S 0,6	0,15	0,503	0,432	0,45
S 0,7	0,175	0,586	0,504	0,53
S 0,8	0,2	0,670	0,576	0,60
S 0,9	0,225	0,754	0,648	0,68
M 1	0,25	0,838	0,693	0,75
M 1,2	0,25	1,038	0,893	0,95
M 1,4	0,3	1,205	1,032	1,10
M 1,6	0,35	1,373	1,171	1,25
M 2	0,4	1,740	1,509	1,60

S: filettatura miniatura ISO (diametro di nocciolo calcolato con $d - 1{,}12 \cdot P$). M: filettatura metrica ISO a passo grosso. Punta per foro di preparazione secondo la formula (9.13), arrotondata a 0,01 mm. Le viti dei movimenti più vecchi si discostano spesso dalla norma; nel dubbio misurare diametro e passo.

Da ricordare: Foro di preparazione uguale a diametro nominale meno passo.

9.4 Accoppiamenti e tolleranze

Nessun pezzo si può realizzare esattamente a misura. Il disegno prescrive perciò due dimensioni limite, tra le quali deve trovarsi la dimensione effettiva. Se due pezzi si accoppiano con gioco o con interferenza lo decide la posizione delle loro zone di tolleranza.

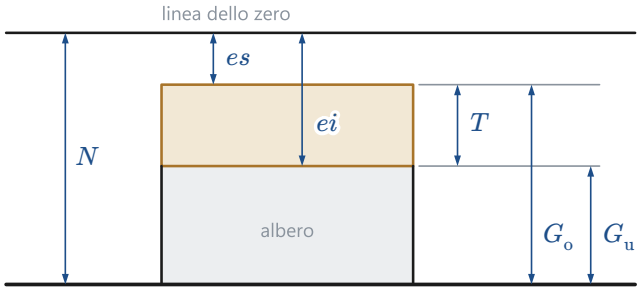


Fig. 9.7 Dimensioni limite di un albero: dimensione nominale N, scostamenti es ed ei, dimensione massima G_o, dimensione minima G_u, tolleranza T (zona di tolleranza molto ingrandita)

Dimensione massima e dimensione minima

(9.15) OPERAIO QUALIFICATO

$$G_o = N + es$$

Gli scostamenti si sommano con il loro segno alla dimensione nominale. Per la dimensione minima vale analogamente $G_u = N + ei$ con lo scostamento inferiore ei.

Vale: alberi e tutte le dimensioni esterne; per fori e dimensioni interne con ES ed EI.

G_o	dimensione massima	mm
N	dimensione nominale	mm
es	scostamento superiore (+ significa: sopra la dimensione nominale; per i fori ES)	mm

ESEMPIO Un albero ha la dimensione nominale 2 mm e gli scostamenti −0,006 mm e −0,016 mm (zona di tolleranza f7).

Dati: $N = 2\,\text{mm}$; $es = -0{,}006\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} G_o &= N + es \\ &= 2\,\text{mm} + (-0{,}006\,\text{mm}) \\ &= 1{,}994\,\text{mm} \end{aligned}$$

La dimensione massima è 1,994 mm. Con lo scostamento inferiore segue la dimensione minima 1,984 mm.

Tolleranza

(9.16) OPERAIO QUALIFICATO

$$T = es - ei$$

La tolleranza è la distanza tra le due dimensioni limite: $T = G_o - G_u$. Non ha segno.

T	tolleranza (differenza ammessa tra dimensione massima e dimensione minima)	mm
es	scostamento superiore (+ significa: sopra la dimensione nominale; per i fori ES)	mm
ei	scostamento inferiore (+ significa: sopra la dimensione nominale; per i fori EI)	mm

ESEMPIO Albero con gli scostamenti −0,006 mm e −0,016 mm.

Dati: $es = -0{,}006\,\text{mm}$; $ei = -0{,}016\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} T &= es - ei \\ &= -0{,}006\,\text{mm} - (-0{,}016\,\text{mm}) \\ &= 0{,}010\,\text{mm} \end{aligned}$$

La tolleranza è di 0,010 mm: di tanto può variare il diametro da un pezzo all'altro.

Come si accoppiano due pezzi dipende dalla posizione delle zone di tolleranza. **Accoppiamento con gioco:** il foro è sempre più grande dell'albero, per esempio un perno nel suo cuscinetto. **Accoppiamento con interferenza:** l'albero è sempre più grande del foro, per esempio un rubino nella platina o una ruota sul suo albero. **Accoppiamento incerto:** secondo le dimensioni effettive si ha un piccolo gioco o una piccola interferenza, per esempio per una spina di riferimento.

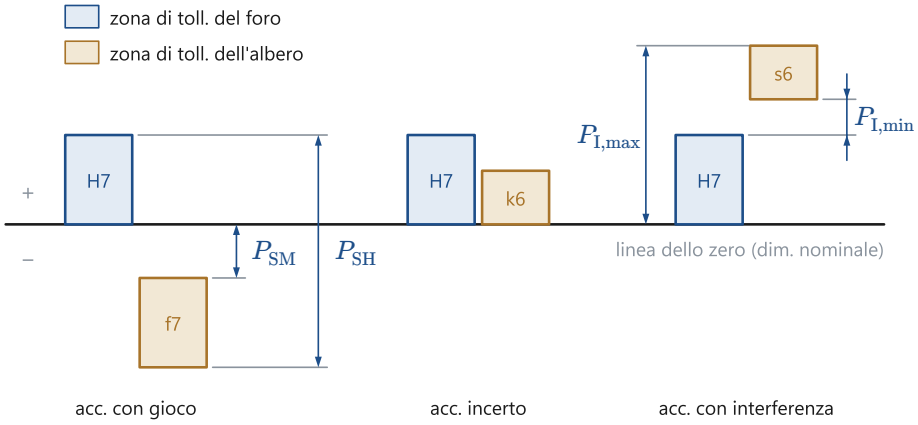


Fig. 9.8 Zone di tolleranza di foro e albero, riferite alla linea dello zero, per tre accoppiamenti con il foro H7

Gioco massimo

(9.17) OPERAIO QUALIFICATO

$$P_{SH} = G_{oB} - G_{uW}$$

Il gioco massimo si ha quando il foro più grande ammesso incontra l'albero più piccolo ammesso.

P_{SH}	gioco massimo	mm
G_{oB}	dimensione massima (foro)	mm
G_{uW}	dimensione minima (albero)	mm

ESEMPIO Foro 2 mm con gli scostamenti 0 e +0,010 mm (H7), albero 2 mm con −0,006 mm e −0,016 mm (f7).

Dati: $G_{oB} = 2{,}010\,\text{mm}$; $G_{uW} = 1{,}984\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} P_{SH} &= G_{oB} - G_{uW} \\ &= 2{,}010\,\text{mm} - 1{,}984\,\text{mm} \\ &= 0{,}026\,\text{mm} \end{aligned}$$

Foro più grande e albero più piccolo danno 0,026 mm di gioco.

Gioco minimo

(9.18) OPERAIO QUALIFICATO

$$P_{SM} = G_{uB} - G_{oW}$$

Il gioco minimo si ha quando il foro più piccolo incontra l'albero più grande. Se resta positivo, ogni coppia si può montare.

P_{SM}	gioco minimo (un valore negativo è un'interferenza)	mm
G_{uB}	dimensione minima (foro)	mm
G_{oW}	dimensione massima (albero)	mm

ESEMPIO Lo stesso accoppiamento: foro da 2,000 mm a 2,010 mm, albero da 1,984 mm a 1,994 mm.

Dati: $G_{uB} = 2{,}000\,\text{mm}$; $G_{oW} = 1{,}994\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} P_{SM} &= G_{uB} - G_{oW} \\ &= 2{,}000\,\text{mm} - 1{,}994\,\text{mm} \\ &= 0{,}006\,\text{mm} \end{aligned}$$

Anche nel caso più sfavorevole restano 0,006 mm di gioco: è un accoppiamento con gioco.

Interferenza massima

(9.19) OPERAIO QUALIFICATO

$$P_{\mathrm{I,max}} = G_{\mathrm{oW}} - G_{\mathrm{uB}}$$

$P_{\mathrm{I,max}}$	interferenza massima	mm
G_{oW}	dimensione massima (albero)	mm
G_{uB}	dimensione minima (foro)	mm

Nell'accoppiamento con interferenza la parte interna è più grande del foro. La differenza si chiama interferenza; viene assorbita elasticamente durante la piantatura e tiene fermo il pezzo.

Vale: la parte interna (qui la pietra) conta come albero.

ESEMPIO Un rubino con diametro da 1,200 mm a 1,204 mm viene piantato in un foro alesato da 1,190 mm a 1,194 mm.

Dati: $G_{\mathrm{oW}} = 1{,}204\,\mathrm{mm}$; $G_{\mathrm{uB}} = 1{,}190\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{I,max}} &= G_{\mathrm{oW}} - G_{\mathrm{uB}} \\ &= 1{,}204\,\mathrm{mm} - 1{,}190\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}014\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La pietra più grande è 0,014 mm più spessa del foro più piccolo.

Interferenza minima

(9.20) OPERAIO QUALIFICATO

$$P_{\mathrm{I,min}} = G_{\mathrm{uW}} - G_{\mathrm{oB}}$$

$P_{\mathrm{I,min}}$	interferenza minima	mm
G_{uW}	dimensione minima (albero)	mm
G_{oB}	dimensione massima (foro)	mm

L'interferenza minima decide se la sede tiene in ogni caso.

Buono a sapersi: I rubini si piantano con circa 0,01 mm di interferenza: il foro viene alesato di questa quantità più piccolo della pietra. Con troppo poca interferenza la pietra si sposta, con troppa può spaccarsi o deformare la platina.

ESEMPIO Lo stesso rubino: pietra da 1,200 mm a 1,204 mm, foro da 1,190 mm a 1,194 mm.

Dati: $G_{\mathrm{uW}} = 1{,}200\,\mathrm{mm}$; $G_{\mathrm{oB}} = 1{,}194\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{I,min}} &= G_{\mathrm{uW}} - G_{\mathrm{oB}} \\ &= 1{,}200\,\mathrm{mm} - 1{,}194\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}006\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Anche la pietra più piccola siede ancora con 0,006 mm di interferenza nel foro più grande.

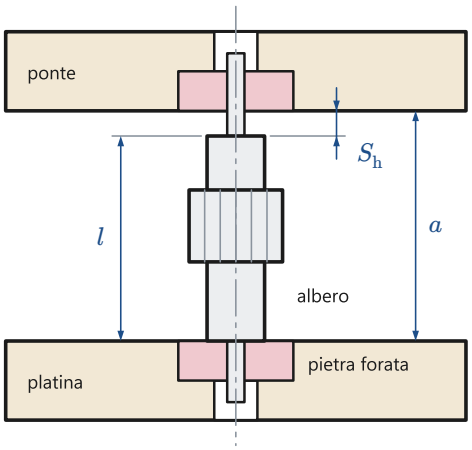


Fig. 9.9 Gioco assiale S_{h}: distanza a delle superfici d'appoggio meno lunghezza l tra gli spallamenti (gioco esagerato)

Gioco assiale di un albero

(9.21) OPERAIO QUALIFICATO

$$S_{\mathrm{h}} = a - l$$

Ogni albero ha bisogno in direzione assiale di un po' di gioco, altrimenti si blocca tra i cuscinetti. Nei cuscinetti con controperni contano, invece degli spallamenti, le estremità dei perni e la distanza tra i due controperni.

S_{h}	gioco assiale (gioco dell'albero in direzione dell'asse)	mm
a	distanza (delle superfici d'appoggio; facce interne delle due pietre forate o cuscinetti)	mm
l	lunghezza (albero tra i due spallamenti)	mm

ESEMPIO Le pietre forate di una ruota mediana distano 2,45 mm, l'albero misura tra gli spallamenti 2,42 mm.

Dati: $a = 2{,}45\,\mathrm{mm}$; $l = 2{,}42\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h}} &= a - l \\ &= 2{,}45\,\mathrm{mm} - 2{,}42\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}03\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

L'albero ha 0,03 mm di gioco assiale, un valore usuale per il rotismo di un orologio da polso.

Gioco assiale massimo

(9.22) MAESTRO

$$S_{\mathrm{h,max}} = a_{\max} - l_{\min}$$

Il gioco massimo risulta dalla distanza massima e dall'albero più corto.

$S_{\mathrm{h,max}}$	gioco assiale (valore massimo)	mm
$a_{\max}$	distanza delle superfici d'appoggio (dimensione massima)	mm
$l_{\min}$	lunghezza (albero tra gli spallamenti, dimensione minima)	mm

ESEMPIO Distanza delle pietre forate 2,45 mm ± 0,01 mm, lunghezza dell'albero tra gli spallamenti 2,42 mm ± 0,005 mm.

Dati: $a_{\max} = 2{,}46\,\mathrm{mm}$; $l_{\min} = 2{,}415\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h,max}} &= a_{\max} - l_{\min} \\ &= 2{,}46\,\mathrm{mm} - 2{,}415\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}045\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Nel caso più sfavorevole l'albero ha 0,045 mm di gioco.

Gioco assiale minimo

(9.23) MAESTRO

$$S_{\mathrm{h,min}} = a_{\min} - l_{\max}$$

Il gioco minimo risulta dalla distanza minima e dall'albero più lungo. Deve restare maggiore di zero.

$S_{\mathrm{h,min}}$	gioco assiale (valore minimo)	mm
$a_{\min}$	distanza delle superfici d'appoggio (dimensione minima)	mm
$l_{\max}$	lunghezza (albero tra gli spallamenti, dimensione massima)	mm

ESEMPIO Le stesse quote: distanza 2,45 mm ± 0,01 mm, lunghezza dell'albero 2,42 mm ± 0,005 mm.

Dati: $a_{\min} = 2{,}44\,\mathrm{mm}$; $l_{\max} = 2{,}425\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h,min}} &= a_{\min} - l_{\max} \\ &= 2{,}44\,\mathrm{mm} - 2{,}425\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}015\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Restano sempre almeno 0,015 mm di gioco. L'albero quindi non si blocca in nessun caso.

Tolleranza del gioco assiale (catena di tolleranze)

(9.24) MAESTRO

$$T_{\mathrm{Luft}} = T_a + T_l$$

In una catena di quote le tolleranze di tutte le quote coinvolte si sommano. Il gioco varia perciò più di ogni singola quota.

Vale: calcolo aritmetico per il caso più sfavorevole; vale anche per catene con più di due quote.

T_{Luft}	tolleranza (gioco assiale)	mm
T_a	tolleranza (distanza delle superfici d'appoggio)	mm
T_l	tolleranza (lunghezza dell'albero)	mm

Buono a sapersi: Se il gioco deve essere più stretto di quanto consenta la somma delle tolleranze, lo si regola al montaggio: il rubino piantato viene spostato finché il gioco assiale è giusto.

ESEMPIO La distanza delle pietre forate ha tolleranza ± 0,01 mm (tolleranza 0,02 mm), la lunghezza dell'albero ± 0,005 mm (tolleranza 0,01 mm).

Dati: $T_a = 0{,}02\,\mathrm{mm}$; $T_l = 0{,}01\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{Luft}} &= T_a + T_l \\ &= 0{,}02\,\mathrm{mm} + 0{,}01\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}03\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il gioco assiale varia di 0,03 mm, cioè tra 0,015 mm e 0,045 mm.

9.5 Divisione

Per fresare ruote, pignoni e divisioni il pezzo viene ruotato di un angolo fisso dopo ogni passata. Nella divisione diretta il mandrino stesso si arresta su un disco divisore. Nella divisione indiretta una manovella fa ruotare il mandrino tramite un ingranaggio a vite senza fine, per lo più con il rapporto 40 : 1.

Angolo di divisione

(9.25) OPERAIO QUALIFICATO

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

L'intera circonferenza viene divisa in z parti uguali.

τ	angolo di divisione (angolo di rotazione del pezzo per passo di divisione)	°
z	numero di divisioni (numero di parti uguali sulla circonferenza, per esempio il numero di denti)	1

ESEMPIO Si fresa un pignone con 12 denti.

Dati: $z = 12$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{12} \\ &\approx 30^\circ\end{aligned}$$

Dopo ogni dente il pignone viene ruotato di 30°. Per la ruota di scappamento lo stesso angolo si chiama passo, formula (7.1).

Divisione diretta

(9.26) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_\mathrm{L} = \frac{N_\mathrm{L}}{z}$$

Nella divisione diretta il disco divisore si trova sul mandrino che porta il pezzo, e la spina d'arresto entra direttamente nella circonferenza di fori.

Vale: il numero di fori deve essere divisibile per il numero di divisioni.

n_L	intervalli tra fori per passo di divisione	1
N_L	numero di fori della circonferenza di fori	1
z	numero di divisioni (numero di parti uguali sulla circonferenza, per esempio il numero di denti)	1

ESEMPIO Il disco divisore sul mandrino ha una circonferenza con 60 fori. Si deve fresare un pignone con 12 denti.

Dati: $N_\mathrm{L} = 60; \quad z = 12$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{L} &= \frac{N_\mathrm{L}}{z} \\ &= \frac{60}{12} \\ &= 5\end{aligned}$$

Dopo ogni dente si avanza di 5 intervalli tra fori.

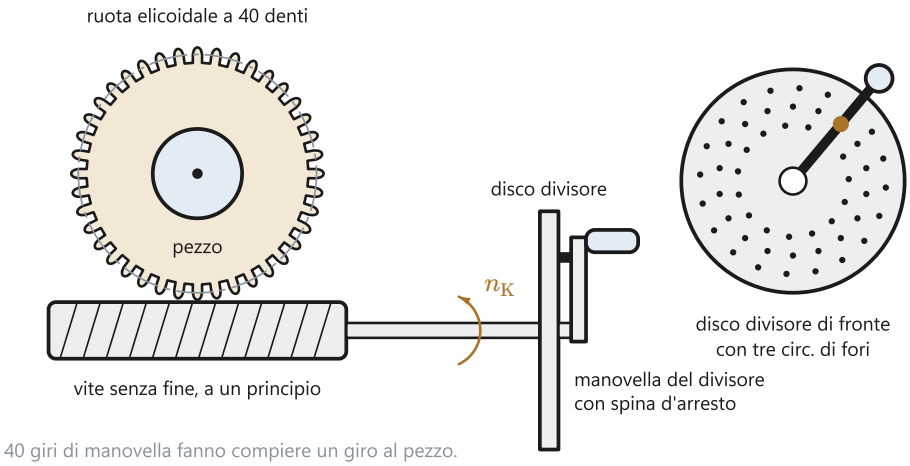


Fig. 9.10 Divisore: la manovella fa ruotare il pezzo tramite vite senza fine e ruota elicoidale; la spina d'arresto entra in una circonferenza di fori del disco divisore

Divisione indiretta con il divisore

(9.27) MAESTRO

$$n_K = \frac{i}{z}$$

La manovella fa ruotare il pezzo tramite vite senza fine e ruota elicoidale. La frazione di giro si conta su una circonferenza di fori: si semplifica o si amplia la frazione in modo che al denominatore ci sia un numero di fori disponibile. Il numeratore è allora il numero di intervalli tra fori.

Vale: per la frazione deve esistere una circonferenza di fori adatta; altrimenti aiuta solo la divisione differenziale o un altro disco divisore.

n_K	giri di manovella per passo di divisione	1
i	rapporto (del divisore, verso il lento: giri di manovella per giro del pezzo; uguale al numero di denti della ruota elicoidale con vite a un principio, per lo più 40)	1
z	numero di divisioni (numero di parti uguali sulla circonferenza, per esempio il numero di denti)	1

Attenzione: Si contano gli intervalli tra fori, non i fori. Il foro in cui si trova la spina d'arresto non conta; il compasso del divisore si regola di conseguenza.

ESEMPIO Una ruota di scappamento con 15 denti viene fresata su un divisore con rapporto 40.

Dati: $i = 40$; $z = 15$

$$\begin{aligned} n_K &= \frac{i}{z} \\ &= \frac{40}{15} \\ &= 2\,\tfrac{2}{3} = 2\,\tfrac{10}{15} \\ &\approx 2{,}667 \end{aligned}$$

Per dente due giri completi di manovella e 10 intervalli sulla circonferenza da 15 fori. Equivalenti sono 12 intervalli sulla circonferenza da 18 fori.

Divisione angolare con il divisore

(9.28) MAESTRO

$$n_{\mathrm{K}} = \frac{i \cdot \tau}{360^\circ}$$

Se al posto del numero di divisioni è dato un angolo, lo si converte in giri di manovella. Con rapporto 40 un giro di manovella fa ruotare il pezzo di 9°.

n_{K}	giri di manovella per passo di divisione	1
i	rapporto (del divisore, verso il lento: giri di manovella per giro del pezzo; uguale al numero di denti della ruota elicoidale con vite a un principio, per lo più 40)	1
τ	angolo di divisione (angolo di rotazione del pezzo per passo di divisione)	°

ESEMPIO Su un divisore con rapporto 40 si deve tracciare una divisione dei minuti, cioè tratti a distanza di 6°.

Dati: $i = 40; \quad \tau = 6^\circ$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{K}} &= \frac{i \cdot \tau}{360^\circ} \\ &= \frac{40 \cdot 6^\circ}{360^\circ} \\ &= \tfrac{2}{3} = \tfrac{12}{18} \\ &\approx 0{,}667 \end{aligned}$$

Due terzi di giro, cioè 12 intervalli sulla circonferenza da 18 fori.

Da ricordare: Divisore con rapporto 40: giri di manovella uguale a 40 diviso numero di divisioni.

9.6 Piegatura e sviluppo

Nella piegatura il lato esterno viene stirato e il lato interno ricalcato. In mezzo si trova la fibra neutra, che conserva la sua lunghezza. La sua lunghezza è la lunghezza di taglio.

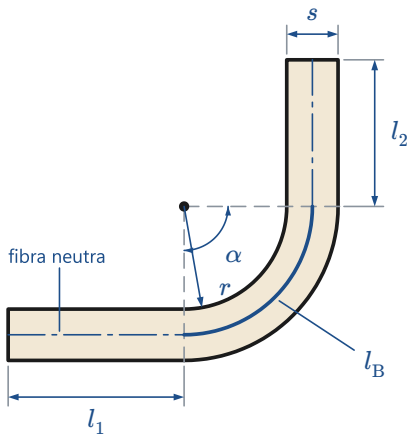


Fig. 9.11 Pezzo piegato: la fibra neutra si trova al raggio $r + \frac{s}{2}$

Lunghezza sviluppata di un arco

(9.29) OPERAIO QUALIFICATO

$$l_{\mathrm{B}} = \frac{\pi \cdot \left(r + \frac{s}{2}\right) \cdot \alpha}{180^\circ}$$

l_{B}	lunghezza (arco della fibra neutra)	mm
r	raggio di piegatura (misurato all'interno)	mm
s	spessore (lamiera, nastro o filo)	mm
α	angolo di piegatura (angolo descritto dall'arco)	$^\circ$

La fibra neutra si trova a metà della lamiera e conserva la sua lunghezza nella piegatura. La lunghezza di taglio dell'intero pezzo è la somma dei lati rettilinei e di tutti gli archi: $L = l_1 + l_{\mathrm{B}} + l_2$.

Vale: raggio di piegatura almeno circa cinque volte lo spessore. Per raggi più stretti calcolare con il fattore di correzione della formula (9.30).

ESEMPIO Una lamiera per molle di 0,5 mm di spessore viene piegata di 90° con raggio interno di 3 mm.

Dati: $r = 3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 90^\circ$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{B}} &= \frac{\pi \cdot \left(r + \frac{s}{2}\right) \cdot \alpha}{180^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot \left(3\,\mathrm{mm} + \frac{0{,}5\,\mathrm{mm}}{2}\right) \cdot 90^\circ}{180^\circ} \\ &\approx 5{,}11\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Per l'arco servono 5,11 mm di materiale.

Fattore di correzione per raggi di piegatura stretti

(9.30) APPROFONDIMENTO

$$k = 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{r}{s}\right)$$

k	fattore di correzione (posizione della fibra neutra)	1
r	raggio di piegatura (misurato all'interno)	mm
s	spessore (lamiera, nastro o filo)	mm

Con un raggio stretto la fibra neutra si sposta verso il lato interno. Nella formula (9.29) $\frac{s}{2}$ si sostituisce allora con $k \cdot \frac{s}{2}$: $l_{\mathrm{B}} = \pi \cdot \left(r + k \cdot \frac{s}{2}\right) \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$.

Vale: regola di calcolo usuale per pezzi piegati in lamiera; rapporto r su s tra 0,65 e 5. Oltre, $k = 1$. Per pezzi precisi piegare un campione di prova.

ESEMPIO Una lamiera di 0,5 mm di spessore viene piegata con raggio interno di 1 mm.

Dati: $r = 1\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k &= 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{r}{s}\right) \\ &= 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{1\,\mathrm{mm}}{0{,}5\,\mathrm{mm}}\right) \\ &\approx 0{,}80 \end{aligned}$$

Con $k = 0{,}80$ un arco di 90° risulta lungo 1,88 mm invece di 1,96 mm.

Sviluppo per un anello

(9.31) OPERAIO QUALIFICATO

$$L = \pi \cdot (d_\mathrm{i} + s)$$

In un anello chiuso, per esempio una lunetta o un anello elastico, conta la circonferenza al diametro medio. Calcolando dal diametro esterno: $L = \pi \cdot (d_\mathrm{a} - s)$.

Vale: anello con giunzione di testa; sovrametallo per la rifinitura della saldatura secondo esperienza.

L	lunghezza (sviluppo, disteso)	mm
d_i	diametro (diametro interno dell'anello)	mm
s	spessore (lamiera, nastro o filo)	mm

ESEMPIO Una lunetta con diametro interno di 30 mm deve essere piegata da un nastro di 0,8 mm di spessore.

Dati: $d_\mathrm{i} = 30\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} L &= \pi \cdot (d_\mathrm{i} + s) \\ &= \pi \cdot (30\,\mathrm{mm} + 0{,}8\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 96{,}8\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Il nastro viene tagliato lungo 96,8 mm.

9.7 Metalli preziosi

I metalli preziosi si lavorano quasi sempre in lega. Il titolo indica quale parte della massa è metallo prezioso puro, in millesimi (‰) o, per l'oro, anche in carati. Il punzone indica il titolo in millesimi: 750 significa 750 ‰ di oro fino. Se un pezzo può corrispondere alla lega punzonata lo mostra la sua densità; come determinarla per pesata in aria e in acqua è spiegato nella sezione 1.3, formula (1.29).

Peso di fino

(9.32) OPERAIO QUALIFICATO

$$m_\mathrm{f} = m \cdot w$$

RIORDINATA $\quad w = \dfrac{m_\mathrm{f}}{m}$

Il titolo è la quota di metallo prezioso puro nella massa della lega. Con il peso di fino e la quotazione del giorno si calcola il valore del materiale.

m_f	peso di fino (massa del metallo prezioso puro)	g
m	massa (lega)	g
w	titolo (frazione in massa del metallo prezioso)	‰

ESEMPIO Una cassa d'oro con punzone 750 pesa senza movimento e vetro 42 g.

Dati: $m = 42\,\mathrm{g}$; $w = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_\mathrm{f} &= m \cdot w \\ &= 42\,\mathrm{g} \cdot 750\,‰ \\ &= 31{,}5\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

La cassa contiene 31,5 g di oro fino.

Titolo in carati

(9.33) OPERAIO QUALIFICATO

$$K = 24 \cdot w$$

K	numero di carati (24 carati è oro puro)	1
w	titolo (frazione in massa del metallo prezioso)	‰

Il carato divide la lega in 24 parti: 18 carati significa 18 parti d'oro e 6 parti di metalli di lega.

Vale: leghe d'oro. Non confondere con il carato delle pietre preziose, una massa di 0,2 g.

ESEMPIO A quanti carati corrisponde l'oro con punzone 750?

Dati: $w = 750\,‰$

$$\begin{aligned} K &= 24 \cdot w \\ &= 24 \cdot 750\,‰ \\ &= 18 \end{aligned}$$

L'oro 750 ha 18 carati. L'oro 585 ha per calcolo 14,04 carati e si chiama 14 carati.

