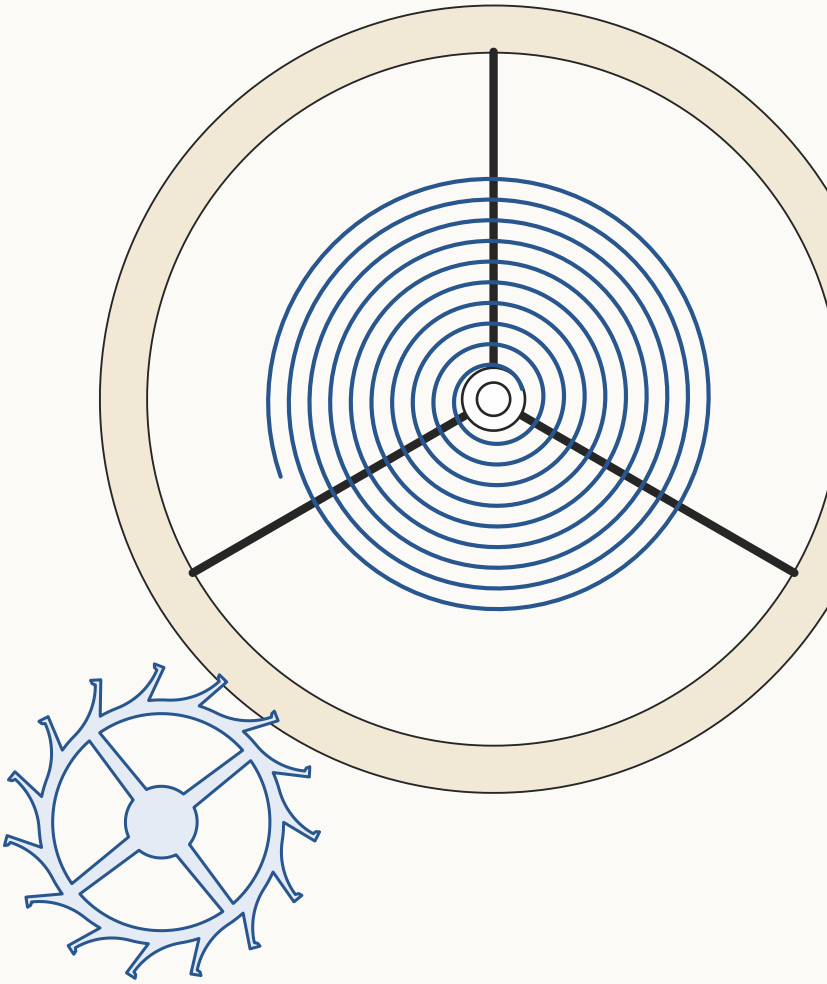
FORMACIÓN · EXAMEN DE MAESTRÍA · TALLER

Formulario de relojería

Fórmulas, esquemas y ejemplos resueltos para relojes de pulsera, de bolsillo, de pared y de pie – con matemáticas, mecánica, fabricación y estadística



Robin Israel
Maestro relojero · R.I.O. Uhrenwerkstätte Oppenheim
Presidente de la Hessische Uhrmacherschule

Edición XL 2026

Cómo leer este formulario

Cada fórmula ocupa su propia ficha: arriba el nombre, el número y el nivel; debajo la fórmula, despejada donde ayuda, y al lado la tabla de todas las magnitudes con su unidad. Siguen, en una frase, las condiciones en las que vale la fórmula y un ejemplo resuelto con números y unidades. Damos por sabido el despeje de fórmulas; las formas despejadas solo figuran donde se necesitan constantemente en el taller.

Niveles

OFICIAL — Conocimientos básicos para la formación y el examen de oficial.

MAESTRO — Materia del examen de maestría.

AMPLIACIÓN — Fundamentos y construcción; no se calculan en el examen, pero ayudan a entender lo que ocurre en el reloj.

Notación

Las fracciones se escriben siempre apiladas, nunca con barra. Entre factores va un punto de multiplicación, los decimales llevan coma y los números grandes, espacios finos: $86\,400$.

La mayoría de las fórmulas son **ecuaciones entre magnitudes**: se introducen número y unidad, y las unidades se calculan con ellos. Se admite cualquier unidad adecuada, siempre que se convierta correctamente. Unas pocas fórmulas de taller son **ecuaciones numéricas**; llevan la indicación «Ecuación numérica» y solo valen con las unidades exactas de su tabla de magnitudes.

Las fórmulas con «≈» son aproximaciones. Hasta dónde llegan lo indica «Validez».

Marcha, oscilación y alternancia

La marcha G es la desviación diaria de un reloj en segundos ($\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$). Más significa: el reloj adelanta. Menos significa: atrasa.

Una **oscilación** es ida y vuelta; su duración es el período de oscilación T, y la frecuencia f cuenta oscilaciones completas por segundo (Hz). Una **alternancia** es una semioscilación. El número de alternancias n_h cuenta semioscilaciones, en los relojes pequeños por hora (A/h): $28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$ son $4\ \mathrm{Hz}$.

En este formulario T es un tiempo (solo en los ajustes del capítulo 9 es la tolerancia). Las temperaturas se designan ϑ, y las variaciones de temperatura, $\Delta\vartheta$.

Ángulos

En las funciones trigonométricas ($\sin$, $\cos$, $\tan$) un ángulo puede ir en grados; la calculadora debe estar entonces en grados. En cambio, si un ángulo aparece en una fórmula como factor o como potencia, se introduce en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$. La tabla de magnitudes indica en cada caso qué forma se usa.

Mismo símbolo, otro significado

Los símbolos principales significan lo mismo en todas partes. Donde un capítulo usa un símbolo con otro sentido, por ejemplo A para una superficie en lugar de la amplitud, se indica en la introducción del capítulo y en la tabla de magnitudes de la fórmula. La tabla de magnitudes siempre prevalece.

© 2026 Robin Israel. Licencia CC BY-NC-SA 4.0: este formulario puede compartirse y adaptarse gratuitamente, citando al autor, sin fines comerciales y en las mismas condiciones. creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0

Índice

1 Fundamentos 5
1.1 Unidades y conversiones 5
1.2 Superficies y perímetros 9
1.3 Cuerpos y masa 17
1.4 Triángulos y coordenadas 22
1.5 Media y desviación 29

2 Mecánica 31
2.1 Movimiento 31
2.2 Fuerza, presión y plano inclinado 35
2.3 Palanca y par 40
2.4 Trabajo, energía, potencia y rendimiento 42
2.5 Rozamiento 48
2.6 Momento de inercia 51
2.7 Resistencia y elasticidad 54
2.8 Dilatación térmica 63

3 Órgano motor 65
3.1 Muelle real en el barrilete: geometría 65
3.2 Par y energía del muelle real 71
3.3 Autonomía 76
3.4 accionamiento por peso 79
3.5 Caracol y cadena 81
3.6 Potencia del órgano motor 82
3.7 Cuerda y puesta en hora 84

4 Tren de engranajes y dentado 89
4.1 Relación de transmisión 89
4.2 Cálculo del tren de rodaje 93
4.3 Minutería 96
4.4 Geometría del dentado 98
4.5 Sonería 110
4.6 Calendario y fases lunares 112
4.7 Rendimiento del tren de engranajes 115

5 Órgano regulador: volante y espiral 117
5.1 Oscilación del volante 117
5.2 Espiral 120
5.3 Volante 126
5.4 Reglaje a partir de valores nominales y reales 130
5.5 Temperatura 132
5.6 Energía y factor de calidad 135
5.7 Isocronismo 137

6 Péndulo 139
6.1 Péndulo matemático 139
6.2 Regulación por la longitud del péndulo 142
6.3 Péndulo físico 147
6.4 Amplitud y error circular 149
6.5 Temperatura y lugar de instalación 150

7 Escapes 154
7.1 Magnitudes básicas de todos los escapes 154
7.2 Escape de áncora suizo: geometría 157
7.3 Fuerza y energía 166
7.4 El escape en el cronocomparador 168
7.5 Escapes del reloj grande 169
7.6 Otros escapes 171

8 Control de marcha y medición 173
8.1 Estado y marcha 173
8.2 Cronocomparador 176
8.3 Posiciones e indicadores 182
8.4 Control de cronómetros 185
8.5 Hermeticidad y presión 187
8.6 Magnetismo y choques 190
8.7 Error de lectura y dispersión 191

9 Fabricación y materiales 192
9.1 Datos de corte 192
9.2 Cono e inclinación 196
9.3 Roscas 198
9.4 Ajustes y tolerancias 201
9.5 División 206
9.6 Doblado y desarrollo 209
9.7 Metales preciosos 210
9.8 Dureza y tratamiento térmico 213
9.9 Galvanoplastia 215

10 Electrotecnia, cuarzo y pila 218
10.1 Magnitudes básicas del circuito eléctrico 218
10.2 Conexión de resistencias, pila bajo carga 222
10.3 Condensador y bobina 225
10.4 Pila 229
10.5 Cuarzo y divisor de frecuencia 231
10.6 Motor paso a paso 234
10.7 Mediciones en el reloj de cuarzo 237

11 Tiempo y calendario 239
11.1 Día y año 239
11.2 Calendario 241
11.3 Ecuación de tiempo 243
11.4 Hora local y hora del huso 245
11.5 Fase lunar 246
11.6 Escalas del cronógrafo 247

12 Calidad y estadística 252
12.1 Series de medidas 252
12.2 Capacidad de máquina y de proceso 254
12.3 Fallos y riesgo 257
12.4 Instrumentos y condiciones de medición 259

Símbolos 261

Índice alfabético 274

1 Fundamentos

Este capítulo reúne las herramientas de cálculo en las que se apoyan todos los demás capítulos: unidades, superficies, cuerpos y el cálculo en el triángulo. Las fórmulas son materia escolar. Lo nuevo es solo dónde aparecen en el reloj y en el banco de trabajo.

Los símbolos siguen la geometría: aquí A es una superficie, s una cuerda o una entrecaras, m una masa, D un diámetro exterior, α un ángulo y n un número. En capítulos posteriores algunas de estas letras tienen otros significados; lo determinante es siempre la tabla de magnitudes junto a la fórmula.

1.1 Unidades y conversiones

Calculamos en el Sistema Internacional de Unidades (SI). La relojería ha conservado además unidades propias: la línea para el tamaño de los calibres, los segundos por día para la marcha y las alternancias por hora para la frecuencia. La ley y los quilates de los metales preciosos se encuentran en el capítulo 9.

Prefijos para múltiplos y submúltiplos decimales

Prefijo	Símbolo	Factor	Ejemplo del taller
Giga	G	10^{9}	Módulo de elasticidad del acero: 210 GPa
Mega	M	10^{6}	Resistencia a la tracción de un muelle real: 2000 MPa
Kilo	k	10^{3}	Cuarzo de reloj: 32,768 kHz
Deci	d	10^{-1}	1 dm = 100 mm
Centi	c	10^{-2}	Momento de inercia de un volante: 10 mg·cm²
Mili	m	10^{-3}	Diámetro de pivote: 0,1 mm
Micro	µ	10^{-6}	Juego del pivote: 10 µm; consumo de corriente de un movimiento de cuarzo: 1 µA
Nano	n	10^{-9}	Espesor de una capa antirreflejo: 100 nm

Una centésima de milímetro son 10 µm, una milésima de milímetro es 1 µm.

Unidades de longitud de la relojería

Unidad	Símbolo	Conversión
Línea de París	‴	2,2558 mm
Doceava de línea (douzième)		0,188 mm
Pulgada de París (12 líneas)		27,07 mm
Pulgada inglesa (inch)	″ o in	25,4 mm (exacto)
Micrómetro	µm	0,001 mm

Hoy la línea se usa casi solo para indicar el tamaño de los movimientos. La pulgada inglesa aparece en roscas, relojes grandes y máquinas.

Líneas en milímetros

(1.1) OFICIAL

$$d = N_{\mathrm{L}} \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm}$$

DESPEJADA $N_{\mathrm{L}} = \dfrac{d}{2{,}2558\,\mathrm{mm}}$

d	Diámetro (u otra longitud)	mm
N_{L}	Número de líneas (medida en líneas, número adimensional)	1

El tamaño de los movimientos se sigue indicando en líneas de París, escritas con tres tildes: 11½‴. Una línea es la duodécima parte de la antigua pulgada de París.

Validez: siempre; 1 línea = 2,2558 mm.

Atención: Las líneas de un calibre indican una clase de tamaño, no una medida de fabricación. El diámetro real del movimiento suele diferir en algunas décimas de milímetro. Para portamovimientos y cajas vale la medida de la ficha técnica.

EJEMPLO Un movimiento se designa como de 11½ líneas. ¿Cuánto mide en milímetros?

Datos: $N_{\mathrm{L}} = 11{,}5$

$$\begin{aligned} d &= N_{\mathrm{L}} \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm} \\ &= 11{,}5 \cdot 2{,}2558\,\mathrm{mm} \\ &\approx 25{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 25,9 mm. Es la clase de tamaño de la mayoría de los relojes de pulsera de caballero con movimiento automático.

Minutos y segundos como valor decimal

(1.2) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$t = t_{\mathrm{h}} + \frac{t_{\mathrm{min}}}{60} + \frac{t_{\mathrm{s}}}{3600}$$

t	Tiempo (como número decimal en horas)	h
t_{h}	Horas completas	h
t_{min}	Minutos	min
t_{s}	Segundos	s

Para calcular necesitamos los tiempos como número decimal. Los ángulos se convierten igual: grados, minutos y segundos de arco en lugar de horas, minutos y segundos, por ejemplo 12° 30′ = 12,5°.

Validez: Valores numéricos en las unidades indicadas; una hora tiene 60 minutos y un minuto 60 segundos.

EJEMPLO Tras darle cuerda completa, un reloj funciona 43 h 24 min 36 s. ¿Cuánto vale la autonomía como número decimal?

Datos: $t_{\mathrm{h}} = 43\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{min}} = 24\,\mathrm{min}$; $t_{\mathrm{s}} = 36\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} t &= t_{\mathrm{h}} + \frac{t_{\mathrm{min}}}{60} + \frac{t_{\mathrm{s}}}{3600} \\ &= 43 + \frac{24}{60} + \frac{36}{3600} \\ &= 43{,}41\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

43,41 h. Con este valor se puede seguir calculando, por ejemplo al compararlo con la autonomía nominal.

Marcha, porcentaje y ppm

Dato	equivale a	Observación
1 día	24 h = 1440 min = 86 400 s	
1 s al día	11,57 ppm = 0,001 157 %	reloj mecánico muy bueno
1 ppm	0,0864 s al día	unos 2,6 s al mes, 31,5 s al año
1 ‰	86,4 s al día	
1 %	864 s al día	14,4 min al día

ppm significa «partes por millón» (parts per million), es decir, 10^{-6}. Es la indicación habitual en los relojes de cuarzo.

Marcha como desviación relativa

(1.3) OFICIAL

$$x = \frac{G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

DESPEJADA $G = x \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

x	Desviación relativa (como número, en % o en ppm)	ppm
G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

La marcha en segundos por día es la razón entre dos tiempos. Al dividir entre los 86 400 segundos del día se obtiene la desviación relativa. Así pueden compararse relojes mecánicos, relojes de cuarzo y tolerancias de piezas.

Validez: siempre; el signo se conserva.

EJEMPLO Un reloj de pulsera mecánico adelanta 6 s al día. ¿Cuánto vale la desviación relativa?

Datos: $G = 6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$x = \frac{G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} = \frac{6\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \approx 69{,}4\ \mathrm{ppm}$$

Unos 69 ppm o 0,007 %. El reloj mide el tiempo con una exactitud de siete cienmilésimas.

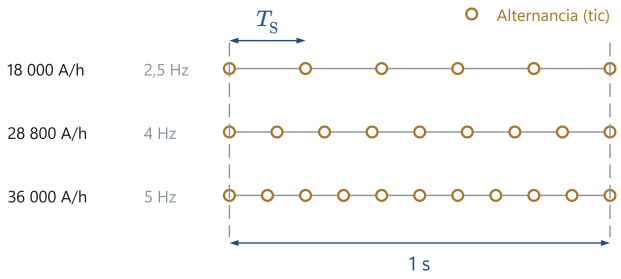
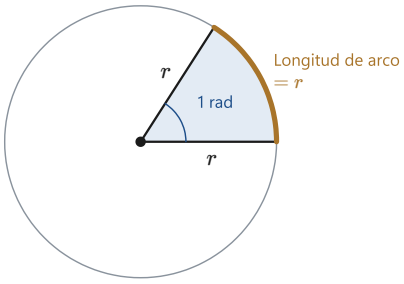


Fig. 1.1 Alternancias en un segundo: cuanto mayor es el número de alternancias, más corta es la duración de la alternancia T_S



Círculo: 360° = 2π rad

Fig. 1.2 Radianes: con un ángulo de 1 rad, unos 57,3°, el arco es tan largo como el radio

Grados a radianes

(1.4) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$\widehat{\alpha} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180}$$

DESPEJADA $\alpha = \dfrac{180 \cdot \widehat{\alpha}}{\pi}$

$\widehat{\alpha}$	Ángulo (en radianes)	rad
α	Ángulo (en grados)	$^\circ$

La medida en radianes indica la longitud del arco en relación con el radio. La circunferencia completa tiene $2\pi\,\mathrm{rad}$, por lo que $1\,\mathrm{rad} \approx 57{,}3^\circ$. Cuando un ángulo aparece como factor en una fórmula, debe introducirse en radianes.

Validez: Valores numéricos: α en grados como número decimal, resultado en radianes.

EJEMPLO Un volante oscila con una amplitud de 270°. ¿Cuánto vale este ángulo en radianes?

Datos: $\alpha = 270^\circ$

$$\begin{aligned}\widehat{\alpha} &= \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \\ &= \frac{\pi \cdot 270}{180} \\ &\approx 4{,}71\,\mathrm{rad}\end{aligned}$$

Unos 4,71 rad, es decir, tres cuartos de vuelta.

Número de alternancias y frecuencia

(1.5) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot f$$

DESPEJADA $f = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2}$

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

La frecuencia cuenta oscilaciones completas; el número de alternancias cuenta semioscilaciones. Cada oscilación completa consta de dos alternancias. En los relojes pequeños el número de alternancias se indica en semioscilaciones por hora (A/h).

Validez: siempre; para pasar de alternancias por segundo a A/h se multiplica por 3600.

EJEMPLO Un volante oscila a 4 Hz. ¿Cuál es su número de alternancias?

Datos: $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{h} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 8\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 28\,800\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\end{aligned}$$

28 800 semioscilaciones por hora, es decir, 8 alternancias por segundo.

Duración de la alternancia

(1.6) OFICIAL

$$T_\mathrm{S} = \frac{1}{n_\mathrm{h}}$$

T_S	Duración de la alternancia (duración de una semioscilación)	s
n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

La duración de la alternancia es el tiempo de un tic al siguiente. El período T de una oscilación completa es el doble.

Validez: siempre; introducir n_h en alternancias por segundo si T_S ha de salir en segundos.

EJEMPLO ¿Cuánto dura una alternancia a 28 800 A/h?

Datos: $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} T_\mathrm{S} &= \frac{1}{n_\mathrm{h}} \\ &= \frac{1}{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}} \\ &= \frac{3600\,\mathrm{s}}{28\,800} \\ &= 0{,}125\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Un octavo de segundo. Por eso el segundero da ocho pequeños saltos por segundo.

Números de alternancias habituales en relojes pequeños

Número de alternancias n_h en A/h	Frecuencia f en Hz	Alternancias por segundo	Duración de la alternancia T_S en s	Uso
18 000	2,5	5	0,2	relojes de bolsillo, relojes de pulsera antiguos
19 800	2,75	5,5	0,1818	algunos calibres antiguos
21 600	3	6	0,1667	muchos movimientos de cuerda manual y automáticos
25 200	3,5	7	0,1429	algunos calibres
28 800	4	8	0,125	hoy el número de alternancias más frecuente
36 000	5	10	0,1	movimientos de alta frecuencia

A significa alternancia, es decir, la semioscilación.

1.2 Superficies y perímetros

Las superficies se necesitan para secciones transversales, fuerzas de presión y como base de los cuerpos. En el taller se mide el diámetro, no el radio; por eso las fórmulas se dan con d.

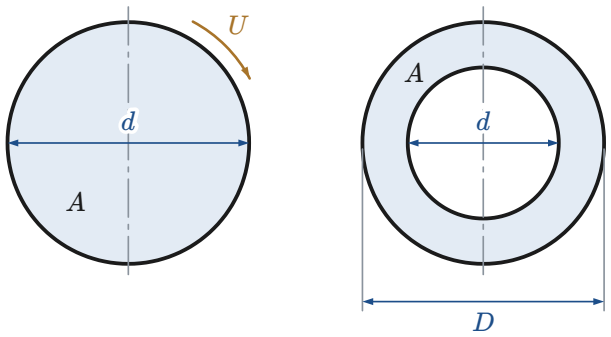


Fig. 1.3 Círculo de diámetro d, perímetro U y área A; corona circular de diámetro exterior D y diámetro interior d

Longitud de la circunferencia

(1.7) OFICIAL

$$U = \pi \cdot d$$

U	Perímetro	mm
d	Diámetro	mm

La circunferencia mide π veces el diámetro, es decir, algo más del triple.

Validez: siempre.

EJEMPLO El aro de un volante tiene 10 mm de diámetro exterior. ¿Qué recorrido hace un punto del aro en una vuelta completa?

Datos: $d = 10\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} U &= \pi \cdot d \\ &= \pi \cdot 10\,\mathrm{mm} \\ &\approx 31{,}4\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 31,4 mm. Con 270° de amplitud, en cada semioscilación recorre dos veces tres cuartos de ese valor, es decir, unos 47 mm.

Área del círculo

(1.8) OFICIAL

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

A	Área	mm^2
d	Diámetro	mm

DESPEJADA $d = \sqrt{\dfrac{4 \cdot A}{\pi}}$

El área crece con el cuadrado del diámetro: doble diámetro, cuádruple área.

Validez: siempre.

EJEMPLO Un cristal de reloj tiene 30 mm de diámetro. ¿Cuál es su área?

Datos: $d = 30\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{\pi \cdot (30\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &\approx 707\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Unos 707 mm². Con 10 bar de presión de prueba, es decir, $1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, sobre el cristal actúan unos 707 N.

Corona circular

(1.9) OFICIAL

$$A = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4}$$

A	Área	mm^2
D	Diámetro (exterior)	mm
d	Diámetro (interior)	mm

La corona circular es el círculo grande menos el pequeño. Así se calcula la sección de tubos, casquillos, juntas y aros.

Validez: ambos círculos tienen el mismo centro.

EJEMPLO El aro de un volante mide 10 mm por fuera y 8,4 mm por dentro. ¿Cuál es su superficie frontal?

Datos: $D = 10\,\mathrm{mm}$; $d = 8{,}4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \\ &= \frac{\pi \cdot \left((10\,\mathrm{mm})^2 - (8{,}4\,\mathrm{mm})^2\right)}{4} \\ &\approx 23{,}1\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Unos 23,1 mm². Con la altura del aro se obtiene el volumen, véase la sección 1.3.

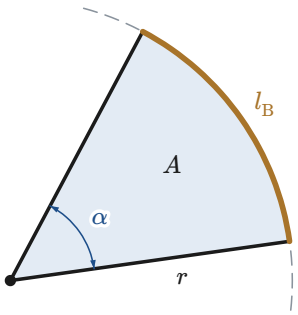


Fig. 1.4 Sector circular: ángulo central α, longitud de arco l_B, radio r (mitad del diámetro d)

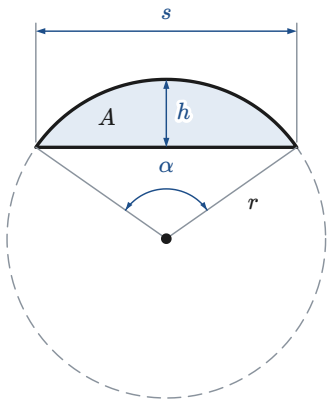


Fig. 1.5 Segmento circular: cuerda s, flecha h, ángulo central α, radio r (mitad del diámetro d)

Longitud de arco

(1.10) OFICIAL

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

l_B	Longitud de arco	mm
d	Diámetro	mm
α	Ángulo central	°

El arco es la parte de la circunferencia que corresponde al ángulo α. Con el ángulo en radianes se escribe más corto: longitud de arco igual a radio por ángulo.

Validez: siempre; α en grados.

EJEMPLO En una esfera, la minutería está sobre un círculo de 30 mm de diámetro. ¿Qué distancia hay entre dos trazos de minuto? Un minuto corresponde a 6°.

Datos: $d = 30\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 6^\circ$

$$\begin{aligned} l_B &= \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 6^\circ}{360^\circ} \\ &\approx 1{,}57\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 1,57 mm de trazo a trazo.

Sector circular

(1.11) OFICIAL

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

A	Área	mm^2
d	Diámetro	mm
α	Ángulo central	°

El sector circular es la porción de tarta. Su área es la fracción del ángulo respecto a la circunferencia completa multiplicada por el área del círculo.

Validez: siempre; α en grados.

EJEMPLO La masa oscilante de un movimiento automático es un sector circular de 28 mm de diámetro y 150° de abertura. ¿Cuál es su área?

Datos: $d = 28\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 150^\circ$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \\ &= \frac{\pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2 \cdot 150^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \\ &\approx 257\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Unos 257 mm², es decir, cinco doceavos del área del círculo completo.

Cuerda

(1.12) OFICIAL

$$s = d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

s	Cuerda (unión recta de dos puntos del círculo)	mm
d	Diámetro	mm
α	Ángulo central	°

La cuerda es la distancia recta entre dos puntos del círculo, es decir, la medida que indica el pie de rey. El arco entre ellos es siempre algo más largo.

Validez: siempre; α es el ángulo entre los dos radios.

EJEMPLO Una rueda de escape tiene 4,8 mm de diámetro y 15 dientes, por lo que el paso angular es de 24°. ¿Qué distancia hay entre dos puntas de diente vecinas?

Datos: $d = 4{,}8\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 24^\circ$

$$\begin{aligned} s &= d \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 4{,}8\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{24^\circ}{2}\right) \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 1,00 mm de punta a punta.

Flecha del arco

(1.13) OFICIAL

$$h = \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

La flecha indica cuánto sobresale el arco de la cuerda. Al hacer un plano en un eje es la profundidad que se rebaja.

Validez: α hasta 180°.

h	Flecha (distancia máxima entre cuerda y arco)	mm
d	Diámetro	mm
α	Ángulo central	°

EJEMPLO En un eje de 3 mm de diámetro se hace un plano. La superficie plana debe abarcar un ángulo central de 90°. ¿Qué profundidad se rebaja?

Datos: $d = 3\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 90°$

$$\begin{aligned} h &= \frac{d}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \\ &= \frac{3\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{90°}{2}\right)\right) \\ &\approx 0{,}44\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 0,44 mm. La superficie plana tiene entonces 2,12 mm de ancho, véase la fórmula (1.12).

Radio a partir de cuerda y flecha

(1.14) MAESTRO

$$r = \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2}$$

En un arco, la cuerda y la flecha se miden con facilidad; el radio, no. Con esta fórmula se determina el radio de abombado de un cristal o de una esfera abombada.

Validez: siempre; se deduce del teorema de Pitágoras.

r	Radio (del arco)	mm
s	Cuerda (unión recta de dos puntos del círculo)	mm
h	Flecha (distancia máxima entre cuerda y arco)	mm

EJEMPLO Un cristal abombado tiene 30 mm de diámetro y en el centro es 1,9 mm más alto que en el borde. ¿Cuál es el radio de abombado?

Datos: $s = 30\,\mathrm{mm}; \quad h = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &= \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2} \\ &= \frac{(30\,\mathrm{mm})^2}{8 \cdot 1{,}9\,\mathrm{mm}} + \frac{1{,}9\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 60{,}2\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 60 mm. Aquí el diámetro del cristal es la cuerda.

Segmento circular

(1.15) MAESTRO

$$A = \frac{d^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

A	Área	mm^2
d	Diámetro	mm
α	Ángulo central	°

El segmento circular es la superficie entre la cuerda y el arco: el sector circular menos el triángulo formado por los dos radios y la cuerda.

Validez: α en grados, hasta 360°.

EJEMPLO Del eje de 3 mm de diámetro se rebaja un segmento de 90° de ángulo central. ¿Cuánta sección se pierde?

Datos: $d = 3\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 90^\circ$

$$\begin{aligned} A &= \frac{d^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right) \\ &= \frac{(3\,\mathrm{mm})^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ} - \sin\left(90^\circ\right) \right) \\ &\approx 0{,}64\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Unos 0,64 mm², es decir, el 9 % de la sección completa de 7,07 mm².

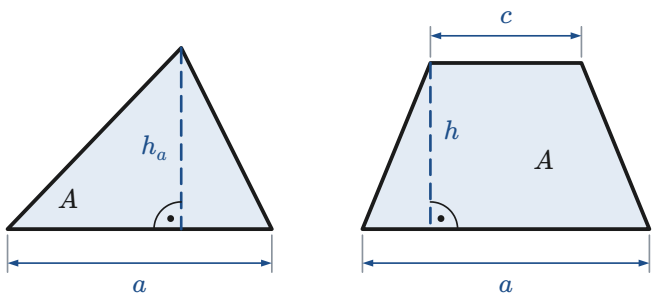


Fig. 1.6 Triángulo de base a y altura h_a; trapecio de lados paralelos a y c y altura h

Triángulo

(1.16) OFICIAL

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

A	Área	mm^2
a	Lado (base)	mm
h_a	Altura (perpendicular a la base)	mm

Todo triángulo es medio rectángulo de base por altura. Cualquier lado puede servir de base; la altura ha de ser perpendicular a él.