Titoli usuali

Metallo	Titolo in ‰	Designazione
oro	333	8 carati
oro	375	9 carati
oro	585	14 carati
oro	750	18 carati
oro	916	22 carati
oro	999	24 carati, oro fino
argento	800	
argento	925	argento sterling
argento	999	argento fino
platino	950	

I prezzi dei metalli preziosi si intendono per oncia troy: 1 oncia troy = 31,1035 g. L'oncia troy è più pesante dell'oncia commerciale di 28,35 g.

Titolo di una miscela

(9.34) OPERAIO QUALIFICATO

$$w = \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_1 + m_2}$$

w	titolo (miscela)	‰
m_1	massa (lega 1)	g
w_1	titolo (lega 1)	‰
m_2	massa (lega 2)	g
w_2	titolo (lega 2)	‰

Nella fusione insieme il peso di fino si conserva: $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1 + m_2) \cdot w$.

Vale: senza calo di fusione. Per un metallo di lega puro come il rame il titolo è zero, per il metallo fino 1000 ‰.

ESEMPIO Si fondono insieme 20 g di oro 750 e 10 g di oro 333.

Dati: $m_1 = 20\,\mathrm{g}$; $w_1 = 750\,‰$; $m_2 = 10\,\mathrm{g}$; $w_2 = 333\,‰$

$$\begin{aligned} w &= \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{20\,\mathrm{g} \cdot 750\,‰ + 10\,\mathrm{g} \cdot 333\,‰}{20\,\mathrm{g} + 10\,\mathrm{g}} \\ &\approx 611\,‰ \end{aligned}$$

La miscela ha un titolo di 611 ‰. Si può punzonare solo con 585.

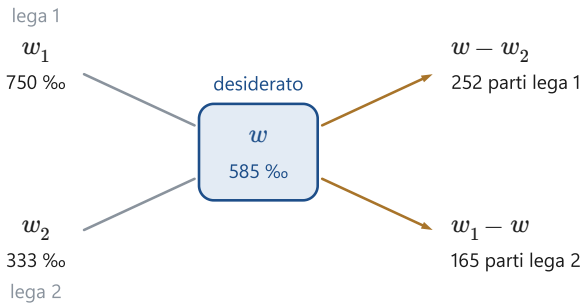


Fig. 9.12 Croce di miscelazione con l'esempio della formula (9.35)

Croce di miscelazione

(9.35) MAESTRO

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{w - w_2}{w_1 - w}$$

RIORDINATA $$m_1 = \frac{m_2 \cdot (w - w_2)}{w_1 - w}$$

La croce di miscelazione fornisce il rapporto in massa di due leghe per un titolo desiderato: le differenze rispetto al valore obiettivo si leggono in croce.

Vale: il titolo desiderato deve trovarsi tra i due valori di partenza.

m_1	massa (lega 1)	g
m_2	massa (lega 2)	g
w	titolo (miscela desiderata)	‰
w_1	titolo (lega 1)	‰
w_2	titolo (lega 2)	‰

ESEMPIO Da oro 750 e oro 333 si vuole ottenere oro 585. Sono disponibili 10 g di oro 333. Quanto oro 750 occorre?

Dati: $m_2 = 10\,\mathrm{g}$; $w = 585\,‰$; $w_2 = 333\,‰$; $w_1 = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{m_2 \cdot (w - w_2)}{w_1 - w} \\ &= \frac{10\,\mathrm{g} \cdot (585\,‰ - 333\,‰)}{750\,‰ - 585\,‰} \\ &= 10\,\mathrm{g} \cdot \frac{252}{165} \\ &\approx 15{,}3\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Con 10 g di oro 333 vanno 15,3 g di oro 750. La croce mostra lo stesso rapporto: 252 parti a 165 parti.

Aumento del titolo con metallo fino

(9.36) MAESTRO

$$m_{\mathrm{zu}} = \frac{m_1 \cdot (w_2 - w_1)}{1000\,‰ - w_2}$$

Caso particolare del calcolo di miscela: la seconda lega è metallo prezioso puro.

Vale: senza calo di fusione; metallo fino calcolato con 1000 ‰.

m_{zu}	massa (metallo fino aggiunto)	g
m_1	massa (lega disponibile)	g
w_1	titolo (prima)	‰
w_2	titolo (dopo)	‰

ESEMPIO 20 g di oro 585 devono essere portati a 750.

Dati: $m_1 = 20\,\mathrm{g}$; $w_1 = 585\,‰$; $w_2 = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{zu}} &= \frac{m_1 \cdot (w_2 - w_1)}{1000\,‰ - w_2} \\ &= \frac{20\,\mathrm{g} \cdot (750\,‰ - 585\,‰)}{1000\,‰ - 750\,‰} \\ &= 13{,}2\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Si devono aggiungere 13,2 g di oro fino; dopo si hanno 33,2 g di oro 750.

Riduzione del titolo con metallo di lega

(9.37) MAESTRO

$$m_{zu} = \frac{m_1 \cdot (w_1 - w_2)}{w_2}$$

m_{zu}	massa (metallo aggiunto senza metallo prezioso)	g
m_1	massa (lega disponibile)	g
w_1	titolo (prima)	‰
w_2	titolo (dopo)	‰

Caso particolare del calcolo di miscela: il metallo aggiunto non contiene metallo prezioso.

Vale: senza calo di fusione.

ESEMPIO 20 g di oro 750 devono essere portati a 585.

Dati: $m_1 = 20\,\text{g}$; $w_1 = 750\,‰$; $w_2 = 585\,‰$

$$m_{zu} = \frac{m_1 \cdot (w_1 - w_2)}{w_2} = \frac{20\,\text{g} \cdot (750\,‰ - 585\,‰)}{585\,‰} \approx 5{,}64\,\text{g}$$

Si aggiungono 5,64 g di metallo di lega, per l'oro giallo argento e rame nel rapporto del colore desiderato.

9.8 Durezza e trattamento termico

L'acciaio temprato è duro come il vetro e fragile. Con il rinvenimento, cioè il nuovo riscaldamento a 200 °C fino a 350 °C, perde un po' di durezza e diventa più tenace. Sull'acciaio lucidato un sottile strato di ossido indica intanto la temperatura: il colore di rinvenimento.

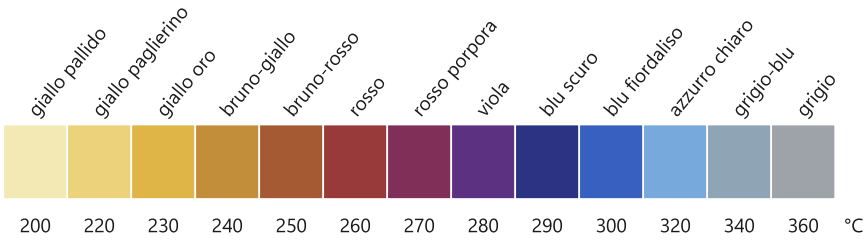


Fig. 9.13 Colori di rinvenimento dell'acciaio non legato lucido (resa cromatica in stampa solo approssimata)

Colori di rinvenimento dell'acciaio non legato (valori indicativi)

Colore di rinvenimento	Temperatura in °C	Esempi
giallo pallido	200	bulini, raschietti
giallo paglierino	220	utensili da tornio, frese, punte
giallo oro	230	maschi, filiere
bruno-giallo	240	punzoni
bruno-rosso	250	bulini da centro, punzoni passanti
rosso	260	scalpelli
rosso porpora	270	lame di cacciavite
viola	280	lame di cacciavite, alberi e pignoni
blu scuro	290	alberi, pignoni, molle
blu fiordaliso	300	molle; viti e lancette azzurrate
azzurro chiaro	320	molle dolci
grigio-blu	340	
grigio	360	quasi più nessuna durezza

I colori valgono per acciaio non legato lucido riscaldato rapidamente. Se si mantiene la temperatura più a lungo, il colore continua ad avanzare anche se l'acciaio non si scalda di più; gli acciai legati si colorano solo a temperatura più alta. Gli esempi sono valori d'esperienza d'officina.

Temperature di tempra degli acciai per utensili (valori indicativi)

Acciaio	Temperatura di tempra in °C	Spegnimento in
acciaio per utensili non legato con circa l'1 % di carbonio (C105U)	770 … 800	acqua
acciaio argento 115CrV3 (1.2210)	780 … 810	acqua
acciaio argento 115CrV3 (1.2210), pezzi sottili	810 … 840	olio
acciaio da tempra in olio 100MnCrW4 (1.2510)	780 … 820	olio
acciaio da tempra in olio 90MnCrV8 (1.2842)	790 … 820	olio

Fa fede la scheda tecnica del fabbricante. A circa 800 °C l'acciaio è rosso ciliegia e non viene più attratto da un magnete. Dopo lo spegnimento rinvenire subito.

Durezza Vickers e durezza Rockwell dell'acciaio (conversione approssimativa)

HV	HRC
240	20
300	30
350	35 … 36
400	41
450	45
500	49
550	52
600	55
650	58
700	60
800	64
900	67

Valori della tabella di conversione normalizzata per acciai non legati e basso legati, arrotondati a HRC interi. Una conversione è sempre solo un orientamento; per altri materiali non vale. L'acciaio per utensili temprato raggiunge da 62 a 66 HRC, rinvenuto al blu ancora circa 55 HRC.

9.9 Galvanica

Nella galvanizzazione la corrente continua deposita metallo da un elettrolita sul pezzo. La massa depositata segue da intensità di corrente e tempo, lo spessore dello strato da massa, superficie e densità.

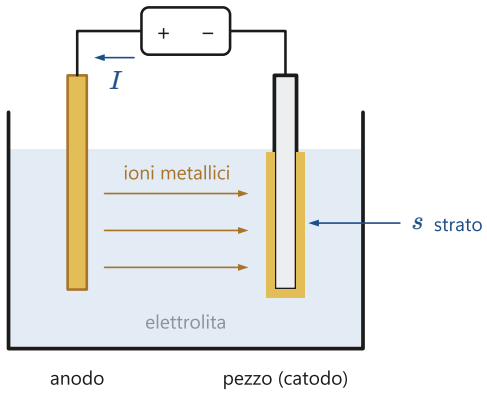


Fig. 9.14 Bagno galvanico: il pezzo è il catodo, su di esso cresce lo strato di spessore s

Massa depositata (legge di Faraday)

(9.38) APPROFONDIMENTO

$$m = \frac{\eta \cdot M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$$

La massa depositata cresce con la carica passata, cioè con intensità di corrente per tempo. Più alta è la valenza degli ioni, più carica serve per atomo.

Vale: corrente continua di intensità costante. Il rendimento di corrente dipende dal bagno: vicino a 1 nei bagni d'argento e di rame, nettamente minore nei bagni d'oro acidi e nel rodio.

m	massa (metallo depositato)	mg
η	rendimento di corrente (quota della corrente che deposita metallo)	1
M	massa molare del metallo depositato	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$
I	intensità di corrente	A
t	tempo (durata della deposizione)	s
z	valenza (numero di carica degli ioni metallici nel bagno)	1
F	costante di Faraday ($96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$)	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$

ESEMPIO Una cassa viene dorata per 10 minuti a 0,05 A. Nel bagno l'oro è monovalente, il rendimento di corrente si assume del 90 %.

Dati: $\eta = 0{,}9$; $M = 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$; $I = 0{,}05\ \mathrm{A}$; $t = 600\ \mathrm{s}$; $z = 1$; $F = 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$

$$m = \frac{\eta \cdot M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$$
$$= \frac{0{,}9 \cdot 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 0{,}05\ \mathrm{A} \cdot 600\ \mathrm{s}}{1 \cdot 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}}$$
$$\approx 55{,}1\ \mathrm{mg}$$

Sulla cassa si depositano circa 55 mg d'oro.

Spessore dello strato dalla massa

(9.39) APPROFONDIMENTO

$$s = \frac{m}{\varrho \cdot A}$$

La massa si distribuisce come strato sulla superficie. Su spigoli e punte lo strato è più spesso, negli incavi più sottile; la formula fornisce il valore medio.

Vale: strato uniforme e compatto.

s	spessore (spessore dello strato)	$\mu\mathrm{m}$
m	massa (metallo depositato)	mg
ϱ	densità (del metallo dello strato)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
A	superficie (superficie rivestita)	cm^2

ESEMPIO I 55,1 mg d'oro dell'esempio precedente si distribuiscono su 15 cm² di superficie. L'oro ha densità $19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

Dati: $m = 55{,}1\ \mathrm{mg}$; $\varrho = 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$; $A = 15\ \mathrm{cm}^2$

$$\begin{aligned} s &= \frac{m}{\varrho \cdot A} \\ &= \frac{55{,}1\ \mathrm{mg}}{19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 15\ \mathrm{cm}^2} \\ &\approx 1{,}90 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{cm} \\ &= 1{,}90\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

Lo strato d'oro è spesso in media 1,9 µm.

Spessore dello strato da densità di corrente e tempo

(9.40) APPROFONDIMENTO

$$s = \frac{\eta \cdot M \cdot j \cdot t}{z \cdot F \cdot \varrho}$$

I bagni si fanno funzionare con una densità di corrente prescritta. Da essa e dal tempo segue direttamente lo spessore dello strato, senza conoscere la massa.

Vale: come per le formule (9.38) e (9.39).

s	spessore (spessore dello strato)	$\mu\mathrm{m}$
η	rendimento di corrente (quota della corrente che deposita metallo)	1
M	massa molare del metallo depositato	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$
j	densità di corrente (intensità di corrente per superficie, $j = \frac{I}{A}$)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$
t	tempo (durata della deposizione)	s
z	valenza (numero di carica degli ioni metallici nel bagno)	1
F	costante di Faraday ($96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$)	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$
ϱ	densità (del metallo dello strato)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

ESEMPIO Lo stesso bagno d'oro: 0,05 A su 15 cm² sono $0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$. Quanto è spesso lo strato dopo 10 minuti?

Dati: $\eta = 0{,}9$; $M = 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$; $j = 0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$; $t = 600\ \mathrm{s}$; $z = 1$; $F = 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$; $\varrho = 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\eta \cdot M \cdot j \cdot t}{z \cdot F \cdot \varrho} \\ &= \frac{0{,}9 \cdot 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2} \cdot 600\ \mathrm{s}}{1 \cdot 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}} \cdot 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}} \\ &\approx 1{,}90\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

Di nuovo 1,9 µm. Per uno spessore doppio si galvanizza per un tempo doppio, non con corrente doppia: la densità di corrente la impone il bagno.

Valori per la galvanica

Metallo	Valenza z nel bagno	Massa molare M in $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$	Densità ϱ in $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$
oro (bagni cianurici)	1	196,97	19,3
argento	1	107,87	10,5
rame (bagni acidi)	2	63,55	8,96
nichel	2	58,69	8,90
rodio	3	102,91	12,4

La densità vale per il metallo puro; strati di lega come l'oro duro si discostano un poco.

10 Elettrotecnica, quarzo e pila

L'orologio al quarzo sostituisce molla motrice, scappamento e bilanciere con pila, circuito e quarzo. Per controllarlo e ripararlo serve poca elettrotecnica: la legge di Ohm, potenza e carica, inoltre il comportamento di pila, condensatore e bobina.

Su queste basi poggiano le formule dell'orologio stesso: durata della pila, divisione di frequenza, andamento e comportamento termico del quarzo, assorbimento di corrente del motore passo-passo. In questo capitolo U indica la tensione, A la sezione del conduttore, P la potenza e C la capacità.

10.1 Grandezze fondamentali del circuito

La tensione spinge la corrente attraverso il circuito, la resistenza la frena. Con queste tre grandezze e il tempo si calcolano potenza, lavoro e carica. Nell'orologio al quarzo le tensioni sono piccole e le correnti minime: si calcola in volt, microampere e kiloohm.

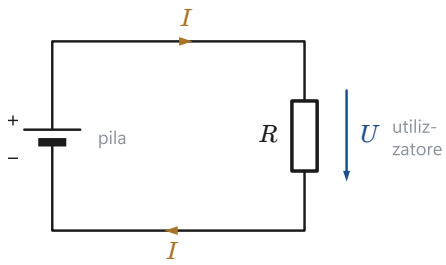


Fig. 10.1 Circuito semplice: la tensione U spinge la corrente I attraverso la resistenza R

Legge di Ohm

(10.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$U = R \cdot I$$

RIORDINATA $\quad I = \dfrac{U}{R} \qquad R = \dfrac{U}{I}$

U	tensione (ai capi della resistenza)	V
R	resistenza	Ω
I	intensità di corrente	A

In una resistenza tensione e corrente sono proporzionali tra loro. Una tensione doppia spinge una corrente doppia, una resistenza doppia lascia passare solo metà corrente.

Vale: corrente continua e resistenze il cui valore non dipende da tensione e corrente (fili, bobine, resistori a strato).

ESEMPIO Una bobina del motore da 1,8 kΩ è collegata a 1,55 V. Quale corrente scorre quando la corrente è salita completamente?

Dati: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}; \quad R = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1{,}55\,\mathrm{V}}{1{,}8\,\mathrm{k\Omega}} \approx 0{,}86\,\mathrm{mA}$$

Circa 0,86 mA. Più di così la corrente non può salire nell'impulso motore. In media l'orologio consuma solo circa un millesimo di questo valore, perché l'impulso dura solo pochi millisecondi.

Potenza elettrica

(10.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$P = U \cdot I$$

P	potenza	W
U	tensione	V
I	intensità di corrente	A

La potenza dice quanta energia viene convertita al secondo. Un watt è un volt per un ampere.

Vale: corrente continua; nel funzionamento a impulsi con tensione costante, con il valore medio della corrente.

ESEMPIO Un movimento al quarzo assorbe a 1,55 V in media 1,2 µA. Quanto vale la potenza?

Dati: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}86\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Quasi 2 µW. Anche un movimento meccanico da polso converte dalla molla motrice solo da uno a pochi microwatt (capitolo 3).

Potenza in una resistenza dalla tensione

(10.3) OPERAIO QUALIFICATO

$$P = \frac{U^2}{R}$$

P	potenza	W
U	tensione (ai capi della resistenza)	V
R	resistenza	Ω

Segue dalla potenza e dalla legge di Ohm. La potenza cresce con il quadrato della tensione: tensione doppia, potenza quadrupla.

Vale: come per la legge di Ohm.

ESEMPIO Un tester per pile carica una pila con 2 kΩ. La tensione sotto carico è di 1,55 V. Quale potenza eroga la pila?

Dati: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(1{,}55\,\mathrm{V})^2}{2\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 1{,}20\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

Circa 1,2 mW, circa 600 volte la potenza che il movimento richiede in funzione. Per questo si carica la pila solo brevemente.

Potenza in una resistenza dalla corrente

(10.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$P = I^2 \cdot R$$

P	potenza	W
I	intensità di corrente	A
R	resistenza	Ω

Questa potenza si trasforma in calore nella resistenza. Nella bobina del motore è perdita: solo il resto dell'impulso muove il rotore.

Vale: come per la legge di Ohm.

ESEMPIO In una bobina da 1,8 kΩ scorrono durante l'impulso 0,5 mA. Quale potenza diventa calore nel filo?

Dati: $I = 0{,}5\,\mathrm{mA}$; $R = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} P &= I^2 \cdot R \\ &= (0{,}5\,\mathrm{mA})^2 \cdot 1{,}8\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 0{,}45\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

0,45 mW, però solo durante i pochi millisecondi dell'impulso.

Lavoro elettrico

(10.5) OPERAIO QUALIFICATO

$$W = U \cdot I \cdot t$$

Il lavoro è potenza per tempo. Un joule è un wattsecondo; un wattora sono 3600 J.

Vale: tensione costante; se la corrente varia, si inserisce il suo valore medio.

W	lavoro (lavoro elettrico, energia convertita)	J
U	tensione	V
I	intensità di corrente	A
t	tempo (durata del passaggio di corrente)	s

ESEMPIO Quale energia converte in un anno un movimento al quarzo che assorbe a 1,55 V in media 1,2 µA?

Dati: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $t = 365\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I \cdot t \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \cdot 365\,\mathrm{d} \\ &\approx 58{,}7\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Quasi 59 J in un anno intero. Una lampadina a incandescenza da 60 W converte la stessa energia in un secondo.

Carica

(10.6) OPERAIO QUALIFICATO

$$Q = I \cdot t$$

Una corrente di un ampere trasporta in un secondo la carica di un coulomb. Per le pile si calcola in milliamperora: 1 mAh sono 3,6 C.

Vale: corrente costante o valore medio della corrente.

Q	carica (quantità di elettricità)	C
I	intensità di corrente	A
t	tempo (durata del passaggio di corrente)	s

ESEMPIO Quale carica preleva dalla pila in un anno (8760 h) un movimento con assorbimento di 1,2 µA?

Dati: $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $t = 8760\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} Q &= I \cdot t \\ &= 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \cdot 8760\,\mathrm{h} \\ &\approx 10{,}5\,\mathrm{mAh} \end{aligned}$$

Circa 10,5 mAh all'anno. Una pila da 28 mAh basta quindi per calcolo per poco più di due anni e mezzo.

Resistenza di un filo

(10.7) OPERAIO QUALIFICATO

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

RIORDINATA $l = \frac{R \cdot A}{\rho}$

R	resistenza	Ω
ρ	resistività del materiale	$\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$
l	lunghezza (del filo)	m
A	superficie (sezione del filo)	mm^2

Più il filo è lungo e sottile, maggiore è la sua resistenza. Le bobine dei motori sono avvolte con filo di rame smaltato di soli 0,015–0,02 mm di diametro, più sottile di un capello.

Vale: sezione uniforme; ρ vale per 20 °C. Sezione circolare: $A = \frac{\pi}{4} d^2$ (capitolo 1).

ESEMPIO Una bobina è avvolta con 26 m di filo di rame di 0,018 mm di diametro; la sezione è di 0,000254 mm². Quanto vale la sua resistenza?

Dati: $\rho = 0{,}0178 \ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$; $l = 26 \ \mathrm{m}$; $A = 0{,}000\,254 \ \mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho \cdot l}{A} \\ &= \frac{0{,}0178 \ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \cdot 26 \ \mathrm{m}}{0{,}000\,254 \ \mathrm{mm}^2} \\ &\approx 1{,}82 \ \mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

Circa 1,8 kΩ, un valore usuale per la bobina di un movimento a tre lancette.

Resistenza e temperatura

(10.8) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$R_\vartheta \approx R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta)$$

R_ϑ	resistenza alla temperatura ϑ	Ω
R_{20}	resistenza a 20 °C	Ω
α_{20}	coefficiente di temperatura della resistenza (riferito a 20 °C)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	variazione di temperatura (rispetto a 20 °C; + significa: più caldo)	K

I metalli conducono peggio da caldi. Nel rame la resistenza aumenta di circa lo 0,4 % per kelvin, cioè del 4 % ogni 10 K.

Vale: metalli nell'intervallo da circa −50 °C a 150 °C; $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\,^\circ\mathrm{C}$.

ESEMPIO Una bobina ha a 20 °C una resistenza di 1,80 kΩ. Quanto vale a 35 °C, per esempio in un orologio appena tolto dal polso?

Dati: $R_{20} = 1{,}80 \ \mathrm{k\Omega}$; $\alpha_{20} = 0{,}0039 \ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\Delta\vartheta = 15 \ \mathrm{K}$

$$\begin{aligned} R_\vartheta &\approx R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta) \\ &= 1{,}80 \ \mathrm{k\Omega} \cdot \left(1 + 0{,}0039 \ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 15 \ \mathrm{K}\right) \\ &\approx 1{,}91 \ \mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

Circa 1,91 kΩ, cioè il 6 % in più. Le resistenze delle bobine si confrontano perciò a temperatura ambiente con il dato del fabbricante.

Materiali conduttori a 20 °C (valori indicativi)

Materiale	Resistività ρ in $\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$	Coefficiente di temperatura α_{20} in $\frac{1}{\mathrm{K}}$	Impiego
argento	0,016	0,0038	contatti
rame	0,0178	0,0039	filo per bobine, piste conduttrici
alluminio	0,028	0,0040	cavi
ottone (CuZn37)	0,07	0,0015	molle di contatto, ponti della pila
costantana	0,49	quasi 0	resistenze di misura

I valori variano con la purezza e lo stato del materiale.

10.2 Collegamenti di resistenze, pila sotto carico

Le resistenze si possono collegare una dopo l'altra (in serie) o una accanto all'altra (in parallelo). Anche la pila stessa contiene una resistenza, la resistenza interna. Essa decide se una pila riesce ancora a fornire l'impulso motore.

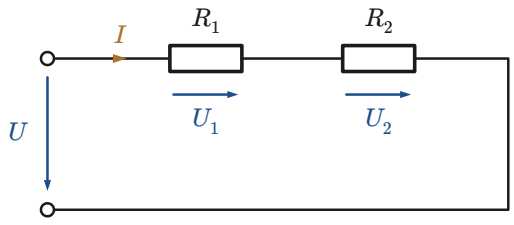


Fig. 10.2 Collegamento in serie: la stessa corrente I attraversa entrambe le resistenze, le tensioni parziali si sommano

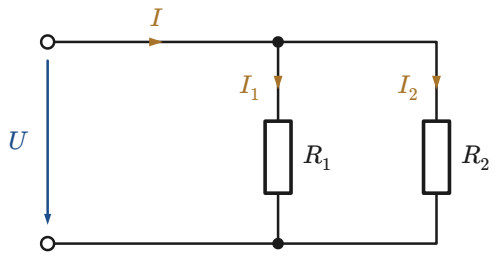


Fig. 10.3 Collegamento in parallelo: la stessa tensione U su entrambe le resistenze, le correnti parziali si sommano

Collegamento in serie di resistenze

(10.9) OPERAIO QUALIFICATO

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

In tutte le resistenze scorre la stessa corrente. Le tensioni parziali si sommano nella tensione totale e stanno tra loro come le resistenze. La formula vale per un numero qualsiasi di resistenze.

R	resistenza (resistenza totale del circuito)	Ω
R_1	prima resistenza parziale	Ω
R_2	seconda resistenza parziale	Ω
R_3	terza resistenza parziale (le altre analogamente)	Ω

ESEMPIO La bobina di un motore passo-passo ha 1,8 kΩ. Per la misura sono collegati in serie con essa una resistenza addizionale di 3,3 kΩ e una resistenza di misura di 1,0 kΩ. Quanto vale la resistenza totale?

Dati: $R_1 = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 3{,}3\,\mathrm{k\Omega}$; $R_3 = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 + R_3 \\ &= 1{,}8\,\mathrm{k\Omega} + 3{,}3\,\mathrm{k\Omega} + 1{,}0\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 6{,}1\,\mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

6,1 kΩ. La resistenza totale è sempre maggiore della resistenza parziale più grande.

Collegamento in parallelo di resistenze

(10.10) OPERAIO QUALIFICATO

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

RIORDINATA

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots}$$

R	resistenza (resistenza totale del circuito)	Ω
R_1	prima resistenza parziale	Ω
R_2	seconda resistenza parziale	Ω
R_3	terza resistenza parziale (le altre analogamente)	Ω

Su tutte le resistenze c'è la stessa tensione. Le correnti parziali si sommano nella corrente totale; nella resistenza minore scorre la corrente maggiore. La formula vale per un numero qualsiasi di resistenze. Per due resistenze si calcola più brevemente $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Attenzione: Umidità o sporco tra i terminali della bobina agiscono come una resistenza collegata in parallelo. La bobina risulta allora troppo piccola alla misura e l'assorbimento di corrente del movimento aumenta.

ESEMPIO Tre resistenze da 2 kΩ, 3 kΩ e 6 kΩ sono collegate in parallelo. Quanto vale la resistenza totale?

Dati: $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 3\,\mathrm{k\Omega}$; $R_3 = 6\,\mathrm{k\Omega}$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{2\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{3\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{6\,\mathrm{k\Omega}}} = 1\,\mathrm{k\Omega}$$

1 kΩ. La resistenza totale è sempre minore della resistenza parziale più piccola.