Validez: siempre.

EJEMPLO Un índice horario triangular mide 2,4 mm de ancho en la base y 5 mm de alto. ¿Cuál es su área?

Datos: $a = 2{,}4\,\mathrm{mm}; \quad h_a = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{a \cdot h_a}{2} \\ &= \frac{2{,}4\,\mathrm{mm} \cdot 5\,\mathrm{mm}}{2} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

6 mm². Esa es, por ejemplo, la superficie que hay que cubrir con material luminiscente.

Trapecio

(1.17) OFICIAL

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

El trapecio tiene el área de un rectángulo con el ancho medio. Si los dos lados paralelos son iguales, queda lado por altura: el área del rectángulo y del paralelogramo.

Validez: dos lados son paralelos.

A	Área	mm^2
a	Lado (el primero de los dos paralelos)	mm
c	Lado (el segundo de los dos paralelos)	mm
h	Altura (distancia entre los lados paralelos)	mm

EJEMPLO Una aguja se estrecha a lo largo de 14 mm de 3 mm a 1,2 mm de ancho. ¿Cuál es su área?

Datos: $a = 3\,\mathrm{mm}$; $c = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $h = 14\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{a + c}{2} \cdot h \\ &= \frac{3\,\mathrm{mm} + 1{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \cdot 14\,\mathrm{mm} \\ &= 29{,}4\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

29,4 mm². Con el espesor y la densidad se obtiene la masa de la aguja, véase la sección 1.3.

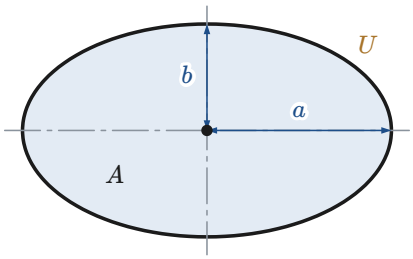


Fig. 1.7 Elipse de semiejes a y b

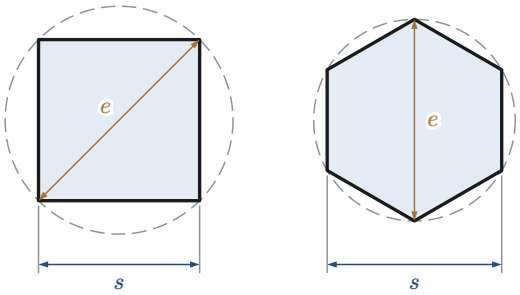


Fig. 1.8 Cuadrado y hexágono: entrecaras s, medida entre aristas e

Elipse: área

(1.18) OFICIAL

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

La elipse es un círculo estirado. Si ambos semiejes son iguales, resulta el área del círculo.

Validez: siempre; a y b son la mitad de las medidas exteriores.

A	Área	mm^2
a	Semieje (mayor, media longitud)	mm
b	Semieje (menor, medio ancho)	mm

EJEMPLO Un cristal ovalado mide 22 mm × 18 mm. ¿Cuál es su área?

Datos: $a = 11\,\mathrm{mm}$; $b = 9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot a \cdot b \\ &= \pi \cdot 11\,\mathrm{mm} \cdot 9\,\mathrm{mm} \\ &\approx 311\,\mathrm{mm}^2 \end{aligned}$$

Unos 311 mm². Los semiejes son la mitad de las medidas exteriores, es decir, 11 mm y 9 mm.

Elipse: perímetro

(1.19) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$U \approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)}\right)$$

Para el perímetro de la elipse no existe una fórmula cerrada sencilla. Esta aproximación basta para cualquier tarea de taller, por ejemplo para la longitud de una junta o de un aro de cristal.

Validez: aproximación; el error queda por debajo del 0,01 % mientras la elipse sea como máximo tres veces más larga que ancha.

U	Perímetro	mm
a	Semieje (mayor)	mm
b	Semieje (menor)	mm

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene la junta del cristal ovalado de 22 mm × 18 mm?

Datos: $a = 11\,\mathrm{mm}$; $b = 9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} U &\approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)}\right) \\ &= \pi \cdot \left(3 \cdot (11\,\mathrm{mm} + 9\,\mathrm{mm}) - \sqrt{(3 \cdot 11\,\mathrm{mm} + 9\,\mathrm{mm}) \cdot (11\,\mathrm{mm} + 3 \cdot 9\,\mathrm{mm})}\right) \\ &\approx 63{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 63 mm. Un círculo con el diámetro medio de 20 mm tendría 62,8 mm de perímetro.

Cuadrado: medida entre aristas

(1.20) OFICIAL

$$e = \sqrt{2} \cdot s$$

DESPEJADA $\quad s = \dfrac{e}{\sqrt{2}}$

La medida entre aristas es la diagonal del cuadrado. Indica de qué material redondo hay que partir como mínimo para limar o fresar un cuadrado. El área del cuadrado es s^2.

Validez: cuadrado de aristas vivas. En la práctica las esquinas suelen estar matadas y basta algo menos.

e	Medida entre aristas (medida sobre las esquinas)	mm
s	Entrecaras (medida sobre las caras)	mm

EJEMPLO El eje de cuerda de un reloj grande debe llevar un cuadrado de 4 mm de entrecaras. ¿Qué diámetro mínimo debe tener el eje?

Datos: $s = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} e &= \sqrt{2} \cdot s \\ &= \sqrt{2} \cdot 4\,\mathrm{mm} \\ &\approx 5{,}66\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Como mínimo 5,66 mm, si las esquinas han de quedar completas.

Hexágono: medida entre aristas

(1.21) OFICIAL

$$e = \frac{2 \cdot s}{\sqrt{3}}$$

DESPEJADA $s = \dfrac{\sqrt{3} \cdot e}{2}$

e	Medida entre aristas (medida sobre las esquinas)	mm
s	Entrecaras (medida sobre las caras)	mm

En el hexágono la medida entre aristas es un 15,5 % mayor que la entrecaras. El área del hexágono es $0{,}866 \cdot s^2$.

Validez: hexágono regular de aristas vivas.

EJEMPLO Una tuerca hexagonal tiene 5,5 mm de entrecaras. ¿Qué diámetro mínimo necesita el material redondo?

Datos: $s = 5{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} e &= \frac{2 \cdot s}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2 \cdot 5{,}5\,\mathrm{mm}}{\sqrt{3}} \\ &\approx 6{,}35\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Como mínimo 6,35 mm.

Regla: Doble diámetro significa doble perímetro, pero cuádruple área.

1.3 Cuerpos y masa

Del volumen y la densidad del material se obtiene la masa de una pieza. La necesitamos para aros de volante, lentejas de péndulo, pesas y para calcular el material necesario en metales preciosos.

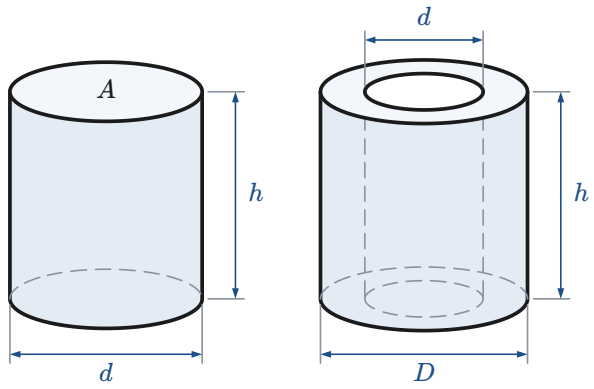


Fig. 1.9 Cilindro y cilindro hueco; la base A por la altura h da el volumen

Prisma: cuerpo de sección constante

(1.22) OFICIAL

$$V = A \cdot h$$

Todo cuerpo cuya sección se mantiene igual en toda su altura tiene como volumen base por altura: barras, chapas, perfiles. La base se obtiene de la sección 1.2.

Validez: sección igual en todas partes, altura perpendicular a la base.

V	Volumen	mm^3
A	Área (base, sección del cuerpo)	mm^2
h	Altura (perpendicular a la base)	mm

EJEMPLO De una barra hexagonal de 5 mm de entrecaras (sección 21,65 mm²) se tronza un trozo de 20 mm de longitud. ¿Cuál es su volumen?

Datos: $A = 21{,}65\,\mathrm{mm}^2$; $h = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= A \cdot h \\ &= 21{,}65\,\mathrm{mm}^2 \cdot 20\,\mathrm{mm} \\ &= 433\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

433 mm³, es decir, 0,433 cm³.

Cilindro

(1.23) OFICIAL

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

El cilindro es el prisma de base circular: ejes, pasadores, discos y arandelas.

Validez: cilindro circular recto.

V	Volumen	mm^3
d	Diámetro	mm
h	Altura (perpendicular a la base)	mm

EJEMPLO Un disco de latón tiene 30 mm de diámetro y 2 mm de espesor. ¿Cuál es su volumen?

Datos: $d = 30\,\mathrm{mm}$; $h = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot (30\,\mathrm{mm})^2}{4} \cdot 2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1414\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Unos 1414 mm³ o 1,414 cm³.

Cilindro hueco

(1.24) OFICIAL

$$V = \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \cdot h$$

Corona circular por altura: tubos, casquillos, anillos y el aro de un volante.

Validez: cilindro hueco recto, agujero centrado.

V	Volumen	mm^3
D	Diámetro (exterior)	mm
d	Diámetro (interior)	mm
h	Altura (perpendicular a la base)	mm

EJEMPLO El aro de un volante mide 10 mm por fuera, 8,4 mm por dentro y 0,8 mm de alto. ¿Cuál es su volumen?

Datos: $D = 10\,\mathrm{mm}$; $d = 8{,}4\,\mathrm{mm}$; $h = 0{,}8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot \left(D^2 - d^2\right)}{4} \cdot h \\ &= \frac{\pi \cdot \left((10\,\mathrm{mm})^2 - (8{,}4\,\mathrm{mm})^2\right)}{4} \cdot 0{,}8\,\mathrm{mm} \\ &\approx 18{,}5\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Unos 18,5 mm³. En bronce al berilio, este aro pesa unos 0,15 g.

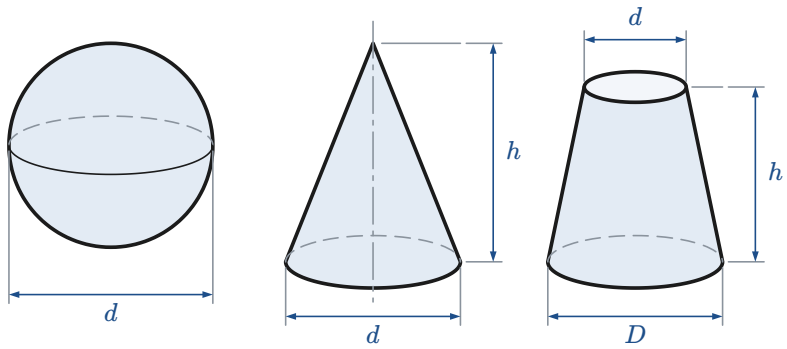


Fig. 1.10 Esfera, cono y tronco de cono

Esfera

(1.25) OFICIAL

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

La esfera ocupa algo más de la mitad del cubo en el que justo cabe. Su superficie es $\pi \cdot d^2$.

Validez: siempre.

V	Volumen	mm^3
d	Diámetro	mm

EJEMPLO Una bola de acero tiene 2 mm de diámetro. ¿Cuál es su volumen?

Datos: $d = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^3}{6} \\ &= \frac{\pi \cdot (2\,\mathrm{mm})^3}{6} \\ &\approx 4{,}19\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Unos 4,19 mm³; la bola pesa por tanto unos 33 mg.

Cono

(1.26) OFICIAL

$$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$$

El cono tiene un tercio del volumen del cilindro de igual base y altura. Lo mismo vale para la pirámide respecto al prisma.

Validez: altura medida perpendicularmente a la base.

V	Volumen	mm^3
d	Diámetro (de la base)	mm
h	Altura (perpendicular a la base)	mm

EJEMPLO Una punta de granete de 60° tiene 3 mm de diámetro en la base y 2,6 mm de altura. ¿Cuál es el volumen de la punta?

Datos: $d = 3\,\mathrm{mm}; \quad h = 2{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12} \\ &= \frac{\pi \cdot (3\,\mathrm{mm})^2 \cdot 2{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 6{,}13\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Unos 6,13 mm³. El cilindro de iguales medidas tendría el triple.

Tronco de cono

(1.27) OFICIAL

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot \left(D^2 + D \cdot d + d^2\right)}{12}$$

El tronco de cono es un cono sin punta: pasadores cónicos, escariadores, piezas de caja cónicas. Con $d = 0$ resulta el cono; con $d = D$, el cilindro.

Validez: tronco de cono recto, cara superior paralela a la base.

V	Volumen	mm^3
h	Altura (perpendicular a la base)	mm
D	Diámetro (en el extremo mayor)	mm
d	Diámetro (en el extremo menor)	mm

EJEMPLO Un tapón cónico de latón mide 10 mm de largo y se estrecha de 6 mm a 4 mm de diámetro. ¿Cuál es su volumen?

Datos: $h = 10\,\mathrm{mm}; \quad D = 6\,\mathrm{mm}; \quad d = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi \cdot h \cdot \left(D^2 + D \cdot d + d^2\right)}{12} \\ &= \frac{\pi \cdot 10\,\mathrm{mm} \cdot \left((6\,\mathrm{mm})^2 + 6\,\mathrm{mm} \cdot 4\,\mathrm{mm} + (4\,\mathrm{mm})^2\right)}{12} \\ &\approx 199\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

Unos 199 mm³. El cálculo como cilindro con el diámetro medio de 5 mm daría 196 mm³, es decir, algo menos.

Masa a partir de volumen y densidad

(1.28) OFICIAL

$$m = \varrho \cdot V$$

DESPEJADA $\varrho = \dfrac{m}{V}$

m	Masa	g
ϱ	Densidad (del material)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
V	Volumen	cm^3

La densidad indica cuánta masa hay en un centímetro cúbico. Despejada, la fórmula sirve para identificar un material pesando y midiendo.

Validez: pieza maciza sin huecos, material homogéneo. $1\,\mathrm{cm}^3 = 1000\,\mathrm{mm}^3$.

EJEMPLO El disco de latón de la fórmula (1.23) tiene un volumen de 1414 mm³, es decir, 1,414 cm³. ¿Cuánto pesa con una densidad de $8{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$?

Datos: $\varrho = 8{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$; $\quad V = 1{,}414\,\mathrm{cm}^3$

$$\begin{aligned} m &= \varrho \cdot V \\ &= 8{,}5\ \tfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1{,}414\,\mathrm{cm}^3 \\ &\approx 12{,}0\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Unos 12 g. En oro 750, el mismo disco pesaría unos 22 g.

Densidad de los materiales de relojería (valores orientativos a 20 °C)

Material	ϱ en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
aluminio	2,7
titanio	4,5
acero sin alear	7,85
acero inoxidable (1.4404, 316L)	8,0
bronce al berilio (CuBe2, aros de volante)	8,3
latón (CuZn39Pb3)	8,5
alpaca	8,6 … 8,7
plata 925	10,4
oro 585	13 … 14
oro 750	15 … 16
oro fino	19,3
platino 950	20 … 21,5
zafiro y rubí (corindón)	4,0
cristal mineral	2,5
vidrio acrílico	1,19

En las aleaciones la densidad depende de la composición exacta; lo determinante es la ficha técnica del fabricante. $1\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ es lo mismo que $1\ \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{mm}^3}$.

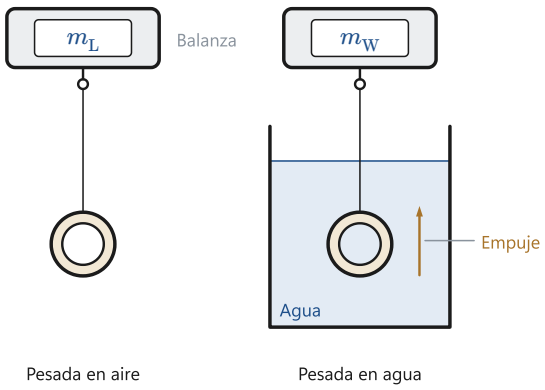


Fig. 1.11 Densidad a partir de dos pesadas: en el aire la balanza marca m_L; con la pieza en el agua, solo m_W. La diferencia es la masa del agua desplazada

Densidad por pesada en aire y en agua

(1.29) OFICIAL

$$\varrho = \frac{m_L}{m_L - m_W} \cdot \varrho_W$$

Una pieza sumergida pierde tanto peso como pesa el agua desplazada (principio de Arquímedes). La diferencia entre las dos pesadas da por tanto el volumen, sin necesidad de medir la pieza. Así puede comprobarse si la densidad de un anillo o de una caja corresponde a la ley contrastada.

Validez: pieza maciza de un solo material, sin huecos, piedras ni incrustaciones; totalmente sumergida, sin burbujas de aire y sin tocar el recipiente; hilo de suspensión fino. Se desprecia el empuje del aire; el error ronda el 0,1 %.

ϱ	Densidad (de la pieza)	$\frac{g}{cm^3}$
m_L	Masa (lectura de la balanza, pieza en el aire)	g
m_W	Lectura de la balanza con la pieza totalmente sumergida en agua	g
ϱ_W	Densidad del agua (a 20 °C, $0{,}998\ \frac{g}{cm^3}$)	$\frac{g}{cm^3}$

Atención: La densidad es un indicio, no una prueba. Aleaciones distintas pueden tener la misma densidad, y el wolframio es casi tan denso como el oro fino. Las soldaduras, los muelles y los huecos falsean el resultado.

EJEMPLO Una alianza pesa 8,40 g en el aire. Colgada de un hilo fino y totalmente sumergida en agua a 20 °C, la balanza marca 7,86 g. ¿Qué densidad tiene el anillo?

Datos: $m_L = 8{,}40\,g$; $m_W = 7{,}86\,g$; $\varrho_W = 0{,}998\ \frac{g}{cm^3}$

$$\varrho = \frac{m_L}{m_L - m_W} \cdot \varrho_W$$
$$= \frac{8{,}40\,g}{8{,}40\,g - 7{,}86\,g} \cdot 0{,}998\ \frac{g}{cm^3}$$
$$\approx 15{,}5\ \frac{g}{cm^3}$$

Unos $15{,}5\ \frac{g}{cm^3}$. Según la tabla corresponde a oro 750, no a oro 585.

1.4 Triángulos y coordenadas

Con el triángulo rectángulo resolvemos casi cualquier problema de medidas: distancias a partir de coordenadas, inclinaciones, ángulos en el divisor. Los ángulos de un triángulo suman siempre 180°. Para las funciones trigonométricas la calculadora debe estar en grados (DEG).

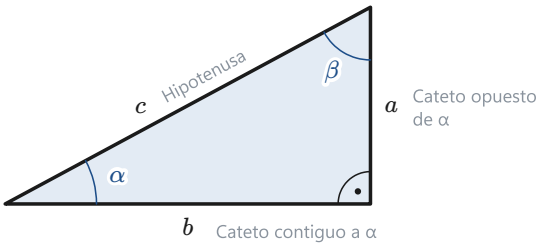


Fig. 1.12 Triángulo rectángulo: la hipotenusa c está opuesta al ángulo recto

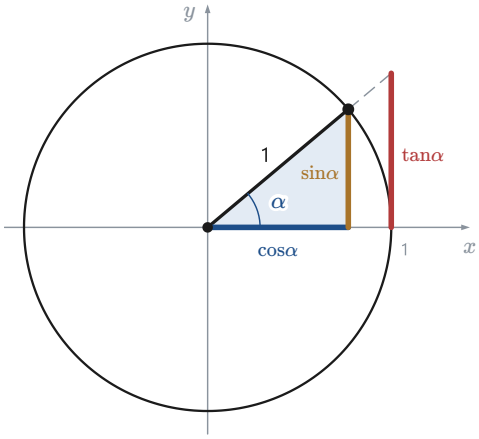


Fig. 1.13 Círculo unitario (radio 1): seno, coseno y tangente como segmentos

Teorema de Pitágoras

(1.30) OFICIAL

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

DESPEJADA $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

En el triángulo rectángulo, el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los dos catetos.

Validez: solo en el triángulo rectángulo.

c	Hipotenusa (lado mayor, opuesto al ángulo recto)	mm
a	Cateto	mm
b	Cateto	mm

EJEMPLO De una pieza bruta redonda debe salir una platina rectangular de 15,3 mm × 17,2 mm. ¿Qué diámetro mínimo debe tener la pieza bruta?

Datos: $a = 15{,}3\,\mathrm{mm}; \quad b = 17{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \sqrt{(15{,}3\,\mathrm{mm})^2 + (17{,}2\,\mathrm{mm})^2} \\ &\approx 23{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Como mínimo 23 mm, porque la diagonal del rectángulo es el diámetro del menor círculo que rodea la platina.

Seno

(1.31) OFICIAL

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

DESPEJADA $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right)$

El seno es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa. Despejada, la fórmula da el ángulo a partir de dos lados; la tecla correspondiente suele llamarse $\sin^{-1}$.

Validez: solo en el triángulo rectángulo.

a	Cateto (cateto opuesto, enfrente del ángulo)	mm
c	hipotenusa	mm
α	Ángulo	°

EJEMPLO Una regla de senos con 100 mm de distancia entre rodillos debe ajustarse a 15°. ¿Qué altura debe tener la pila de calas patrón?

Datos: $c = 100\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 15^\circ$

$$\begin{aligned} a &= c \cdot \sin \alpha \\ &= 100\,\mathrm{mm} \cdot \sin(15^\circ) \\ &\approx 25{,}88\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Bajo uno de los rodillos se colocan calas patrón que sumen 25,88 mm.

Coseno

(1.32) OFICIAL

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

DESPEJADA $\alpha = \arccos\left(\frac{b}{c}\right)$

El coseno es la razón entre el cateto contiguo y la hipotenusa. Indica qué parte de un tramo inclinado actúa en una dirección.

Validez: solo en el triángulo rectángulo.

b	Cateto (cateto contiguo, junto al ángulo)	mm
c	hipotenusa	mm
α	Ángulo	°

EJEMPLO Una palanca de 20 mm de longitud está inclinada 30° respecto a la horizontal. ¿Cuánto mide en la horizontal?

Datos: $c = 20\,\mathrm{mm}; \quad \alpha = 30^\circ$

$$\begin{aligned} b &= c \cdot \cos \alpha \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \cos(30^\circ) \\ &\approx 17{,}32\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 17,32 mm. En la vertical son 20 mm por sen 30°, es decir, exactamente 10 mm.

Tangente

(1.33) OFICIAL

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

DESPEJADA $\alpha = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$

a	Cateto (cateto opuesto)	mm
b	Cateto (cateto contiguo)	mm
α	Ángulo	°

La tangente es la razón entre los dos catetos, es decir, la pendiente de una inclinación. Con ella se calculan chaflanes, avellanados y conos; más sobre el cono en el capítulo 9.

Validez: solo en el triángulo rectángulo; α menor que 90°.

EJEMPLO Un cono disminuye 0,5 mm de radio a lo largo de 12 mm. ¿A qué ángulo se ajusta el carro superior?

Datos: $a = 0{,}5\,\mathrm{mm}; \quad b = 12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\alpha &= \arctan\left(\frac{a}{b}\right)\\ &= \arctan\left(\frac{0{,}5\,\mathrm{mm}}{12\,\mathrm{mm}}\right)\\ &\approx 2{,}39^\circ\end{aligned}$$

A unos 2,39°. Es el semiángulo del cono.

Regla: Seno es cateto opuesto entre hipotenusa, coseno es cateto contiguo entre hipotenusa, tangente es cateto opuesto entre cateto contiguo.

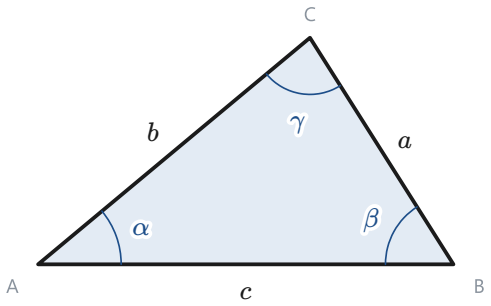


Fig. 1.14 Triángulo cualquiera: el lado a está opuesto al ángulo α, b al ángulo β y c al ángulo γ

Teorema del seno

(1.34) MAESTRO

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$

En todo triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos. El teorema del seno es adecuado cuando se conocen un lado y dos ángulos.

Validez: en todo triángulo. Si se busca un ángulo a partir de dos lados, hay dos soluciones posibles (agudo u obtuso).

a	Lado (opuesto al ángulo α)	mm
b	Lado (opuesto al ángulo β)	mm
α	Ángulo (opuesto al lado a)	°
β	Ángulo (opuesto al lado b)	°

EJEMPLO En un triángulo formado por tres puntos de apoyo se conocen el lado b = 6,0 mm y los ángulos α = 40° y β = 75°. ¿Cuánto mide el lado a?

Datos: $b = 6{,}0\,\text{mm}; \quad \alpha = 40°; \quad \beta = 75°$

$$\begin{aligned} a &= \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \\ &= \frac{6{,}0\,\text{mm} \cdot \sin(40°)}{\sin(75°)} \\ &\approx 3{,}99\,\text{mm} \end{aligned}$$

Unos 3,99 mm. El tercer ángulo es 180° − 40° − 75° = 65°.

Teorema del coseno

(1.35) MAESTRO

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

DESPEJADA $\gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}\right)$

El teorema del coseno es el teorema de Pitágoras para triángulos cualesquiera. Es adecuado cuando se conocen dos lados y el ángulo comprendido o, despejado, cuando se busca un ángulo a partir de tres lados.

Validez: en todo triángulo; con $\gamma = 90°$ desaparece el último término.

c	Lado (opuesto al ángulo γ)	mm
a	Lado (contiguo al ángulo γ)	mm
b	Lado (contiguo al ángulo γ)	mm
γ	Ángulo (entre los lados a y b)	°

EJEMPLO Desde la rueda intermedia, la rueda de centro está a 7,2 mm y la rueda de segundos a 5,4 mm. Las dos líneas de unión forman 110°. ¿Qué distancia hay entre la rueda de centro y la rueda de segundos?

Datos: $a = 7{,}2\,\text{mm}; \quad b = 5{,}4\,\text{mm}; \quad \gamma = 110°$

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma} \\ &= \sqrt{(7{,}2\,\text{mm})^2 + (5{,}4\,\text{mm})^2 - 2 \cdot 7{,}2\,\text{mm} \cdot 5{,}4\,\text{mm} \cdot \cos(110°)} \\ &\approx 10{,}37\,\text{mm} \end{aligned}$$

Unos 10,37 mm de eje a eje.

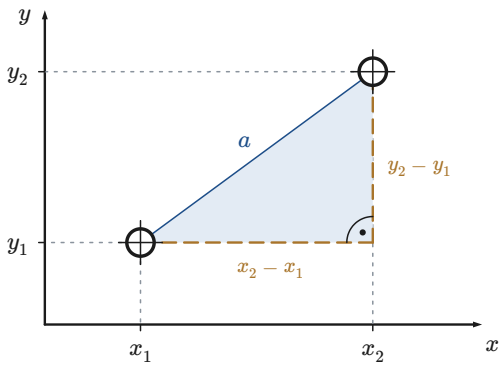


Fig. 1.15 Distancia entre centros a como hipotenusa sobre las diferencias de coordenadas

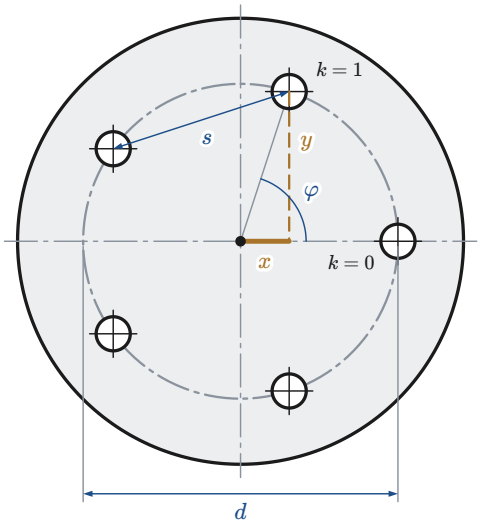


Fig. 1.16 Círculo de agujeros con $n = 5$ agujeros: ángulo de división φ, cuerda s, coordenadas x e y del agujero $k = 1$

Distancia entre centros a partir de coordenadas

(1.36) OFICIAL

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

En la punteadora de coordenadas y en el plano CAD, los agujeros de los cojinetes se fijan mediante x e y. Su distancia es la hipotenusa sobre las dos diferencias de coordenadas.

Validez: sistema de coordenadas rectangulares; ambos puntos referidos al mismo origen.

a	Distancia entre centros (distancia de engrane)	mm
x_1	Coordenada (dirección x, primer agujero)	mm
y_1	Coordenada (dirección y, primer agujero)	mm
x_2	Coordenada (dirección x, segundo agujero)	mm
y_2	Coordenada (dirección y, segundo agujero)	mm

EJEMPLO Dos agujeros de cojinete están en (2,50 mm | 1,20 mm) y (7,30 mm | 5,60 mm). ¿Cuál es la distancia entre centros?

Datos: $x_1 = 2{,}50\,\mathrm{mm}$; $y_1 = 1{,}20\,\mathrm{mm}$; $x_2 = 7{,}30\,\mathrm{mm}$; $y_2 = 5{,}60\,\mathrm{mm}$

$$a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(7{,}30\,\mathrm{mm} - 2{,}50\,\mathrm{mm})^2 + (5{,}60\,\mathrm{mm} - 1{,}20\,\mathrm{mm})^2}$$
$$\approx 6{,}51\,\mathrm{mm}$$

Unos 6,51 mm. Este valor se compara con la distancia de engrane del par de ruedas, véase el capítulo 4.

Círculo de agujeros: distancia entre agujeros vecinos

(1.37) OFICIAL

$$s = d \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Con la cuerda puede trazarse un círculo de agujeros con el compás y comprobarse con el pie de rey después de taladrar. El ángulo de división entre dos agujeros es 360° dividido entre n.

Validez: división uniforme.

s	Cuerda (de centro a centro de agujero)	mm
d	Diámetro (del círculo de agujeros)	mm
n	Número (de agujeros repartidos uniformemente)	1

EJEMPLO En un círculo de agujeros de 24 mm de diámetro hay 5 agujeros. ¿Qué distancia hay entre agujeros vecinos?

Datos: $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad n = 5$

$$\begin{aligned} s &= d \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \\ &= 24\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{5}\right) \\ &\approx 14{,}11\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 14,11 mm de centro a centro; el ángulo de división es de 72°.

Coordenadas en el círculo de división: x

(1.38) OFICIAL

$$x = \frac{d}{2} \cdot \cos\varphi$$

Para taladrar por coordenadas, cada punto del círculo de división se descompone en x e y. El agujero número k está en $\varphi = k \cdot 360^\circ$ dividido entre n, contando desde $k = 0$ sobre el eje x.

Validez: origen en el centro del círculo. El signo resulta por sí solo: a la izquierda del centro, x es negativa.

x	Coordenada (dirección x, desde el centro del círculo)	mm
d	Diámetro (del círculo de división)	mm
φ	Ángulo (desde el eje x, en sentido antihorario)	°

EJEMPLO Círculo de agujeros de 24 mm de diámetro con 5 agujeros: ¿dónde está el agujero $k = 1$ en la dirección x?

Datos: $d = 24\,\mathrm{mm}; \quad \varphi = 72^\circ$

$$\begin{aligned} x &= \frac{d}{2} \cdot \cos\varphi \\ &= \frac{24\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \cos\left(72^\circ\right) \\ &\approx 3{,}71\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

3,71 mm a la derecha del centro.

Coordenadas en el círculo de división: y

(1.39) OFICIAL

$$y = \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi$$

La segunda coordenada del mismo punto. Como comprobación, x e y deben dar de nuevo el radio según el teorema de Pitágoras.

Validez: como en la fórmula (1.38); por debajo del centro, y es negativa.

y	Coordenada (dirección y, desde el centro del círculo)	mm
d	Diámetro (del círculo de división)	mm
φ	Ángulo (desde el eje x, en sentido antihorario)	$^\circ$

EJEMPLO ¿Dónde está el mismo agujero en la dirección y?

Datos: $d = 24\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 72^\circ$

$$\begin{aligned} y &= \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi \\ &= \frac{24\,\mathrm{mm}}{2} \cdot \sin(72^\circ) \\ &\approx 11{,}41\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

11,41 mm por encima del centro. Comprobación: con 3,71 mm y 11,41 mm, el teorema de Pitágoras da el radio de 12,00 mm.

1.5 Media y desviación

Dos pequeñas herramientas para cualquier serie de mediciones. El rango, la desviación típica y la evaluación de series de mediciones completas están en la sección 12.1; la medición de la marcha, en el capítulo 8.

Media

(1.40) OFICIAL

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

La media compensa las fluctuaciones aleatorias de las mediciones individuales. No dice nada sobre lo dispersos que están los valores individuales.

Validez: todos los valores en la misma unidad; tener en cuenta el signo.

$\bar{x}$	Media (misma unidad que los valores individuales)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum x_i$	Suma de todos los valores medidos (con signo)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n	Número (de valores medidos)	1

EJEMPLO Un reloj da en cinco posiciones las marchas +4, +7, −2, +5 y +6 segundos por día. La suma es +20 segundos por día. ¿Cuál es la marcha media?

Datos: $\sum x_i = 20\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n = 5$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{20\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

En promedio +4 s al día. La mayor diferencia entre dos posiciones es de 9 s al día.

Desviación en porcentaje

(1.41) OFICIAL

$$p = \frac{x_{\text{ist}} - x_{\text{soll}}}{x_{\text{soll}}}$$

La desviación se refiere siempre al valor nominal. Como número multiplicado por 100 da el porcentaje; por 1000, el tanto por mil.

Validez: valor nominal distinto de cero; ambos valores en la misma unidad.

p	Desviación relativa (+ significa: valor real demasiado grande)	$\%$
x_{ist}	Valor real (medido)	mm
x_{soll}	Valor nominal (misma unidad que el valor real)	mm

EJEMPLO Un eje debe tener 2,50 mm de diámetro y se miden 2,47 mm. ¿Cuál es la desviación?

Datos: $x_{\text{ist}} = 2{,}47\,\text{mm}; \quad x_{\text{soll}} = 2{,}50\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \frac{x_{\text{ist}} - x_{\text{soll}}}{x_{\text{soll}}} \\ &= \frac{2{,}47\,\text{mm} - 2{,}50\,\text{mm}}{2{,}50\,\text{mm}} \\ &= -1{,}2\,\% \end{aligned}$$

El eje es un 1,2 % demasiado delgado.

2 Mecánica

Un reloj mecánico es mecánica aplicada: un muelle o un peso proporciona la fuerza, las ruedas y las palancas la transmiten, el rozamiento la consume y, al final, una masa inerte marca el compás. Este capítulo reúne las fórmulas sobre las que se basan todos los capítulos siguientes.

Los ejemplos calculan con magnitudes del taller, desde el volante de pocos miligramos hasta el peso motor del reloj de pie. Lo que se refiere en detalle al motor, al tren de engranajes, al volante y al péndulo está en los capítulos 3 a 6. Algunos símbolos siguen aquí la costumbre de la mecánica: A es una superficie, s casi siempre un recorrido, m una masa, P una potencia, G el módulo de cizalladura y α también un ángulo de inclinación. Lo determinante es siempre la tabla de magnitudes junto a la fórmula.

2.1 Movimiento

Las piezas de un reloj se mueven en línea recta, como un peso que desciende, o giran, como las ruedas y el volante. Para ambos tipos hay una velocidad; la velocidad de giro las relaciona.

Velocidad

(2.1) OFICIAL

$$v = \frac{s}{t}$$

v	Velocidad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
s	Recorrido (realizado)	m
t	Tiempo (empleado en él)	s

La velocidad es recorrido por unidad de tiempo.

Validez: movimiento uniforme. Si la velocidad cambia por el camino, la fórmula da el valor medio.

EJEMPLO El peso de un reloj de pie desciende 1,2 m en 8 días. ¿A qué velocidad desciende?

Datos: $s = 1{,}2\,\mathrm{m}; \quad t = 8\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{m}}{8\,\mathrm{d}} \\ &= \frac{1200\,\mathrm{mm}}{192\,\mathrm{h}} \\ &= 6{,}25\ \tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

El peso desciende 6,25 mm por hora, es decir, 150 mm al día. Así, por la posición del peso puede leerse cuándo hay que volver a dar cuerda al reloj.

Aceleración

(2.2) OFICIAL

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a	Aceleración (al frenar: deceleración)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
Δv	Variación de la velocidad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Δt	Intervalo de tiempo (en el que cambia la velocidad)	s

La aceleración es la variación de la velocidad por unidad de tiempo. Los choques son aceleraciones muy grandes durante un tiempo muy corto.

Validez: aceleración uniforme; si no, valor medio sobre Δt.

EJEMPLO Un reloj de pulsera cae desde 1 m de altura y llega al suelo a $4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. El suelo lo frena hasta cero en aproximadamente 1 ms. ¿Cuál es la deceleración?

Datos: $\Delta v = 4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \quad \Delta t = 1\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{ms}} \\ &= 4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{aligned}$$

Es unas 450 veces la aceleración de la gravedad. Cuanto más duro es el suelo, más corto es el tiempo de frenado y mayor la deceleración.

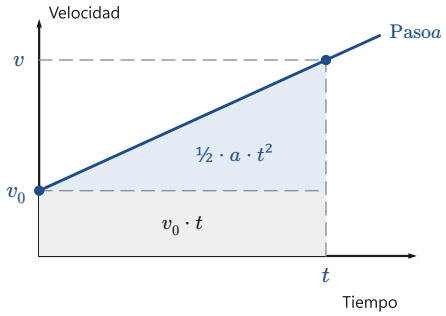


Fig. 2.1 Movimiento uniformemente acelerado: la velocidad crece uniformemente de v_0 a v. El área bajo la recta es el recorrido s

Velocidad con aceleración uniforme

(2.3) MAESTRO

$$v = v_0 + a \cdot t$$

v	Velocidad (al final)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_0	Velocidad inicial	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	Aceleración (negativa al frenar)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
t	Tiempo (desde el inicio de la aceleración)	s

Con aceleración uniforme, la velocidad aumenta en la misma cantidad cada segundo. En la caída libre, la aceleración es la aceleración de la gravedad g.

Validez: aceleración constante en módulo y dirección, movimiento en línea recta. Caída libre sin resistencia del aire: $a = g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

EJEMPLO Un reloj de pulsera resbala del banco de trabajo y cae durante 0,45 s hasta golpear el suelo. ¿A qué velocidad llega?

Datos: $v_0 = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \quad a = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}; \quad t = 0{,}45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t \\ &= 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}45\,\mathrm{s} \\ &\approx 4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

A unos $4{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, es decir, 16 km por hora. Con esta velocidad calcula el ejemplo de la fórmula (2.2).

Recorrido con aceleración uniforme

(2.4) MAESTRO

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

El recorrido tiene dos partes: el recorrido con la velocidad inicial y el aumento debido a la aceleración. En el diagrama de velocidad frente al tiempo son un rectángulo y un triángulo.

Validez: como la fórmula (2.3).

s	Recorrido (realizado en ese tiempo)	m
v_0	Velocidad inicial	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	Tiempo (desde el inicio de la aceleración)	s
a	Aceleración (negativa al frenar)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO ¿Desde qué altura cae en 0,45 s el reloj del ejemplo anterior?

Datos: $v_0 = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $t = 0{,}45\,\mathrm{s}$; $a = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} s &= v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \\ &= 0\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}45\,\mathrm{s} + \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (0{,}45\,\mathrm{s})^2}{2} \\ &\approx 0{,}99\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Desde aproximadamente 1 m. El ensayo de resistencia a los choques de los relojes antichoque imita una caída desde esta altura sobre un suelo de madera.

Velocidad y recorrido sin el tiempo

(2.5) MAESTRO

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

DESPEJADA $v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s}$ $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$

La fórmula relaciona velocidad y recorrido sin necesidad de conocer el tiempo. Partiendo del reposo resulta $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$; en la caída libre desde la altura h, por tanto, $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Validez: como la fórmula (2.3); al frenar, a es negativa.

v	Velocidad (al final)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
v_0	Velocidad inicial	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
a	Aceleración (negativa al frenar)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
s	Recorrido (en el que se acelera o se frena)	m

Conviene saber: Distancia de frenado hasta la parada: con $v = 0$ resulta $s = \frac{v_0^2}{2 \cdot \lvert a \rvert}$. Doble velocidad significa cuádruple distancia de frenado. La distancia de detención es la distancia de frenado más el recorrido realizado sin frenar durante el tiempo de reacción.

EJEMPLO Poco después de dar cuerda, se rompe el cable de un reloj de pie. El peso cae 1,3 m. ¿A qué velocidad golpea el fondo de la caja?

Datos: $v_0 = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $a = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $s = 1{,}3\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} \\ &= \sqrt{\left(0\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}3\,\mathrm{m}} \\ &\approx 5{,}05\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

A unos $5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, es decir, 18 km por hora. Un peso de 4 kg golpea con 51 J; por eso las cuerdas de tripa y los cables desgastados deben sustituirse a tiempo.

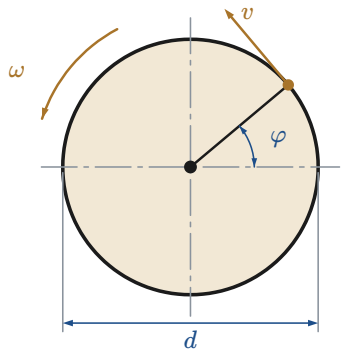


Fig. 2.2 Rueda que gira: ángulo girado φ, velocidad angular ω y velocidad periférica v

Velocidad periférica

(2.6) OFICIAL

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

En cada vuelta, un punto de la periferia recorre una vez la circunferencia $\pi \cdot d$. Con la misma fórmula se calcula en el capítulo 9 la velocidad de corte.

Validez: d y n pertenecen a la misma pieza. Para obtener el resultado en metros por segundo, introducir el diámetro en metros y la velocidad de giro por segundo.

v	Velocidad periférica (velocidad de un punto de la periferia)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
d	Diámetro	mm
n	Velocidad de giro (vueltas por unidad de tiempo)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO Un disco de pulir de 100 mm de diámetro gira a 2800 vueltas por minuto. ¿A qué velocidad se mueve su periferia?

Datos: $d = 100\,\mathrm{mm}; \quad n = 2800\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v &= \pi \cdot d \cdot n \\ &= \pi \cdot 100\,\mathrm{mm} \cdot 2800\ \tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= \pi \cdot 0{,}1\,\mathrm{m} \cdot \frac{2800}{60\,\mathrm{s}} \\ &\approx 14{,}7\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

La periferia se mueve a unos $14{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, es decir, 53 km por hora.

Velocidad angular

(2.7) MAESTRO

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

ω	Velocidad angular	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
φ	Ángulo girado (en radianes, una vuelta = 2π)	rad
t	Tiempo (empleado en él)	s

La velocidad angular es el ángulo barrido por unidad de tiempo. Todos los puntos de una rueda tienen la misma velocidad angular, pero velocidades periféricas distintas según su distancia al eje.

Validez: giro uniforme; ángulo en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

> **Conviene saber:** La velocidad periférica y la velocidad angular se relacionan mediante el radio: $v = \omega \cdot r$.

EJEMPLO La rueda de segundos da una vuelta completa (360°) en 60 s. ¿Cuál es su velocidad angular?

Datos: $\varphi = 360^\circ; \quad t = 60\,\text{s}$

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\varphi}{t} \\ &= \frac{360^\circ}{60\,\text{s}} \\ &= \frac{2\pi}{60\,\text{s}} \\ &\approx 0{,}105\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Unos $0{,}105\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. La rueda de centro es 60 veces más lenta.

Velocidad angular a partir de la velocidad de giro

(2.8) MAESTRO

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

DESPEJADA $\quad n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$

ω	Velocidad angular	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
n	Velocidad de giro (vueltas por unidad de tiempo)	$\frac{1}{\text{min}}$

Cada vuelta barre el ángulo 2π. La velocidad angular se necesita para la potencia y la energía cinética de las piezas que giran (sección 2.4).

Validez: introducir la velocidad de giro por segundo si ω ha de salir en $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

EJEMPLO Un eje gira en el torno a 3000 vueltas por minuto, es decir, 50 vueltas por segundo.

Datos: $n = 3000\ \frac{1}{\text{min}}$

$$\begin{aligned}\omega &= 2 \cdot \pi \cdot n \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 3000\ \frac{1}{\text{min}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} \\ &\approx 314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

El eje gira a $314\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

2.2 Fuerza, presión y plano inclinado

Las fuerzas tienen un valor y una dirección. Si una fuerza incide oblicuamente sobre una superficie, solo una parte de ella actúa en la dirección deseada. Descomponer y componer fuerzas es la base del escape, la rosca y la cuña.

Fuerza y aceleración

(2.9) OFICIAL

$$F = m \cdot a$$

Una fuerza acelera una masa. La unidad newton se deduce de esta fórmula: 1 N acelera 1 kg a $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

F	Fuerza	N
m	Masa	kg
a	Aceleración	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO En el impacto del ejemplo de la aceleración, también el volante (masa 60 mg) se frena a $4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. ¿Qué fuerza actúa sobre él?

Datos: $m = 60\,\mathrm{mg}; \quad a = 4400\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ &= 60\,\mathrm{mg} \cdot 4400\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ &\approx 0{,}26\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Unos 0,26 N, 450 veces su peso. Sin sistema antichoque, esta fuerza tendrían que soportarla dos pivotes de unos 0,1 mm de diámetro.

Peso

(2.10) OFICIAL

$$F_\mathrm{G} = m \cdot g$$

El peso es la fuerza con la que la Tierra atrae una masa. Actúa siempre verticalmente hacia abajo.

F_G	Peso	N
m	Masa	kg
g	Aceleración de la gravedad (en Europa central $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO ¿Qué fuerza ejerce sobre el cable un peso motor de 3,5 kg?

Datos: $m = 3{,}5\,\mathrm{kg}; \quad g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} F_\mathrm{G} &= m \cdot g \\ &= 3{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \\ &\approx 34{,}3\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

El peso tira con 34,3 N. Como regla práctica: 1 kg pesa unos 10 N; 100 g pesan unos 1 N.

Presión

(2.11) OFICIAL

$$p = \frac{F}{A}$$

DESPEJADA $F = p \cdot A$

p	Presión	bar
F	Fuerza	N
A	Área (sobre la que actúa perpendicularmente la fuerza)	mm^2

La presión es fuerza por unidad de superficie. Conversión: $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 100\,000\,\mathrm{Pa}$.

Validez: fuerza repartida uniformemente sobre la superficie.

Conviene saber: 10 bar equivalen a la presión del agua a unos 100 m de profundidad.

EJEMPLO Un reloj se prueba con 10 bar de sobrepresión. El cristal tiene 30 mm de diámetro, es decir, 707 mm² de área. ¿Con qué fuerza presiona el agua sobre el cristal?

Datos: $p = 10\,\mathrm{bar}$; $A = 707\,\mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned} F &= p \cdot A \\ &= 10\,\mathrm{bar} \cdot 707\,\mathrm{mm}^2 \\ &= 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 707\,\mathrm{mm}^2 \\ &= 707\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

707 N, tanto como el peso de 72 kg. Por eso los relojes resistentes a la presión necesitan cristales gruesos y fondos rígidos.

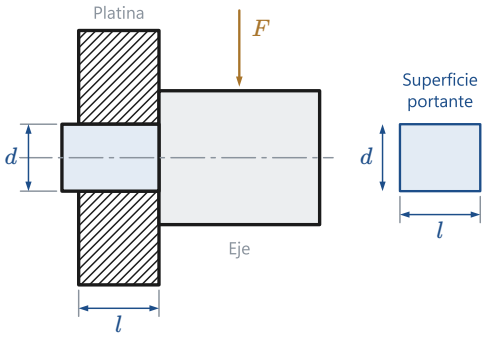


Fig. 2.3 Presión superficial: el pivote apoya sobre la superficie proyectada $d \cdot l$

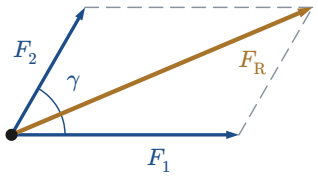


Fig. 2.4 Paralelogramo de fuerzas: F_R sustituye a F_1 y F_2

Presión superficial en el cojinete del pivote

(2.12) MAESTRO

$$p = \frac{F}{d \cdot l}$$

La presión superficial es la presión entre dos cuerpos sólidos. En el pivote se calcula con la superficie proyectada $d \cdot l$, es decir, con el rectángulo que el pivote proyecta como sombra en el cojinete.

Validez: valor medio. En los bordes y con el pivote ladeado, la presión es localmente mayor.

p	Presión superficial	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
F	Fuerza (carga del cojinete transversal al eje)	N
d	Diámetro (del pivote)	mm
l	Longitud (longitud portante del cojinete, espesor de la platina)	mm

EJEMPLO El pivote de un tambor de cable soporta 20 N. Tiene 4 mm de diámetro y gira en una platina de latón de 3 mm de espesor.

Datos: $F = 20\,\mathrm{N}$; $d = 4\,\mathrm{mm}$; $l = 3\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{d \cdot l} \\ &= \frac{20\,\mathrm{N}}{4\,\mathrm{mm} \cdot 3\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 1{,}67\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \end{aligned}$$

Unos $1{,}7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Una platina más gruesa o un casquillo más largo reducen la presión; un pivote más delgado la aumenta.

Composición de dos fuerzas

(2.13) MAESTRO

$$F_\mathrm{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\gamma}$$

Dos fuerzas que actúan en el mismo punto pueden sustituirse por una sola: la diagonal del paralelogramo de fuerzas. Si las fuerzas son perpendiculares, queda el teorema de Pitágoras: $F_\mathrm{R} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$.

Validez: ambas fuerzas actúan en el mismo punto o sus líneas de acción se cortan.

F_R	Resultante (fuerza equivalente)	N
F_1	Primera fuerza	N
F_2	Segunda fuerza	N
γ	Ángulo (entre las dos direcciones de las fuerzas)	$^\circ$

EJEMPLO Sobre una rueda actúan las fuerzas de dos engranes: 0,8 N y 0,5 N, cuyas direcciones forman 60°. ¿Cuál es la fuerza sobre los cojinetes?

Datos: $F_1 = 0{,}8\,\mathrm{N}$; $F_2 = 0{,}5\,\mathrm{N}$; $\gamma = 60^\circ$

$$\begin{aligned} F_\mathrm{R} &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\gamma} \\ &= \sqrt{(0{,}8\,\mathrm{N})^2 + (0{,}5\,\mathrm{N})^2 + 2 \cdot 0{,}8\,\mathrm{N} \cdot 0{,}5\,\mathrm{N} \cdot \cos(60^\circ)} \\ &= \sqrt{1{,}29\,\mathrm{N}^2} \\ &\approx 1{,}14\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Los cojinetes soportan en conjunto 1,14 N. Si ambas fuerzas actuaran en la misma dirección serían 1,3 N; en sentido opuesto, solo 0,3 N.

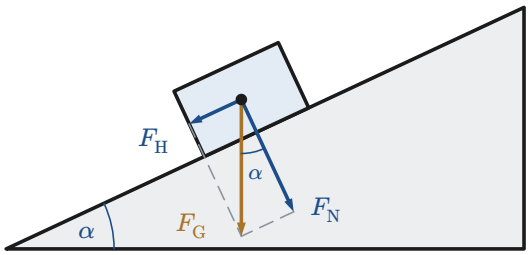


Fig. 2.5 Plano inclinado: el peso se descompone en fuerza descendente y fuerza normal

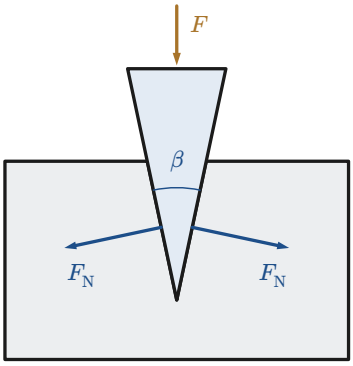


Fig. 2.6 Cuña con ángulo de cuña β

Plano inclinado: fuerza descendente

(2.14) OFICIAL

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

En el plano inclinado, una fuerza se descompone en dos componentes: una paralela al plano y otra perpendicular a él. Así se calcula siempre que una fuerza incide oblicuamente sobre una superficie: en los planos de impulso del escape, flancos de rosca, cuñas y rampas de palancas.

Validez: La descomposición vale siempre. Si el cuerpo desliza realmente lo decide el rozamiento (sección 2.5).

F_H	Fuerza descendente (paralela al plano, hacia abajo)	N
F_G	Peso	N
α	Ángulo de inclinación (del plano respecto a la horizontal)	°

EJEMPLO Una pieza de 4,9 N de peso (0,5 kg) descansa sobre una placa inclinada 15°. ¿Con qué fuerza tiende a deslizar?

Datos: $F_G = 4{,}9\,\text{N}; \quad \alpha = 15°$

$$\begin{aligned} F_H &= F_G \cdot \sin \alpha \\ &= 4{,}9\,\text{N} \cdot \sin(15°) \\ &\approx 1{,}27\,\text{N} \end{aligned}$$

Solo 1,27 N tiran de la pieza pendiente abajo, algo más de un cuarto de su peso.

Plano inclinado: fuerza normal

(2.15) OFICIAL

$$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

La fuerza normal aprieta el cuerpo contra el apoyo. Cuanto más inclinado es el plano, menor es.

F_N	Fuerza normal (perpendicular al plano)	N
F_G	Peso	N
α	Ángulo de inclinación (del plano respecto a la horizontal)	°

EJEMPLO ¿Con qué fuerza presiona sobre la placa la pieza del ejemplo anterior?

Datos: $F_G = 4{,}9\,\text{N}; \quad \alpha = 15°$

$$\begin{aligned} F_N &= F_G \cdot \cos \alpha \\ &= 4{,}9\,\text{N} \cdot \cos(15°) \\ &\approx 4{,}73\,\text{N} \end{aligned}$$

Con 4,73 N. Esta fuerza normal determina el rozamiento (sección 2.5).

Cuña

(2.16) MAESTRO

$$F_{\mathrm{N}} = \frac{F}{2 \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

F_{N}	Fuerza normal (perpendicular a cada flanco)	N
F	Fuerza (que introduce la cuña)	N
β	Ángulo de cuña (entre los dos flancos)	$^\circ$

La cuña es un doble plano inclinado. Transforma una fuerza pequeña con un recorrido largo en dos fuerzas grandes con un recorrido corto.

Validez: cuña simétrica, sin rozamiento. El rozamiento en los flancos reduce notablemente las fuerzas sobre ellos (sección 2.5).

EJEMPLO Un cuchillo para abrir cajas con un ángulo de cuña de 20° se introduce con 30 N en la ranura entre el fondo y la caja.

Datos: $F = 30\,\mathrm{N}$; $\beta = 20^\circ$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{N}} &= \frac{F}{2 \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} \\ &= \frac{30\,\mathrm{N}}{2 \cdot \sin\left(\frac{20^\circ}{2}\right)} \\ &\approx 86{,}4\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Cada flanco presiona con unos 86 N, casi el triple de la fuerza de la mano. Cuanto más esbelta es la cuña, mayor es la fuerza y menor la carrera.

Regla: Cuanto más plano es el plano inclinado y más esbelta la cuña, mayor es la multiplicación de la fuerza y más largo el recorrido.

2.3 Palanca y par

Casi toda pieza móvil del reloj es una palanca: el áncora, las básculas, los trinquetes, las palancas de la sonería y cada rueda dentada. Lo decisivo nunca es la fuerza sola, sino la fuerza por el brazo de palanca.

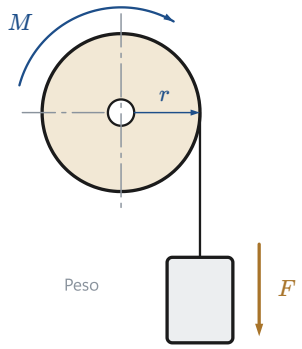


Fig. 2.7 Par: fuerza F en el brazo de palanca r

Par

(2.17) OFICIAL

$$M = F \cdot r$$

El par es el efecto de giro de una fuerza: fuerza por brazo de palanca.

Validez: El brazo de palanca es perpendicular a la dirección de la fuerza. Si la fuerza actúa oblicuamente, solo cuenta esa distancia perpendicular.

M	Par	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
F	Fuerza	N
r	Brazo de palanca (distancia perpendicular de la línea de la fuerza al eje de giro)	mm

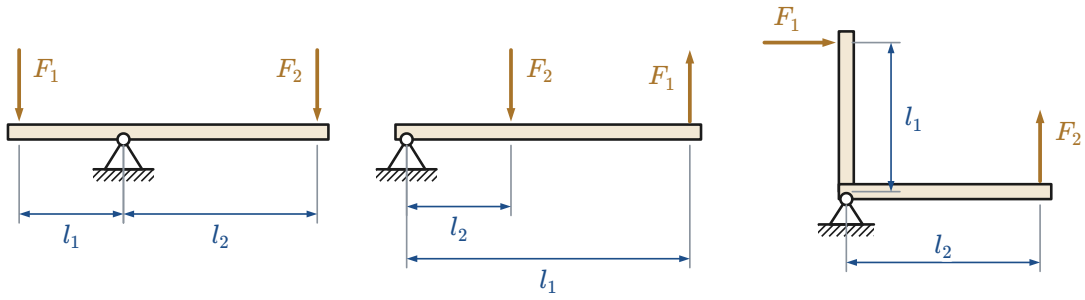
Conviene saber: Conversión: $1\,\mathrm{N \cdot m} = 1000\,\mathrm{N \cdot mm}$. La documentación antigua da los pares de los muelles en pondio por centímetro (a menudo escrito «g·cm»): $1\,\mathrm{p \cdot cm}$ son unos $0{,}098\,\mathrm{N \cdot mm}$.

EJEMPLO El peso motor tira con 34,3 N del cable de un tambor de 20 mm de radio. ¿Qué par impulsa el movimiento?