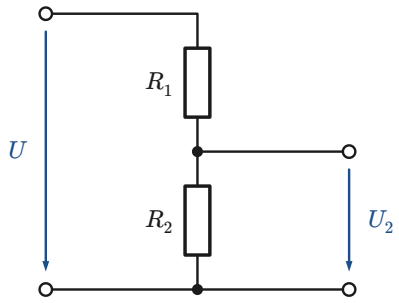


Fig. 10.4 Partitore di tensione a vuoto: sulla resistenza R_2 c'è la tensione parziale U_2

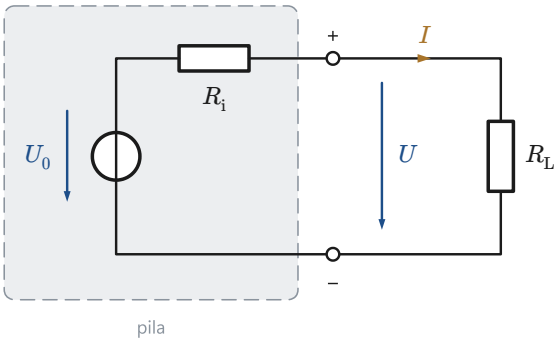


Fig. 10.5 Circuito equivalente della pila: tensione della sorgente U_0 e resistenza interna R_i; sul carico R_L c'è la tensione ai morsetti U

Partitore di tensione (a vuoto)

(10.11) OPERAIO QUALIFICATO

$$U_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Due resistenze in serie dividono la tensione nel rapporto dei loro valori. Così da una tensione se ne ottiene una minore.

Vale: a vuoto: la corrente prelevata è molto minore della corrente nel partitore. Un utilizzatore in parallelo a R_2 abbassa la tensione parziale.

U_2	tensione parziale sulla resistenza R_2	V
U	tensione (tensione totale)	V
R_1	prima resistenza parziale	Ω
R_2	seconda resistenza parziale (su di essa si preleva la tensione)	Ω

ESEMPIO Da una pila al litio da 3,0 V si vuole ottenere una tensione parziale. Il partitore è composto da 120 kΩ e 100 kΩ. Quale tensione c'è sulla resistenza da 100 kΩ?

Dati: $U = 3{,}0\,\mathrm{V}$; $R_1 = 120\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{3{,}0\,\mathrm{V} \cdot 100\,\mathrm{k\Omega}}{120\,\mathrm{k\Omega} + 100\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 1{,}36\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Circa 1,36 V, finché dal punto di prelievo non si preleva una corrente apprezzabile.

Tensione ai morsetti della pila sotto carico

(10.12) OPERAIO QUALIFICATO

$$U = U_0 - I \cdot R_\mathrm{i}$$

RIORDINATA $R_\mathrm{i} = \dfrac{U_0 - U}{I}$

Appena scorre corrente, una parte della tensione cade sulla resistenza interna della pila. Ai morsetti ne resta di meno, tanto meno quanto più grande è la corrente e più vecchia è la pila.

Vale: circuito equivalente con tensione della sorgente e resistenza interna fissa. Nelle pile reali R_i cresce con la scarica, con l'età e al freddo.

U	tensione (tensione ai morsetti sotto carico)	V
U_0	tensione a vuoto (tensione della sorgente, misurata senza carico)	V
I	intensità di corrente (corrente di carico)	A
R_i	resistenza interna della pila	Ω

Attenzione: La tensione a vuoto dice poco sullo stato di una pila. Anche una pila all'ossido d'argento quasi scarica mostra al multimetro ad alta impedenza ancora più di 1,5 V. Controllare perciò le pile sempre sotto carico.

ESEMPIO Una pila all'ossido d'argento ha a vuoto 1,57 V e una resistenza interna di 50 Ω. Quale tensione c'è mentre l'impulso motore assorbe 0,8 mA?

Dati: $U_0 = 1{,}57\,\mathrm{V}$; $I = 0{,}8\,\mathrm{mA}$; $R_\mathrm{i} = 50\,\Omega$

$$\begin{aligned} U &= U_0 - I \cdot R_\mathrm{i} \\ &= 1{,}57\,\mathrm{V} - 0{,}8\,\mathrm{mA} \cdot 50\,\Omega \\ &\approx 1{,}53\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

1,53 V. Una pila nuova cede sotto l'impulso solo di pochi centesimi di volt.

Resistenza interna da misura a vuoto e sotto carico

(10.13) MAESTRO

$$R_\mathrm{i} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot (U_0 - U)}{U}$$

Bastano due misure: una senza e una con una resistenza di carico nota. Resistenza interna e carico formano un partitore di tensione; dal calo di tensione segue la resistenza interna.

Vale: strumento con impedenza molto più alta della resistenza di carico; applicare il carico solo brevemente, affinché la pila non si scarichi.

R_i	resistenza interna della pila	Ω
R_L	resistenza di carico (del tester)	Ω
U_0	tensione a vuoto (tensione della sorgente, misurata senza carico)	V
U	tensione (tensione ai morsetti sotto carico)	V

ESEMPIO Una pila usata mostra a vuoto 1,57 V e su una resistenza di carico da 2 kΩ ancora 1,49 V. Quanto vale la sua resistenza interna?

Dati: $R_\mathrm{L} = 2\,\mathrm{k\Omega}$; $U_0 = 1{,}57\,\mathrm{V}$; $U = 1{,}49\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} R_\mathrm{i} &= \frac{R_\mathrm{L} \cdot (U_0 - U)}{U} \\ &= \frac{2\,\mathrm{k\Omega} \cdot (1{,}57\,\mathrm{V} - 1{,}49\,\mathrm{V})}{1{,}49\,\mathrm{V}} \\ &\approx 107\,\Omega \end{aligned}$$

Circa 107 Ω. La pila è nettamente invecchiata e va sostituita, anche se a vuoto sembra ancora buona.

Da ricordare: Le pile si controllano sotto carico. La tensione a vuoto indica solo di quale sistema si tratta.

10.3 Condensatore e bobina

Il condensatore immagazzina carica, la bobina si oppone a ogni variazione della corrente. Nell'orologio incontriamo condensatori nell'oscillatore al quarzo (pochi picofarad) e come accumulatori di energia nei vecchi movimenti al quarzo solari e automatici (alcuni decimi di farad). La bobina è il cuore del motore passo-passo.

Carica del condensatore

(10.14) MAESTRO

$$Q = C \cdot U$$

La capacità dice quanta carica il condensatore accoglie per volt. Un farad è un coulomb per volt.

Q	carica (immagazzinata nel condensatore)	C
C	capacità	F
U	tensione (ai capi del condensatore)	V

ESEMPIO Un condensatore di accumulo da 0,33 F è caricato a 1,8 V. Quale carica contiene?

Dati: $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$; $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} Q &= C \cdot U \\ &= 0{,}33\,\mathrm{F} \cdot 1{,}8\,\mathrm{V} \\ &= 0{,}594\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

0,594 C, cioè solo 0,165 mAh. Una piccola pila all'ossido d'argento immagazzina più di cento volte tanto.

Capacità del condensatore piano

(10.15) APPROFONDIMENTO

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot A}{d}$$

Armature grandi, distanza piccola e un buon isolante danno una grande capacità. Nel compensatore rotativo si varia la superficie con cui le armature si sovrappongono.

Vale: distanza tra le armature piccola rispetto alle dimensioni delle armature.

C	capacità	F
ε_0	costante dielettrica del vuoto, $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
ε_r	permittività relativa dell'isolante (aria 1, film plastici da 2 a 4)	1
A	superficie (di un'armatura, per la parte affacciata all'altra)	m^2
d	distanza (tra le armature)	m

ESEMPIO Due armature da 100 mm² ciascuna si trovano a 0,01 mm di distanza, tra loro c'è un film con permittività relativa 4. Quanto vale la capacità?

Dati: $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$; $\varepsilon_\mathrm{r} = 4$; $A = 100\,\mathrm{mm}^2$; $d = 0{,}01\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot A}{d} \\ &= \frac{8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \cdot 4 \cdot 100\,\mathrm{mm}^2}{0{,}01\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 354\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

Circa 354 pF. I condensatori da microfarad o addirittura da farad richiedono film avvolti o elettrodi porosi con superficie enorme.

Collegamento in parallelo di condensatori

(10.16) MAESTRO

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

I condensatori collegati in parallelo agiscono come un condensatore con superficie delle armature maggiore: le capacità si sommano. È esattamente l'opposto delle resistenze. La formula vale per un numero qualsiasi di condensatori.

C	capacità (capacità totale del circuito)	F
C_1	prima capacità parziale	F
C_2	seconda capacità parziale	F
C_3	terza capacità parziale (le altre analogamente)	F

ESEMPIO Sul quarzo c'è un condensatore fisso da 10 pF, in parallelo un compensatore regolato su 12 pF. Le piste conduttrici aggiungono altri 3 pF. Quanto vale la capacità complessiva?

Dati: $C_1 = 10\,\mathrm{pF}$; $C_2 = 12\,\mathrm{pF}$; $C_3 = 3\,\mathrm{pF}$

$$\begin{aligned} C &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= 10\,\mathrm{pF} + 12\,\mathrm{pF} + 3\,\mathrm{pF} \\ &= 25\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

25 pF. Con il compensatore si può regolare finemente la capacità totale e quindi la frequenza del quarzo.

Collegamento in serie di condensatori

(10.17) MAESTRO

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

RIORDINATA $$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

C	capacità (capacità totale del circuito)	F
C_1	prima capacità parziale	F
C_2	seconda capacità parziale	F
C_3	terza capacità parziale (le altre analogamente)	F

In serie si sommano i reciproci. La capacità totale è minore della capacità parziale più piccola. La formula vale per un numero qualsiasi di condensatori; per due si calcola più brevemente $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.

ESEMPIO Tre condensatori da 30 pF, 20 pF e 12 pF sono collegati in serie. Quale capacità ne risulta?

Dati: $C_1 = 30\,\text{pF}$; $C_2 = 20\,\text{pF}$; $C_3 = 12\,\text{pF}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{30\,\text{pF}} + \frac{1}{20\,\text{pF}} + \frac{1}{12\,\text{pF}}} \\ &= 6\,\text{pF} \end{aligned}$$

6 pF. Nell'oscillatore al quarzo i due condensatori di carico del quarzo sono in serie: 22 pF e 15 pF danno 8,9 pF. A ciò si aggiungono alcuni picofarad delle piste conduttrici; la somma è la capacità di carico per cui il quarzo deve essere tarato.

Costante di tempo nella carica e nella scarica

(10.18) MAESTRO

$$\tau = R \cdot C$$

τ	costante di tempo	s
R	resistenza (nel circuito di carica o di scarica)	Ω
C	capacità	F

Un condensatore non si carica di colpo attraverso una resistenza. Dopo una costante di tempo si raggiunge il 63 % della tensione di carica, dopo cinque costanti di tempo oltre il 99 %. Nella scarica la tensione cala con lo stesso ritmo.

ESEMPIO Un condensatore di accumulo da 0,33 F viene caricato attraverso 1 kΩ. Quanto vale la costante di tempo?

Dati: $R = 1\,\text{k}\Omega$; $C = 0{,}33\,\text{F}$

$$\begin{aligned} \tau &= R \cdot C \\ &= 1\,\text{k}\Omega \cdot 0{,}33\,\text{F} \\ &= 330\,\text{s} \end{aligned}$$

330 s. In pratica il condensatore è pieno dopo cinque costanti di tempo, cioè dopo poco più di 27 minuti.

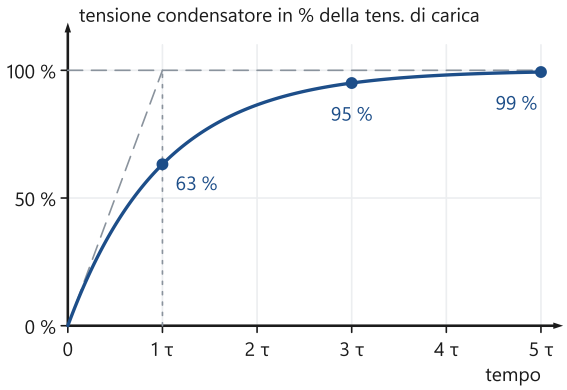


Fig. 10.6 Curva di carica del condensatore: dopo una costante di tempo τ il 63 %, dopo $5\,\tau$ oltre il 99 % della tensione di carica

Tensione sul condensatore durante la carica

(10.19) APPROFONDIMENTO

$$u_\mathrm{C} = U \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

La tensione sale dapprima velocemente e poi si avvicina sempre più lentamente alla tensione di carica. Nella scarica vale $u_\mathrm{C} = U \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$.

Vale: condensatore inizialmente scarico; tensione di carica e resistenza costanti.

u_C	tensione sul condensatore all'istante t	V
U	tensione (tensione di carica della sorgente)	V
t	tempo (dall'inizio della carica)	s
τ	costante di tempo	s

ESEMPIO Il condensatore dell'esempio precedente (costante di tempo 330 s) viene caricato a 1,8 V. Quale tensione ha dopo 10 minuti?

Dati: $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$; $t = 600\,\mathrm{s}$; $\tau = 330\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} u_\mathrm{C} &= U \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ &= 1{,}8\,\mathrm{V} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{600\,\mathrm{s}}{330\,\mathrm{s}}}\right) \\ &\approx 1{,}51\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Circa 1,51 V, cioè l'84 % della tensione di carica.

Energia nel condensatore

(10.20) MAESTRO

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

L'energia immagazzinata cresce con il quadrato della tensione. Utilizzabile è solo la parte al di sopra della tensione minima del movimento.

W	energia (immagazzinata nel condensatore)	J
C	capacità	F
U	tensione (ai capi del condensatore)	V

ESEMPIO Quale energia immagazzina un condensatore da 0,33 F a 1,8 V?

Dati: $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$; $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}33\,\mathrm{F} \cdot (1{,}8\,\mathrm{V})^2 \\ &\approx 0{,}53\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Circa 0,53 J. Con un assorbimento di 2 µW sarebbero per calcolo tre giorni; utilizzabile è meno, perché la tensione cala durante la scarica.

Bobina. Se in una bobina varia la corrente, in essa nasce una tensione indotta che si oppone alla variazione. Per questo la corrente del motore non sale di colpo, e allo spegnimento si produce un picco di tensione. Anche il rotore in rotazione induce una tensione nella bobina; molti circuiti riconoscono da essa se il passo è stato eseguito.

In laboratorio controlliamo la bobina tramite la sua resistenza. Secondo il calibro è di circa 0,8–2,7 kΩ. Se lo strumento non indica continuità, il filo è interrotto; un valore nettamente troppo basso indica un cortocircuito tra spire.

10.4 Pila

La capacità di una pila è la carica che se ne può prelevare, indicata in milliamperora (mAh). Con la capacità del condensatore ha in comune solo il nome. Insieme all'assorbimento di corrente del movimento dà la durata.

Durata dalla capacità e dall'assorbimento di corrente

(10.21) OPERAIO QUALIFICATO

$$t = \frac{C_\mathrm{N}}{I}$$

RIORDINATA $I = \frac{C_\mathrm{N}}{t}$

t	tempo (durata della pila)	h
C_N	capacità nominale della pila (carica prelevabile)	mAh
I	intensità di corrente (assorbimento medio di corrente del movimento)	mA

Capacità divisa per corrente dà la durata. Viceversa la formula mostra quale assorbimento di corrente può avere al massimo un movimento, affinché la pila mantenga la durata promessa.

Vale: assorbimento medio di corrente costante; autoscarica non considerata. Inserire unità coerenti: mAh e mA danno ore.

ESEMPIO Una pila SR626SW ha 28 mAh. Il movimento assorbe in media 1,2 µA. Quanto dura l'orologio?

Dati: $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{C_\mathrm{N}}{I} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A}} \\ &= 23\,333\,\mathrm{h} \\ &\approx 2{,}66\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Circa 23 300 ore, cioè poco più di due anni e mezzo. Se per sporcizia il movimento assorbe 3 µA, la pila è scarica già dopo un anno.

Contenuto energetico della pila

(10.22) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$W \approx U_\mathrm{N} \cdot C_\mathrm{N}$$

W	energia (immagazzinata nella pila)	J
U_N	tensione nominale della pila	V
C_N	capacità nominale della pila (carica prelevabile)	mAh

Tensione nominale per capacità dà l'energia immagazzinata, per lo più in milliwattora. Con essa si possono confrontare pile di tensione diversa.

Vale: tensione circa costante durante la scarica, come nelle pile all'ossido d'argento e al litio.

ESEMPIO Quale energia contiene una pila all'ossido d'argento da 1,55 V e 28 mAh?

Dati: $U_\mathrm{N} = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$

$$\begin{aligned} W &\approx U_\mathrm{N} \cdot C_\mathrm{N} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 28\,\mathrm{mAh} \\ &= 43{,}4\,\mathrm{mWh} \end{aligned}$$

43,4 mWh, cioè circa 156 J. Una molla motrice di orologio da polso completamente carica immagazzina meno di 1 J (capitolo 3).

Durata con autoscarica

(10.23) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$t \approx \frac{C_\mathrm{N}}{I + s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}}$$

t	tempo (durata della pila)	h
C_N	capacità nominale della pila (carica prelevabile)	mAh
I	intensità di corrente (assorbimento medio di corrente del movimento)	mA
s_E	autoscarica (quota della capacità nominale persa per unità di tempo)	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$

Ogni pila perde lentamente carica anche senza utilizzatore. L'autoscarica agisce come una piccola corrente aggiuntiva $s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}$ accanto all'assorbimento di corrente del movimento.

Vale: autoscarica calcolata come perdita costante. Valore indicativo per pile all'ossido d'argento a temperatura ambiente: pochi percento all'anno, al caldo nettamente di più.

ESEMPIO Quanto dura l'orologio dell'esempio sulla durata (28 mAh, 1,2 µA), se la pila perde in più il 4 % della sua capacità all'anno per autoscarica?

Dati: $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $s_\mathrm{E} = 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}}$

$$t \approx \frac{C_\mathrm{N}}{I + s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}} = \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A} + 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}} \cdot 28\,\mathrm{mAh}} \approx 2{,}41\,\mathrm{a}$$

Circa 2,4 anni invece di 2,7 anni. Più piccolo è l'assorbimento di corrente del movimento, più conta l'autoscarica.

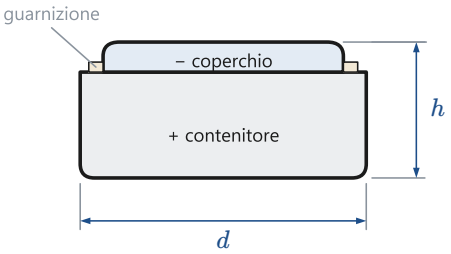


Fig. 10.7 Pila a bottone: il contenitore è il polo positivo, il coperchio il polo negativo; diametro d e altezza h sono contenuti nella designazione

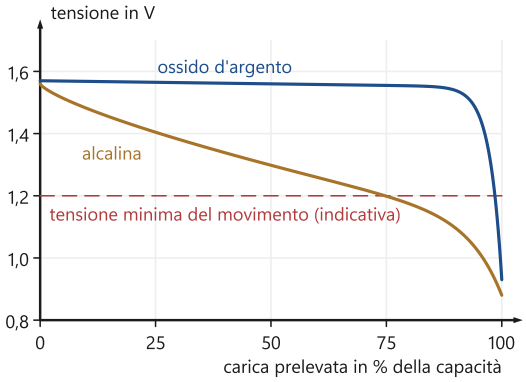


Fig. 10.8 Curve di scarica in linea di principio: la pila all'ossido d'argento mantiene la tensione fino a poco prima della fine, la pila alcalina cala costantemente

Sistemi di pile per orologi

Sistema	Lettere di sigla	Tensione nominale	Comportamento in scarica	Impiego
ossido d'argento	SR	1,55 V	la tensione resta quasi uguale fino a poco prima della fine	standard per orologi da polso al quarzo
alcalina al manganese	LR	1,5 V	la tensione cala costantemente fin dall'inizio	sostituto economico, orologi di grosso volume, sveglie
litio-biossido di manganese	CR	3 V	la tensione resta a lungo quasi uguale	orologi con alto fabbisogno di corrente, lunga durata

Una pila alcalina della stessa dimensione si adatta meccanicamente, ma ha meno capacità e una tensione calante. Nell'orologio da polso va la pila all'ossido d'argento.

Designazione delle pile a bottone secondo IEC

Parte della designazione	Significato	Esempio SR626SW
prima lettera	sistema elettrochimico: S ossido d'argento, L alcalina al manganese, C litio-biossido di manganese	S: ossido d'argento
seconda lettera	forma: R rotonda	R: pila rotonda
prima cifra o prime due cifre	diametro in mm, arrotondato per difetto al millimetro intero	6: diametro 6,8 mm
ultime due cifre	altezza in decimi di millimetro	26: altezza 2,6 mm
aggiunta dei fabbricanti	SW: per piccole correnti continue (orologi analogici); W: per alti picchi di corrente (luce, allarme)	SW: per piccole correnti

Una CR2032 è quindi una pila rotonda al litio con 20 mm di diametro e 3,2 mm di altezza. Designazioni più vecchie come SR44 sono numeri progressivi senza indicazione delle dimensioni.

Pile a bottone all'ossido d'argento comuni (1,55 V)

Designazione	Numero commerciale	Diametro in mm	Altezza in mm	Capacità in mAh (tipica)
SR521SW	379	5,8	2,15	da 14 a 16
SR616SW	321	6,8	1,65	da 14 a 16
SR621SW	364	6,8	2,15	da 19 a 23
SR626SW	377	6,8	2,6	da 24 a 28
SR721SW	362	7,9	2,1	da 21 a 25
SR920SW	371	9,5	2,05	da 35 a 40
SR927SW	395	9,5	2,7	da 50 a 55
SR1130SW	390	11,6	3,05	da 60 a 85
SR44W	357	11,6	5,4	da 150 a 180

La capacità dipende dal fabbricante; fa fede la scheda tecnica della pila.

10.5 Quarzo e divisore di frequenza

L'organo regolatore dell'orologio al quarzo è un minuscolo cristallo di quarzo a forma di diapason. Oscilla a 32 768 Hz, cioè 2^{15} oscillazioni al secondo. Un divisore dimezza questa frequenza 15 volte e ottiene così esattamente un impulso al secondo.

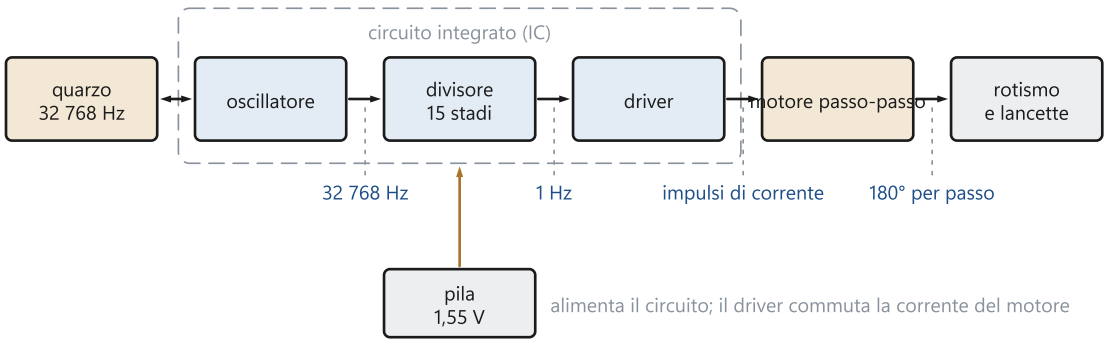


Fig. 10.9 Schema a blocchi dell'orologio al quarzo analogico

Divisore di frequenza

(10.24) OPERAIO QUALIFICATO

$$f_{\text{aus}} = \frac{f}{2^n}$$

Ogni stadio è un circuito bistabile che emette un impulso d'uscita a ogni secondo impulso d'ingresso. Per questo come frequenza del quarzo si sceglie una potenza di due.

f_{aus}	frequenza all'uscita del divisore	Hz
f	frequenza (del quarzo)	Hz
n	numero (degli stadi divisori; ognuno dimezza la frequenza)	1

ESEMPIO Quale frequenza fornisce un divisore a 15 stadi dalla frequenza del quarzo di 32 768 Hz?

Dati: $f = 32\,768\,\text{Hz}$; $n = 15$

$$\begin{aligned} f_{\text{aus}} &= \frac{f}{2^n} \\ &= \frac{32\,768\,\text{Hz}}{2^{15}} \\ &= 1\,\text{Hz} \end{aligned}$$

Esattamente 1 Hz: un impulso al secondo per il motore passo-passo.

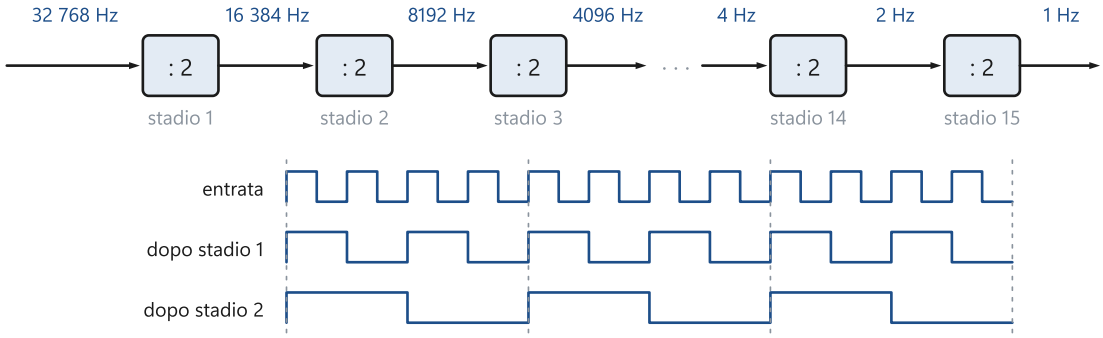


Fig. 10.10 Catena di divisione: ogni stadio dimezza la frequenza; dopo 15 stadi resta 1 Hz

Andamento dell'orologio al quarzo dallo scarto di frequenza

(10.25) OPERAIO QUALIFICATO

$$G = \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	andamento (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δf	scarto di frequenza (+ significa: il quarzo oscilla troppo veloce)	Hz
f	frequenza (frequenza nominale del quarzo)	Hz

Se il quarzo oscilla troppo veloce, l'orologio anticipa nella stessa proporzione. Gli scarti relativi si indicano in milionesimi (ppm, capitolo 1). Per il bilanciere la stessa formula si trova nella sezione 5.4.

Vale: l'orologio conta ogni oscillazione del quarzo (nessuna inibizione).

Buono a sapersi: 1 ppm corrisponde a 0,0864 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, circa 2,6 s al mese e circa 31,5 s all'anno.

ESEMPIO Un quarzo oscilla a 32 768,2 Hz invece di 32 768 Hz, cioè 0,2 Hz troppo veloce. Quale andamento ha l'orologio?

Dati: $\Delta f = 0{,}2\,\mathrm{Hz}$; $f = 32\,768\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{Hz}}{32\,768\,\mathrm{Hz}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 0{,}53\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'orologio anticipa di 0,53 s al giorno, cioè circa 16 s al mese. Lo scarto è di 6,1 ppm.

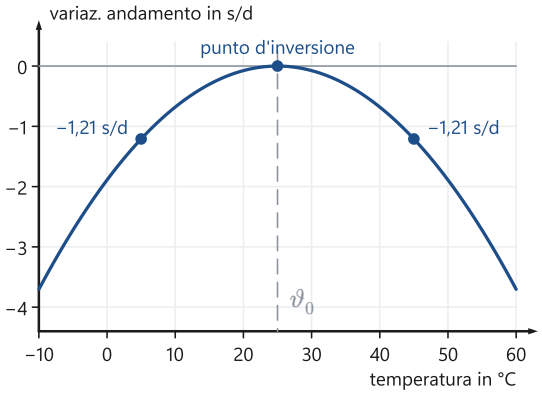


Fig. 10.11 Andamento termico del quarzo a diapason, calcolato con $\beta = 0{,}035\ \frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$ e punto d'inversione a 25 °C

Andamento termico del quarzo a diapason

(10.26) APPROSSIMAZIONE MAESTRO

$$\Delta G \approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

La frequenza del quarzo a diapason è massima al punto d'inversione e cala da entrambi i lati con il quadrato della distanza di temperatura. L'orologio quindi rallenta sia al freddo sia al caldo rispetto al punto d'inversione, non accelera mai.

Vale: quarzi a diapason a 32 768 Hz; coefficiente e punto d'inversione variano da quarzo a quarzo, fa fede la scheda tecnica.