Datos: $F = 34{,}3\,\mathrm{N}; \quad r = 20\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M &= F \cdot r \\ &= 34{,}3\,\mathrm{N} \cdot 20\,\mathrm{mm} \\ &= 686\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

686 N·mm, es decir, casi 0,7 N·m. Un tambor más grueso da más par, pero hace descender el peso más deprisa.



Palanca de dos brazos | Palanca de un brazo | Palanca acodada

Fig. 2.8 Tipos de palanca. Los brazos de palanca se miden siempre desde el punto de giro y perpendicularmente a la fuerza

Ley de la palanca

(2.18) OFICIAL

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

DESPEJADA $F_2 = \dfrac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$

F_1	Primera fuerza (en el primer brazo de palanca)	N
l_1	Primer brazo de palanca	mm
F_2	Segunda fuerza (en el segundo brazo de palanca)	N
l_2	Segundo brazo de palanca	mm

Una palanca está en equilibrio cuando los dos pares son iguales y giran en sentidos opuestos. Esto vale para cualquier tipo de palanca. Si actúan varias fuerzas, se compara la suma de los momentos en sentido antihorario con la suma de los momentos en sentido horario.

Validez: brazos de palanca medidos perpendicularmente a la dirección de cada fuerza; sin rozamiento en el punto de giro.

EJEMPLO Un pulsador actúa con 2 N a 12 mm del punto de giro sobre una palanca acodada. El brazo corto mide 3 mm. ¿Con qué fuerza presiona sobre la pieza siguiente?

Datos: $F_1 = 2\,\mathrm{N}$; $l_1 = 12\,\mathrm{mm}$; $l_2 = 3\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} \\ &= \frac{2\,\mathrm{N} \cdot 12\,\mathrm{mm}}{3\,\mathrm{mm}} \\ &= 8\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Con 8 N. Lo que la palanca gana en fuerza lo pierde en recorrido: el brazo corto se mueve solo una cuarta parte.

Regla: Fuerza por brazo de fuerza igual a carga por brazo de carga.

En el tren de engranajes ocurre lo mismo: cada rueda es una palanca giratoria. Cómo cambia el par de la rueda al piñón se explica en el capítulo 4.

2.4 Trabajo, energía, potencia y rendimiento

Al dar cuerda se introduce trabajo en el reloj, que queda almacenado como energía en el muelle tensado o en el peso elevado. El movimiento la devuelve durante días como una potencia diminuta. La energía nunca se pierde, pero el rozamiento la convierte en calor y entonces le falta al órgano regulador.

Trabajo

(2.19) OFICIAL

$$W = F \cdot s$$

W	Trabajo	J
F	Fuerza	N
s	Recorrido (en la dirección de la fuerza)	m

El trabajo es fuerza por recorrido. Unidad: $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{s}$.

Validez: fuerza constante en la dirección del recorrido.

EJEMPLO Al dar cuerda a un reloj de cadena, se tira de la cadena con 25 N a lo largo de 0,9 m.

Datos: $F = 25\,\mathrm{N}$; $s = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= F \cdot s \\ &= 25\,\mathrm{N} \cdot 0{,}9\,\mathrm{m} \\ &= 22{,}5\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

La mano realiza un trabajo de 22,5 J. La mayor parte queda después como energía potencial en el peso elevado.

Trabajo en el giro

(2.20) MAESTRO

$$W = M \cdot \varphi$$

En las piezas que giran, el par ocupa el lugar de la fuerza y el ángulo girado el lugar del recorrido.

Validez: par constante; si no, calcular con el par medio.

W	Trabajo	J
M	Par	$\mathrm{N{\cdot}m}$
φ	Ángulo girado (en radianes, una vuelta = 2π)	rad

EJEMPLO El muelle real de un reloj de pulsera entrega de media 8 N·mm mientras el barrilete da 7 vueltas. ¿Cuánto trabajo entrega?

Datos: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\varphi = 7\,\mathrm{U}$

$$\begin{aligned} W &= M \cdot \varphi \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 7\,\mathrm{U} \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 7 \cdot 2\pi \\ &\approx 352\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Unos 0,35 J. Es toda la reserva de energía del reloj para casi dos días.

Energía potencial

(2.21) OFICIAL

$$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

Un peso elevado almacena el trabajo de elevación. Al descender, lo entrega al movimiento.

E_{pot}	Energía potencial	J
m	Masa	kg
g	Aceleración de la gravedad (en Europa central $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (sobre la posición más baja)	m

EJEMPLO El peso de un reloj de pie (3,5 kg) se sube 1,2 m.

Datos: $m = 3{,}5\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1{,}2\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{pot}} &= m \cdot g \cdot h \\ &= 3{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m} \\ &\approx 41{,}2\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

El peso con la cuerda dada almacena 41,2 J, más de cien veces lo que almacena el muelle real de un reloj de pulsera.

Energía cinética

(2.22) MAESTRO

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

La velocidad cuenta al cuadrado: el doble de rápido significa el cuádruple de energía.

E_{kin}	Energía cinética	J
m	Masa	kg
v	Velocidad	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Conviene saber: Si un cuerpo cae desde la altura h, la energía potencial se convierte en energía cinética. De ahí se obtiene la velocidad de impacto $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. Desde 1 m de altura son $4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; a esta velocidad golpea también el martillo del ensayo de choque normalizado sobre el reloj.

EJEMPLO Un reloj de pulsera de 80 g llega al suelo a $4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ tras 1 m de caída libre.

Datos: $m = 80\,\text{g}$; $v = 4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{m \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{80\,\text{g} \cdot \left(4{,}43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &\approx 0{,}785\,\text{J} \end{aligned}$$

En el impacto deben absorberse 0,785 J. Es exactamente la energía potencial del reloj a 1 m de altura.

Energía de rotación

(2.23) MAESTRO

$$E_{\text{rot}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

En las piezas que giran, el momento de inercia ocupa el lugar de la masa y la velocidad angular el lugar de la velocidad.

Validez: J en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ y ω en $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ dan julios.

E_{rot}	Energía de rotación	J
J	Momento de inercia (respecto al eje de giro, sección 2.6)	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
ω	Velocidad angular	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

EJEMPLO Un volante de $10\,\text{mg} \cdot \text{cm}^2$ oscila a 4 Hz con 270° de amplitud. Al pasar por el punto muerto gira a $118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Datos: $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $\omega = 118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned} E_{\text{rot}} &= \frac{J \cdot \omega^2}{2} \\ &= \frac{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2 \cdot \left(118{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &= \frac{10^{-9}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 \cdot \left(118{,}4\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\,\mu\text{J} \end{aligned}$$

El volante en oscilación almacena unos 7 µJ. En cada oscilación se pierde por rozamiento una pequeña parte, que el escape repone.

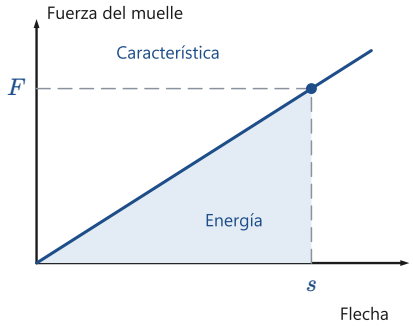


Fig. 2.9 Característica de un resorte: el área bajo la característica es la energía almacenada

Fuerza del resorte

(2.24) OFICIAL

$$F = c \cdot s$$

La fuerza de un resorte crece en la misma proporción que su deformación. La rigidez indica cuánta fuerza se necesita por milímetro de recorrido.

Validez: zona elástica y característica lineal, por ejemplo resortes helicoidales y resortes de lámina poco flexionados.

F	Fuerza	N
c	Rigidez del resorte (constante elástica; en las normas también R)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
s	Deformación del resorte (desde la posición sin tensión)	mm

EJEMPLO Un resorte de pulsador con una rigidez de 0,8 N por milímetro se comprime 2 mm.

Datos: $c = 0{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$; $s = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= c \cdot s \\ &= 0{,}8\,\tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \cdot 2\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}6\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

El resorte empuja de vuelta con 1,6 N.

Energía de un resorte tensado

(2.25) MAESTRO

$$E_{\mathrm{F}} = \frac{c \cdot s^2}{2}$$

Al tensarlo, la fuerza crece de cero hasta el valor final; de media actúa la mitad de la fuerza final. La energía es el área del triángulo bajo la característica.

Validez: como en la fuerza del resorte; $1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

E_{F}	Energía del resorte tensado	mJ
c	rigidez del resorte	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
s	Deformación del resorte (desde la posición sin tensión)	mm

EJEMPLO ¿Cuánta energía almacena el resorte de pulsador del ejemplo anterior?

Datos: $c = 0{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$; $s = 2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{F}} &= \frac{c \cdot s^2}{2} \\ &= \frac{0{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}} \cdot (2\,\mathrm{mm})^2}{2} \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

1,6 mJ. Con el doble de deformación sería el cuádruple.

Energía de un resorte de torsión

(2.26) MAESTRO

$$E_{\mathrm{F}} = \frac{D \cdot \varphi^2}{2}$$

Para espirales y otros resortes de torsión con característica lineal $M = D \cdot \varphi$ (capítulo 5).

Validez: zona elástica; ángulo en radianes.

E_{F}	Energía del resorte tensado	J
D	Par recuperador (par por unidad de ángulo)	$\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Ángulo de torsión (desde la posición de reposo, en radianes)	rad

EJEMPLO La espiral del volante del ejemplo de la energía de rotación tiene un par recuperador de 0,632 µN·m por radián. ¿Cuánta energía almacena en el punto de retorno con 270° de amplitud, es decir, 4,71 rad?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{F}} &= \frac{D \cdot \varphi^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \mu\mathrm{N \cdot m} \cdot 4{,}71^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Unos 7 µJ, tanto como la energía cinética del volante en el punto muerto. En cada semioscilación, la energía va y viene entre la espiral y el volante.

Potencia

(2.27) OFICIAL

$$P = \frac{W}{t}$$

La potencia es trabajo por unidad de tiempo. Unidad: 1 W = 1 J por segundo.

P	Potencia	W
W	Trabajo	J
t	Tiempo (en el que se realiza el trabajo)	s

EJEMPLO El peso del reloj de pie entrega sus 41,2 J uniformemente en 8 días. ¿Qué potencia impulsa el reloj?

Datos: $W = 41{,}2\ \mathrm{J}$; $t = 8\ \mathrm{d}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t} \\ &= \frac{41{,}2\ \mathrm{J}}{8\ \mathrm{d}} \\ &= \frac{41{,}2\ \mathrm{J}}{691\,200\ \mathrm{s}} \\ &\approx 59{,}6\ \mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Casi 60 µW, es decir, 60 millonésimas de vatio. A un reloj de pulsera le bastan unos pocos microvatios.

Potencia en el giro

(2.28) MAESTRO

$$P = M \cdot \omega$$

La potencia es par por velocidad angular. Escrita con la velocidad de giro, vale $P = 2\pi \cdot M \cdot n$, con la velocidad de giro en vueltas por segundo.

P	Potencia	W
M	Par	$\mathrm{N{\cdot}m}$
ω	Velocidad angular	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

EJEMPLO Un barrilete entrega 8 N·mm y da una vuelta en 6 horas, es decir, $0{,}000\,291\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Datos: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad \omega = 0{,}000\,291\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} P &= M \cdot \omega \\ &= 8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}000\,291\ \tfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \\ &\approx 2{,}33\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

El barrilete suministra 2,33 µW. Una rueda rápida al final del tren de engranajes transmite, descontando las pérdidas, la misma potencia con un par pequeño y una velocidad de giro alta.

Rendimiento

(2.29) OFICIAL

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}}$$

El rendimiento indica qué parte del aporte llega como provecho. En lugar de potencias pueden relacionarse también trabajos o energías.

η	Rendimiento (siempre menor que 1)	1
P_{ab}	Potencia entregada (útil)	W
P_{zu}	Potencia suministrada	W

EJEMPLO El barrilete entrega 2,33 µW al tren de engranajes; a la rueda de escape llegan 1,63 µW.

Datos: $P_{\mathrm{ab}} = 1{,}63\,\mu\mathrm{W}; \quad P_{\mathrm{zu}} = 2{,}33\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}} \\ &= \frac{1{,}63\,\mu\mathrm{W}}{2{,}33\,\mu\mathrm{W}} \\ &\approx 0{,}70 \end{aligned}$$

El tren de engranajes tiene un rendimiento de 0,70, es decir, del 70 %. El 30 % restante se convierte en calor en los cojinetes y engranes.

Rendimiento total

(2.30) MAESTRO

$$\eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3$$

Si hay varias etapas en serie, los rendimientos individuales se multiplican. Esto vale para cualquier número de etapas.

Validez: etapas conectadas en serie; cada una recibe solo lo que entrega la anterior.

η_{ges}	Rendimiento total	1
η_1	Rendimiento de la primera etapa	1
η_2	Rendimiento de la segunda etapa	1
η_3	Rendimiento de la tercera etapa	1

EJEMPLO Supongamos que el barrilete transmite el 85 % de la energía del muelle, el tren de engranajes el 70 % y el escape el 35 %. ¿Qué parte llega al volante?

Datos: $\eta_1 = 0{,}85;\quad \eta_2 = 0{,}70;\quad \eta_3 = 0{,}35$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \\ &= 0{,}85 \cdot 0{,}70 \cdot 0{,}35 \\ &\approx 0{,}21\end{aligned}$$

Solo una quinta parte de la energía del muelle llega al volante. Las cifras son órdenes de magnitud; muestran por qué unos cojinetes limpios y unos engranes correctos aportan tanta amplitud.

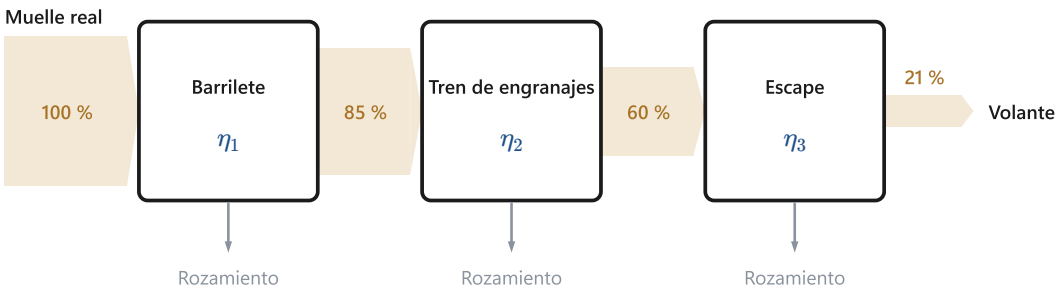


Fig. 2.10 Flujo de energía del muelle real al volante con los rendimientos del ejemplo de la fórmula (2.30)

2.5 Rozamiento

El rozamiento frena cada cojinete y cada engrane, pero también mantiene sujetos tornillos, agujas y fricciones de ajuste. Se calcula con el coeficiente de rozamiento de los dos materiales que deslizan uno sobre otro.

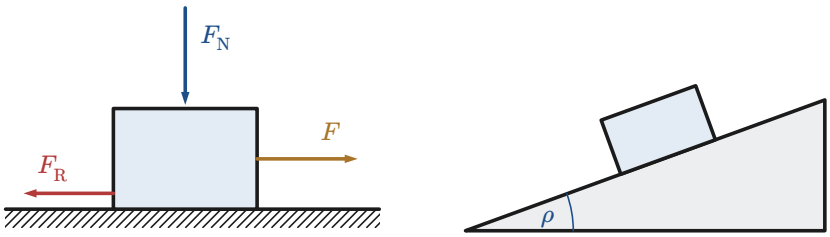


Fig. 2.11 Rozamiento por deslizamiento (izquierda) y ángulo de rozamiento ρ (derecha)

Rozamiento por deslizamiento

(2.31) OFICIAL

$$F_{\mathrm{R}} = \mu \cdot F_{\mathrm{N}}$$

La fuerza de rozamiento depende de la fuerza normal y del par de materiales, no del tamaño de la superficie de contacto.

Validez: superficies secas y ligeramente aceitadas. Si soporta la carga una película de aceite continua, el rozamiento depende además de la velocidad y de la viscosidad del aceite.

F_{R}	Fuerza de rozamiento (se opone al movimiento)	N
μ	Coeficiente de rozamiento (por deslizamiento, depende del par de materiales)	1
F_{N}	Fuerza normal (perpendicular a la superficie de contacto)	N

EJEMPLO Un resorte de acero presiona con 2 N sobre una palanca de acero que desliza. El punto está aceitado; se calcula con un coeficiente de rozamiento de 0,15.

Datos: $\mu = 0{,}15$; $F_{\mathrm{N}} = 2\,\mathrm{N}$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{R}} &= \mu \cdot F_{\mathrm{N}} \\ &= 0{,}15 \cdot 2\,\mathrm{N} \\ &= 0{,}3\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

El rozamiento frena con 0,3 N.

Rozamiento estático

(2.32) OFICIAL

$$F_{\mathrm{R0}} = \mu_0 \cdot F_{\mathrm{N}}$$

Mientras un cuerpo está en reposo, el rozamiento estático lo mantiene sujeto. Es igual a la fuerza aplicada, pero como máximo $\mu_0 \cdot F_{\mathrm{N}}$. La adherencia es algo mayor que el deslizamiento: una pieza necesita más fuerza para arrancar que para seguir deslizando.

F_{R0}	Fuerza máxima de rozamiento estático (fuerza de arranque)	N
μ_0	Coeficiente de rozamiento estático	1
F_{N}	fuerza normal	N

EJEMPLO Un tornillo aprieta un puente contra la platina con 150 N. El coeficiente de rozamiento estático latón sobre latón se toma prudentemente como 0,2.

Datos: $\mu_0 = 0{,}2$; $F_{\mathrm{N}} = 150\,\mathrm{N}$

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{R0}} &= \mu_0 \cdot F_{\mathrm{N}} \\ &= 0{,}2 \cdot 150\,\mathrm{N} \\ &= 30\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Hasta 30 N de fuerza transversal, el rozamiento por sí solo mantiene sujeto el puente. Los pitones de posicionamiento aseguran además su posición exacta.

Coeficientes de rozamiento por deslizamiento μ (valores orientativos)

Par de materiales	en seco	aceitado
acero templado sobre rubí o zafiro	0,12 … 0,25	0,05 … 0,15
acero templado sobre latón	0,18 … 0,30	0,08 … 0,20
acero templado sobre bronce	0,15 … 0,30	0,07 … 0,12
acero templado sobre acero templado	0,15 … 0,35	0,05 … 0,12
acero sobre plástico (POM)	0,20 … 0,35	0,07 … 0,12
acero sobre PTFE	0,05 … 0,15	–

Los valores varían mucho con la calidad superficial, el aceite, la carga y la velocidad. El coeficiente de rozamiento estático es algo mayor. Valores de cálculo habituales para cojinetes de pivote aceitados: 0,15 para acero en rubí, 0,2 para acero en latón.

Ángulo de rozamiento

(2.33) MAESTRO

$$\rho = \arctan \mu$$

DESPEJADA $\mu = \tan \rho$

ρ	Ángulo de rozamiento	°
μ	coeficiente de rozamiento	1

El ángulo de rozamiento es la inclinación de un plano inclinado con la que un cuerpo empieza justo a deslizar. En ese punto, la fuerza descendente es igual a la fuerza de rozamiento. Si el plano es más plano, el cuerpo permanece quieto: autobloqueo.

Validez: para el inicio del deslizamiento calcular con el coeficiente de rozamiento estático μ_0; para seguir deslizando, con μ.

EJEMPLO ¿Cuál es el ángulo de rozamiento con un coeficiente de rozamiento de 0,15?

Datos: $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}53^\circ\end{aligned}$$

8,53°. Una superficie con una inclinación menor de unos 8,5° sujeta por sí sola una pieza con este coeficiente de rozamiento.

Plano inclinado, cuña y rosca con rozamiento

(2.34) AMPLIACIÓN

$$F = F_\mathrm{Q} \cdot \tan(\alpha + \rho)$$

F	Fuerza (fuerza de empuje paralela a la base; en la rosca, fuerza tangencial)	N
F_Q	Carga perpendicular a la base (en la rosca: fuerza axial del tornillo)	N
α	Ángulo de inclinación (en la rosca: ángulo de la hélice)	°
ρ	Ángulo de rozamiento	°

Cuando una fuerza empuja un cuerpo plano inclinado arriba, el rozamiento actúa como una pendiente ρ más empinada. Una rosca es un plano inclinado enrollado alrededor del perno; una cuña, uno desplazable.

Validez: movimiento contra la carga (apretar, introducir). En la rosca triangular el rozamiento efectivo es algo mayor por los flancos inclinados. Si una cuña desliza además sobre una segunda superficie, se suma el rozamiento de esta.

Conviene saber: En el sentido de la carga (aflojar) vale $F = F_\mathrm{Q} \cdot \tan(\alpha - \rho)$. Si α es menor que ρ, esta fuerza se vuelve negativa: la unión se sujeta por sí sola y hay que aflojarla activamente. Por eso los tornillos de fijación y las cuñas son autobloqueantes.

EJEMPLO Una rosca tiene un ángulo de hélice de 3° y el ángulo de rozamiento es de 8,53°. El tornillo debe apretar con 100 N. ¿Qué fuerza tangencial se necesita en la rosca al apretar?

Datos: $F_\mathrm{Q} = 100\,\mathrm{N}$; $\alpha = 3^\circ$; $\rho = 8{,}53^\circ$

$$\begin{aligned}F &= F_\mathrm{Q} \cdot \tan(\alpha + \rho) \\ &= 100\,\mathrm{N} \cdot \tan(3^\circ + 8{,}53^\circ) \\ &= 100\,\mathrm{N} \cdot \tan 11{,}53^\circ \\ &\approx 20{,}4\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

20,4 N. Sin rozamiento serían solo 5,2 N: la mayor parte de la fuerza de apriete se va en rozamiento, y a ello se suma el rozamiento bajo la cabeza del tornillo.

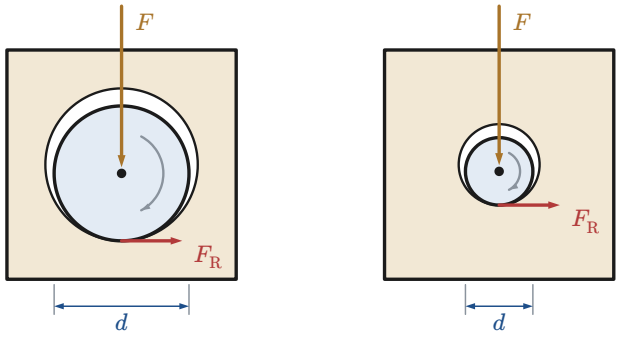


Fig. 2.12 Rozamiento del pivote: con la misma carga, la fuerza de rozamiento en el pivote delgado tiene menor brazo de palanca

Par de rozamiento en el cojinete del pivote

(2.35) MAESTRO

$$M_R = \frac{\mu \cdot F \cdot d}{2}$$

La fuerza de rozamiento actúa en la periferia del pivote; su brazo de palanca es el radio del pivote. Por eso un pivote delgado frena menos que uno grueso.

Validez: pivote con juego en el cojinete, apoyado a lo largo de una línea; coeficiente de rozamiento como valor de cálculo.

M_R	Par de rozamiento (frena el giro)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
μ	Coeficiente de rozamiento (pivote en el cojinete)	1
F	Fuerza (carga del cojinete transversal al eje)	N
d	Diámetro (del pivote)	mm

Conviene saber: Por eso los pivotes son cada vez más delgados hacia el final del tren de engranajes: allí el par es pequeño y cada par de rozamiento cuenta. Con el reloj en posición horizontal, el volante gira sobre la cara frontal de un pivote; el brazo de palanca del rozamiento es entonces aún menor y la amplitud mayor que en las posiciones verticales.

EJEMPLO Un pivote de 1,2 mm de diámetro soporta 3 N y gira aceitado en latón (valor de cálculo del coeficiente de rozamiento 0,2).

Datos: $\mu = 0{,}2$; $F = 3\,\mathrm{N}$; $d = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

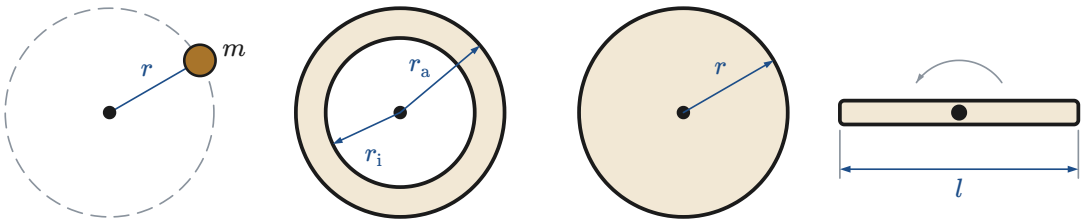
$$M_R = \frac{\mu \cdot F \cdot d}{2} = \frac{0{,}2 \cdot 3\,\mathrm{N} \cdot 1{,}2\,\mathrm{mm}}{2} = 0{,}36\,\mathrm{N{\cdot}mm}$$

El rozamiento frena con 0,36 N·mm. Con 0,6 mm de diámetro de pivote y la misma carga sería solo la mitad.

Regla: Poco rozamiento requiere superficies duras y lisas, poca fuerza normal y un brazo de palanca pequeño.

2.6 Momento de inercia

Lo que la masa es para el movimiento rectilíneo lo es el momento de inercia para el giro: la resistencia a acelerar y frenar. Depende de lo alejada que esté la masa del eje de giro. En el reloj pequeño se expresa en $\mathrm{mg \cdot cm^2}$. Cómo determina el momento de inercia del volante el período de oscilación se explica en el capítulo 5.



Masa puntual | Aro, cilindro hueco | Disco macizo | Varilla, eje en el centro

Fig. 2.13 Cuerpos cuyo momento de inercia se calcula con facilidad; el eje de giro es perpendicular al plano del dibujo

Masa puntual y aro delgado

(2.36) MAESTRO

$$J = m \cdot r^2$$

J	Momento de inercia (respecto al eje de giro)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masa	mg
r	Distancia (de la masa al eje de giro)	mm

Cada partícula de masa cuenta con el cuadrado de su distancia al eje. La fórmula vale también para un aro delgado, porque en él toda la masa está a la misma distancia.

Validez: dimensiones de la masa pequeñas frente a su distancia al eje; en el aro, espesor de pared pequeño frente al radio.

Conviene saber: Conversión: $1\,\mathrm{mg \cdot cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$ y $1\,\mathrm{g \cdot cm^2} = 10^{-7}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$. Los volantes de reloj de pulsera están entre unos 2 y $25\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$.

EJEMPLO Un tornillo de regulación de 5 mg está a 4,5 mm del eje del volante.

Datos: $m = 5\,\mathrm{mg}$; $\quad r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= m \cdot r^2 \\ &= 5\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 5\,\mathrm{mg} \cdot (0{,}45\,\mathrm{cm})^2 \\ &\approx 1{,}01\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

El tornillo aporta unos $1\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$. En un volante de $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ es el 10 %; por eso incluso pequeños cambios en los tornillos afectan claramente a la marcha.

Aro y cilindro hueco

(2.37) MAESTRO

$$J = \frac{m \cdot \left(r_{\mathrm{a}}^2 + r_{\mathrm{i}}^2\right)}{2}$$

El aro del volante es un cilindro hueco. Como toda su masa está muy hacia fuera, aporta casi todo el momento de inercia del volante.

Validez: material de densidad uniforme, el eje de giro es el eje central.

J	Momento de inercia (respecto al eje central)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masa (del aro)	mg
r_{a}	Radio exterior	mm
r_{i}	Radio interior	mm

EJEMPLO El aro de un volante tiene 9 mm de diámetro exterior y 8 mm de diámetro interior y pesa 55 mg.

Datos: $m = 55\,\mathrm{mg}$; $r_{\mathrm{a}} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{i}} = 4\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot \left(r_{\mathrm{a}}^2 + r_{\mathrm{i}}^2\right)}{2} \\ &= \frac{55\,\mathrm{mg} \cdot \left((4{,}5\,\mathrm{mm})^2 + (4\,\mathrm{mm})^2\right)}{2} \\ &= \frac{55\,\mathrm{mg} \cdot (0{,}2025 + 0{,}16)\ \mathrm{cm}^2}{2} \\ &\approx 9{,}97\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

El aro solo tiene $9{,}97\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$. La aproximación como aro delgado con el radio medio de 4,25 mm da $9{,}93\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, es decir, casi lo mismo.

Disco macizo y cilindro

(2.38) MAESTRO

$$J = \frac{m \cdot r^2}{2}$$

Un disco tiene solo la mitad del momento de inercia de un aro delgado de igual masa e igual diámetro, porque gran parte de su masa está cerca del eje.

Validez: material de densidad uniforme, el eje de giro es el eje central; el espesor no influye.

J	Momento de inercia (respecto al eje central)	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
m	Masa	kg
r	Radio	m

EJEMPLO Una lenteja de péndulo en forma de disco tiene 1,2 kg de masa y 60 mm de radio. ¿Cuál es su momento de inercia respecto a su propio centro?

Datos: $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $r = 60\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot r^2}{2} \\ &= \frac{1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (60\,\mathrm{mm})^2}{2} \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg{\cdot}m^2} \end{aligned}$$

Con este valor se calcula el péndulo en la sección 6.3.

Barra delgada respecto a su centro

(2.39) MAESTRO

$$J = \frac{m \cdot l^2}{12}$$

Para brazos, travesaños y agujas que giran transversalmente a su longitud.

Validez: barra delgada en relación con su longitud, sección uniforme.