ΔG	variazione di andamento (rispetto all'andamento al punto d'inversione; – significa: l'orologio rallenta)	$\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
β	coefficiente di temperatura del quarzo (valore indicativo da 0,03 a 0,04 ppm per kelvin al quadrato)	$\tfrac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}}$
ϑ	temperatura (del quarzo)	$^\circ\mathrm{C}$
ϑ_0	temperatura del punto d'inversione (circa 25 °C)	$^\circ\mathrm{C}$

Buono a sapersi: A ciò si aggiunge l'invecchiamento: nel primo anno la frequenza di un quarzo cambia di pochi ppm, poi sempre più lentamente. I movimenti termocompensati misurano la temperatura e compensano la parabola per calcolo.

ESEMPIO D'inverno un orologio al quarzo resta in auto a 5 °C. Di quanto cambia il suo andamento rispetto a 25 °C, se il coefficiente è di 0,035 ppm per kelvin al quadrato?

Dati: $\beta = 0{,}035\ \tfrac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}}$; $\vartheta = 5^\circ\mathrm{C}$; $\vartheta_0 = 25^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -0{,}035\ \tfrac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}} \cdot (5^\circ\mathrm{C} - 25^\circ\mathrm{C})^2 \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -1{,}21\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

L'orologio rallenta di circa 1,2 s al giorno. Al polso il quarzo resta vicino al punto d'inversione; un orologio portato va perciò in modo più regolare di uno lasciato posato.

Inibizione: correzione dell'andamento tramite impulsi soppressi

(10.27) MAESTRO

$$\Delta G = -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

I movimenti senza compensatore regolano l'andamento in modo digitale. Il quarzo è volutamente un po' troppo veloce; il circuito sopprime in ogni periodo d'inibizione un numero memorizzato di impulsi e frena così l'orologio sull'andamento nominale.

Vale: periodo d'inibizione secondo il circuito per lo più 60 s, in alcuni movimenti 10 s, nei movimenti termocompensati anche diversi minuti (ETA 252.511: 8 min); osservare il dato del fabbricante.

ΔG	variazione di andamento (dovuta all'inibizione; – significa: l'orologio rallenta)	$\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	numero (degli impulsi soppressi per periodo d'inibizione)	1
f	frequenza (degli impulsi nel punto del divisore in cui si sopprime)	Hz
t_I	periodo d'inibizione	s

Attenzione: Tra una correzione e l'altra l'orologio va con la frequenza del quarzo non corretta. L'andamento va perciò misurato su un intero periodo d'inibizione o su un suo multiplo, sull'impulso motore e non sulla frequenza del quarzo. Altrimenti lo strumento indica un anticipo apparente.

ESEMPIO Un circuito sopprime ogni 60 s un impulso della frequenza del quarzo di 32 768 Hz. Quanto vale questo passo minimo di correzione?

Dati: $N = 1$; $f = 32\,768\,\mathrm{Hz}$; $t_\mathrm{I} = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= -\frac{N}{f \cdot t_\mathrm{I}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1}{32\,768\,\mathrm{Hz} \cdot 60\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -0{,}044\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Ogni impulso soppresso rallenta l'orologio di 0,044 s al giorno, cioè 0,51 ppm. Un quarzo che oscilla 5 ppm troppo veloce richiede quindi circa 10 impulsi soppressi al minuto.

Da ricordare: Il quarzo dell'orologio oscilla a 32 768 Hz. 15 stadi divisori ne ricavano il battito dei secondi. 1 ppm sono circa 2,6 s al mese.

10.6 Motore passo-passo

Il motore passo-passo di Lavet è composto da bobina, statore e un rotore con magnete permanente bipolare. Ogni impulso di corrente fa avanzare il rotore di mezzo giro. L'impulso successivo deve avere polarità inversa, altrimenti il rotore resta fermo. Tra gli impulsi le tacche di posizionamento dello statore lo mantengono nella sua posizione senza corrente.

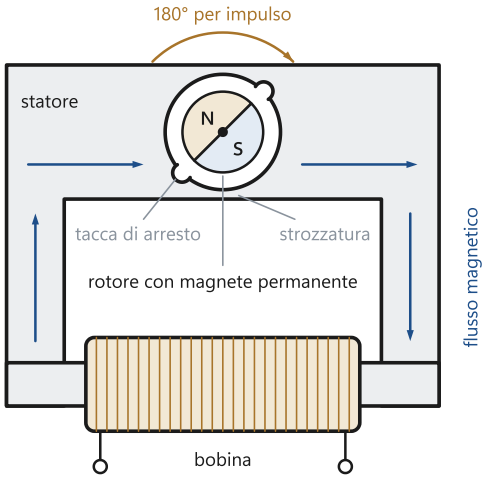


Fig. 10.12 Motore passo-passo Lavet in linea di principio: le strozzature dello statore sono magneticamente sature, il flusso della bobina passa perciò nel rotore e lo fa ruotare di 180° nella posizione di arresto successiva

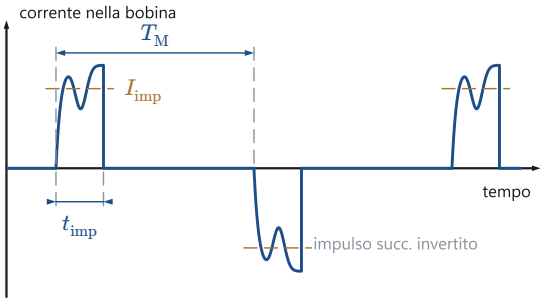


Fig. 10.13 Corrente del motore: brevi impulsi di durata t_{Imp} a intervalli T_M con direzione alternata (larghezza degli impulsi molto esagerata)

Numero di giri del rotore

(10.28) OPERAIO QUALIFICATO

$$n_R = \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°}$$

Con un impulso al secondo e mezzo giro per passo il rotore compie un giro in due secondi.

n_R	numero di giri (del rotore)	$\frac{1}{min}$
f_M	frequenza degli impulsi motore (passi per unità di tempo)	Hz
φ_S	angolo di passo del rotore (nel motore Lavet 180°)	°

ESEMPIO A che velocità gira il rotore di un movimento con lancetta dei secondi che compie ogni secondo un passo di 180°?

Dati: $f_M = 1\,Hz$; $\varphi_S = 180°$

$$\begin{aligned} n_R &= \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360°} \\ &= \frac{1\,Hz \cdot 180°}{360°} \\ &= 0{,}5\,\frac{1}{s} \cdot 60\,\frac{s}{min} \\ &= 30\,\frac{1}{min} \end{aligned}$$

30 giri al minuto.

Demoltiplicazione dal rotore alla ruota dei secondi

(10.29) OPERAIO QUALIFICATO

$$i_{\mathrm{U}} = \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}}$$

Nel movimento al quarzo il piccolo pignone del rotore conduce le ruote, il rotismo riduce la velocità. Il rapporto di trasmissione i secondo il capitolo 4 è allora minore di 1. Più intuitivo è il suo reciproco, la demoltiplicazione: dice quante volte gira il rotore per un giro della ruota dei secondi. È il prodotto dei rapporti tra numero di denti della ruota e numero di denti del pignone conduttore per ogni stadio.

i_{U}	demoltiplicazione (numero di giri del rotore conduttore diviso numero di giri della ruota dei secondi; reciproco del rapporto di trasmissione i del capitolo 4)	1
n_{R}	numero di giri (del rotore)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{S}	numero di giri della ruota dei secondi (un giro al minuto)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

ESEMPIO Il rotore compie 30 giri al minuto, la ruota dei secondi uno. Quale demoltiplicazione serve al rotismo intermedio?

Dati: $n_{\mathrm{R}} = 30\ \frac{1}{\mathrm{min}}$; $n_{\mathrm{S}} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{U}} &= \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{30\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 30 \end{aligned}$$

30, per esempio in due stadi con 6 e 5: la lancetta dei secondi avanza di 6° per passo, una divisione dei secondi.

Assorbimento medio di corrente del movimento

(10.30) MAESTRO

$$I_{\mathrm{m}} = \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}}$$

Il motore assorbe corrente solo durante il breve impulso. Mediata sull'intero secondo, ne resta la frazione durata dell'impulso diviso periodo; a ciò si aggiunge la piccola corrente continua del circuito.

Vale: sequenza uniforme di impulsi uguali. Uno strumento lento o una misura su più secondi indica questo valore medio.

I_{m}	assorbimento medio di corrente del movimento	$\mu\mathrm{A}$
I_{Imp}	corrente nella bobina durante l'impulso (valore medio sulla durata dell'impulso)	mA
t_{Imp}	durata dell'impulso	ms
T_{M}	periodo degli impulsi motore (con passo al secondo 1 s)	s
I_{IC}	assorbimento di corrente del circuito con oscillatore	$\mu\mathrm{A}$

Buono a sapersi: Nei movimenti con interruttore di arresto il motore è fermo a corona tirata e scorre solo la corrente del circuito. Così si possono misurare separatamente le due quote. Se il rotismo gira duro, molti circuiti allungano l'impulso e l'assorbimento di corrente aumenta.

ESEMPIO Durante l'impulso di 3,9 ms scorrono in media 0,24 mA. Il circuito richiede 0,15 µA. Quanto vale l'assorbimento medio di corrente con un passo al secondo?

Dati: $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$; $T_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{s}$; $I_{\mathrm{IC}} = 0{,}15\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{m}} &= \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}} \\ &= \frac{0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms}}{1\,\mathrm{s}} + 0{,}15\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}09\,\mu\mathrm{A} \end{aligned}$$

Circa 1,1 µA, un valore usuale per un movimento a tre lancette. Il motore ne richiede più dell'85 %.

Energia di un impulso motore

(10.31) MAESTRO

$$W = U \cdot I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}$$

Questa è l'energia che un passo preleva dalla pila. Solo una parte muove il rotore e il rotismo, il resto diventa calore nella bobina.

Vale: tensione circa costante durante l'impulso.

W	lavoro (lavoro elettrico per impulso)	J
U	tensione (della pila sotto carico)	V
I_{Imp}	corrente nella bobina durante l'impulso (valore medio sulla durata dell'impulso)	mA
t_{Imp}	durata dell'impulso	ms

ESEMPIO Quale energia costa un impulso di 3,9 ms con in media 0,24 mA a 1,55 V?

Dati: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms} \\ &\approx 1{,}45\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Circa 1,5 µJ per passo. In un giorno con 86 400 passi sono 0,13 J.

10.7 Misure sull'orologio al quarzo

Con poche misure si può circoscrivere quasi ogni guasto di un orologio al quarzo: pila, assorbimento di corrente, tensione minima di funzionamento, bobina e andamento. I valori della tabella sono indicativi per movimenti a tre lancette. Vincolanti sono i dati della documentazione tecnica del calibro.

Grandezze di controllo dell'orologio al quarzo analogico (valori indicativi)

Grandezza di controllo	Valore indicativo	Significato
tensione della pila a vuoto (ossido d'argento)	da 1,55 V a 1,6 V	indica solo il sistema; dice poco sullo stato della pila
tensione della pila sotto carico leggero (misurata nell'orologio)	almeno 1,5 V	al di sotto sostituire la pila; su una resistenza di carico forte del tester (alcune centinaia di ohm) la tensione può scendere di più, lì vale la scala dello strumento
assorbimento di corrente del movimento	secondo il calibro al massimo da 0,7 µA a 1,3 µA	misurato senza pila a 1,55 V; troppo alto: rotismo duro, sporcizia, umidità o cortocircuito; cronografi e movimenti con funzioni aggiuntive richiedono di più, circa da 3 µA a 6,5 µA
assorbimento di corrente a corona tirata (movimenti con interruttore di arresto)	al massimo da 0,4 µA a 0,5 µA	solo il circuito; troppo alto: circuito o circuito stampato difettoso
tensione minima di funzionamento	al massimo 1,3 V	abbassare la tensione di alimentazione da 1,55 V finché il movimento si ferma; fino a 1,3 V deve ancora eseguire con sicurezza ogni passo. Se si ferma prima, il rotismo gira troppo duro oppure motore o circuito sono difettosi
resistenza della bobina	secondo il calibro circa da 0,8 kΩ a 2,7 kΩ	nessuna continuità: filo interrotto; nettamente troppo bassa: cortocircuito tra spire. Misurare con bassa tensione di prova, al massimo 0,4 V, meglio 0,2 V
resistenza d'isolamento (bobina verso la platina)	nessuna continuità (indicazione infinito)	se lo strumento indica una resistenza: umidità, isolamento danneggiato
andamento	secondo il fabbricante circa da −10 s a +20 s al mese, cioè da −0,3 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ a +0,7 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	misurare sull'impulso motore per il periodo d'inibizione, per lo più 60 s (sezione 10.5)

Valori indicativi da dati dei fabbricanti, misurati tra 20 °C e 25 °C. Esempi di assorbimento massimo ammesso: ETA 902.002 0,7 µA, Ronda 1005 0,95 µA, ETA F06.111 1,1 µA, ETA 255.411 1,2 µA, ETA 805.112 1,3 µA; cronografo ETA G10.211 3,5 µA, con funzione cronografica in marcia 6,5 µA. Esempi di resistenza della bobina: ETA 805.112 da 0,8 kΩ a 1,1 kΩ, ETA 255.411 da 1,3 kΩ a 1,75 kΩ, Ronda 1005 da 2,5 kΩ a 2,7 kΩ. Vincolanti sono i valori nominali e le condizioni di prova della documentazione tecnica del calibro.

Da ricordare: Prima la pila sotto carico, poi l'assorbimento di corrente, poi la tensione minima di funzionamento. Se tutti e tre sono a posto, il guasto raramente è nell'elettronica.

11 Tempo e calendario

I nostri orologi indicano il tempo solare medio: un giorno solare immaginario, perfettamente uniforme, di 86 400 s. Il Sole vero, le stelle e la Luna non si attengono a questa misura. Per un orologio a tempo siderale, un calendario perpetuo, un'indicazione dell'equazione del tempo o una fase lunare servono i numeri e le formule di questo capitolo.

Alla fine si trovano le scale dei cronografi: tachimetro, telemetro e pulsometro. In questo capitolo E è l'equazione del tempo, λ la longitudine geografica, s una distanza e c la velocità del suono. I numeri di denti per i meccanismi di calendario e della fase lunare si trovano nel capitolo 4.

11.1 Giorno e anno

Un giorno è una rotazione della Terra, ma misurata rispetto a che cosa? Rispetto al Sole dura in media 24 h, rispetto alle stelle circa 4 min in meno. Il motivo: in un giorno la Terra avanza sulla sua orbita di quasi 1° e deve ruotare di questo tratto in più finché il Sole torna a sud.

Misure del tempo dall'astronomia (valori medi per l'epoca attuale)

Misura del tempo	Durata	per esteso	Riferimento
giorno solare medio	$86\,400\,\mathrm{s}$	24 h	dal Sole a sud al Sole a sud, mediato sull'anno
giorno siderale	$86\,164{,}09\,\mathrm{s}$	23 h 56 min 4,09 s	una rotazione della Terra rispetto alle stelle
anno tropico	$365{,}242\,19\,\mathrm{d}$	365 d 5 h 48 min 45 s	da equinozio di primavera a equinozio di primavera; anno delle stagioni
anno siderale	$365{,}256\,36\,\mathrm{d}$	365 d 6 h 9 min 10 s	una rivoluzione della Terra rispetto alle stelle
mese sinodico	$29{,}530\,59\,\mathrm{d}$	29 d 12 h 44 min 3 s	da luna nuova a luna nuova; mese delle fasi lunari
mese siderale	$27{,}321\,66\,\mathrm{d}$	27 d 7 h 43 min 11 s	una rivoluzione della Luna rispetto alle stelle

Qui i giorni sono sempre giorni solari medi. Il calendario si basa sull'anno tropico, la fase lunare sul mese sinodico. Un singolo mese sinodico si discosta dalla media fino a circa 7 h.

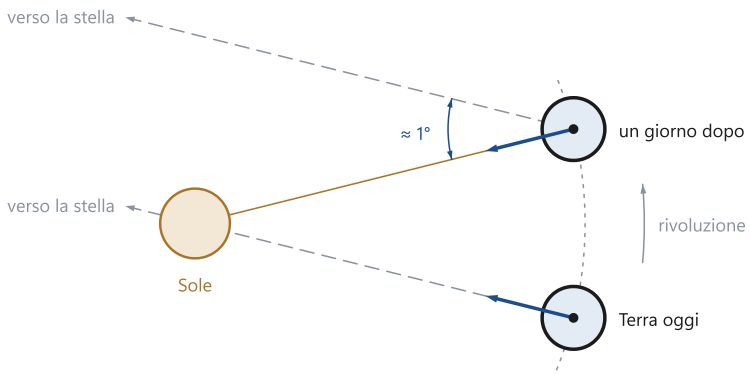


Fig. 11.1 Giorno siderale e giorno solare: dopo una rotazione completa rispetto alle stelle (direzione tratteggiata) la Terra deve ruotare ancora di quasi 1° finché il Sole torna a sud (angolo molto esagerato)

Giorno siderale da giorno solare e anno

(11.1) MAESTRO

$$T_{\mathrm{St}} = \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}}$$

T_{St}	giorno siderale	s
T_{So}	giorno solare medio	s
T_{J}	anno tropico	d

In un anno la Terra ruota rispetto alle stelle esattamente una volta in più che rispetto al Sole: 366,2422 giorni siderali corrispondono a 365,2422 giorni solari. Da ciò segue la durata del giorno siderale.

Vale: valori medi per l'epoca attuale.

ESEMPIO Quanto dura il giorno siderale, se l'anno tropico ha 365,2422 giorni solari medi?

Dati: $T_{\mathrm{So}} = 1\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}2422\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{St}} &= \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 365{,}2422\,\mathrm{d}}{365{,}2422\,\mathrm{d} + 1\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}997\,269\,6\,\mathrm{d} \\ &\approx 86\,164{,}1\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Il giorno siderale dura 23 h 56 min 4,1 s. È 3 min 55,9 s più breve del giorno solare medio.

Andamento di un orologio a tempo siderale rispetto al tempo medio

(11.2) MAESTRO

$$G = \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	andamento (+ significa: l'orologio anticipa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
T_{So}	giorno solare medio	s
T_{St}	giorno siderale	s

Un orologio a tempo siderale conta giorni siderali, il suo giorno è quindi più breve. Misurato rispetto a un orologio a tempo medio anticipa ogni giorno di quasi 4 min.

Buono a sapersi: Per l'orologio a pendolo ciò significa: il pendolo a secondi per il tempo siderale è circa 5,4 mm più corto del pendolo a secondi per il tempo medio (capitolo 6).

ESEMPIO Un orologio a tempo siderale viene regolato su un orologio radiocontrollato che indica il tempo medio. Quale andamento deve avere rispetto all'orologio radiocontrollato?

Dati: $T_{\mathrm{So}} = 86\,400\,\mathrm{s}$; $T_{\mathrm{St}} = 86\,164{,}09\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{86\,400\,\mathrm{s} - 86\,164{,}09\,\mathrm{s}}{86\,164{,}09\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 236{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

L'orologio a tempo siderale deve anticipare di 236,6 s al giorno, cioè 3 min 56,6 s. In un anno guadagna esattamente un giorno.

Mese sinodico dalla rivoluzione lunare

(11.3) APPROFONDIMENTO

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}}$$

Durante una rivoluzione della Luna la Terra avanza sulla sua orbita. La Luna impiega perciò più di due giorni in più finché si trova di nuovo tra Terra e Sole. Con la stessa formula una lancetta veloce raggiunge una lenta.

Vale: valori medi; entrambe le rivoluzioni nello stesso senso.

T_{syn}	mese sinodico (da luna nuova a luna nuova)	d
T_{sid}	mese siderale (una rivoluzione della Luna rispetto alle stelle)	d
T_{E}	anno siderale (una rivoluzione della Terra rispetto alle stelle)	d

ESEMPIO La Luna gira intorno alla Terra in 27,321 66 giorni, la Terra intorno al Sole in 365,256 36 giorni. Quanto dura da luna nuova a luna nuova?

Dati: $T_{\text{sid}} = 27{,}321\,66\,\text{d}$; $T_{\text{E}} = 365{,}256\,36\,\text{d}$

$$\begin{aligned} T_{\text{syn}} &= \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}} \\ &= \frac{27{,}321\,66\,\text{d} \cdot 365{,}256\,36\,\text{d}}{365{,}256\,36\,\text{d} - 27{,}321\,66\,\text{d}} \\ &\approx 29{,}5306\,\text{d} \end{aligned}$$

Circa 29,53 giorni. Questo numero deve essere riprodotto da un meccanismo delle fasi lunari con i suoi numeri di denti (capitolo 4).

11.2 Calendario

L'anno civile ha giorni interi, l'anno tropico no. I giorni intercalari compensano la differenza. Quanto è buona una regola di intercalazione lo mostra la durata media del suo anno civile.

Regola degli anni bisestili

Calendario	Anno bisestile (366 giorni, con il 29 febbraio)	Durata media dell'anno
giuliano	ogni anno il cui numero è divisibile per 4	$365{,}25\,\text{d}$
gregoriano (dal 1582)	divisibile per 4; gli anni secolari solo se divisibili per 400	$365{,}2425\,\text{d}$

Secondo la regola gregoriana il 1700, il 1800 e il 1900 non erano bisestili, il 2000 lo era, il 2100 di nuovo non lo sarà.

Durata media dell'anno civile

(11.4) OPERAIO QUALIFICATO

$$T_{\text{K}} = 365\,\text{d} + \frac{1\,\text{d} \cdot n_{\text{S}}}{n_{\text{Z}}}$$

Ogni anno bisestile porta un giorno in più. Distribuito sull'intero ciclo, ciò dà la durata media dell'anno.

T_{K}	durata media dell'anno civile	d
n_{S}	numero di anni bisestili nel ciclo	1
n_{Z}	numero di anni nel ciclo	1

ESEMPIO Il calendario gregoriano ha in 400 anni 97 anni bisestili. Quanto dura in media il suo anno?

Dati: $n_{\text{S}} = 97$; $n_{\text{Z}} = 400$

$$\begin{aligned} T_{\text{K}} &= 365\,\text{d} + \frac{1\,\text{d} \cdot n_{\text{S}}}{n_{\text{Z}}} \\ &= 365\,\text{d} + \frac{1\,\text{d} \cdot 97}{400} \\ &= 365{,}2425\,\text{d} \end{aligned}$$

365,2425 giorni. La regola giuliana con un anno bisestile ogni quattro anni dà 365,25 giorni.

Anni fino a un giorno di scarto

(11.5) MAESTRO

$$n_{\mathrm{F}} = \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}}$$

n_{F}	numero di anni finché il calendario si discosta di un giorno dall'anno solare	1
T_{K}	durata media dell'anno civile	d
T_{J}	anno tropico	d

Se l'anno civile è più lungo dell'anno tropico, il calendario resta indietro rispetto alle stagioni: l'inizio della primavera cade in una data sempre più anticipata.

Vale: durata attuale dell'anno tropico; varia nell'arco di millenni di alcuni secondi.

ESEMPIO Dopo quanti anni il calendario giuliano si discosta di un giorno dal corso delle stagioni?

Dati: $T_{\mathrm{K}} = 365{,}25\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}242\,19\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{F}} &= \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d}}{365{,}25\,\mathrm{d} - 365{,}242\,19\,\mathrm{d}} \\ &\approx 128 \end{aligned}$$

Dopo 128 anni. Dal Concilio di Nicea dell'anno 325 fino al 1582 si erano accumulati dieci giorni, che furono soppressi con la riforma del calendario. Il calendario gregoriano con 365,2425 giorni impiega per un giorno circa 3200 anni.



Fig. 11.2 Ciclo quadriennale del calendario perpetuo: $3 \cdot 365 + 366 = 1461$ giorni

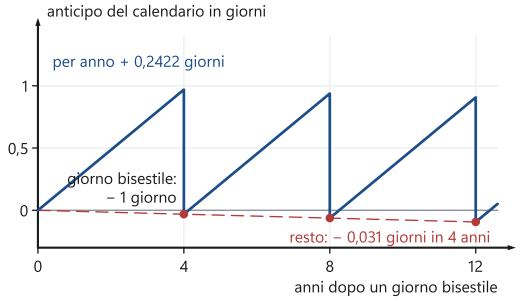


Fig. 11.3 Senza giorno intercalare l'anno civile è 0,2422 giorni troppo breve; il giorno intercalare recupera ogni quattro anni un giorno intero

Giorni nel ciclo bisestile

(11.6) OPERAIO QUALIFICATO

$$N_\mathrm{d} = 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S}$$

Il calendario perpetuo conosce la durata dei mesi e l'anno bisestile. La sua ruota di programma compie un giro in quattro anni.

N_d	numero di giorni nel ciclo	1
n_Z	numero di anni nel ciclo	1
n_S	numero di anni bisestili nel ciclo	1

Attenzione: Un calendario perpetuo con ciclo quadriennale non conosce la regola secolare. Nel 2100 indica un 29 febbraio e il 1° marzo 2100 va avanzato di un giorno, così come nel 2200 e nel 2300. Solo un calendario secolare riproduce il ciclo di 400 anni.

ESEMPIO Un calendario perpetuo riproduce quattro anni con un anno bisestile. Quanti giorni ha questo ciclo?

Dati: $n_\mathrm{Z} = 4$; $n_\mathrm{S} = 1$

$$\begin{aligned} N_\mathrm{d} &= 365 \cdot n_\mathrm{Z} + n_\mathrm{S} \\ &= 365 \cdot 4 + 1 \\ &= 1461 \end{aligned}$$

1461 giorni o 48 mesi; tanto impiega la ruota dell'anno bisestile per un giro. Il ciclo gregoriano di 400 anni ha 146 097 giorni. Sono esattamente 20 871 settimane, per questo dopo 400 anni si ripetono anche i giorni della settimana.

Da ricordare: 365 giorni sono 52 settimane e un giorno. Una data avanza perciò ogni anno di un giorno della settimana, oltre un giorno intercalare di due.

11.3 Equazione del tempo

Il Sole vero si muove nel corso dell'anno in modo irregolare: l'orbita terrestre è un'ellisse e l'asse terrestre è inclinato rispetto all'orbita. Una meridiana indica perciò fino a poco più di un quarto d'ora diversamente da un orologio che va uniformemente. Questa differenza si chiama equazione del tempo.

Equazione del tempo

(11.7) MAESTRO

$$E = t_\mathrm{W} - t_\mathrm{M}$$

RIORDINATA $t_\mathrm{M} = t_\mathrm{W} - E$

L'equazione del tempo è il tempo solare vero meno il tempo solare medio. Dipende solo dalla data, non dal luogo.

E	equazione del tempo (+ significa: la meridiana anticipa)	min
t_W	tempo vero locale (indicazione della meridiana)	min
t_M	tempo medio locale	min

Attenzione: Tavole più vecchie e alcuni orologi con indicazione dell'equazione del tempo calcolano con il segno opposto (tempo medio meno tempo vero). Prima della regolazione verificare quale verso si intende.

ESEMPIO L'11 febbraio l'equazione del tempo vale −14,2 min. Una meridiana indica le ore 12:00, cioè 720 min dopo mezzanotte. Che ora è secondo il tempo medio locale?

Dati: $t_\mathrm{W} = 720\,\mathrm{min}$; $E = -14{,}2\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{M} &= t_\mathrm{W} - E \\ &= 720\,\mathrm{min} - (-14{,}2\,\mathrm{min}) \\ &= 734{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

734,2 min dopo mezzanotte: sono le 12:14 di tempo medio locale. La meridiana ritarda di poco più di 14 min.

Angolo annuo per l'equazione del tempo

(11.8) APPROFONDIMENTO

$$B = \frac{360^\circ \cdot (N - 81)}{364}$$

L'angolo annuo divide l'anno in 360° e inizia il 22 marzo, l'81° giorno. È solo una grandezza ausiliaria per la formula approssimata.

B	angolo annuo (grandezza ausiliaria; 0° il 22 marzo)	°
N	numero del giorno nell'anno (1° gennaio = 1)	1

ESEMPIO In un anno comune il 3 novembre è il 307° giorno. Quanto vale l'angolo annuo?

Dati: $N = 307$

$$\begin{aligned} B &= \frac{360^\circ \cdot (N - 81)}{364} \\ &= \frac{360^\circ \cdot (307 - 81)}{364} \\ &\approx 223{,}5^\circ \end{aligned}$$

Circa 223,5°. Con questo angolo calcola la formula seguente.

Equazione del tempo dalla data

(11.9) APPROSSIMAZIONE APPROFONDIMENTO

$$E \approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B$$

La formula riproduce le due cause: il termine con $2B$ deriva dall'inclinazione dell'asse terrestre e ha due onde all'anno, i termini con B derivano dall'orbita ellittica e hanno un'onda all'anno.

Vale: approssimazione, precisa a circa un minuto (scarto massimo secondo l'anno fino a circa 1,4 min, all'inizio di dicembre). Per le meridiane e per controllare un'indicazione dell'equazione del tempo basta; i valori giornalieri esatti si trovano negli annuari astronomici.

E	equazione del tempo (+ significa: la meridiana anticipa)	min
B	angolo annuo (grandezza ausiliaria; 0° il 22 marzo)	°

Nota: Per l'11 febbraio (giorno 42, $B = -38{,}6^\circ$) l'approssimazione fornisce −14,6 min, la tabella dei valori estremi −14,2 min. Differenze di qualche decimo di minuto rientrano nella precisione dell'approssimazione; per la regolazione valgono i valori della tabella.

ESEMPIO Quanto vale l'equazione del tempo il 3 novembre con l'angolo annuo di 223,5° dell'esempio precedente?

Dati: $B = 223{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} E &\approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B \\ &= 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot 223{,}5^\circ) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos(223{,}5^\circ) - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin(223{,}5^\circ) \\ &\approx 16{,}4\,\text{min} \end{aligned}$$

Circa +16,4 min: all'inizio di novembre la meridiana anticipa al massimo.

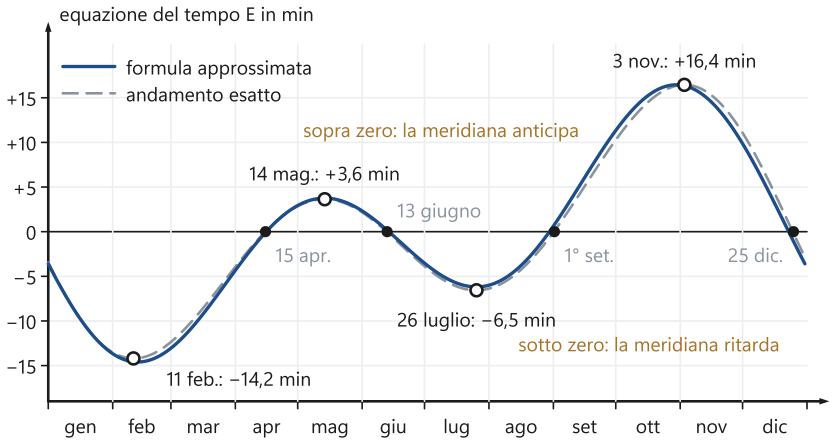


Fig. 11.4 Equazione del tempo nel corso dell'anno: formula approssimata e andamento esatto

Valori estremi dell'equazione del tempo (arrotondati, per l'epoca attuale)

Data	E	Meridiana rispetto al tempo medio locale
11 febbraio	−14,2 min	ritarda al massimo
15 aprile	0	coincide
14 maggio	+3,6 min	anticipa (massimo secondario)
13 giugno	0	coincide
26 luglio	−6,5 min	ritarda (minimo secondario)
1° settembre	0	coincide
3 novembre	+16,4 min	anticipa al massimo
25 dicembre	0	coincide

Secondo la posizione nel ciclo bisestile i giorni si spostano fino a un giorno.

11.4 Tempo locale e tempo del fuso

Il tempo medio locale dipende dalla longitudine: il Sole percorre in un'ora 15 gradi di longitudine, per un grado impiega 4 min. Affinché non ogni luogo abbia il proprio tempo, in un fuso orario vale ovunque il tempo locale del meridiano del fuso. Per l'ora dell'Europa centrale (CET) è il meridiano 15° Est.

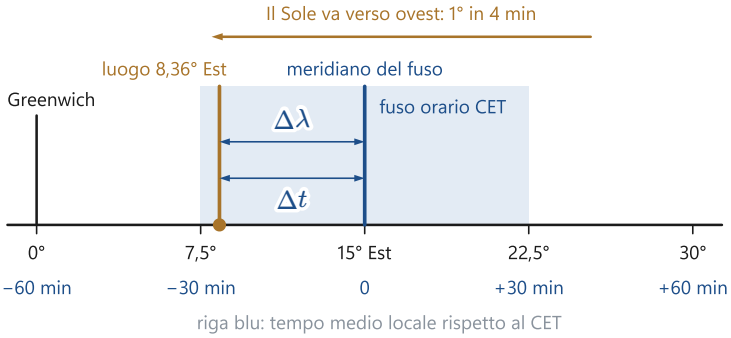


Fig. 11.5 Tempo locale e tempo del fuso: un luogo a ovest del meridiano del fuso ha il Sole a sud più tardi

Tempo locale dalla longitudine

(11.10) OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ}$$

A est del meridiano del fuso il tempo locale è avanti rispetto al tempo del fuso, a ovest è indietro.

Vale: longitudini a est di Greenwich positive, a ovest negative.

Δt	differenza di tempo locale (tempo medio locale meno tempo del fuso; + significa: il tempo locale è avanti)	min
λ	longitudine geografica del luogo (longitudine est positiva)	°
λ_Z	longitudine geografica del meridiano del fuso (CET: 15° Est)	°

ESEMPIO Un laboratorio si trova a 8,36° di longitudine est. Di quanto si discosta il suo tempo medio locale dal CET?

Dati: $\lambda = 8{,}36^\circ$; $\lambda_Z = 15^\circ$

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{(\lambda - \lambda_Z) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \\ &= \frac{(8{,}36^\circ - 15^\circ) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \\ &\approx -26{,}6\,\text{min}\end{aligned}$$

Il tempo medio locale è indietro di 26,6 min rispetto al CET. Il Sole medio si trova qui a sud solo alle 12:26:34 CET.

Tempo del fuso dalla meridiana

(11.11) MAESTRO

$$t_Z = t_W - E - \Delta t$$

Due correzioni portano dalla meridiana all'orologio da polso: l'equazione del tempo per la data e la differenza di tempo locale per la longitudine.

Vale: meridiana che indica il tempo vero locale. Alcune meridiane sono già tracciate per la longitudine del luogo; allora Δt si omette.

t_Z	tempo del fuso (CET)	min
t_W	tempo vero locale (indicazione della meridiana)	min
E	equazione del tempo (+ significa: la meridiana anticipa)	min
Δt	differenza di tempo locale (tempo medio locale meno tempo del fuso; + significa: il tempo locale è avanti)	min

ESEMPIO Il 3 novembre la meridiana del laboratorio dell'esempio precedente indica le ore 12:00, cioè 720 min. L'equazione del tempo vale +16,4 min. Che ora è secondo il CET?

Dati: $t_W = 720\,\text{min}$; $E = 16{,}4\,\text{min}$; $\Delta t = -26{,}6\,\text{min}$

$$\begin{aligned}t_Z &= t_W - E - \Delta t \\ &= 720\,\text{min} - 16{,}4\,\text{min} - (-26{,}6\,\text{min}) \\ &= 730{,}2\,\text{min}\end{aligned}$$

730,2 min dopo mezzanotte, cioè le 12:10 CET. Durante l'ora legale si aggiunge un'ora.

11.5 Fase lunare

La fase lunare si ripete in media ogni 29,530 59 giorni. L'età della Luna conta i giorni dall'ultima luna nuova; in base a essa si regola un'indicazione delle fasi lunari. Come approssimare i 29,53 giorni con numeri di denti e quanto diventa grande l'errore dell'indicazione è spiegato nel capitolo 4.

Età della Luna dalla data

(11.12) MAESTRO

$$a = t - k \cdot T_{\text{syn}}$$

Dalla distanza da una luna nuova nota si tolgono tutte le lunazioni complete. Ciò che resta è l'età della Luna.

Vale: lunazione media; la fase vera può discostarsene fino a circa un giorno. Per regolare un'indicazione delle fasi lunari basta.

a	età della Luna (giorni dall'ultima luna nuova)	d
t	tempo (da una luna nuova nota)	d
k	numero (delle lunazioni compiute da allora; il massimo intero per cui a non diventa negativo)	1
T_{syn}	mese sinodico (da luna nuova a luna nuova)	d

ESEMPIO Il 12 agosto 2026 c'era luna nuova. Quanti giorni ha la Luna il 24 dicembre 2026, cioè 134 giorni dopo? In 134 giorni sono compiute 4 lunazioni.

Dati: $t = 134\,\mathrm{d}$; $k = 4$; $T_{\text{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} a &= t - k \cdot T_{\text{syn}} \\ &= 134\,\mathrm{d} - 4 \cdot 29{,}530\,59\,\mathrm{d} \\ &\approx 15{,}9\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

L'età della Luna è di circa 15,9 giorni. La luna piena è a 14,8 giorni, quindi la Luna è appena stata piena.

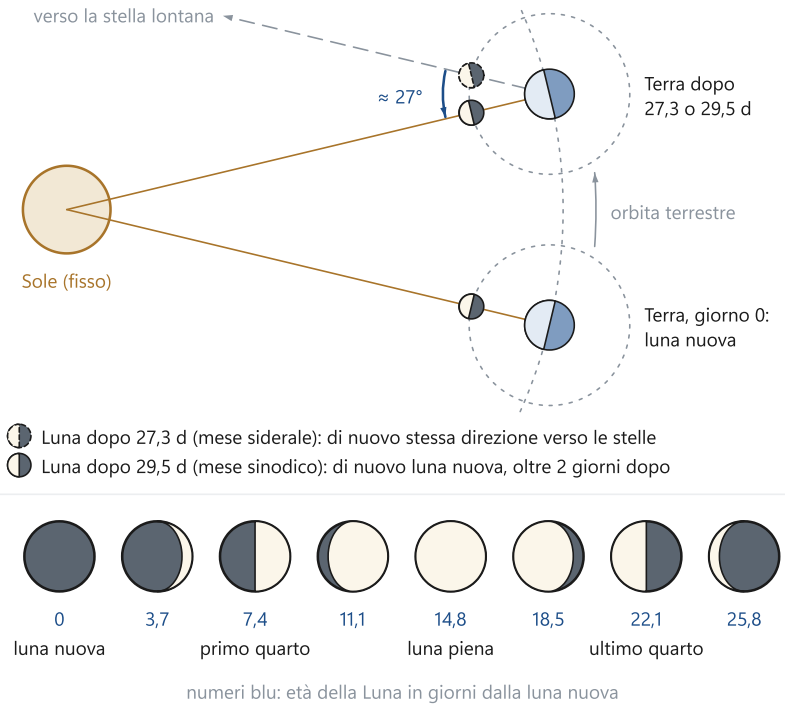


Fig. 11.6 In alto: Sole fisso, Terra sulla sua orbita, Luna intorno alla Terra. Dopo un mese siderale (27,3 d) la Luna è di nuovo nella stessa direzione rispetto alle stelle, fino alla luna nuova impiega più di due giorni in più (mese sinodico, 29,5 d; grandezze non in scala). In basso: fasi lunari viste dall'emisfero nord, con l'età media della Luna

11.6 Scale del cronografo

Molti cronografi portano sulla lunetta o sul quadrante una scala che dal tempo cronometrato ricava subito un'altra grandezza. Dietro ogni scala c'è una formula semplice. Con essa si può verificare una scala o calcolarla per un nuovo quadrante.

Velocità da tratto di misura e tempo cronometrato

(11.13) OPERAIO QUALIFICATO

$$v = \frac{s}{t}$$

v	velocità	$\frac{\text{km}}{\text{h}}$
s	distanza (tratto di misura)	km
t	tempo (cronometrato)	s

Il cronografo si avvia all'inizio di un tratto noto e si ferma alla fine.

Vale: velocità costante sul tratto di misura.

ESEMPIO Un treno impiega 45 s per il tratto tra due cippi chilometrici. A che velocità viaggia?

Dati: $s = 1\,\text{km}; \quad t = 45\,\text{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1\,\text{km}}{45\,\text{s}} \\ &= \frac{1\,\text{km}}{45\,\text{s}} \cdot 3600\,\frac{\text{s}}{\text{h}} \\ &= 80\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

Il treno viaggia a 80 km all'ora.

Scala tachimetrica

(11.14) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$v = \frac{3600}{t}$$

v	velocità (valore della scala in km all'ora)	$\frac{\text{km}}{\text{h}}$
t	tempo (cronometrato, in s)	s

La scala tachimetrica è la formula precedente per un tratto di misura di 1 km: fermando dopo t secondi la lancetta indica la velocità. Allo stesso modo la scala conta pezzi all'ora, se si cronometra il tempo per un pezzo.

Vale: valori numerici: t in s; tratto di misura 1 km (oppure 1 miglio, allora miglia all'ora). La scala arriva solo a 60 s. Per processi più lenti cronometrare metà tratto e dimezzare il valore della scala.

ESEMPIO Quale numero si trova su una scala tachimetrica a 24 s?

Dati: $t = 24\,\text{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{3600}{t} \\ &= \frac{3600}{24} \\ &= 150\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

A 24 s si trova il 150.

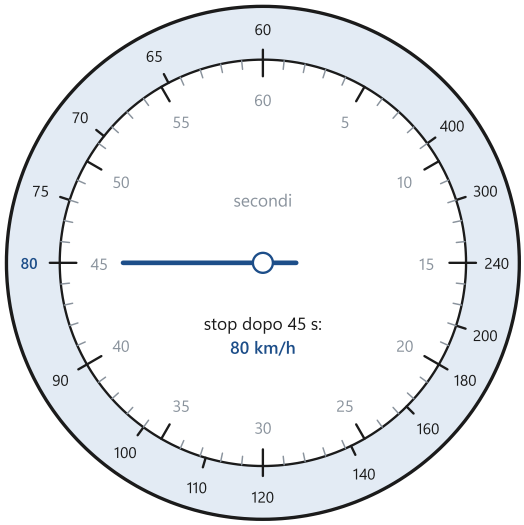


Fig. 11.7 Scala tachimetrica: valore della scala uguale a 3600 diviso i secondi

Telemetro: distanza dal tempo di propagazione del suono

(11.15) OPERAIO QUALIFICATO

$$s = c \cdot t$$

s	distanza	m
c	velocità del suono (in aria)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	tempo (cronometrato, tra segnale luminoso e suono)	s

Il lampo si vede praticamente subito, il tuono impiega quasi 3 s per ogni chilometro. La scala telemetrica indica per il tempo cronometrato la distanza in chilometri.

Vale: velocità del suono in aria a 20 °C: $343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; il tempo di propagazione della luce è trascurato.

ESEMPIO Tra lampo e tuono si cronometrano 6 s. Quanto è lontano il temporale?

Dati: $c = 343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\quad t = 6\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} s &= c \cdot t \\ &= 343\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s} \\ &\approx 2{,}06\,\mathrm{km} \end{aligned}$$

Il temporale è a circa 2 km.

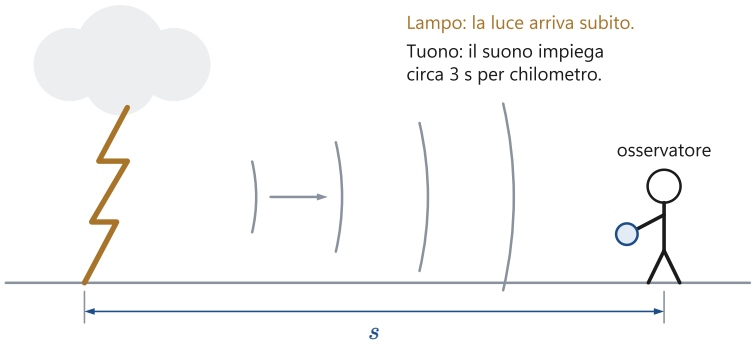


Fig. 11.8 Telemetro: dal tempo tra lampo e tuono segue la distanza s

Velocità del suono e temperatura

(11.16) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI APPROFONDIMENTO

$$c \approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta$$

c	velocità del suono (in aria, valore numerico in m al secondo)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
ϑ	temperatura (dell'aria, in °C)	$^\circ\mathrm{C}$

Il suono si propaga più velocemente nell'aria calda. Le scale telemetriche sono calcolate per una temperatura fissa, per lo più 20 °C.

Vale: valori numerici: ϑ in °C, c in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; aria secca, circa da −20 °C a 40 °C.

ESEMPIO Quanto è veloce il suono in una giornata invernale a −10 °C?

Dati: $\vartheta = -10^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned} c &\approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta \\ &= 331{,}3 + 0{,}606 \cdot (-10) \\ &\approx 325{,}2\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Circa $325\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, cioè il 5 % in meno che a 20 °C. Una scala telemetrica indica allora il 5 % in più.

Pulsometro

(11.17) OPERAIO QUALIFICATO

$$f_\mathrm{P} = \frac{N_\mathrm{P}}{t}$$

f_P	frequenza del polso	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
N_P	numero di battiti del polso contati (taratura della scala, per lo più 15 o 30)	1
t	tempo (cronometrato)	s

Avviare il cronografo, contare il numero di battiti indicato sulla scala, fermare: la lancetta indica i battiti al minuto. La scala asmometrica conta allo stesso modo gli atti respiratori.

ESEMPIO Una scala pulsometrica è tarata su 30 battiti. Per 30 battiti si cronometrano 20 s. Quale numero si trova lì sulla scala?

Dati: $N_\mathrm{P} = 30; \quad t = 20\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} f_\mathrm{P} &= \frac{N_\mathrm{P}}{t} \\ &= \frac{30}{20\,\mathrm{s}} \\ &= 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} \\ &= 90\ \tfrac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La lancetta indica 90 battiti al minuto.

Minuti decimali

(11.18) EQUAZIONE TRA VALORI NUMERICI OPERAIO QUALIFICATO

$$t_{\text{dez}} = \frac{t}{60}$$

t_{dez}	tempo in minuti come numero decimale	min
t	tempo (cronometrato, in s)	s

Per i rilievi dei tempi la scala decimale divide il minuto in 100 parti. Un centesimo di minuto dura 0,6 s. Con i minuti decimali i tempi si possono sommare senza conversioni e moltiplicare per il numero di pezzi.

Vale: valori numerici: t in s, risultato in min.

ESEMPIO Un'operazione dura 39 s. Che cosa indica la scala decimale?

Dati: $t = 39\,\text{s}$

$$\begin{aligned} t_{\text{dez}} &= \frac{t}{60} \\ &= \frac{39}{60} \\ &= 0{,}65\,\text{min} \end{aligned}$$

0,65 min, cioè 65 centesimi di minuto.

Da ricordare: Tre secondi tra lampo e tuono sono circa un chilometro.

12 Qualità e statistica

Un singolo valore misurato dice poco. Solo una serie di misure mostra dove si trova in media un andamento, una quota o un processo e quanto si disperde. Con media e scarto tipo si può valutare se una produzione rispetta con sicurezza la sua tolleranza e quali difetti vanno eliminati per primi.

Il capitolo si rivolge soprattutto all'esame di maestro artigiano e alla produzione in serie. Qui s è lo scarto tipo, non lo spessore della lama; B, A ed E sono nell'analisi dei guasti indici di valutazione.

12.1 Serie di misure

Da una serie di misure ricaviamo due informazioni: la posizione (media) e la dispersione (campo di variazione, scarto tipo). Come esempio serve in questa sezione una serie di dieci valori di andamento in $\frac{\text{s}}{\text{d}}$: +4, +6, +3, +7, +5, +2, +6, +5, +8, +4.

Media aritmetica

(12.1) OPERAIO QUALIFICATO

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$\bar{x}$	media (aritmetica)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum x_i$	somma di tutti i valori misurati (con segno)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	numero (dei valori misurati)	1

Tutti i valori misurati si sommano e si dividono per il loro numero. La media ha la stessa unità dei valori misurati. Come strumento di base la formula si trova anche nella sezione 1.5.

ESEMPIO I dieci valori di andamento della serie danno insieme 50 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$. Quanto vale l'andamento medio?

Dati: $\sum x_i = 50\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad n = 10$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{50\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{10} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

In media l'orologio anticipa di 5 s al giorno.

Campo di variazione

(12.2) OPERAIO QUALIFICATO

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

R	campo di variazione	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$x_{\max}$	valore misurato massimo	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$x_{\min}$	valore misurato minimo	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$

Il campo di variazione è la misura più rapida della dispersione. Dipende però solo dai due valori estremi; un solo valore anomalo lo falsa.

ESEMPIO Il valore di andamento massimo della serie è +8 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$, il minimo +2 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$.

Dati: $x_{\max} = 8\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $\quad x_{\min} = 2\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

$$\begin{aligned}R &= x_{\max} - x_{\min} \\ &= 8\ \frac{\text{s}}{\text{d}} - 2\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 6\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

I valori di andamento si trovano in una banda di 6 s al giorno.

Scarto tipo del campione

(12.3) MAESTRO

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

s	scarto tipo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum (x_i - \bar{x})^2$	somma degli scarti dalla media al quadrato	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{d}^2}$
n	numero (dei valori misurati)	1

Lo scarto tipo è lo scostamento medio dei singoli valori dalla media, mediato in modo quadratico. Si divide per $n - 1$, perché la media proviene dallo stesso campione.

Vale: campione da un insieme più grande; per un'indicazione utile almeno circa 10 valori, meglio 30 e più.

Buono a sapersi: Le calcolatrici indicano questa grandezza come s o σ_{n-1}. Il tasto σ_n divide per n e vale solo se sono stati misurati tutti i pezzi.

ESEMPIO Gli scarti dei dieci valori di andamento dalla media 5 sono −1, +1, −2, +2, 0, −3, +1, 0, +3, −1. I loro quadrati 1, 1, 4, 4, 0, 9, 1, 0, 9, 1 danno insieme 30.

Dati: $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 30\ \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{d}^2}$; $n = 10$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{30\ \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{d}^2}}{10 - 1}} \\ &\approx 1{,}83\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

I valori di andamento si disperdono attorno alla media con uno scarto tipo di circa 1,8 s al giorno.

Scarto tipo della media

(12.4) APPROFONDIMENTO

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$s_{\bar{x}}$	scarto tipo della media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
s	scarto tipo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n	numero (dei valori misurati)	1

La media di una serie di misure si disperde meno del singolo valore misurato. Quattro volte più misure ne dimezzano l'incertezza.

Vale: valori misurati indipendenti tra loro.

ESEMPIO Quanto è sicura la media dei dieci valori di andamento, se i singoli valori si disperdono con 1,83 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$?

Dati: $s = 1{,}83\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n = 10$

$$\begin{aligned} s_{\bar{x}} &= \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= \frac{1{,}83\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{\sqrt{10}} \\ &\approx 0{,}58\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

La media è sicura a circa 0,6 s al giorno. Con 40 misure sarebbero 0,3 s al giorno.

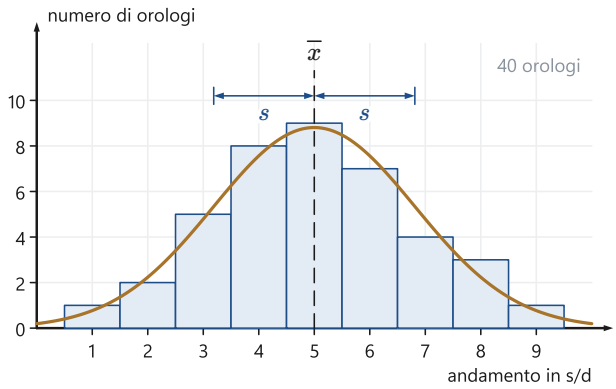


Fig. 12.1 Istogramma di una serie di misure dell'andamento su 40 orologi con curva a campana: $\bar{x} = 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$, $s = 1{,}8\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

Molte grandezze misurate si disperdono secondo la distribuzione normale, la curva a campana: valori vicini alla media sono frequenti, valori lontani rari. Lo scarto tipo dice allora quale quota dei valori si trova in quale intervallo.

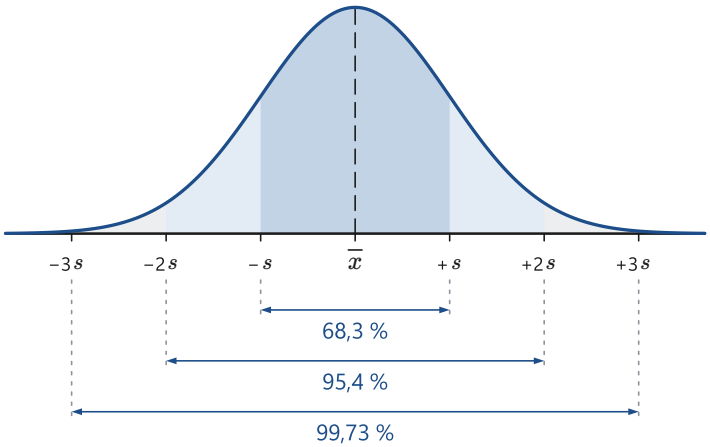


Fig. 12.2 Distribuzione normale: quota dei valori entro uno, due e tre scarti tipo dalla media

Distribuzione normale: quota dei valori attorno alla media

Intervallo	dentro	fuori
$\bar{x} \pm 1\,s$	68,3 %	31,7 %
$\bar{x} \pm 2\,s$	95,4 %	4,6 %
$\bar{x} \pm 3\,s$	99,73 %	0,27 %
$\bar{x} \pm 4\,s$	99,994 %	63 ppm

Vale per valori distribuiti normalmente. 1 ppm è una parte per milione.

Da ricordare: Due terzi di tutti i valori si trovano entro uno scarto tipo dalla media, quasi tutti entro tre.

12.2 Capacità di macchina e di processo

La capacità confronta la tolleranza con la dispersione: la curva a campana sta con sicurezza tra il limite inferiore e quello superiore? Per la capacità di macchina (C_m, C_mk) si misura una breve serie in condizioni uguali, per lo più 50 pezzi consecutivi. Per la capacità di processo (C_p, C_pk) si misurano campioni per un periodo più lungo. Le formule sono le stesse.

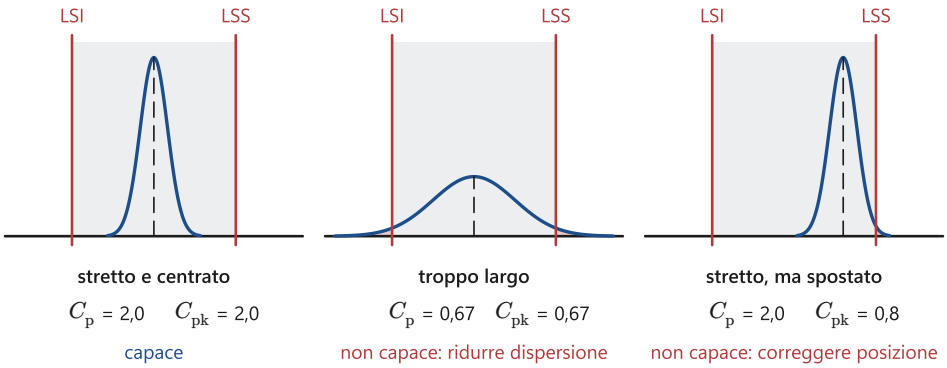


Fig. 12.3 Zona di tolleranza e distribuzione: un processo è capace solo se si disperde in modo abbastanza stretto ed è centrato

Capacità da tolleranza e dispersione

(12.5) MAESTRO

$$C_\mathrm{p} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{6 \cdot s}$$

C_p dice quante volte l'ampiezza di dispersione di sei scarti tipo sta nella tolleranza. Dove si trova la media non ha importanza.

Vale: valori misurati distribuiti normalmente, processo stabile.

C_p	capacità di processo (macchina: C_m)	1
OGW	limite superiore di specifica	µm
UGW	limite inferiore di specifica	µm
s	scarto tipo	µm

ESEMPIO Un perno deve misurare 0,100 mm ± 0,004 mm, i limiti sono quindi 96 µm e 104 µm. Una serie di misure dà lo scarto tipo 0,8 µm.

Dati: $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_\mathrm{p} &= \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{6 \cdot s} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{6 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &\approx 1{,}67 \end{aligned}$$

La tolleranza è 1,67 volte più larga dell'ampiezza di dispersione: la dispersione è abbastanza piccola.

Capacità critica rispetto al limite superiore

(12.6) MAESTRO

$$C_\mathrm{po} = \frac{\mathrm{OGW} - \bar{x}}{3 \cdot s}$$

La capacità critica C_pk tiene conto anche della posizione. È il minore dei due valori C_po e C_pu: la distanza della media dal limite più vicino, misurata in tre scarti tipo.