J	Momento de inercia (respecto al eje transversal por el centro de la barra)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masa (de la barra)	mg
l	Longitud (longitud total de la barra)	mm

Conviene saber: Si la barra gira alrededor de su extremo, como una aguja sin contrapeso, el momento de inercia es cuatro veces mayor: $J = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$.

EJEMPLO El brazo de un volante de dos brazos mide 8 mm y pesa 6 mg.

Datos: $m = 6\,\mathrm{mg}$; $l = 8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{m \cdot l^2}{12} \\ &= \frac{6\,\mathrm{mg} \cdot (8\,\mathrm{mm})^2}{12} \\ &= 0{,}32\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

El brazo aporta solo $0{,}32\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, alrededor del 3 % de lo que aporta el aro del ejemplo anterior.

Teorema de Steiner

(2.40) MAESTRO

$$J_\mathrm{A} = J_\mathrm{S} + m \cdot a^2$$

Si el eje de giro no pasa por el centro de gravedad, se suma el término masa por distancia al cuadrado. Para piezas compuestas se suman las contribuciones de todos los componentes. La aplicación al péndulo está en la sección 6.3.

Validez: ambos ejes paralelos; uno de ellos pasa por el centro de gravedad.

J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J_S	Momento de inercia respecto al eje paralelo que pasa por el centro de gravedad	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masa (de la pieza)	mg
a	Distancia (entre los dos ejes)	mm

EJEMPLO Una aguja de minutos (20 mg, 12 mm de largo, uniforme) gira alrededor de su extremo. Respecto a su centro tiene $J_\mathrm{S} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 = 2{,}4\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$; el centro de gravedad está a 6 mm del eje de giro.

Datos: $J_\mathrm{S} = 2{,}4\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $m = 20\,\mathrm{mg}$; $a = 6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J_\mathrm{A} &= J_\mathrm{S} + m \cdot a^2 \\ &= 2{,}4\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} + 20\,\mathrm{mg} \cdot (6\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 2{,}4\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} + 7{,}2\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \\ &= 9{,}6\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

$9{,}6\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$, el cuádruple del valor respecto al centro. Una aguja de minutos puede ser, por tanto, tan inerte como un volante entero.

Regla: La masa alejada da inercia: la distancia al eje cuenta al cuadrado.

2.7 Resistencia y elasticidad

Toda pieza cargada se deforma. Si la tensión es lo bastante pequeña, recupera por completo su forma; de ello viven todos los muelles del reloj. Si es demasiado grande, la pieza se dobla de forma permanente o se rompe.

Tensión de tracción y de compresión

(2.41) OFICIAL

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

La tensión es la fuerza por unidad de sección. Indica cuánto se solicita el material, independientemente del tamaño de la pieza. Conversión: $1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 1\,\mathrm{MPa}$.

Validez: fuerza en la dirección del eje de la barra, repartida uniformemente sobre la sección.

σ	Tensión	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
F	Fuerza (tracción o compresión)	N
A	Área (sección transversal a la fuerza)	mm^2

EJEMPLO El peso motor (34,3 N) cuelga de un alambre de acero de 1 mm de diámetro, es decir, de 0,785 mm² de sección.

Datos: $F = 34{,}3\,\mathrm{N}; \quad A = 0{,}785\,\mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{34{,}3\,\mathrm{N}}{0{,}785\,\mathrm{mm}^2} \\ &\approx 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

En el alambre hay $43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, muy por debajo de la resistencia del acero.

Alargamiento

(2.42) OFICIAL

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

El alargamiento es una razón sin unidad, a menudo expresada en porcentaje.

ε	Alargamiento (variación de longitud por unidad de longitud)	1
Δl	Variación de longitud (+ significa: más largo)	mm
l_0	Longitud inicial (sin carga)	mm

EJEMPLO Un alambre de 1200 mm de longitud se alarga 0,25 mm bajo carga.

Datos: $\Delta l = 0{,}25\,\mathrm{mm}; \quad l_0 = 1200\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\Delta l}{l_0} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm}}{1200\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}0208\,\%\end{aligned}$$

El alambre se alarga un 0,0208 %, es decir, unas dos diezmilésimas de su longitud.

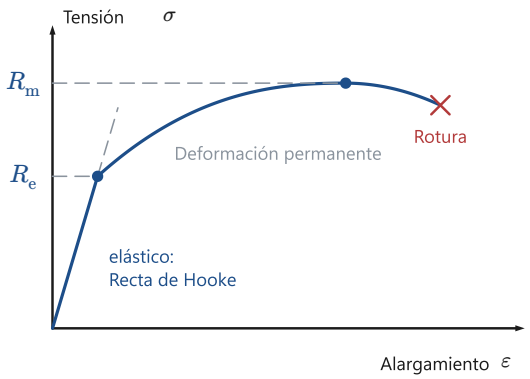


Fig. 2.14 Diagrama tensión-alargamiento de un metal dúctil (esquemático): elástico hasta R_e, tensión máxima R_m

Ley de Hooke

(2.43) OFICIAL

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

DESPEJADA $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$

σ	Tensión	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
E	Módulo de elasticidad (del material)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
ε	Alargamiento	1

En la zona elástica, la tensión crece en la misma proporción que el alargamiento. El módulo de elasticidad es la rigidez del material: el acero es el doble de rígido que el latón.

Validez: solo hasta el límite elástico R_e. Por encima, la pieza se deforma de forma permanente. La resistencia a la tracción R_m es la tensión máxima que soporta el material.

EJEMPLO ¿Cuánto se alarga el alambre de acero del ejemplo de la tensión ($\sigma = 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$)?

Datos: $\sigma = 43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\sigma}{E} \\ &= \frac{43{,}7\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} \\ &\approx 0{,}0208\,\%\end{aligned}$$

Un 0,0208 %. Un alambre de 1,2 m de longitud se alarga, por tanto, 0,25 mm y recupera por completo su longitud al descargarlo.

Tensión admisible y coeficiente de seguridad

(2.44) MAESTRO

$$\sigma_\mathrm{zul} = \frac{R_\mathrm{e}}{\nu}$$

σ_zul	Tensión admisible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
R_e	Límite elástico (en materiales duros, el límite convencional al 0,2 % $R_{\mathrm{p0,2}}$)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
ν	Coeficiente de seguridad (habitual de 1,2 a 2)	1

Una pieza no debe deformarse de forma permanente en servicio. Por eso la tensión se mantiene, con un margen de seguridad, por debajo del límite elástico. Si basta con que la pieza no se rompa, se calcula de forma análoga con la resistencia a la tracción.

Validez: carga estática. Con cargas que alternan constantemente, el material se fatiga y soporta bastante menos.

EJEMPLO Un acero para muelles tiene un límite elástico convencional de $1500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Se calcula con un coeficiente de seguridad de 1,5.

Datos: $R_\mathrm{e} = 1500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $\nu = 1{,}5$

$$\begin{aligned}\sigma_\mathrm{zul} &= \frac{R_\mathrm{e}}{\nu} \\ &= \frac{1500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{1{,}5} \\ &= 1000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

El muelle puede cargarse hasta $1000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

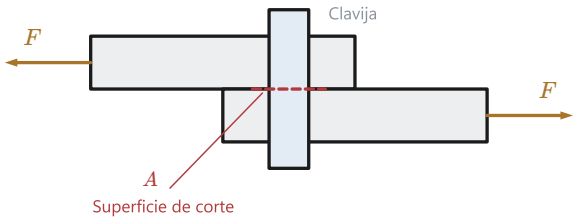


Fig. 2.15 Cizalladura de un pasador en la junta

Cizalladura

(2.45) MAESTRO

$$\tau = \frac{F}{A}$$

τ	Tensión de cizalladura	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
F	Fuerza (transversal al pasador)	N
A	Área (superficie de corte: sección en la junta)	mm^2

En pasadores, remaches y tornillos sometidos a fuerza transversal, la sección en la junta se cizalla. La tensión está entonces en el plano de la superficie, no perpendicular a ella.

Validez: una superficie de corte (unión de cortadura simple). Si el pasador está en una horquilla, soportan la carga dos superficies de corte: tomar A doble.

Conviene saber: Valor orientativo para el acero: la resistencia a la cizalladura es aproximadamente el 80 % de la resistencia a la tracción.

EJEMPLO Un pasador de acero de 0,8 mm de diámetro (0,503 mm² de sección) une dos piezas y se carga transversalmente con 60 N.

Datos: $F = 60\,\mathrm{N}$; $A = 0{,}503\,\mathrm{mm}^2$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{60\,\mathrm{N}}{0{,}503\,\mathrm{mm}^2} \approx 119\,\tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$119\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. Un pasador de acero blando soporta aproximadamente el triple.

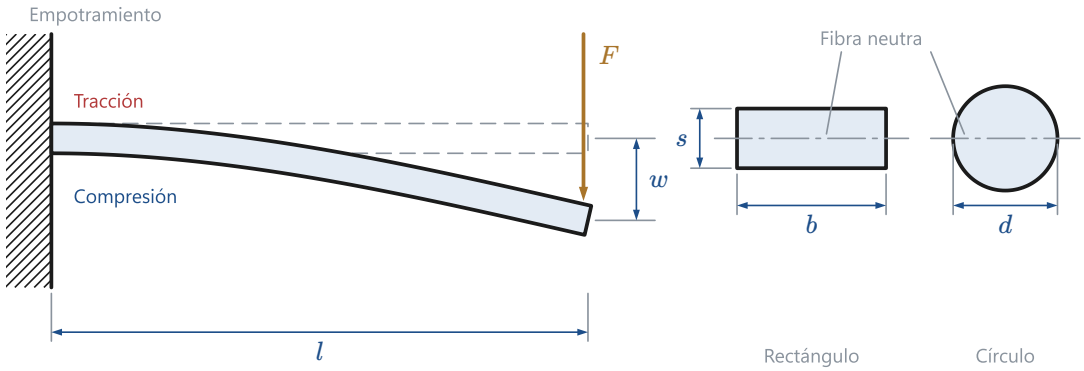


Fig. 2.16 Barra empotrada por un extremo bajo la fuerza F (izquierda); secciones con fibra neutra (derecha)

Tensión de flexión

(2.46) MAESTRO

$$\sigma_{\mathrm{b}} = \frac{M_{\mathrm{b}}}{W_{\mathrm{b}}}$$

σ_{b}	Tensión de flexión máxima (en la fibra exterior)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
M_{b}	Momento flector (en el punto considerado)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
W_{b}	Módulo resistente a la flexión	mm^3

Al flexionar, un lado se alarga y el otro se comprime; entre ambos está la fibra neutra, libre de tensión. La tensión máxima está en el borde exterior. En la barra empotrada por un extremo con la fuerza F en el otro, el momento flector es máximo en el empotramiento: $M_{\mathrm{b}} = F \cdot l$. Ahí es donde un muelle se dobla o se rompe primero.

Validez: zona elástica, barra recta, sección simétrica respecto a la fibra neutra.

EJEMPLO Un resorte de lámina (1 mm de alto, 0,2 mm de espesor) mide 10 mm de largo y se carga en el extremo con 0,42 N. En el empotramiento actúa el momento flector 0,42 N · 10 mm = 4,2 N·mm; el módulo resistente es de 0,00667 mm³.

Datos: $M_{\mathrm{b}} = 4{,}2\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $W_{\mathrm{b}} = 0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3$

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{b}} &= \frac{M_{\mathrm{b}}}{W_{\mathrm{b}}} \\ &= \frac{4{,}2\,\mathrm{N{\cdot}mm}}{0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3} \\ &\approx 630\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

$630\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$. El acero para muelles templado lo soporta; el latón blando ya estaría doblado de forma permanente.

Módulo resistente: rectángulo

(2.47) MAESTRO

$$W_{\mathrm{b}} = \frac{b \cdot s^2}{6}$$

W_{b}	Módulo resistente a la flexión	mm^3
b	Altura de la lámina (ancho del rectángulo transversal a la dirección de flexión)	mm
s	Espesor de la lámina (espesor en la dirección de flexión)	mm

El módulo resistente indica cuánto momento flector soporta una sección con una tensión dada.

Validez: flexión sobre la cara plana, como en todo resorte de lámina, muelle real y espiral.

EJEMPLO Resorte de lámina de 1 mm de altura y 0,2 mm de espesor.

Datos: $b = 1\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}W_{\mathrm{b}} &= \frac{b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &\approx 0{,}006\,67\,\mathrm{mm}^3\end{aligned}$$

0,00667 mm³. Con 0,3 mm de espesor sería 2,25 veces mayor: el espesor cuenta al cuadrado.

Módulo resistente: círculo

(2.48) MAESTRO

$$W_\mathrm{b} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

W_b	Módulo resistente a la flexión	mm^3
d	Diámetro	mm

Para ejes, pivotes, pasadores y alambres de resorte redondos.

EJEMPLO Alambre o pivote redondo de 1 mm de diámetro.

Datos: $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} W_\mathrm{b} &= \frac{\pi \cdot d^3}{32} \\ &= \frac{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^3}{32} \\ &\approx 0{,}0982\,\mathrm{mm}^3 \end{aligned}$$

0,0982 mm³. Un pivote de 0,5 mm de diámetro tiene solo un octavo: el diámetro cuenta a la tercera potencia. Por eso se rompen tan fácilmente los pivotes delgados.

Momento de inercia de superficie: rectángulo

(2.49) MAESTRO

$$I = \frac{b \cdot s^3}{12}$$

I	Momento de inercia de superficie (momento de segundo orden)	mm^4
b	Altura de la lámina (ancho del rectángulo transversal a la dirección de flexión)	mm
s	Espesor de la lámina (espesor en la dirección de flexión)	mm

El momento de inercia de superficie describe lo rígida que es una sección frente a la flexión. El espesor interviene a la tercera potencia: un 10 % más de espesor hace un muelle un tercio más rígido. Por eso los muelles reales y las espirales se laminan con precisión de milésimas de milímetro.

Validez: flexión sobre la cara plana.

Atención: El momento de inercia de superficie I (unidad mm⁴) describe una sección. No tiene nada que ver con el momento de inercia J de una masa que gira de la sección 2.6.

EJEMPLO Resorte de lámina de 1 mm de altura y 0,2 mm de espesor.

Datos: $b = 1\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{b \cdot s^3}{12} \\ &= \frac{1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^3}{12} \\ &\approx 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4 \end{aligned}$$

0,000667 mm⁴. Un muelle de solo 0,1 mm de espesor tendría, con la misma altura, un octavo.

Momento de inercia de superficie: círculo

(2.50) MAESTRO

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

El diámetro cuenta a la cuarta potencia.

I	momento de inercia de superficie	mm^4
d	Diámetro	mm

EJEMPLO Alambre redondo de 1 mm de diámetro.

Datos: $d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi \cdot d^4}{64} \\ &= \frac{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^4}{64} \\ &\approx 0{,}0491\,\mathrm{mm}^4 \end{aligned}$$

0,0491 mm⁴. Con la mitad de diámetro queda solo un dieciseisavo.

Flecha de la barra empotrada por un extremo

(2.51) MAESTRO

$$w = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

Es la fórmula básica de todos los resortes de lámina: resortes de trinquete, resortes de retención, resortes de pulsador. La longitud cuenta a la tercera potencia: un resorte el doble de largo es ocho veces más blando.

Validez: zona elástica, sección constante, flecha pequeña frente a la longitud.

w	Flecha en el extremo libre (en los prontuarios a menudo f)	mm
F	Fuerza (en el extremo libre, transversal a la barra)	N
l	Longitud (libre, desde el empotramiento hasta la fuerza)	mm
E	Módulo de elasticidad (del material)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
I	momento de inercia de superficie	mm^4

EJEMPLO El resorte de lámina de acero ($E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$) con $I = 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4$ mide 10 mm de largo y se carga en el extremo con 0,42 N.

Datos: $F = 0{,}42\,\mathrm{N}$; $l = 10\,\mathrm{mm}$; $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $I = 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4$

$$\begin{aligned} w &= \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \\ &= \frac{0{,}42\,\mathrm{N} \cdot (10\,\mathrm{mm})^3}{3 \cdot 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}000\,667\,\mathrm{mm}^4} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El extremo del resorte cede 1 mm.

Rigidez del resorte de lámina

(2.52) AMPLIACIÓN

$$c = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{4 \cdot l^3}$$

La fórmula reúne la flecha y el momento de inercia de superficie del rectángulo. Muestra cómo se ablanda un resorte: sobre todo con menos espesor y más longitud; con menos altura, solo en proporción simple.

Validez: resorte de lámina empotrado por un extremo con sección rectangular constante, flecha pequeña.

c	Rigidez del resorte (en el extremo libre)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$
E	Módulo de elasticidad (del material)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina	mm
s	espesor de la lámina	mm
l	Longitud (libre, desde el empotramiento hasta la fuerza)	mm

Conviene saber: La tensión de flexión en el empotramiento se deduce de la deformación: $\sigma_\mathrm{b} = \frac{3 \cdot E \cdot s \cdot w}{2 \cdot l^2}$. Un resorte más delgado o más largo admite más recorrido con la misma tensión.

EJEMPLO Resorte de lámina de acero, 1 mm de alto, 0,2 mm de espesor, 10 mm de largo.

Datos: $E = 210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $l = 10\,\mathrm{mm}$

$$c = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{4 \cdot l^3}$$
$$= \frac{210\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}2\,\mathrm{mm})^3}{4 \cdot (10\,\mathrm{mm})^3}$$
$$= 0{,}42\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$$

0,42 N por milímetro de deformación. Si se rebaja el resorte a 0,15 mm de espesor, queda solo el 42 %.

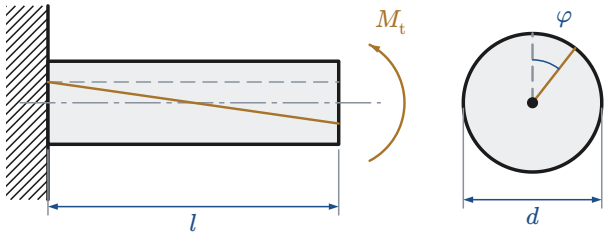


Fig. 2.17 Torsión: el momento M_t gira el extremo libre el ángulo φ

Torsión: tensión en un eje redondo

(2.53) AMPLIACIÓN

$$\tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3}$$

Un par alrededor del eje longitudinal retuerce el eje. La tensión es máxima en la periferia y nula en el centro.

Validez: sección maciza redonda, zona elástica.

τ_t	Tensión de torsión máxima (en la periferia)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
M_t	Momento torsor (par alrededor del eje longitudinal)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
d	Diámetro	mm

EJEMPLO Una tija de remontuar transmite 10 N·mm a través de un resalte de 1 mm de diámetro.

Datos: $M_t = 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\tau_t &= \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} \\ &= \frac{16 \cdot 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}}{\pi \cdot (1\,\mathrm{mm})^3} \\ &\approx 50{,}9\ \tfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\end{aligned}$$

Unos $51\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; para acero templado no supone problema. Pero en el cuadrado y en las gargantas la tensión es localmente mucho mayor; ahí se rompen las tijas de remontuar.

Torsión: ángulo de torsión

(2.54) AMPLIACIÓN

$$\varphi = \frac{32 \cdot M_t \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4}$$

Un alambre redondo actúa como resorte de torsión. El diámetro cuenta a la cuarta potencia: un alambre solo un 10 % más delgado se retuerce la mitad más.

Validez: sección maciza redonda, zona elástica. Para cintas planas, como las que llevan como resorte de torsión los relojes de péndulo de torsión, valen otros coeficientes.

φ	Ángulo de torsión (entre los extremos, en radianes)	rad
M_t	Momento torsor	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
l	Longitud (tramo sometido a torsión)	mm
G	Módulo de cizalladura (del material; aquí no es la marcha)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
d	Diámetro	mm

EJEMPLO El resalte de la tija de remontuar (1 mm de diámetro) mide 10 mm de largo, acero con $G = 80\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, par 10 N·mm.

Datos: $M_t = 10\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad l = 10\,\mathrm{mm}; \quad G = 80\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}; \quad d = 1\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{32 \cdot M_t \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4} \\ &= \frac{32 \cdot 10\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 10\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 80\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot (1\,\mathrm{mm})^4} \\ &= 0{,}0127\,\mathrm{rad} \\ &\approx 0{,}73^\circ\end{aligned}$$

La tija se retuerce 0,73°, algo que no se nota al dar cuerda.

Módulo de elasticidad, módulo de cizalladura y resistencia a la tracción de materiales relojeros (valores orientativos a 20 °C)

Material	E en 1000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	G en 1000 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	R_m en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
acero sin alear, blando	210	80	350 … 700
acero para muelles, templado y revenido	206 … 210	80	1500 … 2200
aleación para muelles de cobalto, níquel y cromo (Nivaflex)	200 … 225	75 … 85	2400 … 3200
acero inoxidable 1.4435 (316L)	200	77	500 … 700
latón (CuZn37, CuZn39Pb3), duro	95 … 110	36 … 40	400 … 550
alpaca (CuNi18Zn20), dura	125 … 135	47 … 50	500 … 700
bronce al berilio (CuBe2), bonificado	125 … 135	48 … 50	1100 … 1400
titanio grado 5	114	42	900 … 1000
silicio monocristalino	130 … 190	50 … 80	frágil
rubí, zafiro	350 … 450	150 … 175	frágil

El módulo de elasticidad apenas depende del estado de dureza; la resistencia, en cambio, mucho. El silicio tiene distinta rigidez según la dirección cristalina. Los materiales frágiles se rompen sin deformación permanente; su resistencia depende sobre todo de la superficie. Para la mayoría de los metales vale $G \approx 0{,}38 \cdot E$.

2.8 Dilatación térmica

El calor agranda las piezas. En el reloj modifica los ajustes, la longitud del péndulo y las dimensiones del volante y de la espiral.

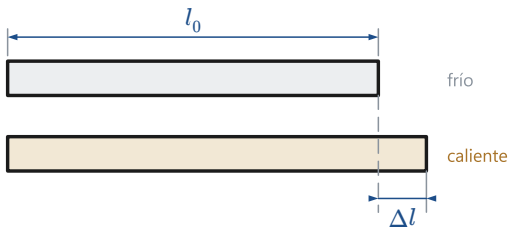


Fig. 2.18 Dilatación lineal al calentar

Dilatación lineal

(2.55) OFICIAL

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta$$

Casi todos los materiales se dilatan al calentarse, y en cada dirección en la misma fracción. También los agujeros y los diámetros interiores se agrandan.

Validez: variaciones de temperatura hasta unos 100 K; por encima, α cambia de forma apreciable. Una diferencia de temperatura en °C tiene el mismo valor numérico que en K.

Δl	Variación de longitud (+ significa: más largo)	mm
α	Coeficiente de dilatación lineal (del material)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_0	Longitud inicial (también un diámetro)	mm
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura (+ significa: más caliente)	K

EJEMPLO Un aro de latón ($\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$) de 30 mm de diámetro interior se calienta 100 K. ¿Cuánto aumenta el diámetro?

Datos: $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l_0 = 30\,\mathrm{mm}$; $\quad \Delta\vartheta = 100\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta \\ &= 19 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 100\,\mathrm{K} \\ &= 0{,}057\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

0,057 mm, es decir, casi 6 centésimas. Basta para montar un aro por contracción: se coloca en caliente y al enfriarse queda fijo.

Coeficientes de dilatación lineal (valores orientativos a 20 °C)

Material	α en $10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$
zinc	30
aluminio	23
plata	19
latón	18 … 21
alpaca	17 … 18
bronce al berilio (CuBe2)	17
acero inoxidable 1.4435 (316L)	16
oro	14
acero sin alear	11 … 13
platino	9
titanio	8,5 … 9
cristal mineral	8 … 9
zafiro, rubí	5 … 7
silicio	2,6
invar (FeNi36)	1,2 … 2
vidrio de cuarzo	0,5

Los valores varían con la aleación y el tratamiento térmico. Cómo influye la dilatación de la varilla del péndulo en la marcha se explica en la sección 6.5.

Dilatación volumétrica

(2.56) MAESTRO

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta$$

En los sólidos, el coeficiente de dilatación volumétrica es el triple del coeficiente de dilatación lineal: $\gamma \approx 3 \cdot \alpha$. Los líquidos se dilatan mucho más; los aceites, unos $700 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$.

Validez: pequeñas variaciones de temperatura.

ΔV	Variación de volumen (+ significa: mayor)	cm^3
γ	Coeficiente de dilatación volumétrica	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
V_0	Volumen inicial	cm^3
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura (+ significa: más caliente)	K

EJEMPLO El recipiente de un péndulo de mercurio contiene 100 cm³ de mercurio ($\gamma = 181 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$). La temperatura sube 10 K.

Datos: $\gamma = 181 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $V_0 = 100\,\mathrm{cm}^3$; $\Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta V &= \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta\vartheta \\ &= 181 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 100\,\mathrm{cm}^3 \cdot 10\,\mathrm{K} \\ &= 0{,}181\,\mathrm{cm}^3\end{aligned}$$

El mercurio se dilata 0,181 cm³ y sube en el recipiente. Su centro de gravedad se desplaza hacia arriba y compensa el alargamiento de la varilla del péndulo.

3 Órgano motor

El órgano motor suministra la energía que consumen el tren de engranajes, el escape y el órgano regulador. En el reloj pequeño y en muchos relojes grandes la almacena un muelle real en el barrilete; en el reloj de péndulo, a menudo un peso. El muelle es compacto, pero su par disminuye a medida que se desarma. El peso necesita altura de caída, pero a cambio tira siempre con la misma fuerza.

Se calcula con las unidades del taller: medidas en mm, fuerzas en N, pares en $\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}$. Cómo llega el par a través del tren de engranajes hasta el escape se explica en el capítulo 4. A diferencia del uso habitual, en este capítulo P designa la potencia y m la masa del peso; N cuenta espiras, vueltas del barrilete y revoluciones.

3.1 Muelle real en el barrilete: geometría

El muelle real está enrollado en el barrilete formando un paquete: desarmado, contra la pared; armado, alrededor del núcleo del árbol. Para el cálculo suponemos las espiras juntas unas con otras. Entonces el muelle cubre en ambos estados la misma superficie, es decir, longitud por espesor de la lámina. De ello se deducen todas las fórmulas de esta sección.

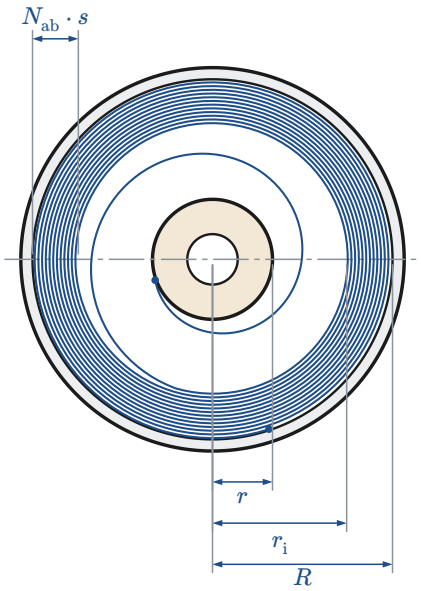


Fig. 3.1 Desarmado: el paquete está contra la pared y llega por dentro hasta r_{i}

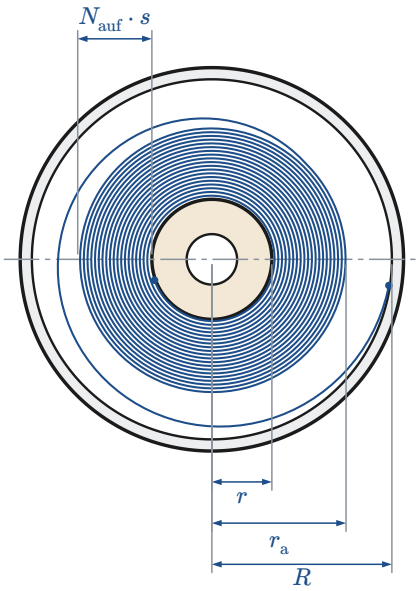


Fig. 3.2 Armado: el paquete está junto al núcleo y llega por fuera hasta r_{a}

Radio del núcleo del árbol (valor orientativo)

(3.1) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$r \approx \frac{R}{3}$$

r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm

El núcleo del árbol ocupa aproximadamente un tercio del radio interior. Un núcleo más delgado daría más vueltas, pero curva demasiado la espira más interior.

Validez: valor orientativo para relojes pequeños y grandes.

Conviene saber: Segunda condición: según el material del muelle, el radio del núcleo debe ser como mínimo de unas 10 a 16 veces el espesor de la lámina (valor orientativo). Un núcleo más delgado curva demasiado el muelle; este se fatiga junto al núcleo y se rompe allí.

EJEMPLO Un barrilete tiene 11,4 mm de diámetro interior, es decir, 5,7 mm de radio. ¿Qué radio debe tener el núcleo del árbol?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} r &\approx \frac{R}{3} \\ &= \frac{5{,}7\,\mathrm{mm}}{3} \\ &= 1{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El núcleo lleva unos 1,9 mm de radio, es decir, 3,8 mm de diámetro. Con una lámina de 0,12 mm, esto es casi 16 veces el espesor de la lámina.

Espiras del muelle armado

(3.2) MAESTRO

$$N_{\text{auf}} = \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s}$$

N_{auf}	Espiras del muelle armado (junto al núcleo)	1
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
l	Longitud (del muelle real)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

La raíz es el radio exterior r_{a} del paquete armado. Se deduce de la igualdad de superficies $l \cdot s = \pi \cdot (r_{\text{a}}^2 - r^2)$. El ancho del paquete $r_{\text{a}} - r$ dividido entre el espesor de la lámina da las espiras.

Validez: espiras juntas unas con otras; no se cuentan los extremos del muelle, el gancho ni la brida.

EJEMPLO Un muelle real de 420 mm de longitud y 0,12 mm de espesor está armado alrededor de un núcleo de 1,9 mm de radio. ¿Cuántas espiras tiene el paquete?

Datos: $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{auf}} &= \frac{\sqrt{r^2 + \dfrac{l \cdot s}{\pi}} - r}{s} \\ &= \frac{\sqrt{(1{,}9\,\mathrm{mm})^2 + \dfrac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi}} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 21{,}1 \end{aligned}$$

Unas 21 espiras. El paquete llega hasta el radio de 4,43 mm.

Espiras del muelle desarmado

(3.3) MAESTRO

$$N_{\text{ab}} = \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s}$$

N_{ab}	Espiras del muelle desarmado (contra la pared)	1
R	Radio interior (del barrilete)	mm
l	Longitud (del muelle real)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

Aquí la raíz es el radio interior r_{i} del paquete contra la pared, de nuevo a partir de la igualdad de superficies: $l \cdot s = \pi \cdot (R^2 - r_{\text{i}}^2)$.

Validez: espiras juntas contra la pared. El muelle debe caber en el barrilete: $l \cdot s$ menor que $\pi \cdot (R^2 - r^2)$.

EJEMPLO El mismo muelle (420 mm de largo, 0,12 mm de espesor) está desarmado contra la pared de un barrilete de 5,7 mm de radio interior.

Datos: $R = 5{,}7\,\text{mm}$; $l = 420\,\text{mm}$; $s = 0{,}12\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\text{ab}} &= \frac{R - \sqrt{R^2 - \dfrac{l \cdot s}{\pi}}}{s} \\ &= \frac{5{,}7\,\text{mm} - \sqrt{(5{,}7\,\text{mm})^2 - \dfrac{420\,\text{mm} \cdot 0{,}12\,\text{mm}}{\pi}}}{0{,}12\,\text{mm}} \\ &\approx 13{,}7 \end{aligned}$$

Casi 14 espiras. Por dentro, el paquete termina en el radio de 4,06 mm.

Vueltas del barrilete

(3.4) OFICIAL

$$N = N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}}$$

N	Vueltas (del barrilete)	1
N_{auf}	Espiras del muelle armado (junto al núcleo)	1
N_{ab}	Espiras del muelle desarmado (contra la pared)	1

Al desarmarse, las espiras pasan del núcleo a la pared. El barrilete gira entonces tantas vueltas como espiras de más tiene el muelle armado respecto al desarmado.

Validez: espiras contadas en ambos estados dentro del barrilete. El valor es el límite superior: los extremos del muelle no trabajan; en la práctica falta hasta una vuelta.

EJEMPLO El muelle de los dos ejemplos anteriores tiene 21,1 espiras armado y 13,7 desarmado.

Datos: $N_{\text{auf}} = 21{,}1$; $N_{\text{ab}} = 13{,}7$

$$\begin{aligned} N &= N_{\text{auf}} - N_{\text{ab}} \\ &= 21{,}1 - 13{,}7 \\ &= 7{,}4 \end{aligned}$$

El barrilete da, según el cálculo, 7,4 vueltas.

Longitud óptima del muelle

(3.5) MAESTRO

$$l = \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s}$$

El mayor número de vueltas lo da el muelle que cubre exactamente la mitad de la superficie libre entre el núcleo y la pared. Un muelle más corto tiene muy pocas espiras; uno más largo no les deja sitio para desenrollarse.

Validez: espiras juntas; no incluye suplemento para la fijación de los extremos.

l	Longitud (del muelle real)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

Conviene saber: El máximo es plano (fig. 3.3). En el ejemplo, un muelle un 20 % más corto o más largo solo pierde un 3 % de las vueltas. La longitud no importa al milímetro; el espesor de la lámina, en cambio, mucho (sección 3.2).

EJEMPLO ¿Qué longitud es la óptima para una lámina de 0,12 mm en un barrilete de 5,7 mm de radio interior y 1,9 mm de radio del núcleo?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{\pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)}{2 \cdot s} \\ &= \frac{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)}{2 \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 378\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 378 mm. El muelle de 420 mm de los ejemplos anteriores es, por tanto, algo largo, pero apenas pierde vueltas por ello.

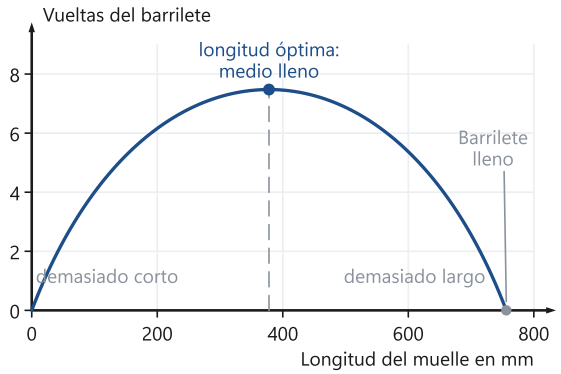


Fig. 3.3 Vueltas en función de la longitud del muelle, calculadas para $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$, $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$, $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

Grado de llenado del barrilete

(3.6) MAESTRO

$$k_\mathrm{F} = \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

El grado de llenado indica si un muelle existente o pedido conviene al barrilete. Lo óptimo es 0,5.

Validez: espiras juntas.

k_F	Grado de llenado: fracción de la superficie libre que cubre el muelle	1
l	Longitud (del muelle real)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm

EJEMPLO ¿Cuánto llena el barrilete (radio interior 5,7 mm, radio del núcleo 1,9 mm) el muelle de 420 mm de longitud y 0,12 mm de espesor?

Datos: $l = 420\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k_\mathrm{F} &= \frac{l \cdot s}{\pi \cdot (R^2 - r^2)} \\ &= \frac{420\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} \\ &\approx 0{,}56 \end{aligned}$$

El muelle cubre el 56 % de la superficie libre, algo más que la mitad óptima.

Círculo divisorio con la longitud óptima

(3.7) MAESTRO

$$\rho = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

Con la longitud óptima, el paquete armado llega exactamente tan hacia fuera como el desarmado hacia dentro. Este círculo divisorio divide la superficie libre en dos mitades iguales.

Validez: muelle de longitud óptima, grado de llenado 0,5.

ρ	Radio (del círculo divisorio)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm

Conviene saber: Comprobación con el barrilete abierto: si el muelle desarmado llega más hacia dentro que el círculo divisorio, es demasiado largo. Si se queda más hacia fuera, es demasiado corto.

EJEMPLO ¿Dónde está el círculo divisorio en un barrilete de 5,7 mm de radio interior y 1,9 mm de radio del núcleo?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{(5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2}{2}} \\ &\approx 4{,}25\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

En el radio de 4,25 mm. El paquete desarmado tiene entonces 1,45 mm de ancho; el armado, 2,35 mm.

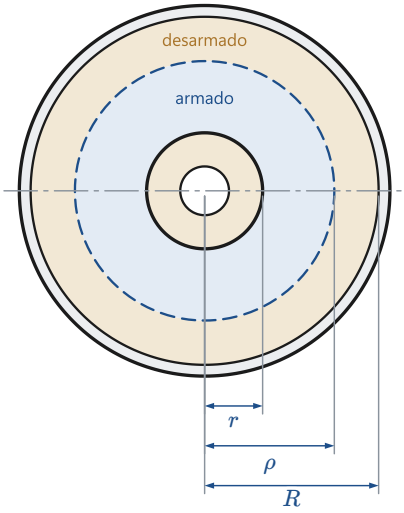


Fig. 3.4 El círculo divisorio ρ divide en dos la superficie libre: dentro queda el muelle armado; fuera, el desarmado

Número máximo de vueltas

(3.8) MAESTRO

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

DESPEJADA $$s = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{N_{\max}}$$

$N_{\max}$	Número máximo posible de vueltas del barrilete	1
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r	Radio (del núcleo del árbol)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

Este es el número de vueltas posible con la longitud óptima del muelle. Despejada, la fórmula da el espesor de la lámina para un número de vueltas exigido.

Validez: muelle de longitud óptima (grado de llenado 0,5), espiras juntas. Límite superior teórico, como en la fórmula (3.4).

EJEMPLO ¿Cuántas vueltas como máximo da el barrilete (radio interior 5,7 mm, radio del núcleo 1,9 mm) con una lámina de 0,12 mm?

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r = 1{,}9\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$N_{\max} = \frac{\sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)} - R - r}{s}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot \left((5{,}7\,\mathrm{mm})^2 + (1{,}9\,\mathrm{mm})^2\right)} - 5{,}7\,\mathrm{mm} - 1{,}9\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}$$

$$\approx 7{,}5$$

Unas 7,5 vueltas. Con una lámina de 0,10 mm serían 9; con 0,14 mm, solo 6,4.

Valores orientativos para el radio del núcleo $r = \frac{1}{3} R$ y longitud óptima del muelle

Magnitud	Valor
radio del círculo divisorio	$\rho = 0{,}745 \cdot R$
ancho del paquete desarmado	$0{,}255 \cdot R$, aproximadamente un cuarto del radio interior
ancho del paquete armado	$0{,}412 \cdot R$
longitud óptima del muelle	$l = 1{,}40 \cdot \frac{R^2}{s}$
número máximo de vueltas	$N_{\max} = 0{,}157 \cdot \frac{R}{s}$

Calculado a partir de las fórmulas (3.5), (3.7) y (3.8). Los valores solo valen si el núcleo mide un tercio del radio interior.

Longitud del muelle a partir de las espiras del muelle desarmado

(3.9) OFICIAL

$$l = \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab}$$

l	Longitud (del muelle real)	mm
R	Radio interior (del barrilete)	mm
r_i	Radio interior del paquete del muelle desarmado	mm
N_ab	Espiras del muelle desarmado (contra la pared)	1

La longitud es el perímetro medio del paquete por el número de espiras. Así puede determinarse la longitud del muelle sin sacarlo. El espesor de la lámina se obtiene del ancho del paquete: $s = (R - r_\mathrm{i}) : N_\mathrm{ab}$.

Validez: espiras juntas contra la pared. No se cuenta el tramo entre el paquete y el núcleo; el muelle real es aproximadamente una espira interior más largo.

EJEMPLO En un barrilete de 5,7 mm de radio interior, el muelle desarmado está contra la pared con 13,75 espiras. El borde interior del paquete tiene 4,05 mm de radio.

Datos: $R = 5{,}7\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 4{,}05\,\mathrm{mm}$; $N_\mathrm{ab} = 13{,}75$

$$\begin{aligned} l &= \pi \cdot (R + r_\mathrm{i}) \cdot N_\mathrm{ab} \\ &= \pi \cdot (5{,}7\,\mathrm{mm} + 4{,}05\,\mathrm{mm}) \cdot 13{,}75 \\ &\approx 421\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

En el paquete hay unos 421 mm de muelle. El espesor de la lámina es 1,65 mm dividido entre 13,75, es decir, 0,12 mm.

Regla: El muelle debe llenar la mitad de la superficie libre del barrilete. A partir de ahí, solo una lámina más delgada da más vueltas.

3.2 Par y energía del muelle real

El muelle armado tiende a recuperar su forma y con ello hace girar el barrilete. Su par depende sobre todo del espesor de la lámina; la energía almacenada, del volumen del muelle y del material.

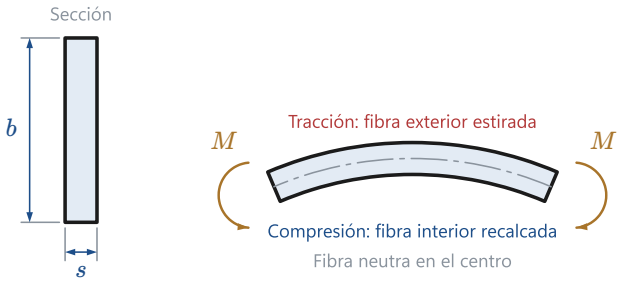


Fig. 3.5 Sección de la lámina con altura b y espesor s (espesor exagerado); al flexionar, la cara exterior se alarga y la interior se comprime

Par del muelle real

(3.10) MAESTRO

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

El par crece con el ángulo de torsión, con la altura de la lámina y con la tercera potencia del espesor. Un muelle más largo es más blando. Una vuelta corresponde a $\varphi = 2\pi$.

Validez: zona elástica, sección rectangular, las espiras no se tocan ni rozan entre sí. El ángulo se cuenta desde la forma libre del muelle fuera del barrilete.

M	Par (del muelle)	$\mathrm{N \cdot mm}$
E	Módulo de elasticidad (del material del muelle)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina (ancho del muelle)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm
φ	Ángulo de torsión (respecto a la forma libre, en radianes)	rad
l	Longitud (del muelle real)	mm

Atención: En el barrilete hay espiras en contacto, junto al núcleo y contra la pared. No trabajan y rozan. Por eso la característica real no es una recta (fig. 3.6). La fórmula muestra de qué depende el par; el par de un muelle concreto se mide.

EJEMPLO Un muelle real ($E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, altura 1,3 mm, espesor 0,12 mm, longitud 420 mm) está tensado 12 vueltas respecto a su forma libre, es decir, 75,4 rad.

Datos: $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$; $\varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$; $l = 420\,\mathrm{mm}$

$$M = \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot \varphi}{12 \cdot l}$$

$$= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^3 \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{12 \cdot 420\,\mathrm{mm}}$$

$$\approx 6{,}72\,\mathrm{N \cdot mm}$$

Unos 6,7 $\mathrm{N \cdot mm}$, un orden de magnitud habitual para el barrilete de un reloj de pulsera de caballero.

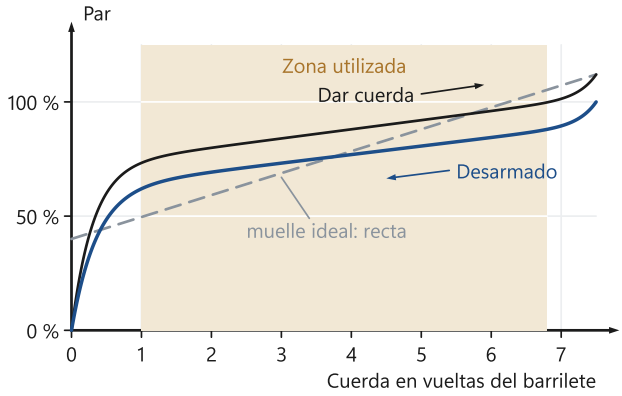


Fig. 3.6 Par en el barrilete al dar cuerda y al desarmarse (esquema de principio, no curva medida); 100 % es el par con el que empieza el desarme con la cuerda completa

La fig. 3.6 muestra la evolución en el barrilete. Al principio y al final el par cambia mucho; entre medias disminuye solo lentamente. Se aprovecha la parte plana. Al dar cuerda la curva está más alta que al desarmarse; la diferencia es el rozamiento entre las espiras. Los muelles en forma de S (fig. 3.8) están curvados, en estado libre, en sentido contrario a su posterior sentido de enrollado. Se solicitan de manera más uniforme a lo largo de toda su longitud y entregan un par más regular que los muelles de forma espiral simple.

Par máximo a partir de la tensión de flexión admisible

(3.11) MAESTRO

$$M_{\max} = \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6}$$

$M_{\max}$	Par máximo transmisible elásticamente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
σ_{zul}	Tensión de flexión admisible (límite de elasticidad del material del muelle)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina (ancho del muelle)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm

La lámina no soporta elásticamente más par: la fibra exterior alcanza la tensión admisible. La fracción $\frac{b \cdot s^2}{6}$ es el módulo resistente del rectángulo (capítulo 2).

Validez: sección rectangular, flexión pura. Por encima del límite de elasticidad, el muelle se deforma de forma permanente: se cansa.

EJEMPLO ¿Qué par transmite una lámina de 1,3 mm de altura y 0,12 mm de espesor con una tensión de flexión admisible de $2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$?

Datos: $\sigma_{\text{zul}} = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$; $b = 1{,}3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{\sigma_{\text{zul}} \cdot b \cdot s^2}{6} \\ &= \frac{2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}} \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}12\,\mathrm{mm})^2}{6} \\ &= 7{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Como máximo 7,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. El ejemplo anterior, con 6,72 $\mathrm{N \cdot mm}$, queda por debajo.

Materiales para muelles reales (valores orientativos)

Material	E en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$	σ_{zul} en $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
acero para muelles (acero al carbono, templado y revenido)	206 000 … 210 000	1 500 … 2 000
aleación de cobalto, níquel y cromo (por ejemplo Nivaflex)	200 000 … 225 000	2 200 … 2 800

Valores orientativos aproximados para estimaciones. La tensión admisible depende mucho de la aleación, el grado de laminado y el tratamiento térmico. Lo determinante son los datos del fabricante del muelle. El módulo de elasticidad y la resistencia a la tracción de otros materiales están en la sección 2.7.

Influencia del espesor de la lámina

(3.12) OFICIAL

$$M_2 = M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3$$

M_2	Par del muelle de sustitución	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_1	Par del muelle original	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
s_2	Espesor de la lámina del muelle de sustitución	mm
s_1	Espesor de la lámina del muelle original	mm

El par varía con la tercera potencia del espesor de la lámina. Una sola centésima de milímetro ya se nota claramente.

Validez: misma altura de lámina, misma longitud, mismo material, mismo ángulo de torsión.

Atención: Una lámina más gruesa llena más el barrilete y da menos vueltas. Por eso, con otro espesor de lámina, hay que recalcular también la longitud y las vueltas según la sección 3.1.

EJEMPLO En lugar de un muelle de 0,12 mm de espesor y 6,0 $\mathrm{N \cdot mm}$ se monta uno de 0,125 mm. ¿Qué par resulta?

Datos: $M_1 = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $s_2 = 0{,}125\,\mathrm{mm}$; $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 \cdot \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^3 \\ &= 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot \left(\frac{0{,}125\,\mathrm{mm}}{0{,}12\,\mathrm{mm}}\right)^3 \\ &\approx 6{,}8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Unos 6,8 $\mathrm{N \cdot mm}$. La lámina, solo 0,005 mm más gruesa, da un 13 % más de par.

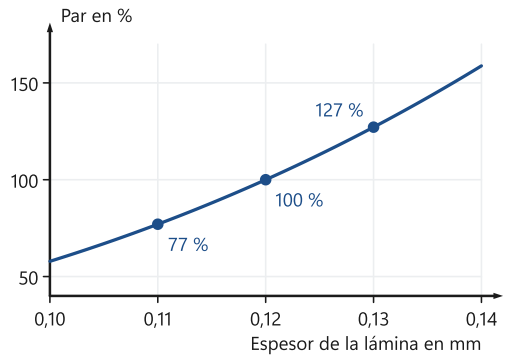


Fig. 3.7 El par crece con la tercera potencia del espesor de la lámina (100 % con $s = 0{,}12\,\mathrm{mm}$)

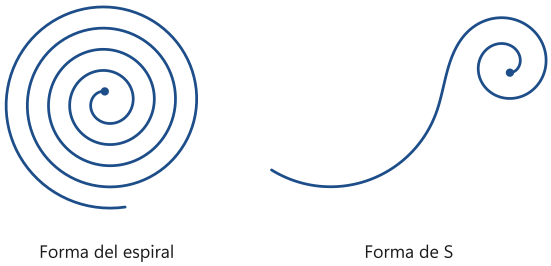


Fig. 3.8 Muelles reales libres: forma espiral simple y forma en S con contracurvatura

Muelle de sustitución de igual efecto

(3.13) OFICIAL

$$b_1 \cdot s_1^3 = b_2 \cdot s_2^3$$

DESPEJADA $\quad s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\dfrac{b_1}{b_2}}$

Si el muelle original no está disponible, una lámina algo más gruesa compensa una altura menor, y viceversa. El par se mantiene si se mantiene el producto de la altura por la tercera potencia del espesor.

Validez: misma longitud, mismo material. El muelle de sustitución no puede ser más alto de lo que permite el barrilete.

b_1	Altura de la lámina del muelle original	mm
s_1	Espesor de la lámina del muelle original	mm
b_2	Altura de la lámina del muelle de sustitución	mm
s_2	Espesor de la lámina del muelle de sustitución	mm

EJEMPLO El muelle original mide 1,50 mm × 0,12 mm. Solo hay disponible un muelle de 1,40 mm de altura. ¿Qué espesor de lámina da el mismo par?

Datos: $s_1 = 0{,}12\,\mathrm{mm}; \quad b_1 = 1{,}50\,\mathrm{mm}; \quad b_2 = 1{,}40\,\mathrm{mm}$

$$s_2 = s_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}}$$

$$= 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot \sqrt[3]{\frac{1{,}50\,\mathrm{mm}}{1{,}40\,\mathrm{mm}}}$$

$$\approx 0{,}1228\,\mathrm{mm}$$

Según el cálculo, casi 0,123 mm. De la lista se elige el espesor siguiente, aquí 0,125 mm, y se acepta algo más de par.

Energía almacenada del muelle ideal

(3.14) MAESTRO

$$W = \frac{M \cdot \varphi}{2}$$

Como el par aumenta uniformemente desde el estado libre, cuenta de media la mitad del par final. Vale $1\,\mathrm{N \cdot mm} = 1\,\mathrm{mJ}$.

Validez: muelle ideal con característica recta según la fórmula (3.10).

W	Trabajo (energía almacenada en el muelle, trabajo de tensado)	mJ
M	Par (del muelle)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
φ	Ángulo de torsión (respecto a la forma libre, en radianes)	rad

EJEMPLO El muelle del ejemplo de la fórmula (3.10) tiene, a 75,4 rad, un par de $6{,}72\,\mathrm{N \cdot mm}$.

Datos: $M = 6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm}; \quad \varphi = 75{,}4\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{M \cdot \varphi}{2} \\ &= \frac{6{,}72\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 75{,}4\,\mathrm{rad}}{2} \\ &\approx 253\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

El muelle almacena unos 253 mJ, es decir, 0,25 J. De ellos solo es aprovechable la parte que entrega el barrilete al desarmarse (fórmula 3.16).

Energía máxima almacenable

(3.15) AMPLIACIÓN

$$W_{\max} = \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E}$$

El producto $b \cdot s \cdot l$ es el volumen del muelle. La energía almacenable crece, por tanto, con el volumen del muelle y con $\sigma_{\mathrm{zul}}^2 : E$. Por eso el barrilete recibe en el movimiento todo el espacio posible, y por eso compensan los materiales con un límite de elasticidad alto.

Validez: muelle ideal, flexionado en toda su longitud hasta la tensión admisible. Límite superior; los muelles reales no lo alcanzan.

$W_{\max}$	Energía máxima almacenable elásticamente	mJ
σ_{zul}	Tensión de flexión admisible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$
b	Altura de la lámina (ancho del muelle)	mm
s	Espesor de la lámina (grosor del muelle)	mm
l	Longitud (del muelle real)	mm
E	Módulo de elasticidad (del material del muelle)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

EJEMPLO Muelle de 1,3 mm × 0,12 mm × 420 mm, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$, $E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$.

Datos: $\sigma_{\mathrm{zul}} = 2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}; \quad b = 1{,}3\,\mathrm{mm}; \quad s = 0{,}12\,\mathrm{mm}; \quad l = 420\,\mathrm{mm}; \quad E = 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}$

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \frac{\sigma_{\mathrm{zul}}^2 \cdot b \cdot s \cdot l}{6 \cdot E} \\ &= \frac{\left(2500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}\right)^2 \cdot 1{,}3\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}12\,\mathrm{mm} \cdot 420\,\mathrm{mm}}{6 \cdot 200\,000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm^2}}} \\ &\approx 341\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

Como máximo unos 0,34 J. Es la energía necesaria para elevar 35 g un metro.

Trabajo entregado al desarmarse

(3.16) OFICIAL

$$W = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}}$$

El trabajo es par por ángulo girado; en cada vuelta el barrilete gira 2π. El par medio se lee en la curva de desarme medida.

Validez: par promediado a lo largo del desarme.

W	Trabajo (entregado por el barrilete al desarmarse)	mJ
N	Vueltas (del barrilete)	1
M_{m}	Par medio a lo largo de esas vueltas	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EJEMPLO Un barrilete entrega de media $6{,}0\ \mathrm{N \cdot mm}$ a lo largo de 6,5 vueltas.

Datos: $N = 6{,}5$; $M_{\mathrm{m}} = 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot \pi \cdot N \cdot M_{\mathrm{m}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 6{,}5 \cdot 6{,}0\,\mathrm{N{\cdot}mm} \\ &\approx 245\,\mathrm{mJ} \end{aligned}$$

El movimiento recibe unos 245 mJ, casi un cuarto de julio para casi dos días de marcha.

Rendimiento del muelle real

(3.17) MAESTRO

$$\eta_{\mathrm{F}} = \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}}$$

El rozamiento entre las espiras y contra la pared consume una parte del trabajo de dar cuerda. Láminas limpias y la grasa adecuada en el barrilete mantienen baja la pérdida.

Validez: ambos trabajos medidos sobre las mismas vueltas.

η_{F}	Rendimiento del muelle en el barrilete	1
W_{ab}	Trabajo entregado al desarmarse (área bajo la curva de desarme)	mJ
W_{auf}	Trabajo empleado al dar cuerda (área bajo la curva de armado)	mJ

EJEMPLO El barrilete del ejemplo anterior entrega 245 mJ al desarmarse. Al dar cuerda se emplearon 288 mJ sobre las mismas vueltas.

Datos: $W_{\mathrm{ab}} = 245\,\mathrm{mJ}$; $W_{\mathrm{auf}} = 288\,\mathrm{mJ}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{F}} &= \frac{W_{\mathrm{ab}}}{W_{\mathrm{auf}}} \\ &= \frac{245\,\mathrm{mJ}}{288\,\mathrm{mJ}} \\ &= 0{,}85 \end{aligned}$$

El muelle devuelve el 85 % del trabajo de dar cuerda; el 15 % se pierde por rozamiento.

Regla: Doble altura de lámina, doble par. Doble espesor de lámina, par óctuple.

3.3 Autonomía

La autonomía es el tiempo que funciona el movimiento con una cuerda completa. Resulta de las vueltas del barrilete y del tiempo que dura una vuelta. La reserva de marcha es la parte de la autonomía que todavía le queda al movimiento. Como en el capítulo 4, el número de dientes de un piñón lleva una prima y el índice de su eje.

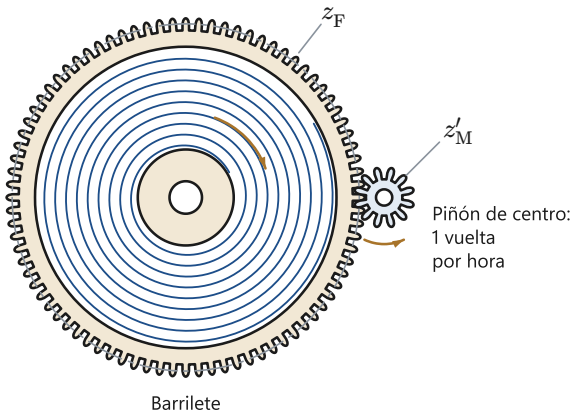


Fig. 3.9 El barrilete de z_F dientes acciona el piñón de centro de z'_M dientes

Período de revolución del barrilete

(3.18) OFICIAL

$$t_F = \frac{z_F}{z'_M} \cdot t_M$$

El barrilete engrana con el piñón de la rueda de centro, que da una vuelta por hora. Si el barrilete tiene siete veces más dientes que el piñón, una vuelta dura siete horas.

Validez: el barrilete engrana directamente con el piñón de una rueda que da una vuelta por hora. Si la rueda accionada gira de otro modo, introducir su período de revolución.

t_F	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h
z_F	Número de dientes del barrilete	1
z'_M	Número de dientes del piñón de centro	1
t_M	Período de revolución de la rueda de centro (1 h)	h

EJEMPLO Un barrilete de 84 dientes acciona un piñón de centro de 12 dientes.

Datos: $z_F = 84$; $z'_M = 12$; $t_M = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_F &= \frac{z_F}{z'_M} \cdot t_M \\ &= \frac{84}{12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 7\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

El barrilete necesita 7 horas por vuelta.

Autonomía a partir de las vueltas del barrilete

(3.19) OFICIAL

$$t_\mathrm{G} = N \cdot t_\mathrm{F}$$

DESPEJADA $$N = \frac{t_\mathrm{G}}{t_\mathrm{F}}$$

Con las vueltas que entrega realmente el barrilete se obtiene la autonomía. Despejada, la fórmula da las vueltas que necesita una autonomía exigida.

Validez: movimiento de marcha regular; vueltas desde la cuerda completa hasta la parada. Para la autonomía útil, contar solo las vueltas en las que el par basta para una amplitud suficiente.

t_G	Autonomía	h
N	Vueltas (del barrilete)	1
t_F	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h

Conviene saber: La reserva de marcha es la autonomía que queda tras un tiempo de funcionamiento determinado: vueltas restantes por período de revolución del barrilete.

EJEMPLO El barrilete del ejemplo anterior (7 h por vuelta) entrega 6,5 vueltas útiles.

Datos: $N = 6{,}5$; $t_\mathrm{F} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{G} &= N \cdot t_\mathrm{F} \\ &= 6{,}5 \cdot 7\,\mathrm{h} \\ &= 45{,}5\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

El reloj funciona 45,5 horas. Tras 24 horas quedan 21,5 horas de reserva de marcha.