Vale: come per la formula precedente. Per la macchina il valore minore si chiama C_mk.

C_po	capacità rispetto al limite superiore	1
OGW	limite superiore di specifica	µm
$\bar{x}$	media (aritmetica)	µm
s	scarto tipo	µm

ESEMPIO I perni dell'esempio precedente misurano in media 101 µm.

Dati: $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}$; $\bar{x} = 101\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_\mathrm{po} &= \frac{\mathrm{OGW} - \bar{x}}{3 \cdot s} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 101\,\mu\mathrm{m}}{3 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &= 1{,}25 \end{aligned}$$

Verso il limite superiore resta solo 1,25 volte la metà dell'ampiezza di dispersione.

Capacità critica rispetto al limite inferiore

(12.7) MAESTRO

$$C_{\mathrm{pu}} = \frac{\bar{x} - \mathrm{UGW}}{3 \cdot s}$$

Se la media si trova esattamente al centro della tolleranza, i due valori sono uguali e pari a C_{p}.

C_{pu}	capacità rispetto al limite inferiore	1
$\bar{x}$	media (aritmetica)	µm
UGW	limite inferiore di specifica	µm
s	scarto tipo	µm

ESEMPIO Gli stessi perni, ora calcolati rispetto al limite inferiore.

Dati: $\bar{x} = 101\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$C_{\mathrm{pu}} = \frac{\bar{x} - \mathrm{UGW}}{3 \cdot s} = \frac{101\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{3 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \approx 2{,}08$$

Vale il valore minore: $C_{\mathrm{pk}} = 1{,}25$. La dispersione sarebbe abbastanza piccola ($C_{\mathrm{p}} = 1{,}67$), ma il processo è 1 µm troppo alto e non soddisfa il requisito 1,33. Se la macchina viene corretta di 1 µm, $C_{\mathrm{pk}} = C_{\mathrm{p}} = 1{,}67$.

Indici di capacità: requisiti usuali (valori indicativi)

C_{pk}	Distanza dal limite più vicino	Quota di difettosi	Valutazione
1,00	$3\,s$	0,27 %	capacità limitata; per lo più non basta
1,33	$4\,s$	63 ppm	capace; requisito minimo usuale per il processo
1,67	$5\,s$	0,6 ppm	requisito minimo usuale per la macchina (C_{mk})
2,00	$6\,s$	0,002 ppm	molto sicuro

Quota di difettosi per un processo centrato e distribuito normalmente, entrambi i lati insieme. Fa fede quanto concordato con il cliente.

Da ricordare: C_{p} misura la dispersione, C_{pk} dispersione e posizione. C_{pk} non è mai maggiore di C_{p}.

La carta di controllo tiene d'occhio un processo capace: a intervalli fissi si misura un piccolo campione e se ne riporta la media. Finché i punti si disperdono in modo casuale attorno alla linea centrale e restano entro i limiti di controllo, il processo procede indisturbato. Il limite di controllo superiore e quello inferiore (LCS, LCI) si trovano per lo più tre scarti tipo della media secondo la formula (12.4) sopra e sotto la linea centrale.

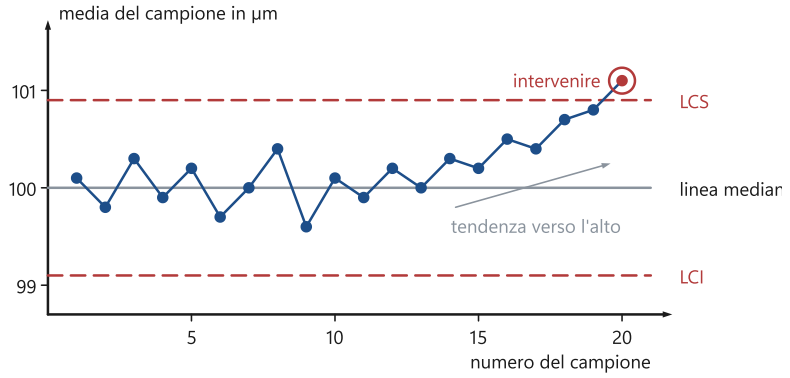


Fig. 12.4 Carta di controllo (principio): medie dei campioni con linea centrale e limiti di controllo; una tendenza annuncia il disturbo

12.3 Difetti e rischio

Le quote di difettosi si indicano in percento o, se piccole, in ppm: parti per milione. L'indice di priorità del rischio della FMEA (analisi dei modi di guasto e dei loro effetti) ordina i possibili difetti secondo quali vanno eliminati

per primi.

Tasso di difettosità

(12.8) OPERAIO QUALIFICATO

$$q = \frac{n_\mathrm{F}}{n}$$

Se si contano solo i pezzi inutilizzabili, la quota si chiama tasso di scarto. Se si contano i pezzi da rilavorare, si chiama tasso di rilavorazione.

q	tasso di difettosità (quota di pezzi difettosi)	ppm
n_F	numero di pezzi difettosi	1
n	numero (dei pezzi controllati)	1

ESEMPIO Di 1200 barrette a molla fornite, 3 sono troppo corte. Quanto vale il tasso di difettosità?

Dati: $n_\mathrm{F} = 3; \quad n = 1200$

$$\begin{aligned} q &= \frac{n_\mathrm{F}}{n} \\ &= \frac{3}{1200} \\ &= 0{,}0025 \\ &= 2500\,\mathrm{ppm} \end{aligned}$$

2500 ppm, cioè lo 0,25 %.

Resa al primo passaggio di un'operazione

(12.9) MAESTRO

$$\mathrm{FPY} = 1 - q_\mathrm{A} - q_\mathrm{N}$$

La resa al primo passaggio conta solo i pezzi buoni senza rilavorazione. I pezzi rilavorati alla fine sono sì utilizzabili, ma sono costati tempo e denaro.

FPY	resa al primo passaggio (First Pass Yield: quota di pezzi buoni al primo passaggio)	$\%$
q_A	tasso di scarto	$\%$
q_N	tasso di rilavorazione	$\%$

ESEMPIO Nella tornitura di alberi c'è l'1,5 % di scarto, un altro 2,5 % deve essere rilavorato.

Dati: $q_\mathrm{A} = 1{,}5\,\%; \quad q_\mathrm{N} = 2{,}5\,\%$

$$\begin{aligned} \mathrm{FPY} &= 1 - q_\mathrm{A} - q_\mathrm{N} \\ &= 1 - 1{,}5\,\% - 2{,}5\,\% \\ &= 96\,\% \end{aligned}$$

Il 96 % degli alberi è buono al primo colpo.

Resa al primo passaggio su più operazioni

(12.10) MAESTRO

$$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}} = \mathrm{FPY}_1 \cdot \mathrm{FPY}_2 \cdot \mathrm{FPY}_3$$

Un pezzo è buono al primo colpo solo se supera ogni operazione senza difetti. Le rese al primo passaggio si moltiplicano perciò tra loro; con più operazioni si aggiungono altri fattori.

Vale: difetti delle operazioni indipendenti tra loro.

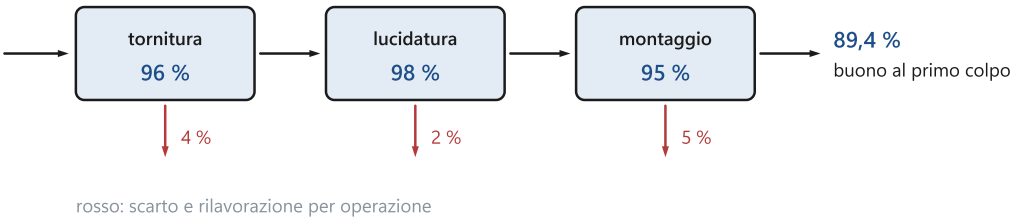
$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}}$	resa al primo passaggio su tutte le operazioni	%
FPY_1	resa al primo passaggio della prima operazione	%
FPY_2	resa al primo passaggio della seconda operazione	%
FPY_3	resa al primo passaggio della terza operazione	%

ESEMPIO Un albero viene tornito (resa al primo passaggio 96 %), lucidato (98 %) e montato (95 %).

Dati: $\mathrm{FPY}_1 = 96\,\%$; $\mathrm{FPY}_2 = 98\,\%$; $\mathrm{FPY}_3 = 95\,\%$

$$\begin{aligned}\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}} &= \mathrm{FPY}_1 \cdot \mathrm{FPY}_2 \cdot \mathrm{FPY}_3 \\ &= 96\,\% \cdot 98\,\% \cdot 95\,\% \\ &\approx 89{,}4\,\%\end{aligned}$$

Solo l'89,4 % dei pezzi passa senza difetti, benché ogni singola operazione sembri buona. Un pezzo su dieci costa rilavorazione o è scarto.



rosso: scarto e rilavorazione per operazione

Fig. 12.5 Resa al primo passaggio su tre operazioni: $0{,}96 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}95 = 0{,}894$

Indice di priorità del rischio (FMEA)

(12.11) MAESTRO

$$\mathrm{RPZ} = B \cdot A \cdot E$$

Ogni possibile difetto riceve tre indici di valutazione da 1 (innocuo, raro, rilevato con sicurezza) a 10 (molto grave, molto frequente, non rilevabile). Più grande è il prodotto, più urgente il rimedio.

Vale: valutazione secondo un catalogo fisso, sempre in gruppo e sempre con gli stessi criteri; solo così i numeri sono confrontabili.

RPZ	indice di priorità del rischio (1 … 1000)	1
B	gravità della conseguenza del guasto (1 … 10)	1
A	probabilità di accadimento della causa (1 … 10)	1
E	rilevabilità prima della consegna (1 … 10)	1

Attenzione: L'IPR è una graduatoria, non un valore misurato. I difetti con conseguenza molto grave (B = 9 o 10) si trattano sempre, anche se l'IPR è piccolo. Le norme FMEA più recenti ricavano perciò l'urgenza da una tabella (priorità d'azione), invece di moltiplicare i tre numeri.

ESEMPIO Possibile difetto: durante la sostituzione della pila la guarnizione del fondello viene schiacciata, più tardi penetra acqua. Valutazione: gravità 8 (movimento distrutto), accadimento 3 (raro), rilevabilità 4 (solo controllo visivo).

Dati: $B = 8$; $A = 3$; $E = 4$

$$\begin{aligned}\mathrm{RPZ} &= B \cdot A \cdot E \\ &= 8 \cdot 3 \cdot 4 \\ &= 96\end{aligned}$$

IPR = 96. Se ogni orologio dopo la chiusura viene controllato per l'impermeabilità, E scende a 1 e l'IPR a 24.

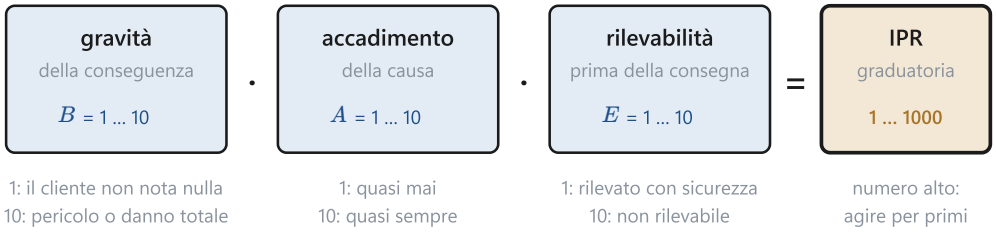


Fig. 12.6 Indice di priorità del rischio della FMEA: tre valutazioni da 1 a 10 si moltiplicano tra loro

12.4 Strumenti di misura e condizioni di misura

Un valore misurato è buono solo quanto lo strumento e le condizioni di misura. Due domande precedono ogni misura: lo strumento è abbastanza fine per la tolleranza? E pezzo e strumento hanno la temperatura di riferimento di 20 °C?

Regola d'oro della metrologia

(12.12) OPERAIO QUALIFICATO

$$U_{\max} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{10}$$

$U_{\max}$	incertezza di misura ammessa dello strumento	$\mu\mathrm{m}$
OGW	limite superiore di specifica	$\mu\mathrm{m}$
UGW	limite inferiore di specifica	$\mu\mathrm{m}$

L'incertezza di misura deve essere al massimo un decimo della tolleranza. Allora la tolleranza resta quasi tutta per la produzione.

Vale: regola pratica; con tolleranze molto strette si ammette in caso di necessità un quinto. La divisione della scala o il passo delle cifre deve essere almeno altrettanto fine, perché l'incertezza di misura è per lo più maggiore della risoluzione.

ESEMPIO Un perno deve misurare 0,100 mm ± 0,004 mm, i limiti sono quindi 96 µm e 104 µm. Quanto deve essere preciso lo strumento di misura?

Dati: $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{10} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{10} \\ &= 0{,}8\,\mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

L'incertezza di misura può essere al massimo di 0,8 µm. Un micrometro per esterni con divisione di 0,01 mm non basta; serve uno strumento che misuri con sicurezza meno di 1 µm.

Influsso della temperatura nella misura

(12.13) OPERAIO QUALIFICATO

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta\vartheta$$

Le quote valgono a 20 °C. Un pezzo più caldo risulta troppo grande alla misura, uno più freddo troppo piccolo. È la dilatazione lineare secondo la formula (2.55); i valori dei materiali si trovano nella sezione 2.8.

Vale: pezzo riscaldato uniformemente, strumento a 20 °C. Se pezzo e strumento hanno la stessa temperatura e lo stesso coefficiente di dilatazione, l'errore si annulla.

Δl	variazione di lunghezza	$\mu\mathrm{m}$
α	coefficiente di dilatazione lineare	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l	lunghezza (quota misurata)	mm
$\Delta\vartheta$	variazione di temperatura (qui: scostamento da 20 °C)	K

ESEMPIO Una platina d'ottone di 30 mm di diametro ($\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$) arriva sotto lo strumento calda di mano a 30 °C, cioè 10 K troppo calda.

Dati: $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l = 30\,\mathrm{mm}$; $\quad \Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \alpha \cdot l \cdot \Delta\vartheta \\ &= 19 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 10\,\mathrm{K} \\ &\approx 5{,}7\,\mu\mathrm{m}\end{aligned}$$

La platina risulta 5,7 µm troppo grande. È più della tolleranza di certi accoppiamenti. Lasciare che i pezzi raggiungano la temperatura ambiente prima di misurarli e non tenerli in mano più del necessario.

Simboli

Tutti i simboli di questo formulario con significato, unità usuale e capitolo. Lo stesso simbolo può avere significati diversi in capitoli diversi; fa sempre fede la tabella delle grandezze accanto alla formula.

A	Area	$\mathrm{mm^2}$	Cap. 1, 2
A	Ampiezza	$^\circ$, rad	Cap. 5
A	ampiezza	rad, $^\circ$	Cap. 6, 7, 8
A	superficie	$\mathrm{cm^2}$, $\mathrm{mm^2}$, $\mathrm{m^2}$	Cap. 9, 10
A	probabilità di accadimento della causa	1	Cap. 12
ΔA	calo d'ampiezza	$^\circ$	Cap. 8
a	Lato	mm	Cap. 1
a	Semiasse	mm	Cap. 1
a	Cateto	mm	Cap. 1
a	Interasse	mm	Cap. 1
a	Accelerazione	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$	Cap. 2
a	Distanza	mm	Cap. 2
a	interasse	mm	Cap. 4, 7
a	distanza	m, mm	Cap. 6, 9
a	quota di tempo delle posizioni orizzontali	1	Cap. 8
a	età della Luna	d	Cap. 11
A_0	Ampiezza iniziale	$^\circ$	Cap. 5
A_0	ampiezza a carica completa	$^\circ$	Cap. 8
A_1	ampiezza prima	rad	Cap. 6
A_2	ampiezza dopo	rad	Cap. 6
A_{24}	ampiezza dopo 24 ore di marcia	$^\circ$	Cap. 8
α	Angolo	$^\circ$	Cap. 1
α	Angolo al centro	$^\circ$	Cap. 1
α	Angolo d'inclinazione	$^\circ$	Cap. 2
α	Coefficiente di dilatazione lineare	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 2
α	Angolo di pressione	$^\circ$	Cap. 4
α	coefficiente di dilatazione lineare	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 6, 12
α	angolo del cono	$^\circ$	Cap. 9
α	angolo di piegatura	$^\circ$	Cap. 9
α_1	coefficiente di dilatazione lineare delle parti che agiscono verso il basso	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 6
α_2	coefficiente di dilatazione lineare delle parti che agiscono verso l'alto	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 6
α_{20}	coefficiente di temperatura della resistenza	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 10
α_S	Coefficiente di dilatazione lineare della spirale	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 5
α_U	Coefficiente di dilatazione lineare del bilanciere	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 5
a_max	distanza delle superfici d'appoggio	mm	Cap. 9
a_min	distanza delle superfici d'appoggio	mm	Cap. 9
A_N	Ampiezza dopo N_S oscillazioni	$^\circ$	Cap. 5
a_p	profondità di passata	mm	Cap. 9
a_U	interasse tra ancora e bilanciere	mm	Cap. 7
A_Z	ampiezza indicata dal cronocomparatore	$^\circ$	Cap. 8
B	induzione magnetica	$\frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{m^2}}$	Cap. 8

B	angolo annuo	$^\circ$	Cap. 11
B	gravità della conseguenza del guasto	1	Cap. 12
b	Semiasse	mm	Cap. 1
b	Cateto	mm	Cap. 1
b	Lato	mm	Cap. 1
b	Altezza della lama	mm	Cap. 2, 3, 5
b	Colpi a ogni mezz'ora	1	Cap. 4
b_1	Altezza della lama della molla originale	mm	Cap. 3
b_2	Altezza della lama della molla di ricambio	mm	Cap. 3
β	Angolo	$^\circ$	Cap. 1, 5
β	Angolo del cuneo	$^\circ$	Cap. 2
β	coefficiente di temperatura del quarzo	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K}^2}$	Cap. 10
β_B	corsa dell'ancora da limitatore a limitatore	$^\circ$	Cap. 7
β_E	Coefficiente termico del modulo di elasticità della spirale	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 5
β_G	angolo dell'ancora mentre l'ellisse è nella forchetta	$^\circ$	Cap. 7
β_H	impulso sull'ancora	$^\circ$	Cap. 7
β_R	riposo	$^\circ$	Cap. 7
β_V	cammino perduto	$^\circ$	Cap. 7
b_K	larghezza del becco, misurata sulla circonferenza della ruota	mm	Cap. 7
C	Coefficiente termico dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$	Cap. 5
C	coefficiente termico dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$	Cap. 8
C	conicità	1	Cap. 9
C	capacità	F	Cap. 10
c	Lato	mm	Cap. 1
c	Ipotenusa	mm	Cap. 1
c	ipotenusa	mm	Cap. 1
c	Rigidezza della molla	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$	Cap. 2
c	rigidezza della molla	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$	Cap. 2
c	Gioco di fondo tra testa della ruota e fondo del pignone	mm	Cap. 4
c	velocità del suono	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 11
C_1	prima capacità parziale	F	Cap. 10
C_2	seconda capacità parziale	F	Cap. 10
C_3	terza capacità parziale	F	Cap. 10
C_N	capacità nominale della pila	mAh	Cap. 10
C_p	capacità di processo	1	Cap. 12
C_po	capacità rispetto al limite superiore	1	Cap. 12
C_pu	capacità rispetto al limite inferiore	1	Cap. 12
D	Diametro	mm	Cap. 1
D	Momento elastico	$\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$, $\frac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 2, 5
D	momento elastico	$\frac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 7
D	differenza verticale–orizzontale	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
D	diametro	mm	Cap. 9
ΔD	Variazione del momento elastico	$\frac{\mu\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 5
d	Diametro	mm	Cap. 1, 2, 3
d	Diametro primitivo	mm	Cap. 4
d	diametro	mm	Cap. 8, 9

d	distanza	m	Cap. 10
d'_a	Diametro di testa del pignone	mm	Cap. 4
d'_f	Diametro di piede del pignone	mm	Cap. 4
d_2	diametro medio	mm	Cap. 9
d_3	diametro di nocciolo	mm	Cap. 9
d_a	Diametro di testa	mm	Cap. 4
d_a	Diametro della spira più esterna	mm	Cap. 5
d_a	diametro esterno del cilindro	mm	Cap. 7
d_b	Diametro di base	mm	Cap. 4
d_f	Diametro di piede	mm	Cap. 4
d_i	Diametro della spira più interna	mm	Cap. 5
d_i	diametro	mm	Cap. 9
d_K	diametro del foro di preparazione	mm	Cap. 9
d_m	Misura tra le superfici di misura	mm	Cap. 4
d_S	Spessore della corda o della corda di budello	mm	Cap. 3
d_w	diametro efficace del tamburo	mm	Cap. 3
E	Modulo di elasticità	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2, 3, 5
E	equazione del tempo	min	Cap. 11
E	rilevabilità prima della consegna	1	Cap. 12
e	Misura sugli spigoli	mm	Cap. 1
e	Raggio terminale	mm	Cap. 5
e	spostamento della contropunta	mm	Cap. 9
E_F	Energia della molla tesa	mJ, J	Cap. 2
E_kin	Energia cinetica	J	Cap. 2
E_pot	Energia potenziale	J	Cap. 2
E_rot	Energia di rotazione	J	Cap. 2
η	Rendimento	1	Cap. 2, 3, 4
η	rendimento	1	Cap. 7
η	rendimento di corrente	1	Cap. 9
η_1	Rendimento del primo stadio	1	Cap. 2
η_2	Rendimento del secondo stadio	1	Cap. 2
η_3	Rendimento del terzo stadio	1	Cap. 2
η_F	Rendimento della molla nel bariletto	1	Cap. 3
η_ges	Rendimento complessivo	1	Cap. 2
η_ges	Rendimento complessivo del rotismo	1	Cap. 4
F	Forza	N	Cap. 2
F	forza	N	Cap. 8
F	costante di Faraday	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$	Cap. 9
Δf	scarto di frequenza	Hz	Cap. 10
f	Frequenza	Hz	Cap. 1, 5
f	frequenza	Hz	Cap. 8, 10
f	avanzamento al giro	mm	Cap. 9
F_1	prima forza	N	Cap. 2
F_2	seconda forza	N	Cap. 2
f_aus	frequenza all'uscita del divisore	Hz	Cap. 10
F_G	Forza peso	N	Cap. 2

F_{H}	Forza parallela al piano	N	Cap. 2
f_{ist}	frequenza misurata	Hz	Cap. 5
f_{M}	frequenza degli impulsi motore	Hz	Cap. 10
F_{N}	Forza normale	N	Cap. 2
F_{N}	forza normale	N	Cap. 2
f_{P}	frequenza del polso	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 11
FPY	resa al primo passaggio	$\%$	Cap. 12
FPY_{1}	resa al primo passaggio della prima operazione	$\%$	Cap. 12
FPY_{2}	resa al primo passaggio della seconda operazione	$\%$	Cap. 12
FPY_{3}	resa al primo passaggio della terza operazione	$\%$	Cap. 12
$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}}$	resa al primo passaggio su tutte le operazioni	$\%$	Cap. 12
F_{Q}	Carico perpendicolare alla base	N	Cap. 2
F_{R}	Risultante	N	Cap. 2
F_{R}	Forza d'attrito	N	Cap. 2
F_{R0}	massima forza d'attrito statico	N	Cap. 2
f_{soll}	frequenza nominale	Hz	Cap. 5
f_{z}	avanzamento al dente	mm	Cap. 9
G	Andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 1, 5
G	Modulo di taglio	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
G	andamento dell'orologio in secondi al giorno	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
G	andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8, 10, 11
ΔG	Variazione di andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
ΔG	variazione di andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6, 10
ΔG	errore di isocronismo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
Δg	variazione dell'accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 6
$\bar{G}$	andamento medio	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
g	Accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 2, 3, 5
g	accelerazione di gravità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 6, 8
g	accelerazione di gravità nel luogo vecchio	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 6
G_{0}	andamento a carica completa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{1}	Andamento alla temperatura più bassa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
G_{1}	andamento al primo giorno di prova	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{15}	andamento all'ultimo giorno di prova	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{2}	Andamento alla temperatura più alta	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
G_{2}	andamento al secondo giorno di prova	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{24}	andamento dopo 24 ore di marcia	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{38}	andamento a 38 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{8}	andamento a 8 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
γ	Angolo	$^\circ$	Cap. 1, 2
γ	Coefficiente di dilatazione volumica	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 2
γ	semiangolo di abbracciamento	$^\circ$	Cap. 7
γ_{F}	caduta	$^\circ, \mathrm{rad}$	Cap. 7
γ_{H}	impulso sulla ruota	$^\circ$	Cap. 7
G_{f}	andamento medio delle posizioni orizzontali	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{h}	andamento medio delle posizioni verticali	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
ΔG_{L}	differenza massima tra le posizioni	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8