Período de revolución del barrilete con rueda suplementaria

(3.20) OFICIAL

$$t_\mathrm{F} = \frac{z_\mathrm{F} \cdot z_\mathrm{B}}{z'_\mathrm{B} \cdot z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M}$$

Para autonomías largas, entre el barrilete y la rueda de centro hay una rueda suplementaria. En el numerador van las ruedas motrices; en el denominador, los piñones accionados.

Validez: el barrilete acciona el piñón de la rueda suplementaria, y esta el piñón de centro; la rueda de centro da una vuelta por hora.

t_F	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h
z_F	Número de dientes del barrilete	1
z_B	Número de dientes de la rueda suplementaria	1
z'_B	Número de dientes del piñón de la rueda suplementaria	1
z'_M	Número de dientes del piñón de centro	1
t_M	Período de revolución de la rueda de centro (1 h)	h

EJEMPLO Movimiento de ocho días: barrilete 84 dientes, piñón de la rueda suplementaria 12, rueda suplementaria 72, piñón de centro 12.

Datos: $z_\mathrm{F} = 84$; $z_\mathrm{B} = 72$; $z'_\mathrm{B} = 12$; $z'_\mathrm{M} = 12$; $t_\mathrm{M} = 1\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{F} &= \frac{z_\mathrm{F} \cdot z_\mathrm{B}}{z'_\mathrm{B} \cdot z'_\mathrm{M}} \cdot t_\mathrm{M} \\ &= \frac{84 \cdot 72}{12 \cdot 12} \cdot 1\,\mathrm{h} \\ &= 42\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Una vuelta dura 42 horas. Para ocho días, es decir, 192 horas, el movimiento necesita según la fórmula (3.19) unas 4,6 vueltas.

En el movimiento automático, el extremo exterior del muelle no está enganchado. Lleva una brida deslizante que se apoya a presión contra la pared del barrilete y patina en cuanto el muelle tiene la cuerda completa. Su par de deslizamiento fija el par máximo que el muelle entrega al movimiento. Si la brida patina demasiado pronto, el

muelle nunca se arma del todo y falta reserva de marcha. Si sujeta demasiado, el par es excesivo y el volante rebota.

3.4 accionamiento por peso

Un peso tira del tambor a través de un cable, una cuerda de tripa o una cadena. Su par se mantiene igual durante toda la autonomía; eso hace del accionamiento por peso el motor más regular. El precio es la altura de caída.

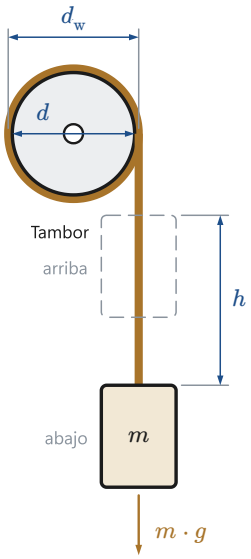


Fig. 3.10 Peso directamente en el cable ($k = 1$): diámetro efectivo d_w hasta el centro del cable, altura de caída h

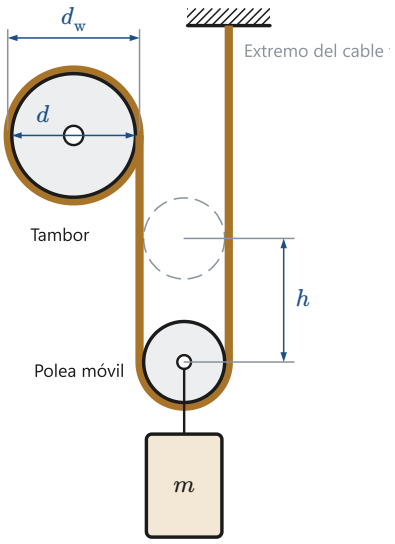


Fig. 3.11 Peso en polea móvil ($k = 2$): el cable se desenrolla el doble de lo que desciende el peso

Diámetro efectivo del tambor

(3.21) OFICIAL

$$d_w = d + d_S$$

La fuerza del cable actúa en el centro del cable. Por eso el brazo de palanca es la mitad del diámetro del tambor más la mitad del grosor del cable.

Validez: tambor liso, cable en una sola capa. En tambores con ranuras, medir el diámetro hasta el centro del cable.

d_w	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
d	Diámetro (del tambor)	mm
d_S	Grosor del cable o de la cuerda	mm

EJEMPLO Sobre un tambor de 36 mm de diámetro hay un cable de 1,5 mm de grosor.

Datos: $d = 36\,\mathrm{mm}$; $d_S = 1{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_w &= d + d_S \\ &= 36\,\mathrm{mm} + 1{,}5\,\mathrm{mm} \\ &= 37{,}5\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Se calcula con 37,5 mm.

Par en el tambor

(3.22) OFICIAL

$$M = \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k}$$

El peso actúa a la mitad del diámetro efectivo. Si el peso cuelga de una polea móvil, cada uno de los dos ramales soporta la mitad de la carga; del tambor tira, por tanto, solo la mitad del peso.

Validez: se desprecian el rozamiento de la polea y el peso del cable y de la polea.

M	Par (en el tambor)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
m	Masa (del peso)	kg
g	Aceleración de la gravedad ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
d_{w}	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
k	Número (de ramales portantes del cable: 1 sin polea, 2 con polea móvil)	1

EJEMPLO Un reloj de pie tiene un peso de 4 kg en una polea móvil; diámetro efectivo del tambor 37,5 mm.

Datos: $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} M &= \frac{m \cdot g \cdot d_{\mathrm{w}}}{2 \cdot k} \\ &= \frac{4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 2} \\ &\approx 368\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Unos $368\,\mathrm{N \cdot mm}$, es decir, $0{,}368\,\mathrm{N \cdot m}$, y por tanto unas cincuenta veces lo de un reloj de pulsera. Sin polea, el par sería el doble.

Altura de caída del peso

(3.23) OFICIAL

$$h = \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k}$$

En cada revolución, el tambor libera una circunferencia de cable. Con polea móvil, el cable se reparte en dos ramales y el peso desciende solo la mitad.

Validez: cable en una sola capa sobre el tambor.

h	Altura (altura de caída del peso)	mm
d_{w}	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
N_{W}	Revoluciones del tambor	1
k	Número (de ramales portantes del cable: 1 sin polea, 2 con polea móvil)	1

Conviene saber: Al espacio necesario en la caja se suman la altura del peso y, con polea móvil, la polea con su gancho.

EJEMPLO El tambor del reloj de pie (diámetro efectivo 37,5 mm, polea móvil) da 16 revoluciones en ocho días.

Datos: $d_{\mathrm{w}} = 37{,}5\,\mathrm{mm}$; $N_{\mathrm{W}} = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} h &= \frac{\pi \cdot d_{\mathrm{w}} \cdot N_{\mathrm{W}}}{k} \\ &= \frac{\pi \cdot 37{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 16}{2} \\ &\approx 942\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El peso desciende unos 94 cm en ocho días. Sin polea serían 1,88 m, más de lo que permite una caja habitual.

Autonomía a partir de la altura de caída

(3.24) OFICIAL

$$t_{\mathrm{G}} = \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}}$$

La fracción es el número de revoluciones del tambor que caben en la altura de caída. El período de revolución del tambor se deduce, como en el barrilete, de los números de dientes (fórmula 3.18).

Validez: cable en una sola capa. Como altura de caída solo cuenta el recorrido que el peso puede descender realmente, sin la altura del peso y de la polea.

t_{G}	Autonomía	h
k	Número (de ramales portantes del cable: 1 sin polea, 2 con polea móvil)	1
h	Altura (altura de caída del peso)	mm
d_{w}	Diámetro efectivo del tambor (hasta el centro del cable)	mm
t_{W}	Período de revolución del tambor	h

EJEMPLO En un regulador de pared, el peso puede descender 1100 mm. El tambor (diámetro efectivo 31 mm) da una vuelta en 12 horas. ¿Cuánto tiempo funciona el reloj con polea móvil?

Datos: $k = 2$; $h = 1100\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{w}} = 31\,\mathrm{mm}$; $t_{\mathrm{W}} = 12\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{G}} &= \frac{k \cdot h}{\pi \cdot d_{\mathrm{w}}} \cdot t_{\mathrm{W}} \\ &= \frac{2 \cdot 1100\,\mathrm{mm}}{\pi \cdot 31\,\mathrm{mm}} \cdot 12\,\mathrm{h} \\ &\approx 271\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

Unas 271 horas, es decir, algo más de 11 días. Sin polea serían solo 5,6 días; para un movimiento de ocho días, esta caja necesita por tanto la polea móvil.

Energía del peso

(3.25) OFICIAL

$$W = m \cdot g \cdot h$$

La energía solo depende de la masa y de la altura de caída del peso. Una polea móvil no cambia nada: la mitad de fuerza en el tambor, a cambio del doble de longitud de cable.

Validez: se desprecia el rozamiento de la polea.

W	Trabajo (entregado por el peso, energía potencial)	J
m	Masa (del peso)	kg
g	Aceleración de la gravedad ($9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (altura de caída del peso)	m

EJEMPLO El peso del reloj de pie (4 kg) desciende 0,942 m en ocho días.

Datos: $m = 4\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 0{,}942\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g \cdot h \\ &= 4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}942\,\mathrm{m} \\ &\approx 37{,}0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

El reloj de pie consume 37 J en ocho días. Al reloj de pulsera de la sección 3.2 le bastan 0,245 J para casi dos días.

Regla: La polea móvil reduce a la mitad la altura de caída y el par; la autonomía no cambia. Para el mismo par necesita el doble de peso.

3.5 Caracol y cadena

El caracol compensa el par decreciente del muelle real. Con el muelle armado, la cadena tira en el radio pequeño del caracol; con el muelle casi desarmado, en el grande. Así el par en la rueda del caracol se mantiene casi constante.

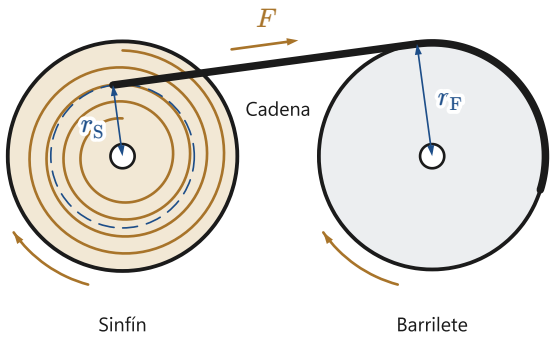


Fig. 3.12 Caracol y barrilete vistos desde arriba: la cadena tira con la fuerza F en el radio efectivo r_S

Par en el caracol

(3.26) AMPLIACIÓN

$$M_S = \frac{M_F \cdot r_S}{r_F}$$

DESPEJADA $\quad r_S = \dfrac{M_S \cdot r_F}{M_F}$

M_S	Par en el caracol	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M_F	Par del barrilete en el mismo instante	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
r_S	Radio efectivo del caracol en el punto donde se desenrolla la cadena	mm
r_F	Radio del barrilete (hasta el centro de la cadena)	mm

La cadena transmite la fuerza $F = M_F : r_F$ del barrilete al caracol; allí actúa en el radio r_S. Despejada, la fórmula da para cada estado de cuerda el radio con el que el caracol entrega el par exigido.

Validez: ambos radios medidos hasta el centro de la cadena; se desprecia el rozamiento de la cadena y de los pivotes.

EJEMPLO El barrilete de un reloj de bolsillo con caracol tiene 9 mm de radio. El caracol debe entregar un par constante de 32 $\mathrm{N \cdot mm}$. Con la cuerda completa, el muelle da 48 $\mathrm{N \cdot mm}$. ¿Qué radio necesita el caracol en ese punto?

Datos: $M_S = 32\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\quad r_F = 9\,\mathrm{mm}$; $\quad M_F = 48\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} r_S &= \frac{M_S \cdot r_F}{M_F} \\ &= \frac{32\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 9\,\mathrm{mm}}{48\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 6{,}0\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

6 mm en el extremo delgado del caracol. Cuando el muelle ha bajado a 32 $\mathrm{N \cdot mm}$, el radio debe ser de 9 mm.

3.6 Potencia del órgano motor

La potencia es energía por unidad de tiempo. Un reloj mecánico necesita muy poca: en el barrilete de un reloj de pulsera, de uno a pocos microvatios; en el tambor de un reloj de pie, algunas decenas de microvatios.

Potencia media

(3.27) OFICIAL

$$P = \frac{W}{t_G}$$

P	Potencia (del órgano motor)	μW
W	Trabajo (entregado durante la autonomía)	mJ
t_G	Autonomía	h

Para introducirla, convertir la autonomía en segundos: $1\,h = 3600\,s$. Entonces vale $1\,\frac{J}{s} = 1\,W$.

Validez: valor medio sobre toda la autonomía.

EJEMPLO El barrilete de la sección 3.2 entrega 245 mJ en 45,5 horas.

Datos: $W = 245\,mJ$; $t_G = 45{,}5\,h$

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{t_G} \\ &= \frac{245\,mJ}{45{,}5\,h} \\ &= \frac{0{,}245\,J}{163\,800\,s} \\ &\approx 1{,}5\,\mu W \end{aligned}$$

Unos 1,5 microvatios. Un diodo luminoso de 1 W necesita unas 700 000 veces más.

Potencia a partir del par y del período de revolución

(3.28) MAESTRO

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_U}$$

P	Potencia (del órgano motor)	μW
M	Par (en el eje motor: barrilete o tambor)	$N{\cdot}m$
t_U	Período de revolución del eje motor	h

La potencia es par por velocidad angular. El eje motor gira 2π una vez en cada período de revolución.

Validez: par constante en el intervalo considerado; introducir el período de revolución en segundos.

EJEMPLO En el tambor del reloj de pie actúan $0{,}368\,N \cdot m$; da una vuelta en 12 horas.

Datos: $M = 0{,}368\,N{\cdot}m$; $t_U = 12\,h$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{t_U} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,N{\cdot}m}{12\,h} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}368\,N{\cdot}m}{43\,200\,s} \\ &\approx 53{,}5\,\mu W \end{aligned}$$

Unos 54 microvatios, unas 36 veces más que en el reloj de pulsera. El mismo cálculo con $6\,N \cdot mm$ y 7 horas vuelve a dar 1,5 microvatios para el reloj de pulsera.

Potencia en el órgano regulador

(3.29) MAESTRO

$$P_{\mathrm{U}} = \eta \cdot P$$

P_{U}	Potencia que llega al volante o al péndulo	$\mu\mathrm{W}$
η	Rendimiento (del tren de engranajes y el escape juntos)	1
P	Potencia (del órgano motor)	$\mu\mathrm{W}$

En el camino a través del tren de engranajes y el escape se pierde la mayor parte de la potencia del órgano motor. El rendimiento total es el producto de los rendimientos individuales (capítulos 2 y 4).

Validez: marcha estabilizada con amplitud constante. El rendimiento de 0,3 del ejemplo es un valor orientativo aproximado para relojes pequeños con escape de áncora.

EJEMPLO Del barrilete salen 1,5 microvatios. El tren de engranajes y el escape tienen juntos un rendimiento de 0,3.

Datos: $\eta = 0{,}3$; $P = 1{,}5\,\mu\mathrm{W}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{U}} &= \eta \cdot P \\ &= 0{,}3 \cdot 1{,}5\,\mu\mathrm{W} \\ &= 0{,}45\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Al volante llega aproximadamente medio microvatio. Según el calibre y el número de alternancias, la potencia en el volante está entre algunas décimas y aproximadamente un microvatio.

3.7 Cuerda y puesta en hora

En la cuerda manual, la corona hace girar el árbol del barrilete a través del piñón de remontuar, la rueda de corona y el rochete. En el movimiento automático lo hace la masa oscilante, el rotor, mediante un tren de engranajes muy reductor. En la posición tirada, la corona acciona la minutería a través del piñón corredizo. En la cuerda, las ruedas pequeñas accionan a las grandes; se reduce la velocidad. Por eso se calcula, como en la minutería (sección 4.3), con la reducción: números de dientes de las ruedas accionadas divididos entre los de las motrices. Es la inversa de la relación de transmisión de la sección 4.1.

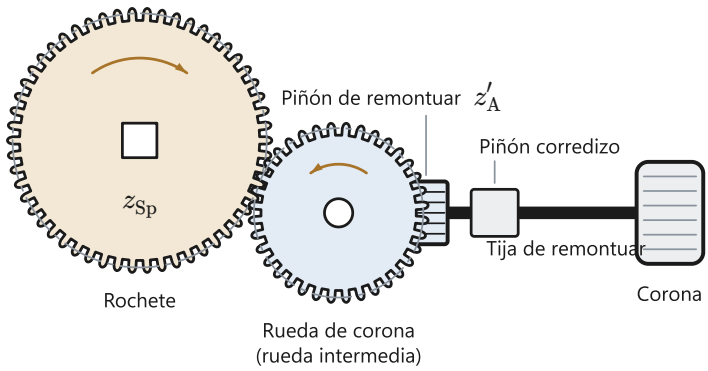


Fig. 3.13 Cuerda por corona vista desde arriba (esquema): el piñón de remontuar de z'_{A} dientes acciona a través de la rueda de corona el rochete de z_{Sp} dientes sobre el árbol del barrilete

Vueltas de corona para dar cuerda

(3.30) OFICIAL

$$N_{\mathrm{K}} = \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}}$$

DESPEJADA $$N = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{Sp}}}$$

N_{K}	Vueltas de la corona	1
N	Vueltas (que el árbol tensa el muelle)	1
z_{Sp}	Número de dientes del rochete	1
z'_{A}	Número de dientes del piñón de remontuar (en la tija de remontuar)	1

La rueda de corona está entre el piñón de remontuar y el rochete y es solo una rueda intermedia: su número de dientes no interviene en el cálculo. La reducción de la cuerda es el número de dientes del rochete dividido entre el del piñón de remontuar.

Validez: piñón de remontuar, rueda de corona y rochete en cadena; la rueda de corona engrana con ambos con el mismo dentado. Si el eje de la rueda de corona lleva dos ruedas distintas, esta etapa cuenta como en la fórmula (4.3).

Conviene saber: Cada vuelta de corona aporta tanta autonomía como resulta de dividir el período de revolución del barrilete entre la reducción. En el ejemplo, con 7 horas por vuelta, son casi 2 horas por vuelta de corona.

EJEMPLO El piñón de remontuar tiene 15 dientes, la rueda de corona 36 y el rochete 54. El muelle puede tensarse 6,5 vueltas. ¿Cuántas veces hay que girar la corona para dar cuerda completa?

Datos: $N = 6{,}5$; $z_{\mathrm{Sp}} = 54$; $z'_{\mathrm{A}} = 15$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{K}} &= \frac{N \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{6{,}5 \cdot 54}{15} \\ &= 23{,}4 \end{aligned}$$

23,4 vueltas completas. A mano se suelen girar medias vueltas, es decir, unos 47 giros. Los 36 dientes de la rueda de corona no influyen en el cálculo.

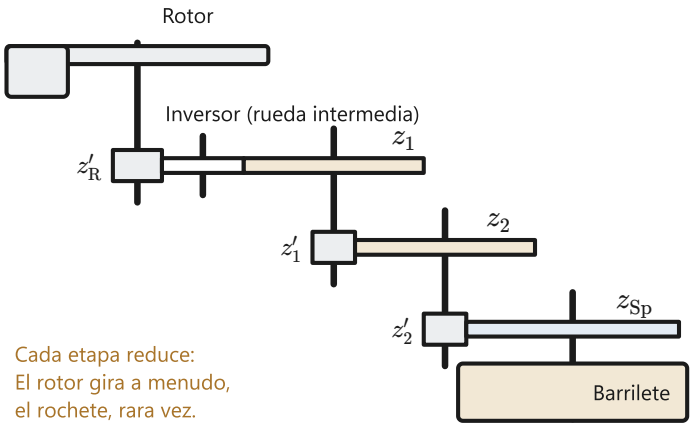


Fig. 3.14 Cuerda automática, desarrollada en vista lateral (esquema): piñón del rotor, inversor, dos etapas de reducción y rochete

Reducción de la cuerda automática

(3.31) MAESTRO

$$i_{\mathrm{R}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2}$$

El rotor tiene poco par, pero mucho recorrido. Por eso el tren reductor reduce mucho: en el numerador van las ruedas accionadas; en el denominador, los piñones motrices. Las ruedas del inversor que solo rectifican el sentido de giro y engranan con ambas vecinas con el mismo dentado son ruedas intermedias y no intervienen.

Validez: dos etapas de reducción entre el piñón del rotor y el rochete; con otro número de etapas, más o menos factores en consecuencia. Valor orientativo: la reducción suele estar entre 100 y 180.

i_{R}	Reducción de la cuerda automática (vueltas del rotor por vuelta del rochete)	1
z_1	Número de dientes de la primera rueda de reducción	1
z_2	Número de dientes de la segunda rueda de reducción	1
z_{Sp}	Número de dientes del rochete	1
z'_{R}	Número de dientes del piñón del rotor	1
z'_1	Número de dientes del piñón de la primera rueda de reducción	1
z'_2	Número de dientes del piñón de la segunda rueda de reducción	1

EJEMPLO El piñón del rotor tiene 24 dientes. La primera rueda de reducción tiene 66 dientes y un piñón de 8; la segunda, 64 dientes y un piñón de 10; el rochete, 70 dientes.

Datos: $z_1 = 66$; $z_2 = 64$; $z_{\mathrm{Sp}} = 70$; $z'_{\mathrm{R}} = 24$; $z'_1 = 8$; $z'_2 = 10$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{R}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_{\mathrm{Sp}}}{z'_{\mathrm{R}} \cdot z'_1 \cdot z'_2} \\ &= \frac{66 \cdot 64 \cdot 70}{24 \cdot 8 \cdot 10} \\ &= 154 \end{aligned}$$

El rotor gira 154 veces hasta que el rochete ha dado una vuelta y ha tensado el muelle una vuelta.

Vueltas del rotor para una reserva de marcha

(3.32) MAESTRO

$$N_{\mathrm{R}} = \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}}$$

Una vuelta del rochete cuesta i_{R} vueltas del rotor y aporta tantas horas de marcha como necesita el barrilete para una vuelta. Con 24 horas, la fórmula da la necesidad diaria: las veces que debe girar el rotor al día para que el movimiento mantenga su estado de cuerda.

Validez: valor mínimo sin pérdidas: no se cuenta el recorrido muerto del inversor al cambiar de sentido, y la brida deslizante no patina. En la cuerda unidireccional solo cuentan las vueltas en el sentido de la cuerda.

N_{R}	Vueltas del rotor (en el sentido de la cuerda)	1
i_{R}	Reducción de la cuerda automática (vueltas del rotor por vuelta del rochete)	1
t_{R}	Reserva de marcha (que se quiere acumular)	h
t_{F}	Período de revolución del barrilete (tiempo de una vuelta)	h

Conviene saber: Al llevarlo puesto suelen sumarse más vueltas de las necesarias; el excedente se pierde porque la brida deslizante patina (sección 3.3). Si un reloj automático se para aunque se lleve puesto, o bien el movimiento no basta para la necesidad diaria, o bien la cuerda pierde recorrido, por ejemplo por ruedas del inversor con aceite resinificado.

EJEMPLO El movimiento del ejemplo anterior tiene un barrilete que da una vuelta en 7 horas. ¿Cuántas vueltas del rotor necesita para 24 horas de marcha?

Datos: $i_{\mathrm{R}} = 154$; $t_{\mathrm{R}} = 24\,\mathrm{h}$; $t_{\mathrm{F}} = 7\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{R}} &= \frac{i_{\mathrm{R}} \cdot t_{\mathrm{R}}}{t_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{154 \cdot 24\,\mathrm{h}}{7\,\mathrm{h}} \\ &= 528 \end{aligned}$$

528 vueltas al día, es decir, 22 por hora de marcha. Para 42 horas de reserva de marcha partiendo de la parada son 924 vueltas.

Puesta en hora: recorrido de la aguja de minutos

(3.33) OFICIAL

$$N_{\mathrm{M}} = \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}}$$

N_{M}	Vueltas de la aguja de minutos	1
N_{K}	Vueltas de la corona	1
z'_{K}	Número de dientes del piñón corredizo (dentado para la puesta en hora)	1
z_{V}	Número de dientes del cañón de minutos	1

En la posición de puesta en hora, el piñón corredizo engrana con la rueda de transmisión. Esta acciona, a través de la rueda de minutería, el cañón de minutos con la aguja de minutos. La rueda de transmisión y la rueda de minutería son aquí ruedas intermedias. Una vuelta de la aguja de minutos son 60 minutos de recorrido de aguja.

Validez: la rueda de transmisión, otras ruedas intermedias y la rueda de minutería engranan cada una con sus dos vecinas con el mismo dentado. La aguja de horas sigue a través de la minutería en la relación de 12 a 1 (sección 4.3).

EJEMPLO El piñón corredizo tiene 9 dientes para la puesta en hora; el cañón de minutos, 12. ¿Cuánto avanza la aguja de minutos con una vuelta de corona?

Datos: $N_{\mathrm{K}} = 1; \quad z'_{\mathrm{K}} = 9; \quad z_{\mathrm{V}} = 12$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{M}} &= \frac{N_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{K}}}{z_{\mathrm{V}}} \\ &= \frac{1 \cdot 9}{12} \\ &= 0{,}75 \end{aligned}$$

Tres cuartos de vuelta, es decir, 45 minutos de recorrido de aguja por vuelta de corona.

Regla: La rueda de corona, la rueda de transmisión y la rueda de minutería son aquí solo ruedas intermedias. Cuentan la primera rueda motriz y la última rueda accionada.

4 Tren de engranajes y dentado

El tren de engranajes transmite la fuerza del órgano motor al escape y, al hacerlo, cuenta las oscilaciones del órgano regulador: sus relaciones de transmisión determinan a qué velocidad gira cada eje y qué número de alternancias corresponde a un movimiento. Por eso el cálculo de un movimiento desconocido empieza contando los dientes.

Las secciones 4.1 a 4.3 calculan con números de dientes; la sección 4.4, con las medidas del dentado. La sonería, el calendario y las fases lunares siguen las mismas reglas; al final se trata el rozamiento en el tren de engranajes. El símbolo k designa, según la fórmula, el suplemento de cabeza o un número; lo determinante es la tabla de magnitudes de la fórmula.

4.1 Relación de transmisión

Una rueda acciona un piñón: es el elemento básico de todo tren de engranajes. Los piñones son ruedas dentadas pequeñas, casi siempre de 6 a 16 dientes, fijadas en el eje de la rueda siguiente.

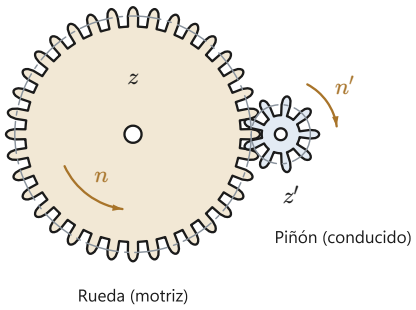


Fig. 4.1 La rueda acciona el piñón: el piñón gira más deprisa en la proporción de la relación de transmisión y en sentido contrario

Relación de transmisión de un engrane

(4.1) OFICIAL

$$i = \frac{z}{z'}$$

La relación de transmisión indica cuántas vueltas da el piñón mientras la rueda da una. En este capítulo, z es el número de dientes de una rueda y z' el de un piñón; un índice indica el eje.

Validez: la rueda acciona el piñón, como en el tren de rodaje y en la sonería: se multiplica la velocidad. Donde un piñón acciona una rueda (minutería, cuerda), se reduce la velocidad; entonces se calcula con la reducción, el número de dientes de la rueda accionada dividido entre el del piñón motriz, fórmula (4.11).

i	Relación de transmisión (mayor que 1 significa: multiplicación de velocidad)	1
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO La rueda de centro tiene 80 dientes y acciona el piñón intermedio de 10 dientes.

Datos: $z = 80$; $z' = 10$

$$\begin{aligned} i &= \frac{z}{z'} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

El piñón intermedio da ocho vueltas mientras la rueda de centro da una.

Velocidad de giro del piñón

(4.2) OFICIAL

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'}$$

En el engrane pasan tantos dientes por un lado como por el otro: $z \cdot n = z' \cdot n'$. Por eso el piñón gira más deprisa que la rueda en la proporción de la relación de transmisión.

n'	Velocidad de giro del piñón accionado	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
n	Velocidad de giro (de la rueda motriz)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO La rueda de centro (80 dientes) da una vuelta por hora. ¿A qué velocidad gira el piñón intermedio de 10 dientes?

Datos: $n = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}}$; $z = 80$; $z' = 10$

$$n' = \frac{n \cdot z}{z'} = \frac{1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80}{10} = 8\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

El piñón y la rueda intermedia dan ocho vueltas por hora; una vuelta dura 7,5 min.