G_{m}	Andamento alla temperatura media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
$G_{\max}$	andamento massimo di tutte le posizioni	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
$G_{\min}$	andamento minimo di tutte le posizioni	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{o}	dimensione massima	mm	Cap. 9
G_{oB}	dimensione massima	mm	Cap. 9
G_{oW}	dimensione massima	mm	Cap. 9
G_{T}	andamento atteso al polso	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{uB}	dimensione minima	mm	Cap. 9
G_{uW}	dimensione minima	mm	Cap. 9
ΔG_{W}	ripresa dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
H	intensità del campo magnetico	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Cap. 8
h	Freccia	mm	Cap. 1
h	Altezza	mm, m	Cap. 1, 2, 3
h	altitudine	m	Cap. 6
h	altezza	m	Cap. 8
h_a	Altezza	mm	Cap. 1
I	Momento d'inerzia della sezione	mm^4	Cap. 2
I	momento d'inerzia della sezione	mm^4	Cap. 2
I	intensità di corrente	A, mA	Cap. 9, 10
i	Rapporto di trasmissione	1	Cap. 4
i	numero	1	Cap. 9
i	rapporto	1	Cap. 9
i_{G}	rapporto di trasmissione in posizione centrale	1	Cap. 7
i_{ges}	Rapporto di trasmissione complessivo	1	Cap. 4
I_{IC}	assorbimento di corrente del circuito con oscillatore	$\mu\mathrm{A}$	Cap. 10
I_{Imp}	corrente nella bobina durante l'impulso	mA	Cap. 10
I_{m}	assorbimento medio di corrente del movimento	$\mu\mathrm{A}$	Cap. 10
i_{R}	Demoltiplica della carica automatica	1	Cap. 3
i_{U}	demoltiplicazione	1	Cap. 10
i_{W}	Rapporto di trasmissione dalla ruota delle caviglie al volano	1	Cap. 4
J	Momento d'inerzia	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$, $\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 2, 5
ΔJ	Variazione del momento d'inerzia	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 5
j	Gioco tra i fianchi sulla circonferenza primitiva	mm	Cap. 4
j	densità di corrente	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$	Cap. 9
J_{A}	Momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 2
J_{A}	momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Cap. 6
J_{S}	Momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo passante per il baricentro	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 2
J_{S}	momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo passante per il baricentro	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Cap. 6
J_{Z}	momento d'inerzia noto del disco applicato	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 5
K	Valore CGS della spirale	$\frac{\mathrm{N{\cdot}mm^3}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 5
K	numero di carati	1	Cap. 9
k	Numero	1	Cap. 3, 4
k	Coefficiente di testa	1	Cap. 4
k	ultima ora battuta	1	Cap. 4
k	abbracciamento	1	Cap. 7

k	fattore di correzione	1	Cap. 9
k	numero	1	Cap. 11
k'	Coefficiente di testa del pignone	1	Cap. 4
k_{A}	Fattore d'ampiezza dello squilibrio	1	Cap. 5
k_{F}	Grado di riempimento: frazione della superficie libera coperta dalla molla	1	Cap. 3
L	lunghezza	mm	Cap. 9
Δl	Variazione di lunghezza	mm	Cap. 2, 5
Δl	variazione di lunghezza	mm, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 6, 12
Δl	corsa della lente	mm	Cap. 6
l	Lunghezza	mm	Cap. 2, 3, 5
l	lunghezza del pendolo	m, mm	Cap. 6
l	lunghezza	mm, m	Cap. 9, 10, 12
l_0	Lunghezza iniziale	mm	Cap. 2
l_1	primo braccio di leva	mm	Cap. 2
l_1	lunghezza attiva nella prova	mm	Cap. 5
l_1	lunghezza totale delle parti che agiscono verso il basso	m	Cap. 6
l_2	secondo braccio di leva	mm	Cap. 2
l_2	lunghezza attiva necessaria	mm	Cap. 5
l_2	lunghezza totale delle parti che agiscono verso l'alto	m	Cap. 6
λ	angolo di alzata	$^\circ$	Cap. 7, 8
λ	longitudine geografica del luogo	$^\circ$	Cap. 11
λ_{Z}	angolo di alzata impostato sul cronocomparatore	$^\circ$	Cap. 8
λ_{Z}	longitudine geografica del meridiano del fuso	$^\circ$	Cap. 11
l_{B}	Lunghezza dell'arco	mm	Cap. 1
l_{B}	lunghezza	mm	Cap. 9
l_{G}	lunghezza della forchetta	mm	Cap. 7
$l_{\max}$	lunghezza	mm	Cap. 9
$l_{\min}$	lunghezza	mm	Cap. 9
l_{P}	distanza tra i due punti di contatto	mm	Cap. 7
l_{r}	lunghezza ridotta del pendolo	m	Cap. 6
L_{W}	lunghezza	mm	Cap. 9
l_{Z}	lunghezza di un dente	mm	Cap. 7
M	Momento torcente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$, $\mathrm{N{\cdot}m}$, $\mu\mathrm{N{\cdot}m}$	Cap. 2, 3, 4, 5
M	massa molare del metallo depositato	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$	Cap. 9
Δm	massa del pesetto	g	Cap. 6
m	Massa	g, kg, mg	Cap. 1, 2, 3, 5
m	Modulo	mm	Cap. 4
m	massa	kg, g, mg	Cap. 6, 9
M'	Momento torcente sull'albero del pignone condotto	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 4
M_1	Momento torcente della molla originale	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
m_1	Modulo dell'ingranamento pignone calzante e ruota di minuteria	mm	Cap. 4
m_1	massa	g	Cap. 9
M_2	Momento torcente della molla di ricambio	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
m_2	Modulo dell'ingranamento pignone di minuteria e ruota delle ore	mm	Cap. 4

m_2	massa	g	Cap. 9
ei	scostamento inferiore	mm	Cap. 9
es	scostamento superiore	mm	Cap. 9
M_b	Momento flettente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
M_F	Momento torcente del bariletto nello stesso istante	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
M_F	Momento torcente sul bariletto	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 4
m_f	peso di fino	g	Cap. 9
M_H	Momento torcente sulla ruota di scappamento	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Cap. 4
M_H	coppia sulla ruota di scappamento	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Cap. 7
m_L	Massa	g	Cap. 1
M_m	momento torcente medio su questi giri	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
M_max	massimo momento torcente trasmissibile elasticamente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
M_R	Momento d'attrito	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
M_S	Momento torcente sulla conoide	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
m_S	Massa di una vite	mg	Cap. 5
M_t	Momento torcente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
μ	Coefficiente d'attrito	1	Cap. 2
μ	coefficiente d'attrito	1	Cap. 2, 7
m_u	Sovrappeso	$\mathrm{\mu g}$	Cap. 5
μ_0	Coefficiente d'attrito statico	1	Cap. 2
μ_0	permeabilità magnetica del vuoto	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{A{\cdot}m}}$	Cap. 8
m_W	Lettura della bilancia con il pezzo completamente immerso	g	Cap. 1
m_zu	massa	g	Cap. 9
N	Giri	1	Cap. 3
N	Numero	1	Cap. 4, 5
N	giri	1	Cap. 6
N	dimensione nominale	mm	Cap. 9
N	numero	1	Cap. 10
N	numero del giorno nell'anno	1	Cap. 11
n	Numero	1	Cap. 1
n	Velocità di rotazione	$\frac{1}{\mathrm{min}}$, $\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 2, 4
n	numero	1	Cap. 8, 10, 12
n	numero di giri	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
n'	Velocità di rotazione del pignone condotto	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 4
n_1	Frequenza in alternanze nella prova	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 5
N_{12}	Colpi delle ore in 12 ore	1	Cap. 4
n_2	Frequenza	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 5
N_A	Colpi per giro della ruota motrice	1	Cap. 4
N_ab	Spire della molla scarica	1	Cap. 3
N_auf	Spire della molla carica	1	Cap. 3
N_d	Colpi in 24 ore	1	Cap. 4
N_d	numero di giorni nel ciclo	1	Cap. 11
n_d	Colpi al giorno	$\frac{1}{\mathrm{d}}$	Cap. 4
N_E	Numero della curva terminale	1	Cap. 5
n_F	numero di anni finché il calendario si discosta di un giorno dall'anno solare	1	Cap. 11
n_F	numero di pezzi difettosi	1	Cap. 12

n_{G}	numero di filetti	$\frac{1}{\mathrm{in}}$	Cap. 9
n_{H}	Velocità di rotazione della ruota di scappamento	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 4
n_{H}	numero di giri della ruota di scappamento	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 7
n_{h}	Frequenza	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 1, 4, 5
n_{h}	frequenza	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 6, 7
n_{h}	frequenza in battiti al minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 6
n_{ist}	frequenza in alternanze misurata	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 8
N_{K}	Giri della corona	1	Cap. 3
n_{K}	giri di manovella per passo di divisione	1	Cap. 9
N_{L}	Numero di linee	1	Cap. 1
N_{L}	numero di fori della circonferenza di fori	1	Cap. 9
n_{L}	intervalli tra fori per passo di divisione	1	Cap. 9
N_{M}	Giri della lancetta dei minuti	1	Cap. 3
n_{M}	Velocità di rotazione della ruota dei minuti	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 4
N_{max}	numero massimo possibile di giri del bariletto	1	Cap. 3
N_{P}	numero di battiti del polso contati	1	Cap. 11
N_{R}	Giri del rotore	1	Cap. 3
n_{R}	numero di giri	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 10
N_{S}	Numero delle oscillazioni complete	1	Cap. 5
n_{S}	Velocità di rotazione della ruota dei secondi	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 4
n_{S}	numero di giri della ruota dei secondi	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 10
n_{S}	numero di anni bisestili nel ciclo	1	Cap. 11
N_{Sch}	Colpi per giro della ruota partitora	1	Cap. 4
n_{soll}	frequenza in alternanze nominale	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 8
ν	Coefficiente di sicurezza	1	Cap. 2
N_{W}	Giri del tamburo	1	Cap. 3
n_{Z}	numero di anni nel ciclo	1	Cap. 11
OGW	limite superiore di specifica	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
ω	Velocità angolare	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
ω	pulsazione	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 5
ω_{max}	Velocità angolare del bilanciere al passaggio per la posizione di equilibrio	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 5
$\overline{\Delta G}$	variazione media dell'andamento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
P	Potenza	W, $\mu\mathrm{W}$	Cap. 2, 3, 5
P	passo della filettatura	mm	Cap. 6, 9
P	potenza	W	Cap. 10
p	scostamento relativo	$\%$	Cap. 1
p	Pressione	bar	Cap. 2
p	Pressione specifica	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	Cap. 2
p	Passo	mm	Cap. 4
p	Passo delle spire	mm	Cap. 5
p	pressione	bar	Cap. 8
P_{ab}	potenza resa	W	Cap. 2
p_{dyn}	pressione dinamica	bar	Cap. 8
$P_{\mathrm{I,max}}$	interferenza massima	mm	Cap. 9
$P_{\mathrm{I,min}}$	interferenza minima	mm	Cap. 9
P_{SH}	gioco massimo	mm	Cap. 9

P_{SM}	gioco minimo	mm	Cap. 9
P_{U}	Potenza che raggiunge il bilanciere o il pendolo	$\mu\mathrm{W}$	Cap. 3
P_{zu}	potenza assorbita	W	Cap. 2
Q	Fattore di qualità	1	Cap. 5
Q	fattore di qualità	1	Cap. 7
Q	volume di truciolo asportato nell'unità di tempo	$\frac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
Q	carica	C	Cap. 10
q	tasso di difettosità	ppm	Cap. 12
q_{A}	tasso di scarto	$\%$	Cap. 12
q_{N}	tasso di rilavorazione	$\%$	Cap. 12
R	Raggio interno	mm	Cap. 3
R	raggio	mm	Cap. 7
R	resistenza	Ω	Cap. 10
R	campo di variazione	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
Δr	Spostamento del baricentro	mm	Cap. 5
r	Raggio	mm, m	Cap. 1, 2, 3, 5
r	Braccio di leva	mm	Cap. 2
r	Distanza	mm	Cap. 2
r	raggio di piegatura	mm	Cap. 9
R_1	prima resistenza parziale	Ω	Cap. 10
R_2	seconda resistenza parziale	Ω	Cap. 10
R_{20}	resistenza a 20 °C	Ω	Cap. 10
R_3	terza resistenza parziale	Ω	Cap. 10
r_{A}	braccio dell'ancora	mm	Cap. 7
r_{a}	Raggio esterno	mm	Cap. 2
r_{a}	Raggio della spira più esterna	mm	Cap. 5
R_{e}	Limite di snervamento	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
r_{E}	raggio dell'ellisse rispetto all'asse del bilanciere	mm	Cap. 7
r_{F}	Raggio del bariletto	mm	Cap. 3
ρ	Angolo d'attrito	$^\circ$	Cap. 2
ρ	Raggio	mm	Cap. 3
ρ	angolo d'attrito	$^\circ$	Cap. 7
ρ	resistività del materiale	$\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$	Cap. 10
R_{i}	resistenza interna della pila	Ω	Cap. 10
r_{i}	Raggio interno	mm	Cap. 2
r_{i}	Raggio interno del pacchetto della molla scarica	mm	Cap. 3
r_{i}	Raggio della spira più interna	mm	Cap. 5
R_{L}	resistenza di carico	Ω	Cap. 10
RPZ	indice di priorità del rischio	1	Cap. 12
r_{S}	Raggio efficace della conoide nel punto in cui si svolge la catena	mm	Cap. 3
r_{S}	Distanza del suo baricentro dall'asse del bilanciere	mm	Cap. 5
r_{u}	Distanza del sovrappeso dall'asse del bilanciere	mm	Cap. 5
R_ϑ	resistenza alla temperatura ϑ	Ω	Cap. 10
S	errore secondario	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
S	stato	s	Cap. 8

ΔS	variazione di stato	s	Cap. 8
Δs	Variazione dello spessore della lama	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 5
s	Corda	mm	Cap. 1
s	Apertura di chiave	mm	Cap. 1
s	Spostamento	m	Cap. 2
s	Freccia della molla	mm	Cap. 2
s	Spessore della lama	mm	Cap. 2, 3, 5
s	spessore della lama	mm, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 2, 5
s	Spessore del dente	mm	Cap. 4
s	spessore	mm, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 9
s	distanza	km, m	Cap. 11
s	scarto tipo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
s'	Spessore del dente del pignone sulla circonferenza primitiva	mm	Cap. 4
S_1	stato alla prima lettura	s	Cap. 8
s_1	Spessore della lama della molla originale	mm	Cap. 3
S_2	stato alla seconda lettura	s	Cap. 8
s_2	Spessore della lama della molla di ricambio	mm	Cap. 3
s_E	autoscarica	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$	Cap. 10
s_F	caduta come corsa	mm	Cap. 7
S_h	gioco assiale	mm	Cap. 9
$S_\mathrm{h,max}$	gioco assiale	mm	Cap. 9
$S_\mathrm{h,min}$	gioco assiale	mm	Cap. 9
σ	Tensione	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
σ_b	tensione di flessione massima	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
σ_zul	tensione ammissibile	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
σ_zul	tensione di flessione ammissibile	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 3
$\sum (x_i - \bar{x})^2$	somma degli scarti dalla media al quadrato	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{d}^2}$	Cap. 12
$\sum G_i$	somma degli andamenti singoli, con segno	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1} \rvert$	somma dei cinque valori assoluti: differenza tra i due andamenti giornalieri per posizione	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
$\sum x_i$	Somma di tutti i valori misurati	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 1
$\sum x_i$	somma di tutti i valori misurati	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
$s_{\bar{x}}$	scarto tipo della media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
T	Periodo di oscillazione	s	Cap. 5
T	periodo di oscillazione	s	Cap. 6
T	tolleranza	mm	Cap. 9
Δt	Intervallo di tempo	s	Cap. 2
Δt	Scarto dell'indicazione rispetto all'età reale della Luna	d	Cap. 4
Δt	sfasamento temporale delle alternanze rispetto alla frequenza di riferimento durante il tempo di misura	ms	Cap. 8
Δt	differenza di tempo locale	min	Cap. 11
t	Tempo	h, s	Cap. 1, 2, 5
t	tempo	d, s, h	Cap. 8, 9, 10, 11
t'_U	Tempo di rivoluzione del pignone	s	Cap. 4
T_0	periodo di oscillazione con ampiezza molto piccola	s	Cap. 6
T_1	Periodo di oscillazione senza disco	s	Cap. 5

t_1	istante della prima lettura	d	Cap. 8
t_1	durata di una semioscillazione	ms	Cap. 8
T_2	Periodo di oscillazione con disco	s	Cap. 5
t_2	istante della seconda lettura	d	Cap. 8
t_2	durata della semioscillazione successiva	ms	Cap. 8
T_a	tolleranza	mm	Cap. 9
t_A	Tempo di rivoluzione dell'albero motore	d	Cap. 4
t_A	errore di battuta	ms	Cap. 8
τ	Tensione di taglio	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
τ	passo	$^\circ$	Cap. 7
τ	angolo di divisione	$^\circ$	Cap. 9
τ	costante di tempo	s	Cap. 10
τ_t	tensione di torsione massima	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
t_dez	tempo in minuti come numero decimale	min	Cap. 11
T_E	anno siderale	d	Cap. 11
t_F	Tempo di rivoluzione del bariletto	h	Cap. 3
t_F	Tempo di funzionamento finché l'indicazione scarta di Δt	d	Cap. 4
t_G	Autonomia di marcia	h, d	Cap. 3, 4
t_H	tempo di alzata	ms	Cap. 8
t_h	ore intere	h	Cap. 1
t_h	tempo principale	min	Cap. 9
t_I	periodo d'inibizione	s	Cap. 10
t_Imp	durata dell'impulso	ms	Cap. 10
T_J	anno tropico	d	Cap. 11
T_K	durata media dell'anno civile	d	Cap. 11
T_l	tolleranza	mm	Cap. 9
t_L	durata indicata di una lunazione	d	Cap. 4
T_Luft	tolleranza	mm	Cap. 9
T_M	periodo degli impulsi motore	s	Cap. 10
t_M	Tempo di rivoluzione della ruota dei minuti	h	Cap. 3
t_M	tempo di misura	s	Cap. 8
t_M	tempo medio locale	min	Cap. 11
t_min	Minuti	min	Cap. 1
t_N	ora di riferimento	s	Cap. 8
t_R	Riserva di carica	h	Cap. 3
T_S	Durata dell'alternanza	s	Cap. 1
T_S	durata dell'alternanza	s	Cap. 6
t_s	Secondi	s	Cap. 1
t_s	Tempo tra due scatti	d	Cap. 4
T_sid	mese siderale	d	Cap. 11
T_So	giorno solare medio	s	Cap. 11
T_St	giorno siderale	s	Cap. 11
T_syn	mese sinodico	d	Cap. 4, 11
t_U	Tempo di rivoluzione dell'albero motore	h	Cap. 3
t_U	Tempo di rivoluzione della ruota motrice	s	Cap. 4
t_U	indicazione dell'orologio	s	Cap. 8

t_W	Tempo di rivoluzione del tamburo	h	Cap. 3
t_W	tempo vero locale	min	Cap. 11
t_Z	tempo del fuso	min	Cap. 11
U	Circonferenza	mm	Cap. 1
U	giri necessari della ruota motrice	1	Cap. 4
U	tensione	V	Cap. 10
U_0	tensione a vuoto	V	Cap. 10
U_2	tensione parziale sulla resistenza R_2	V	Cap. 10
u_C	tensione sul condensatore all'istante t	V	Cap. 10
u_G	errore massimo dell'andamento dovuto alla lettura	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
UGW	limite inferiore di specifica	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
U_max	incertezza di misura ammessa dello strumento	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
U_N	tensione nominale della pila	V	Cap. 10
u_S	errore massimo di lettura di uno stato	s	Cap. 8
U_W	Giri del volano per colpo	1	Cap. 4
V	Volume	$\mathrm{mm^3}$, $\mathrm{cm^3}$	Cap. 1
ΔV	Variazione di volume	$\mathrm{cm^3}$	Cap. 2
Δv	Variazione della velocità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
v	Velocità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
v	Velocità periferica	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
v	velocità	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$	Cap. 8, 11
V_0	Volume iniziale	$\mathrm{cm^3}$	Cap. 2
v_0	Velocità iniziale	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
ε	Allungamento	1	Cap. 2
ε	angolo	$^\circ$	Cap. 8
ε_0	costante dielettrica del vuoto, $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	Cap. 10
ε_r	permittività relativa dell'isolante	1	Cap. 10
φ	Angolo	$^\circ$, rad	Cap. 1, 5
φ	Angolo di rotazione	rad	Cap. 2
φ	Angolo di torsione	rad	Cap. 2, 3
φ	latitudine geografica	$^\circ$	Cap. 6
φ	angolo d'elica	$^\circ$	Cap. 9
φ_E	arco supplementare	$^\circ$	Cap. 7
φ_S	angolo di passo del rotore	$^\circ$	Cap. 10
ϱ	Densità	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$	Cap. 1
ϱ	densità	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$, $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$	Cap. 8, 9
ϱ_W	Densità dell'acqua	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$	Cap. 1
$\Delta\vartheta$	Variazione di temperatura	K	Cap. 2
$\Delta\vartheta$	variazione di temperatura	K	Cap. 6, 10, 12
ϑ	temperatura	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 10, 11
ϑ_0	temperatura del punto d'inversione	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 10
ϑ_1	temperatura di prova più bassa	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 5
ϑ_2	temperatura di prova più alta	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 5
v_c	velocità di taglio	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
v_F	quota del lavoro della ruota persa nella caduta	$\%$	Cap. 7

v_f	velocità di avanzamento	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
W	Lavoro	J, mJ	Cap. 2, 3
W	Energia	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 5
W	lavoro	J	Cap. 10
W	energia	J	Cap. 10
ΔW	Perdita di energia per oscillazione completa	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 5
w	Freccia all'estremità libera	mm	Cap. 2
w	titolo	$‰$	Cap. 9
w_1	titolo	$‰$	Cap. 9
w_2	titolo	$‰$	Cap. 9
W_ab	lavoro ceduto durante lo scarico	mJ	Cap. 3
W_auf	lavoro speso durante la carica	mJ	Cap. 3
W_b	Modulo di resistenza a flessione	mm^3	Cap. 2
$\widehat{\alpha}$	Angolo	rad	Cap. 1
W_max	massima energia immagazzinabile elasticamente	mJ	Cap. 3
W_S	lavoro della ruota di scappamento per alternanza	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 7
W_U	lavoro fornito al bilanciere per alternanza	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 7
$\bar{x}$	Media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 1
$\bar{x}$	media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
x	scostamento relativo	ppm	Cap. 1
x	Coordinata	mm	Cap. 1
x	distanza	mm	Cap. 6
x_1	Coordinata	mm	Cap. 1
x_2	Coordinata	mm	Cap. 1
x_ist	Valore effettivo	mm	Cap. 1
x_max	valore misurato massimo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
x_min	valore misurato minimo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
x_soll	Valore nominale	mm	Cap. 1
y	Coordinata	mm	Cap. 1
y_1	Coordinata	mm	Cap. 1
y_2	Coordinata	mm	Cap. 1
z	Numero di denti	1	Cap. 4
z	numero di denti	1	Cap. 7, 9
z	numero di divisioni	1	Cap. 9
z	valenza	1	Cap. 9
z'	Numero di denti del pignone	1	Cap. 4
z'_1	Numero di denti del pignone della prima ruota di riduzione	1	Cap. 3
z'_1	Numero di denti del primo pignone condotto	1	Cap. 4
z'_2	Numero di denti del pignone della seconda ruota di riduzione	1	Cap. 3
z'_2	Numero di denti del secondo pignone condotto	1	Cap. 4
z'_3	Numero di denti del terzo pignone condotto	1	Cap. 4
z'_A	Numero di denti del pignone di carica	1	Cap. 3
z'_B	Numero di denti del pignone della ruota intermedia	1	Cap. 3
z'_H	Numero di denti del pignone di scappamento	1	Cap. 4
z'_K	Numero di denti del pignone scorrevole	1	Cap. 3
z'_K	Numero di denti del pignone della mediana	1	Cap. 4

z'_{M}	Numero di denti del pignone della ruota dei minuti	1	Cap. 3
z'_{N}	Numero di denti del pignone sull'albero della ruota delle caviglie	1	Cap. 4
z'_{R}	Numero di denti del pignone del rotore	1	Cap. 3
z'_{S}	Numero di denti del pignone dei secondi	1	Cap. 4
z'_{Sch}	Numero di denti del pignone sull'albero della ruota delle caviglie, che aziona la ruota partitora	1	Cap. 4
z'_{W}	Numero di denti del pignone di minuteria	1	Cap. 4
z_1	Numero di denti della prima ruota di riduzione	1	Cap. 3
z_1	Numero di denti della prima ruota motrice	1	Cap. 4
z_2	Numero di denti della seconda ruota di riduzione	1	Cap. 3
z_2	Numero di denti della seconda ruota motrice	1	Cap. 4
z_{24}	Numero di denti della ruota delle 24 ore	1	Cap. 4
z_3	Numero di denti della terza ruota motrice	1	Cap. 4
z_{A}	Numero di denti della ruota motrice sul cannone delle ore	1	Cap. 4
z_{A}	Numero di denti della ruota motrice	1	Cap. 4
z_{B}	Numero di denti della ruota intermedia	1	Cap. 3
z_{F}	Numero di denti del bariletto	1	Cap. 3
z_{H}	Numero di denti della ruota di scappamento	1	Cap. 4
z_{K}	Numero di denti della ruota mediana	1	Cap. 4
z_{M}	Numero di denti della ruota dei minuti	1	Cap. 4
z_{N}	Numero delle caviglie	1	Cap. 4
z_{S}	Numero di denti della ruota dei secondi	1	Cap. 4
z_{Sch}	Numero di denti della ruota partitora	1	Cap. 4
z_{Sp}	Numero di denti del rocchetto	1	Cap. 3
z_{St}	Numero di denti della ruota delle ore	1	Cap. 4
z_{V}	Numero di denti del pignone calzante	1	Cap. 3, 4
z_{W}	Numero di denti della ruota di minuteria	1	Cap. 4

Indice analitico

A

A/h 8
abbassamento del titolo 214
abbracciamento 158
Abbracciamento dell'ancora 158
Accelerazione 31
Accelerazione di gravità secondo latitudine e altitudine 153
accelerazione di gravità, luogo 153
accoppiamento 203
accoppiamento bilanciere e spirale 132
accoppiamento con gioco 203
accoppiamento con interferenza 204
Accoppiamento: momento elastico per bilanciere e frequenza 132
accorciare la spirale 126
albero del bariletto 65
albero di carica 60
alligazione 212
Allungamento 54
alternanza 8, 119
alternanze all'ora 92
altezza del dente 104
Altezza della lama 121
altezza di caduta 32, 79
Altezza di caduta del peso 79
altezza di piede 104
altezza di testa 101
amperora 221
Ampiezza con angolo di alzata impostato in modo errato 180
Ampiezza da angolo di alzata e tempo di alzata 179
Ampiezza dal bilancio energetico 168
ampiezza minima 171
ampiezza, angolo di alzata errato 180
ampiezza, bilanciere 120
ampiezza, bilancio energetico 168
ampiezza, cronocomparatore 179
ampiezza, pendolo 150
ancora, abbracciamento 158
ancora, interasse 159
andamento 174
andamento al polso 184
Andamento al polso da due gruppi di posizioni 184
Andamento come scostamento relativo 7
Andamento da due stati 174
Andamento dallo scarto della frequenza in alternanze 175
Andamento dallo scostamento di frequenza 131
Andamento dallo sfasamento temporale delle alternanze 176
Andamento dell'orologio al quarzo dallo scarto di frequenza 234
Andamento di un orologio a tempo siderale rispetto al tempo medio 241
andamento giornaliero medio 175
andamento medio 28
Andamento medio 175
Andamento termico del quarzo a diapason 235
andamento, al mese 174
andamento, al polso 184
andamento, dalla frequenza in alternanze 175
andamento, frequenza 131
andamento, giornaliero 174
andamento, lunghezza del pendolo 143
andamento, medio 175
andamento, momento d'inerzia 128
andamento, orologio al quarzo 234
andamento, tempo siderale 241
anello del bilanciere 51, 127
anello del bilanciere, volume 19
Anello e cilindro cavo 51
anello, sviluppo 211
Angolo annuo per l'equazione del tempo 245
Angolo d'attrito 48
angolo d'attrito 161
Angolo d'elica 201
angolo d'elica 201
angolo da tre lati 25
Angolo del bilanciere in funzione del tempo 120
angolo del cono 197
Angolo del cono e angolo di registrazione 197
angolo del cuneo 39
angolo dell'elica 49
angolo di alzata, cronocomparatore 180
angolo di alzata, forchetta 163
angolo di attrazione 161
angolo di caduta 156
Angolo di divisione 207
angolo di divisione 207
angolo di passo 236
angolo di pressione 109
angolo di registrazione 197
angolo di regolazione 24
angolo di torsione 61
Anni fino a un giorno di scarto 243
anno bisestile 242
anno civile 242
anno tropico 243
antimagnetico 190
antiurto 35
antiurto, prova 190
apertura di chiave 17
Archimede 22
arco di cerchio 12
arco supplementare 157
Arco supplementare del bilanciere 157
Arco supplementare del pendolo 171
arco supplementare, pendolo 171
Area del cerchio 10
area della corona circolare 11
area, cerchio 10
asmometro 251
assorbimento di corrente 230
assorbimento di corrente, medio 237
Assorbimento medio di corrente del movimento 237
Asta sottile rispetto al suo centro 52
asta, momento d'inerzia 52
attrazione 161
Attrazione: l'angolo d'attrito come limite 161
attrito del perno 50

Attrito radente 47
Attrito statico 48
aumento del titolo 213
Aumento del titolo con metallo fino 213
autobloccaggio 48, 49
autobloccaggio, filettatura 201
Autonomia di marcia 77
Autonomia di marcia dai giri del bariletto 77
Autonomia di marcia dall'altezza di caduta 80
autonomia di marcia, azionamento a peso 80
autoscarica 231
avanzamento 194
avanzamento al dente 195
avanzamento per alternanza 155
azionamento a peso 42, 79
azionamento a peso, altezza di caduta 79

B

bar 36
bariletto 65
bariletto, rapporto di trasmissione 76
barra seno 23
battuta 178
bilanciere compensato 135
bilanciere senza racchetta 129
bilanciere, periodo di oscillazione 118
bilancio energetico, bilanciere 168
braccio dell'ancora 159
braccio di leva 40

C

caduta 156
Caduta come corsa della punta del dente 157
caduta libera 31, 43
caduta, come corsa 157
caduta, perdita 167
calcolo dei costi, pezzo tornito 195
calcolo di miscela 212
calendario giuliano 242
calendario gregoriano 242
calendario perpetuo 244
calendario secolare 244
calettamento a caldo 62
calo d'ampiezza 185
Calo d'ampiezza in 24 ore 185
cambio di lega 212
cammino perduto 162
Campo di variazione 253
campo di variazione 253
campo magnetico 190
capacità (condensatore) 226
Capacità critica rispetto al limite inferiore 257
Capacità critica rispetto al limite superiore 256
Capacità da tolleranza e dispersione 256
Capacità del condensatore piano 227
capacità della pila 230
capacità di carico 228
capacità di macchina 256
capacità di processo 256
capacità di processo critica 256
capacità totale 227
carato 212
Carica 221
carica automatica 85
carica completa 84
carica dalla corona 84
Carica del condensatore 226
carica del condensatore 229
carica manuale 84
caricatore per orologi automatici 86
carrucola mobile 79
catena di divisione 233
catena di quote 205
catena di tolleranze 205, 206
catena e conoide 81
Cateto 23
cateto adiacente 24
cateto opposto 23
centesimo di minuto 252
centro di oscillazione 148
cerchio di divisione 27, 98
cerchio di separazione 68
Cerchio di separazione alla lunghezza ottimale 68
CET 247
ciclo bisestile 244
Cilindro 18
Cilindro cavo 19
cilindro cavo, momento d'inerzia 51
cilindro, diametro 172
cilindro, momento d'inerzia 52
circonferenza dei fori 27
circonferenza dei fori, coordinate 27
Circonferenza dei fori: distanza tra fori adiacenti 27
Circonferenza del cerchio 10
Circonferenza di base 109
circonferenza di fori 207
circonferenza di piede 104
Circonferenza di piede del pignone 105
Circonferenza di piede del pignone (valore indicativo) 104
Circonferenza di piede della dentatura a evolvente 108
Circonferenza di piede della ruota 104
circonferenza di piede, evolvente 108
circonferenza di piede, pignone 104, 105
circonferenza di testa 101
Circonferenza di testa del pignone 103
Circonferenza di testa della dentatura a evolvente 108
Circonferenza di testa della ruota 101
circonferenza di testa, evolvente 108
circonferenza di testa, pignone 103
Circonferenza primitiva dall'interasse 100
circonferenza, cerchio 10
circuito RC 228
coefficiente d'attrito 47
coefficiente di dilatazione 62
coefficiente di temperatura della resistenza 222
coefficiente termico 133
Coefficiente termico dai dati dei materiali 133
Coefficiente termico dalla misura 134
Coefficiente termico nella prova cronometrica 187
coefficiente termico, misura 134
coefficiente termico, prova cronometrica 187
coefficiente termoelastico 133
Collegamento in parallelo di condensatori 227
Collegamento in parallelo di resistenze 224
Collegamento in serie di condensatori 228
Collegamento in serie di resistenze 223

colonna d'acqua 188
Colpi al giorno 110
colpi in 12 ore 109
Colpi per giro della ruota motrice 111
colpo della mezz'ora 110
compensatore (trimmer) 227, 235
Compensazione termica con due materiali 152
composizione delle forze 37
Composizione di due forze 37
condensatore di accumulo 229
condensatore piano 227
condensatore, carica 226
condensatore, energia 229
Condizione per la ruota dei secondi 94
Conicità 197
conicità 197
Cono 20
conoide 81
contare i denti 93
contatore di produzione 249
conteggio della spirale 125
Conteggio: oscillazioni nel tempo di conteggio 125
Contenuto energetico della pila 230
controllo della pila 225
coordinate 26
Coordinate sulla circonferenza dei fori: x 27
Coordinate sulla circonferenza dei fori: y 28
Corda 13
Corona circolare 11
corsa dell'ancora 162
Corsa dell'ancora tra i limitatori 162
Coseno 24
costante di tempo 228
Costante di tempo nella carica e nella scarica 228
costante elastica 44
coulomb 221
Cpk 256, 257
Croce di miscelazione 213
croce di miscelazione 213
cronocomparatore, ampiezza 179
cronocomparatore, andamento 176
Cuneo 39
cuneo, attrito 49
curva di carica 229
curva terminale 125

D

dado di regolazione 144
decelerazione 31
delta, posizioni 182
Demoltiplica della carica automatica 85
Demoltiplica della minuteria 96
Demoltiplicazione dal rotore alla ruota dei secondi 237
demoltiplicazione, movimento al quarzo 237
densità 21
densità di corrente 217
Densità mediante pesata in aria e in acqua 22
dentatura a evolvente 108
dentatura cicloidale 101
dentatura per orologi 101
dente del pignone 103
determinare una ruota mancante 93, 103
determinazione della densità 22
diagonale 23
Diametro del foro di preparazione 200
diametro del nocciolo, pignone 104
diametro del perno 50
diametro del tamburo, efficace 78
diametro di nocciolo 200
Diametro di nocciolo della vite 200
Diametro efficace del tamburo 78
Diametro medio 199
diametro medio 199, 211
Diametro primitivo 98
Differenza massima tra le posizioni 182
differenza tra le posizioni 182
Differenza verticale–orizzontale 183
differenza verticale–orizzontale 183
Dilatazione lineare 62
Dilatazione termica 62
Dilatazione volumica 63
dimensione del movimento 6
dimensione limite 202
dimensione massima 202
Dimensione massima e dimensione minima 202
dimensione minima 202
dimensione nominale 202
Disco delle fasi lunari 113
disco divisore 207
disco lunare 113
Disco pieno e cilindro 52
disco, momento d'inerzia 52
dispersione 253, 254
distanza d'ingranamento 26
Distanza tra i punti di contatto 160
divisione 27, 98, 207
divisione angolare 209
Divisione angolare con il divisore 209
Divisione diretta 207
Divisione indiretta con il divisore 208
divisione, diretta 207
divisione, indiretta 208
divisore 208
Divisore di frequenza 233
doratura 216
Durata con autoscarica 231
Durata dalla capacità e dall'assorbimento di corrente 230
Durata dell'alternanza 9
Durata dell'alternanza (semioscillazione) 140
durata dell'impulso 237
durata della pila 230
Durata media dell'anno civile 242

E

effetto Joule 220
ellisse 16, 163
ellisse (rubino d'impulso) 163
ellisse, perimetro 16
ellisse, raggio 164
Ellisse: area 16
Ellisse: perimetro 16
Energia cinetica 43
energia cinetica 43
energia del bilanciere 43
Energia del bilanciere oscillante 135
Energia del peso 80

energia dell'impulso 238
energia della molla 44
energia della spirale 45
energia di oscillazione 135
Energia di rotazione 43
energia di tensione 44
Energia di un impulso motore 238
Energia di una molla tesa 44
Energia di una molla torsionale 45
Energia immagazzinata dalla molla ideale 74
Energia nel condensatore 229
Energia potenziale 42, 80
energia potenziale 42
energia, azionamento a peso 80
energia, bariletto 75
energia, bilanciere 135
energia, elettrica 221
energia, massima 74
energia, molla motrice 74
equazione 244
Equazione del tempo 244
equazione del tempo 244
Equazione del tempo dalla data 245
equazione del tempo, formula approssimata 245
equilibratura 130
equilibrio dei momenti 41
errore circolare 150
errore del calendario 243
Errore dell'andamento dovuto alla lettura 191
errore di baricentro 130
Errore di battuta 178
errore di battuta 178
Errore di battuta come angolo 178
errore di battuta, angolo 178
Errore di isocronismo da 0 h e 24 h 184
errore di lettura 191
errore di misura, andamento 191
errore di misura, temperatura 261
errore di posizione 130, 182
errore di temperatura, pendolo 151
Errore secondario 135
errore termico, bilanciere 133
esagono 17
Esagono: misura sugli spigoli 17
età della Luna 248
Età della Luna dalla data 248

F

fabbisogno di potenza 137
Fabbisogno di potenza del bilanciere 137
fabbisogno giornaliero, automatico 86
farad 226
fase lunare 248
fasi lunari 113
Fasi lunari precise con rapporto di trasmissione 114
fasi lunari, precise 114
fasi lunari, precisione 113
Fattore di correzione per raggi di piegatura stretti 210
fattore di correzione, piegatura 210
Fattore di qualità 136
fattore di qualità 168
fattore di riempimento 68
fibra neutra 56, 210
filettatura in pollici 199
filettatura, attrito 49
filettatura, metrica 199
filo per bobine 222
First Pass Yield 258
flusso di energia 46
FMEA 259
forchetta 163
Forchetta ed ellisse: lunghezze e angoli 163
forchetta, rapporto di trasmissione 165
formula d'officina, lunghezza del pendolo 142
formula d'officina, numero di giri 193
formula d'officina, spostamento della lente 144
formula della gravità 153
foro di preparazione 200
Forza 35
forza d'attrito 47
forza di distacco 48
forza di pressione 189
Forza di pressione su vetro o fondello 189
Forza e accelerazione 35
Forza elastica 44
forza normale 38
forza parallela al piano 38
Forza peso 35
freccia 13
Freccia dell'arco 13
Freccia dell'asta incastrata a un estremo 59
freccia di flessione 59
frequenza 8
frequenza dai numeri di denti 92
Frequenza dal rotismo 92
Frequenza dall'ultimo ingranamento 95
Frequenza del bilanciere 118
frequenza del quarzo 32 768 Hz 233
Frequenza dell'orologio piccolo volume dai numeri di denti 93
frequenza in alternanze 8
Frequenza in alternanze dal periodo di oscillazione 141
Frequenza in alternanze dalla frequenza 119
Frequenza in alternanze e frequenza 8
Frequenza in alternanze e numero di giri della ruota di scappamento 155
frequenza in alternanze, bilanciere 119
frequenza in alternanze, pendolo 141
frequenza in alternanze, ruota di scappamento 155
frequenza in alternanze, scarto 175
frequenza, bilanciere 118
frequenza, orologio piccolo volume 93
fresatura, avanzamento 195

G

galvanica, spessore dello strato 217
galvanizzazione 216
gauss 190
gioco assiale 205
Gioco assiale di un albero 205
Gioco assiale massimo 205
Gioco assiale minimo 206
gioco assiale, valori limite 206
gioco dei denti 106
gioco del cuscinetto 205
gioco dell'asse 205

gioco di fondo 105
Gioco massimo 203
gioco massimo 203
Gioco minimo 203
gioco minimo 203
Gioco tra i fianchi 106
Giorni nel ciclo bisestile 244
giorno siderale 241
Giorno siderale da giorno solare e anno 241
giorno solare, medio 241
Giri del bariletto 66
giri del bariletto 66
Giri del rotore per una riserva di carica 86
Giri del volano per colpo 112
Giri della corona per la carica 84
Giri per carica 111
giri, bariletto 66
giri, numero massimo 69
Gradi in radianti 8
gradi, primi, secondi 6
grado 8
grado di riempimento 68
Grado di riempimento del bariletto 68
gravità normale 153

I

impermeabilità 36, 188
Impulso e caduta sulla ruota 156
impulso motore 237
impulso, sull'ancora 162
impulso, sulla ruota 156
incertezza di misura 260
inclinazione 197
indebolire una molla 59
Indicazione delle 24 ore 97
indice di priorità del rischio 259
Indice di priorità del rischio (FMEA) 259
Induzione magnetica e intensità di campo in aria 190
Influenza dello spessore della lama 72
Influsso della temperatura nella misura 261
inibizione 235
Inibizione: correzione dell'andamento tramite impulsi soppressi 235
innalzamento del titolo 213
intensità di corrente 219
interasse 26, 99
Interasse da coordinate 26
Interasse tra ruota e ancora 159
Interasse uguale nella minuteria 97
interasse, ruota e ancora 159
interferenza 204
Interferenza massima 204
interferenza massima 204
Interferenza minima 204
interferenza minima 204
invecchiamento, quarzo 235
invertitore 85
ipotenusa 23
IPR 259
ISO 1413 190
ISO 3159 186
ISO 764 190
isocronismo, 0 h e 24 h 184
isocronismo, pendolo 150

J

joule 41

L

lancetta, momento d'inerzia 52
larghezza dei becchi 170
Larghezza dei becchi dello scappamento Graham 170
Lavoro 41
Lavoro ceduto durante lo scarico 75
Lavoro della ruota di scappamento per alternanza 166
lavoro di carica 74
Lavoro elettrico 221
Lavoro nella rotazione 42
lavoro, bariletto 75
lavoro, elettrico 221
lavoro, rotazione 42
lavoro, ruota di scappamento 166
lega 211
lega d'oro 212
Legge della leva 41
legge di Faraday 216
Legge di Hooke 54
Legge di Ohm 219
legge spazio-tempo 32
leva 41
leva angolare 41
levate, distanza 160
limitatore 162
limite di snervamento 54
limite di snervamento convenzionale 55
linea 6
linea d'azione 109
Linea parigina 6
Linee in millimetri 6
longitudine 247
luna nuova 248
lunetta 211
lunghezza attiva 126
Lunghezza attiva per la frequenza nominale 126
Lunghezza del braccio dell'ancora 159
lunghezza del pendolo 141
Lunghezza del pendolo dai battiti al minuto (formula d'officina) 142
Lunghezza del pendolo dalla frequenza in alternanze 141
Lunghezza dell'arco 12
lunghezza della corda 13
lunghezza della forchetta 165
Lunghezza della forchetta dall'interasse 165
lunghezza della molla 67
lunghezza della molla dalle spire 70
Lunghezza della molla dalle spire della molla scarica 70
Lunghezza della spirale piana 123
Lunghezza ottimale della molla 67
Lunghezza ridotta del pendolo 148
lunghezza sviluppata 210
Lunghezza sviluppata di un arco 210

M

manovella del divisore 208
maschiatura 200
Massa 21

Massa da volume e densità 21
Massa depositata (legge di Faraday) 216
masselotte 128
Massima energia immagazzinabile 74
Media 28
media 253
media aritmetica 28
Media aritmetica 253
media, incertezza 254
meridiana 247
mese siderale 242
mese sinodico 113, 242
Mese sinodico dalla rivoluzione lunare 242
messa all'ora 86
Messa all'ora: corsa della lancetta dei minuti 86
milliamperora 230
Minuteria 96
minuteria, interasse 97
Minuti decimali 252
minuti decimali 252
Minuti e secondi come valore decimale 6
Misura del momento d'inerzia con un disco aggiuntivo 132
misura della resistenza interna 226
misura in radianti 8, 34
misura sugli spigoli 17
misurare il momento d'inerzia 132
misurare il rendimento 116
misurare la circonferenza di testa 107
Misurare la circonferenza di testa con numero di denti dispari 107
Modulo 98
modulo dall'interasse 99
modulo dalla circonferenza di testa 103
Modulo dalla circonferenza di testa misurata 103
modulo di elasticità 54
modulo di elasticità, spirale 121
modulo di resistenza 57
Modulo di resistenza: cerchio 57
Modulo di resistenza: rettangolo 57
modulo di taglio 61
modulo E 54
molla a lamina 56, 59
molla di ricambio 73
Molla di ricambio di uguale effetto 73
molla di torsione 61
molla motrice, lunghezza 67
molla motrice, momento torcente 71
molla motrice, ricambio 73
molla motrice, spessore della lama 72
molla motrice, spire 65, 66
molla torsionale 45
momento d'attrito 50
Momento d'attrito nel supporto del perno 50
Momento d'inerzia 51
Momento d'inerzia dell'anello (anello sottile) 127
momento d'inerzia della sezione 58
Momento d'inerzia della sezione: cerchio 58
Momento d'inerzia della sezione: rettangolo 58
momento d'inerzia di massa 51
Momento d'inerzia di viti e masselotte 128
Momento d'inerzia rispetto alla sospensione (teorema di Steiner) 149
momento d'inerzia, bilanciere 127
momento della molla 71
momento di richiamo 121
Momento di richiamo della spirale 121
momento di superficie 58
momento direttore 121
momento elastico 45, 121
Momento elastico dalle misure della spirale 121
momento flettente 56
Momento torcente 40
Momento torcente della molla motrice 71
Momento torcente massimo dalla tensione di flessione ammissibile 72
Momento torcente sul pignone 91
Momento torcente sul tamburo 79
Momento torcente sulla conoide 81
Momento torcente sulla ruota di scappamento 115
momento torcente, azionamento a peso 79
momento torcente, massimo 72
momento torcente, molla motrice 71
momento torcente, rotismo 91
momento torcente, ruota di scappamento 115
moto uniformemente accelerato 31
motore Lavet 236
motore passo-passo 236
movimento da otto giorni 77

N

newton 35
numero CGS 124
Numero CGS della spirale 124
numero del giorno 245
Numero della curva terminale 125
numero della spirale 124
numero di denti dispari 107
numero di filetti 199
Numero di giri dalla velocità di taglio (formula d'officina) 193
Numero di giri del rotore 236
numero di giri, ruota di scappamento 155
numero di giri, tornitura e fresatura 193
numero di spire 123
Numero massimo di giri 69

O

ora di riferimento 173
ordinare una spirale 124
ore decimali 6
orologio a tempo siderale 241
Oscillazione libera senza forza motrice 137
oscillazione sinusoidale 120
ovale 16

P

pacchetto della molla 65
pacchetto della molla, larghezza 68
parallelepipedo 18
parallelogramma delle forze 37
partitore di tensione 225
Partitore di tensione (a vuoto) 225
Passo dal numero di filetti (filettatura in pollici) 199
passo della filettatura 199
Passo della ruota di scappamento 155
Passo delle spire 123
Passo e modulo 98

passo, ruota di scappamento 155
pendenza 24
pendolo a graticola 152
pendolo a mercurio 63
pendolo a secondi 140
pendolo compensato 152
pendolo composto 148
pendolo, arco supplementare 171
pendolo, periodo di oscillazione 140
percentuale 29
percentuale e andamento 7
Perdita dovuta alla caduta 167
perdita per caduta 167
Periodo di oscillazione 140
Periodo di oscillazione con ampiezza maggiore 150
Periodo di oscillazione del bilanciere 118
Periodo di oscillazione del pendolo composto 148
periodo di oscillazione e durata dell'alternanza 9
periodo di oscillazione, bilanciere 118
permittività 227
pesata in acqua 22
pesetto di regolazione 146
Pesetto di regolazione a metà lunghezza del pendolo 146
Pesetto di regolazione a un'altezza qualsiasi 147
pesetto di regolazione, altezza 147
peso aggiuntivo 146
Peso di fino 211
peso di fino 211
peso di regolazione 147
peso di un pezzo 21
peso motore 35
piano inclinato 38
Piano inclinato, cuneo e filettatura con attrito 49
Piano inclinato: forza normale 38
Piano inclinato: forza parallela al piano 38
piantatura dei rubini 204
piattello di regolazione 146
piegatura 210
pignone 88
pignone calzante 96
pignone di carica 84
pignone scorrevole 86
pignone, mancante 103
piramide 20
Pitagora 23
plateau 163
pond 40
posizioni, orizzontali e verticali 183
Potenza 45
Potenza all'organo regolatore 83
Potenza da momento torcente e tempo di rivoluzione 82
potenza dal momento torcente 82
potenza del bariletto 46
potenza dissipata 220
Potenza elettrica 220
potenza in una resistenza 220
Potenza in una resistenza dalla corrente 220
Potenza in una resistenza dalla tensione 220
Potenza media 82
Potenza nella rotazione 46
potenza, bilanciere 83, 137
potenza, elettrica 220
potenza, forza motrice 82
potenza, media 82
potenza, rotazione 46
potenza, ruota di scappamento 166
ppm 7, 258
ppm e andamento 234
presa dell'ancora 158
Pressione 36
pressione dell'acqua 188
pressione di prova 189
Pressione di una colonna d'acqua 188
pressione dinamica 189
Pressione dinamica nel movimento in acqua 189
Pressione specifica 37
Pressione specifica nel supporto del perno 37
pressione sul supporto 37
primo d'arco 6
Prisma: solido a sezione costante 18
profondità del filetto 200
profondità di passata 196
prova cronometrica 186
prova cronometrica, temperatura 134
prova d'urto 43, 190
prova di smorzamento 137
pulsazione 34, 119
Pulsometro 251
pulsometro 251
punti di contatto, distanza 160
punto d'inversione 235
Punto materiale e anello sottile 51
punto primitivo 99

Q

quadro 17
Quadro: misura sugli spigoli 17
qualità, bilanciere 136
quarzo a diapason 235
quarzo, andamento termico 235

R

racchetta 126
radiante 8
Raggio da corda e freccia 14
Raggio dell'albero del bariletto (valore indicativo) 65
Raggio dell'ellisse dall'interasse 164
raggio di bombatura 14
raggio terminale 125
Rapporto di trasmissione 88
rapporto di trasmissione 88
Rapporto di trasmissione complessivo 90
Rapporto di trasmissione di un ingranamento 88
Rapporto di trasmissione tra forchetta e bilanciere 165
rapporto di trasmissione, forchetta e bilanciere 165
rastremazione 197
regime stazionario 168
Regola d'oro della metrologia 260
regola d'oro della metrologia 260
regolazione 131
regolazione del gioco assiale 206
regolazione fine 129
Regolazione fine con viti di regolazione 129
regolazione fine, pendolo 146
regolazione, bilanciere 128
regolazione, digitale 235

regolazione, formula fondamentale 131
regolazione, orologio a pendolo 143, 144
regolazione, racchetta 126
Rendimento 46
Rendimento complessivo 46
Rendimento complessivo del rotismo 115
Rendimento da momenti torcenti misurati 116
Rendimento della molla motrice 75
Rendimento dello scappamento 167
rendimento di corrente 216
rendimento, molla motrice 75
rendimento, movimento 83
rendimento, rotismo 115
rendimento, scappamento 167
repère 178
resa al primo passaggio 258
Resa al primo passaggio di un'operazione 258
Resa al primo passaggio su più operazioni 259
resa al primo passaggio, totale 259
resistenza a trazione 54
resistenza del conduttore 222
resistenza di carico 226
Resistenza di un filo 222
Resistenza e temperatura 222
resistenza equivalente 224
resistenza interna 225
Resistenza interna da misura a vuoto e sotto carico 226
resistenza totale 223
resistenza, elettrica 219
resistività 222
rettangolo 15
riduzione del titolo 214
Riduzione del titolo con metallo di lega 214
riempimento del bariletto 67
rigidezza della molla 44
Rigidezza della molla a lamina 59
rigidezza della molla, molla a lamina 59
riposo 162
Ripresa dell'andamento 187
ripresa dell'andamento 187
ripresa dell'andamento, prova cronometrica 187
riserva di carica 77
riserva di carica, automatico 86
riserva di energia, molla motrice 42
risultante 37
rivoluzione lunare 242
rocchetto 84
Rotismo 90
rotismo del tempo 92
rotismo di riduzione 85
rotore 85, 236
rottura del perno 57
ruota a cilindro 172
ruota a corona 84
ruota dei secondi 94
ruota dei secondi, mancante 95
ruota dei secondi, movimento al quarzo 237
ruota delle caviglie 110
ruota delle caviglie, rapporto di trasmissione 111
ruota delle ore 96
ruota di minuteria 96
ruota di rinvio 86
ruota di scappamento, lavoro per alternanza 166
ruota di scappamento, numero di giri 155
ruota di scappamento, passo 155
ruota di scappamento, velocità di rotazione 94
ruota intermedia 77, 90
ruota mediana 94
Ruota partitora 110

S

sagoma delle curve 125
Scala tachimetrica 249
scappamento a cilindro 172
Scappamento a cilindro: passo, lunghezza del dente e cilindro 172
scappamento Graham 170
scappamento Graham, larghezza dei becchi 170
scappamento libero 157
scappamento, rendimento 167
scarto di frequenza 234
scarto tipo 254
Scarto tipo del campione 254
Scarto tipo della media 254
scegliere la spirale 132
scomposizione delle forze 38
scostamento 202
scostamento di frequenza 131
Scostamento percentuale 29
scostamento percentuale 29
scostamento relativo 7
secondo d'arco 6
sede forzata 204
segmento 14
Segmento circolare 14
semioscillazione 140
Seno 23
settore 12
Settore circolare 12
sezione circolare 57, 58
sezione rettangolare 57
sezione, tonda 10
Sfera 19
sicurezza 55
slitta superiore, rotazione 197
smorzamento, bilanciere 137
Somma dei colpi delle ore 109
spazio di arresto 32
spazio di frenata 32
Spazio nel moto uniformemente accelerato 32
spessore del dente 105
Spessore del dente della ruota 105
spessore della lama 58, 72, 121
spessore della lama dai giri 69
spessore dello strato 217
Spessore dello strato da densità di corrente e tempo 217
Spessore dello strato dalla massa 217
spianatura 13
spina 55
spina conica 197
spinta idrostatica 22
spirale Breguet 125
spirale di Archimede 123
spirale, conteggio 125
spirale, lunghezza 123
spirale, momento elastico 121

spirale, spessore e andamento 122
Spire della molla carica 65
Spire della molla scarica 66
Spostamento della contropunta 198
spostamento della contropunta 198
spostamento della lente 144
Spostamento della lente da andamento e frequenza (formula d'officina) 144
squilibrio 130
Stato 173
stato 173
stato di carica 184
Steiner, teorema di 53, 149
strumento di misura, scelta 260
Suoneria 109
suoneria a ruota partitora 110
suoneria, autonomia di marcia 111
supporto del perno 37
sviluppo 210
Sviluppo per un anello 211

T

tachimetro 249
Taglio 55
tamburo 78
Tangente 24
tangente, scappamento ad ancora 159
Tasso di difettosità 258
tasso di difettosità 258
tasso di rilavorazione 258
tasso di scarto 258
telemetro 250
Telemetro: distanza dal tempo di propagazione del suono 250
temperatura di riferimento 261
tempo del fuso 247
Tempo del fuso dalla meridiana 247
tempo di alzata 179
Tempo di funzionamento fino allo scarto delle fasi lunari 113
tempo di misura 176
Tempo di rivoluzione 90
Tempo di rivoluzione del bariletto 76
Tempo di rivoluzione del bariletto con ruota intermedia 77
tempo di rivoluzione, bariletto 76
tempo locale 247
Tempo locale dalla longitudine 247
tempo principale 195
Tempo principale in tornitura e foratura 195
tempo siderale 241
tempo solare medio 244
tempo solare vero 244
tempo vero locale 247
Tensione 53
tensione 219
tensione a vuoto 225
tensione ai morsetti 225
Tensione ai morsetti della pila sotto carico 225
tensione ammissibile 55
Tensione ammissibile e sicurezza 55
tensione di compressione 53
Tensione di flessione 56
tensione di flessione, molla motrice 72
Tensione di taglio 55
tensione di torsione 60
tensione di trazione 53
Tensione di trazione e di compressione 53
Tensione sul condensatore durante la carica 229
Teorema dei seni 25
Teorema del coseno 25
Teorema di Pitagora 23
Teorema di Steiner 53
titolo 211
Titolo di una miscela 212
Titolo in carati 212
Tolleranza 202
tolleranza 202, 256
Tolleranza del gioco assiale (catena di tolleranze) 206
tornitura conica 198
torsione 60
Torsione: angolo di torsione 61
Torsione: tensione in un albero tondo 60
Trapezio 15
trave a sbalzo 59
Triangolo 15
triangolo qualsiasi 25
triangolo, area 15
Tronco di cono 20
tubo 19

U

urto 31

V

valore CGS 124
valore medio 253
valore nominale e valore effettivo 29
vano del dente 105
variazione dell'andamento, media 186
Variazione di andamento con il dado di regolazione 144
Variazione di andamento con la racchetta 126
Variazione di andamento da momento elastico e momento d'inerzia 131
Variazione di andamento dovuta a uno squilibrio (errore di baricentro) 130
Variazione di andamento dovuta al momento d'inerzia 128
Variazione di andamento dovuta allo spessore della lama 122
Variazione di andamento per effetto della temperatura 151
Variazione di andamento per un altro luogo di installazione 153
Variazione di andamento per variazione di lunghezza 143
Variazione di andamento quando cambia l'ampiezza 150
variazione di stato 174
Variazione di stato in un tempo di marcia 174
Variazione media dell'andamento 186
Velocità 30
Velocità angolare 34
Velocità angolare dalla velocità di rotazione 34
Velocità angolare massima 120
velocità angolare, bilanciere 120
velocità d'impatto 32
Velocità d'impatto nella caduta 190
Velocità da tratto di misura e tempo cronometrato 249
velocità del suono 250
Velocità del suono e temperatura 251
velocità del suono, temperatura 251
velocità di avanzamento 194

Velocità di avanzamento in fresatura 195
Velocità di avanzamento in tornitura e foratura 194
velocità di caduta 32
velocità di rotazione 33, 34, 89
Velocità di rotazione del pignone 89
Velocità di rotazione della ruota di scappamento 94
Velocità di taglio 193
velocità di taglio 193
Velocità e spazio senza il tempo 32
Velocità nel moto uniformemente accelerato 31
Velocità periferica 33
velocità, cronografo 249
vite di regolazione 51
viti del bilanciere 128
viti di regolazione 128, 129
volano 112
volume della molla 74
volume di truciolo asportato 196
Volume di truciolo asportato nell'unità di tempo in tornitura 196
volume, barra 18
volume, cilindro 18
volume, cono 20
volume, sfera 19

W

watt 45
wattora 230
wattsecondo 221

Z

zona di tolleranza 202