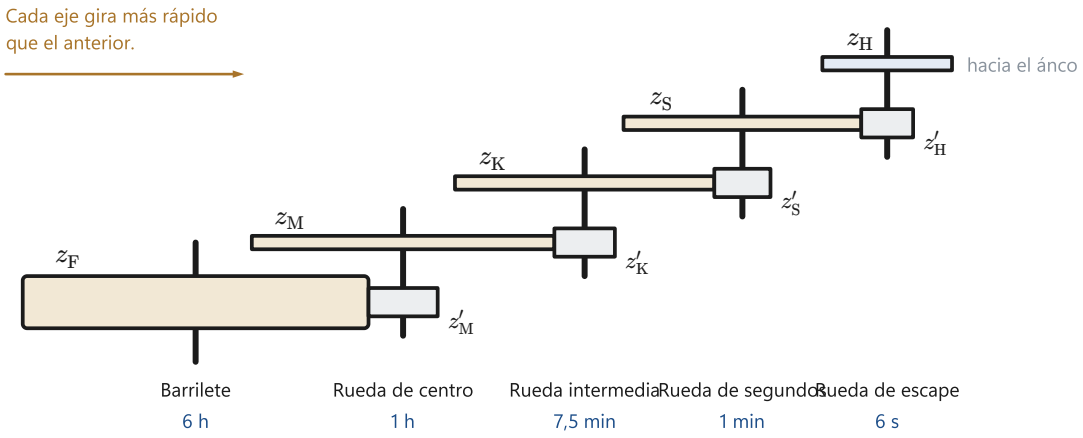


Fig. 4.2 Tren de engranajes de un reloj pequeño, desarrollado en vista lateral. Debajo, los períodos de revolución para los números de dientes 72 : 12, 80 : 10, 75 : 10 y 80 : 8

Relación de transmisión total

(4.3) OFICIAL

$$i_{\text{ges}} = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3}$$

Si hay varios engranes en serie, las relaciones de transmisión individuales se multiplican: producto de los números de dientes de todas las ruedas motrices entre el producto de todos los piñones accionados. Con más o menos engranes, la fracción se alarga o se acorta en consecuencia.

i_{ges}	Relación de transmisión total (del primer al último eje)	1
z_1	Número de dientes de la primera rueda motriz	1
z_2	Número de dientes de la segunda rueda motriz	1
z_3	Número de dientes de la tercera rueda motriz	1
z'_1	Número de dientes del primer piñón accionado	1
z'_2	Número de dientes del segundo piñón accionado	1
z'_3	Número de dientes del tercer piñón accionado	1

Conviene saber: Una rueda intermedia, que es accionada y acciona con los mismos dientes, aparece una vez en el numerador y otra en el denominador. No cambia la relación de transmisión, solo el sentido de giro.

EJEMPLO Un movimiento de reloj de bolsillo tiene una rueda de centro de 80 dientes, una rueda intermedia de 75 y una rueda de segundos de 80; el piñón intermedio y el piñón de segundos tienen 10 dientes cada uno, y el piñón de escape 8.

Datos: $z_1 = 80;\quad z_2 = 75;\quad z_3 = 80;\quad z'_1 = 10;\quad z'_2 = 10;\quad z'_3 = 8$

$$\begin{aligned} i_{\text{ges}} &= \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z'_1 \cdot z'_2 \cdot z'_3} \\ &= \frac{80 \cdot 75 \cdot 80}{10 \cdot 10 \cdot 8} \\ &= 600 \end{aligned}$$

La rueda de escape da 600 vueltas mientras la rueda de centro da una. Las relaciones individuales son 8, 7,5 y 10.

Período de revolución

(4.4) OFICIAL

$$t'_{\text{U}} = \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z}$$

El período de revolución es la inversa de la velocidad de giro. De eje a eje se acorta en la proporción de la relación de transmisión. En la fig. 4.2 los períodos de revolución figuran bajo los ejes.

t'_{U}	Período de revolución del piñón (tiempo de una vuelta)	s
t_{U}	Período de revolución de la rueda motriz	s
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO La rueda de segundos (80 dientes) da una vuelta en 60 s y acciona el piñón de escape de 8 dientes.

Datos: $t_{\text{U}} = 60\,\text{s};\quad z' = 8;\quad z = 80$

$$\begin{aligned} t'_{\text{U}} &= \frac{t_{\text{U}} \cdot z'}{z} \\ &= \frac{60\,\text{s} \cdot 8}{80} \\ &= 6\,\text{s} \end{aligned}$$

La rueda de escape necesita 6 s por vuelta.

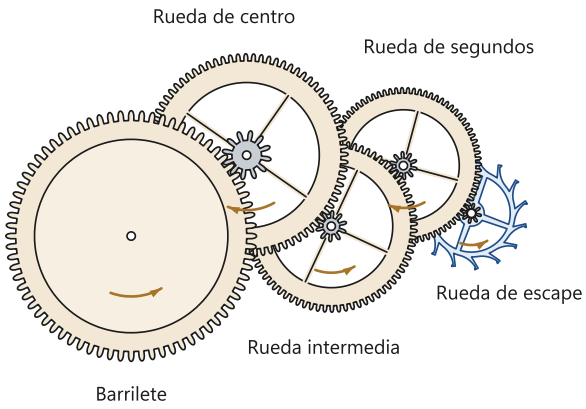


Fig. 4.3 El mismo tren de engranajes visto desde arriba: cada eje gira en sentido contrario al anterior

Regla: Cada engrane invierte el sentido de giro. Tras un número par de engranes, el último eje gira como el primero; tras uno impar, en sentido contrario.

Par en el piñón

(4.5) OFICIAL

$$M' = \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z}$$

Lo que el tren de engranajes gana en velocidad de giro lo pierde en par. El rozamiento en los flancos de los dientes y en los cojinetes resta además una parte.

Validez: giro uniforme. El par fluctúa algo durante el engrane de un diente; la fórmula da el valor medio.

M'	Par en el eje del piñón accionado	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
M	Par (en el eje de la rueda motriz)	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η	Rendimiento (por engrane; valor orientativo 0,90 a 0,95; sin rozamiento, 1)	1
z	Número de dientes (de la rueda motriz)	1
z'	Número de dientes del piñón (accionado)	1

EJEMPLO Un barrilete de 72 dientes entrega 8 N·mm y acciona el piñón de centro de 12 dientes. El engrane tiene un rendimiento de 0,95.

Datos: $M = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta = 0{,}95$; $z' = 12$; $z = 72$

$$\begin{aligned} M' &= \frac{M \cdot \eta \cdot z'}{z} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}95 \cdot 12}{72} \\ &\approx 1{,}27\,\mathrm{N{\cdot}mm} \end{aligned}$$

Al eje de la rueda de centro llegan 1,27 N·mm. Sin rozamiento serían 1,33 N·mm.

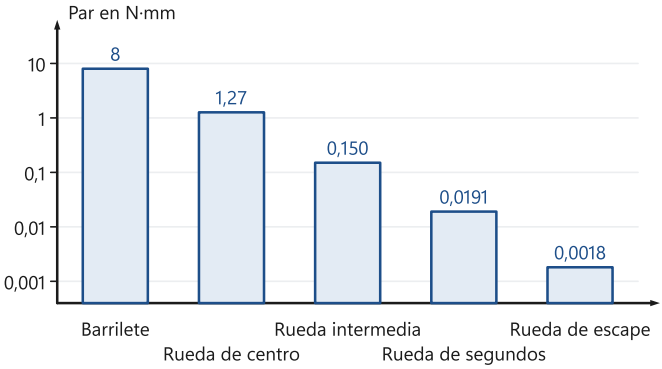


Fig. 4.4 Par en los ejes del tren de engranajes de la fig. 4.2 con 8 N·mm en el barrilete y $\eta = 0{,}95$ por engrane

4.2 Cálculo del tren de rodaje

El tren de rodaje une la rueda de centro, que da una vuelta por hora, con la rueda de escape. Su relación de transmisión y el número de dientes de la rueda de escape fijan cuántas semioscilaciones por hora debe hacer el órgano regulador para que las agujas marchen correctamente.

Con estas fórmulas se determina el número de alternancias de un movimiento desconocido, la longitud de un péndulo que falta (capítulo 6) y el número de dientes de una rueda o un piñón que faltan.

Número de alternancias a partir del tren de engranajes

(4.6) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M}$$

Cada diente de la rueda de escape hace que el órgano regulador dé dos semioscilaciones: una en la entrada y otra en la salida. Por cada vuelta de la rueda de escape son $2 \cdot z_\mathrm{H}$ alternancias.

Validez: todos los escapes habituales; i según la fórmula (4.3). La rueda de centro da una vuelta por hora; si el cálculo parte de otro eje, se introduce la velocidad de giro de este.

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Número de dientes de la rueda de escape	1
i	Relación de transmisión (de la rueda de centro a la rueda de escape)	1
n_M	Velocidad de giro de la rueda de centro (una vuelta por hora)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$

EJEMPLO Un regulador tiene una rueda de centro de 80 dientes y una rueda intermedia de 75, dos piñones de 10 dientes cada uno y una rueda de escape de 30 dientes. La relación de transmisión de la rueda de centro a la rueda de escape es $8 \cdot 7{,}5 = 60$.

Datos: $z_\mathrm{H} = 30$; $\quad i = 60$; $\quad n_\mathrm{M} = 1\ \frac{1}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot i \cdot n_\mathrm{M} \\ &= 2 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 1\ \tfrac{1}{\mathrm{h}} \\ &= 3600\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

3600 alternancias por hora son 60 por minuto. A este movimiento le corresponde un péndulo de segundos de 994 mm de longitud (capítulo 6).

Número de alternancias del reloj pequeño a partir de los números de dientes

(4.7) OFICIAL

$$n_{\mathrm{h}} = \frac{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}} \cdot z_{\mathrm{S}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}} \cdot z'_{\mathrm{H}}}$$

En el numerador van las ruedas motrices; en el denominador, los piñones accionados. Cada piñón lleva el índice del eje en que está montado (fig. 4.2).

Validez: tren de engranajes con tres engranes entre la rueda de centro y la rueda de escape. Con otra construcción, adaptar la fracción según la fórmula (4.3).

n_{h}	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Número de dientes de la rueda de escape	1
n_{M}	Velocidad de giro de la rueda de centro (una vuelta por hora)	$\frac{1}{\mathrm{h}}$
z_{M}	Número de dientes de la rueda de centro	1
z_{K}	Número de dientes de la rueda intermedia	1
z_{S}	Número de dientes de la rueda de segundos	1
z'_{K}	Número de dientes del piñón intermedio	1
z'_{S}	Número de dientes del piñón de segundos	1
z'_{H}	Número de dientes del piñón de escape	1

Conviene saber: Si falta una rueda o un piñón, se despeja la fórmula para su número de dientes. El resultado debe ser un número entero; si no, se ha contado mal un número de dientes o se ha supuesto mal el número de alternancias.

EJEMPLO Se han contado: rueda de centro 80, rueda intermedia 75, rueda de segundos 84 y rueda de escape 20 dientes; piñón intermedio 10, piñón de segundos 10 y piñón de escape 7 dientes.

Datos: $z_{\mathrm{H}} = 20;\quad n_{\mathrm{M}} = 1\,\frac{1}{\mathrm{h}};\quad z_{\mathrm{M}} = 80;\quad z_{\mathrm{K}} = 75;\quad z_{\mathrm{S}} = 84;\quad z'_{\mathrm{K}} = 10;\quad z'_{\mathrm{S}} = 10;\quad z'_{\mathrm{H}} = 7$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{h}} &= \frac{2 \cdot z_{\mathrm{H}} \cdot n_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}} \cdot z_{\mathrm{S}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}} \cdot z'_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{2 \cdot 20 \cdot 1\,\frac{1}{\mathrm{h}} \cdot 80 \cdot 75 \cdot 84}{10 \cdot 10 \cdot 7} \\ &= 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

El movimiento da 28 800 semioscilaciones por hora; el volante oscila a 4 Hz.

Velocidad de giro de la rueda de escape

(4.8) OFICIAL

$$n_{\mathrm{H}} = \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}}$$

Así se obtiene la velocidad de giro que el tren de engranajes debe dar a la rueda de escape. Más dientes en la rueda de escape significa que el tren de engranajes puede girar más despacio.

n_{H}	Velocidad de giro de la rueda de escape	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{h}	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_{H}	Número de dientes de la rueda de escape	1

EJEMPLO ¿A qué velocidad gira una rueda de escape de 20 dientes a 28 800 A/h?

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z_{\mathrm{H}} = 20$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{H}} &= \frac{n_{\mathrm{h}}}{2 \cdot z_{\mathrm{H}}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 20} \\ &= 12\ \frac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Doce vueltas por minuto; una vuelta dura 5 s. Una rueda de escape de 15 dientes necesitaría, con el mismo número de alternancias, 16 vueltas por minuto.

Los relojes pequeños de hasta 21 600 A/h tienen casi siempre una rueda de escape de 15 dientes; los movimientos de 28 800 A/h y más, a menudo una de 20 dientes. En los relojes grandes el margen va de unos 15 a 40 dientes. Si el segundero está en el eje de la rueda de escape y el péndulo bate segundos, la rueda de escape tiene 30 dientes.

Condición para la rueda de segundos

(4.9) OFICIAL

$$\frac{z_{\mathrm{M}} \cdot z_{\mathrm{K}}}{z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}} = 60$$

DESPEJADA $z_{\mathrm{K}} = \dfrac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}}$

Si el eje de la rueda de segundos lleva el segundero, debe girar 60 veces más deprisa que la rueda de centro. Lo habitual es el reparto $8 \cdot 7{,}5$.

Validez: movimientos cuya rueda de segundos da una vuelta por minuto (segundero pequeño o rueda de segundos central).

z_{M}	Número de dientes de la rueda de centro	1
z_{K}	Número de dientes de la rueda intermedia	1
z'_{K}	Número de dientes del piñón intermedio	1
z'_{S}	Número de dientes del piñón de segundos	1

EJEMPLO En un movimiento falta la rueda intermedia. La rueda de centro tiene 80 dientes; el piñón intermedio y el piñón de segundos, 10 dientes cada uno.

Datos: $z'_{\mathrm{K}} = 10$; $z'_{\mathrm{S}} = 10$; $z_{\mathrm{M}} = 80$

$$\begin{aligned} z_{\mathrm{K}} &= \frac{60 \cdot z'_{\mathrm{K}} \cdot z'_{\mathrm{S}}}{z_{\mathrm{M}}} \\ &= \frac{60 \cdot 10 \cdot 10}{80} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La rueda intermedia que falta tiene 75 dientes. El módulo lo da la distancia entre centros, fórmula (4.16).

Número de alternancias a partir del último engrane

(4.10) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = \frac{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S} \cdot z_\mathrm{S}}{z'_\mathrm{H}}$$

DESPEJADA $z_\mathrm{S} = \dfrac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}}$

Si la rueda de segundos da una vuelta por minuto, basta el último engrane para comprobar el número de alternancias o calcular una rueda de segundos que falte.

Validez: la rueda de segundos da una vuelta por minuto.

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z_H	Número de dientes de la rueda de escape	1
n_S	Velocidad de giro de la rueda de segundos (una vuelta por minuto)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
z_S	Número de dientes de la rueda de segundos	1
z'_H	Número de dientes del piñón de escape	1

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 A/h tiene una rueda de escape de 20 dientes y un piñón de escape de 7 dientes. Falta la rueda de segundos.

Datos: $n_\mathrm{h} = 28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z'_\mathrm{H} = 7$; $z_\mathrm{H} = 20$; $n_\mathrm{S} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} z_\mathrm{S} &= \frac{n_\mathrm{h} \cdot z'_\mathrm{H}}{2 \cdot z_\mathrm{H} \cdot n_\mathrm{S}} \\ &= \frac{28\,800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 7}{2 \cdot 20 \cdot 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La rueda de segundos debe tener 84 dientes.

Juegos de números de dientes para relojes pequeños (ejemplos calculados, la rueda de segundos da una vuelta por minuto)

Número de alternancias en A/h	Rueda de centro : piñón intermedio	Rueda intermedia : piñón de segundos	Rueda de segundos : piñón de escape	Rueda de escape	Relación de transmisión
18 000	80 : 10	75 : 10	80 : 8	15	600
18 000	64 : 8	60 : 8	70 : 7	15	600
21 600	80 : 10	75 : 10	72 : 6	15	720
21 600	64 : 8	60 : 8	84 : 7	15	720
28 800	80 : 10	75 : 10	84 : 7	20	720
36 000	80 : 10	75 : 10	90 : 6	20	900

Los juegos están calculados con la fórmula (4.7) y muestran cómo resulta el número de alternancias de los números de dientes. Los calibres reales difieren; lo determinante son siempre los dientes contados.

Regla: Número de alternancias igual a dos veces los dientes de la rueda de escape por la relación de transmisión de la rueda de centro a la rueda de escape. Ruedas motrices en el numerador, piñones accionados en el denominador.

4.3 Minutería

La minutería está bajo la esfera y deriva el giro de la aguja de horas del de la aguja de minutos. El cañón de minutos está montado a fricción sobre el eje de la rueda de centro para poder poner las agujas en hora.

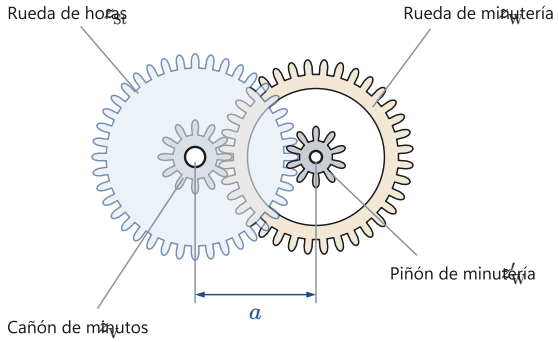


Fig. 4.5 Minutería vista desde arriba: ambos engranes tienen la misma distancia entre centros a

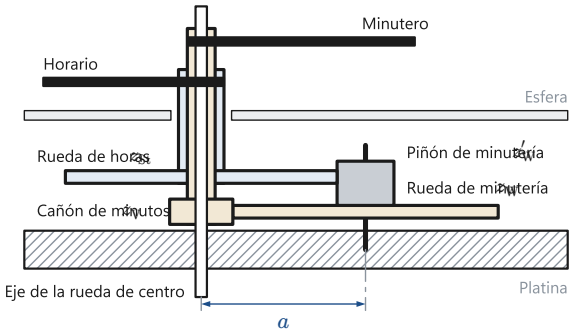


Fig. 4.6 Minutería en corte (esquema): la rueda de horas gira libre sobre el cañón de minutos

Reducción de la minutería

(4.11) OFICIAL

$$\frac{z_W \cdot z_{St}}{z_V \cdot z'_W} = 12$$

DESPEJADA $$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W}$$

El cañón de minutos lleva la aguja de minutos y da una vuelta por hora; la rueda de horas, una vuelta en 12 horas. Como aquí los piñones son los motrices, las ruedas accionadas van en el numerador: la minutería reduce 12 a 1.

Validez: indicación de 12 horas por vuelta de la aguja de horas. Tras dos engranes, la rueda de horas gira en el mismo sentido que el cañón de minutos.

z_W	Número de dientes de la rueda de minutería	1
z_{St}	Número de dientes de la rueda de horas	1
z_V	Número de dientes del cañón de minutos (acciona la rueda de minutería)	1
z'_W	Número de dientes del piñón de minutería (acciona la rueda de horas)	1

EJEMPLO En una minutería falta la rueda de horas. El cañón de minutos tiene 14 dientes, la rueda de minutería 42 y el piñón de minutería 12.

Datos: $z_V = 14$; $z'_W = 12$; $z_W = 42$

$$z_{St} = \frac{12 \cdot z_V \cdot z'_W}{z_W} = \frac{12 \cdot 14 \cdot 12}{42} = 48$$

La rueda de horas tiene 48 dientes. La reducción se reparte en 3 en el primer engrane y 4 en el segundo.

Indicación de 24 horas

(4.12) MAESTRO

$$z_{24} = 2 \cdot z_{\mathrm{A}}$$

z_{24}	Número de dientes de la rueda de 24 horas	1
z_{A}	Número de dientes de la rueda motriz montada en el cañón de horas	1

La aguja de 24 horas gira a la mitad de velocidad que la aguja de horas. Una rueda intermedia no cambia la reducción, pero hace que la aguja gire en sentido horario. La misma reducción de 2 a 1 acciona la rueda de mando de la fecha, que salta una vez al día (sección 4.6).

Validez: accionamiento desde la rueda de horas. Calculada desde el cañón de minutos, la reducción es de 24 a 1.

EJEMPLO En el cañón de horas hay una rueda de 24 dientes que acciona la rueda de 24 horas a través de una rueda intermedia.

Datos: $z_{\mathrm{A}} = 24$

$$\begin{aligned} z_{24} &= 2 \cdot z_{\mathrm{A}} \\ &= 2 \cdot 24 \\ &= 48 \end{aligned}$$

La rueda de 24 horas necesita 48 dientes. El número de dientes de la rueda intermedia se elige libremente.

Igual distancia entre centros en la minutería

(4.13) MAESTRO

$$m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}}) = m_2 \cdot (z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}})$$

DESPEJADA $\quad m_2 = \dfrac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}}$

m_1	Módulo del engrane cañón de minutos y rueda de minutería	mm
z_{V}	Número de dientes del cañón de minutos (acciona la rueda de minutería)	1
z_{W}	Número de dientes de la rueda de minutería	1
m_2	Módulo del engrane piñón de minutería y rueda de horas	mm
z'_{W}	Número de dientes del piñón de minutería (acciona la rueda de horas)	1
z_{St}	Número de dientes de la rueda de horas	1

El cañón de minutos y la rueda de horas giran alrededor del mismo eje, y también la rueda de minutería y su piñón. Por eso ambos engranes tienen la misma distancia entre centros según la fórmula (4.16). Si las sumas de números de dientes son distintas, también deben serlo los módulos.

EJEMPLO Una minutería tiene cañón de minutos de 12, rueda de minutería de 36, piñón de minutería de 10 y rueda de horas de 40 dientes. El primer engrane tiene un módulo de 0,25 mm.

Datos: $m_1 = 0{,}25\,\mathrm{mm}; \quad z_{\mathrm{V}} = 12; \quad z_{\mathrm{W}} = 36; \quad z'_{\mathrm{W}} = 10; \quad z_{\mathrm{St}} = 40$

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{m_1 \cdot (z_{\mathrm{V}} + z_{\mathrm{W}})}{z'_{\mathrm{W}} + z_{\mathrm{St}}} \\ &= \frac{0{,}25\,\mathrm{mm} \cdot (12 + 36)}{10 + 40} \\ &= 0{,}24\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El segundo engrane necesita un módulo de 0,24 mm. Con los números de dientes 10 y 30 y 8 y 32, ambos engranes podrían tener el mismo módulo.

4.4 Geometría del dentado

Todas las medidas de un dentado dependen del módulo. Con el módulo y el número de dientes quedan fijados el círculo primitivo, la distancia entre centros y el tamaño del diente; la forma del diente determina después el

círculo de cabeza y el círculo de pie.

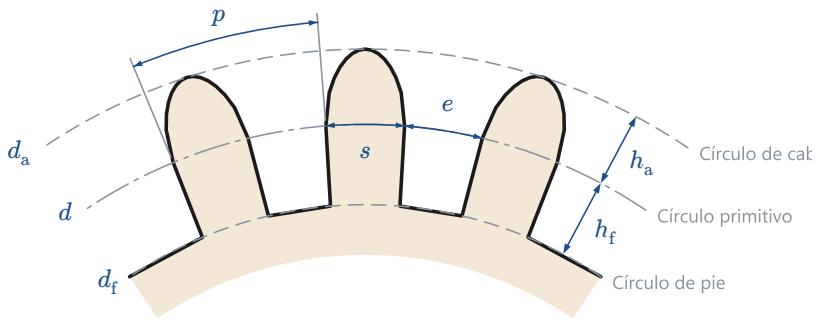


Fig. 4.7 Medidas de la rueda dentada: círculo de cabeza d_a, círculo primitivo d, círculo de pie d_f, paso p, espesor del diente s, hueco e, altura de cabeza h_a y altura de pie h_f

Paso y módulo

(4.14) OFICIAL

$$p = \pi \cdot m$$

DESPEJADA $m = \dfrac{p}{\pi}$

El módulo es el paso dividido entre π. Es la medida del tamaño del diente: solo encajan rueda y piñón del mismo módulo.

p	Paso (distancia de diente a diente, como arco sobre el círculo primitivo)	mm
m	Módulo	mm

EJEMPLO ¿Cuál es el paso con módulo 0,2 mm?

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} p &= \pi \cdot m \\ &= \pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm} \\ &\approx 0{,}628\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

De diente a diente hay 0,628 mm sobre el círculo primitivo; el diente y el hueco tienen, por tanto, unos 0,3 mm de ancho cada uno.

Diámetro primitivo

(4.15) OFICIAL

$$d = m \cdot z$$

DESPEJADA $m = \dfrac{d}{z}$

El círculo primitivo es el círculo imaginario sobre el que la rueda y el piñón ruedan uno sobre otro como dos ruedas de fricción lisas.

d	Diámetro primitivo	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes	1

EJEMPLO Una rueda tiene 80 dientes y módulo 0,2 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}; \quad z = 80$

$$\begin{aligned} d &= m \cdot z \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot 80 \\ &= 16\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El círculo primitivo mide 16 mm. En la rueda terminada no se ve; solo puede medirse el círculo de cabeza.

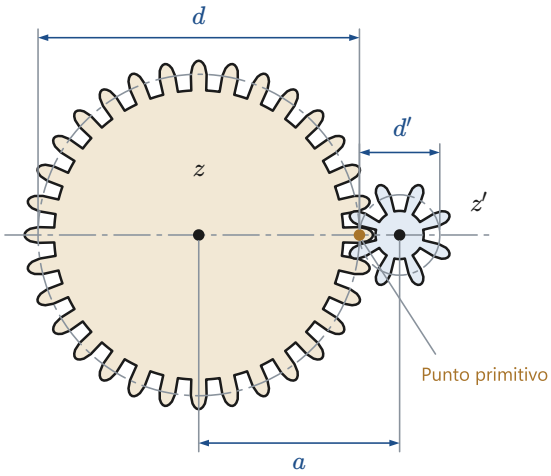


Fig. 4.8 Engrane: los círculos primitivos d y d' se tocan en el punto primitivo

distancia entre centros

(4.16) OFICIAL

$$a = \frac{m \cdot (z + z')}{2}$$

DESPEJADA $\quad m = \dfrac{2 \cdot a}{z + z'}$

a	distancia entre centros	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
z'	Número de dientes del piñón	1

Los círculos primitivos se tocan en el punto primitivo. La distancia entre centros es la suma de los dos radios primitivos. Despejada, la fórmula da el módulo a partir de la distancia entre centros medida.

Validez: dentado exterior con la profundidad de engrane correctamente ajustada.

EJEMPLO Entre dos cojinetes se miden 8,5 mm de distancia entre centros. La rueda tiene 75 dientes; el piñón, 10.

Datos: $a = 8{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 75; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} m &= \frac{2 \cdot a}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\mathrm{mm}}{75 + 10} \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El engrane tiene módulo 0,2 mm.

Círculo primitivo a partir de la distancia entre centros

(4.17) MAESTRO

$$d = \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'}$$

La distancia entre centros se reparte entre la rueda y el piñón en la proporción de los números de dientes. Para el piñón, z' va en el numerador.

d	Diámetro primitivo (de la rueda)	mm
a	distancia entre centros	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
z'	Número de dientes del piñón	1

EJEMPLO Distancia entre centros 8,5 mm, rueda de 75 dientes, piñón de 10 dientes.

Datos: $a = 8{,}5\,\mathrm{mm}; \quad z = 75; \quad z' = 10$

$$\begin{aligned} d &= \frac{2 \cdot a \cdot z}{z + z'} \\ &= \frac{2 \cdot 8{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 75}{75 + 10} \\ &= 15\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El círculo primitivo de la rueda mide 15 mm; para el piñón quedan 2 mm.

Dentado relojero. En el tren de rodaje la rueda acciona el piñón, con una fuerza lo más uniforme posible y poco rozamiento. Para ello se ha impuesto el dentado cicloidal, hoy realizado casi siempre como dentado de arcos de círculo según las normas de la industria relojera: el diente de la rueda lleva sobre el círculo primitivo una ojiva; el diente del piñón tiene flancos rectos que convergen hacia el centro y una cabeza redondeada u ojival. Las alturas de cabeza dependen de los números de dientes. Las fórmulas siguientes las resumen en un suplemento al número de dientes.

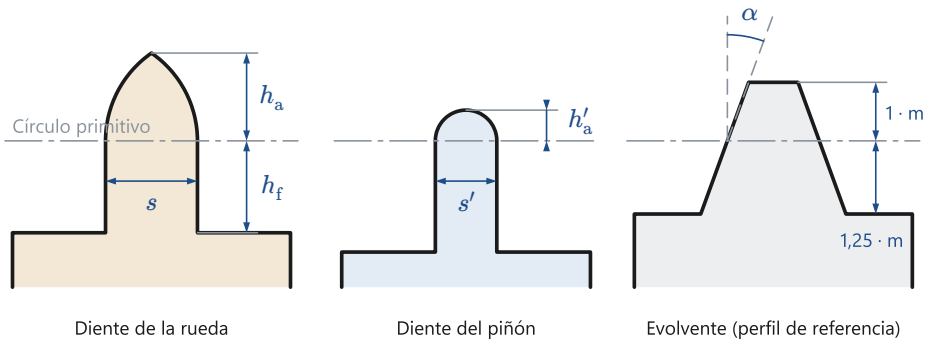


Fig. 4.9 Formas de diente, dibujadas sobre un círculo primitivo recto: diente de rueda ojival, diente de piñón con cabeza semicircular, perfil de referencia del dentado de evolvente con $\alpha = 20°$

Círculo de cabeza de la rueda

(4.18) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$d_a \approx m \cdot (z + k)$$

El círculo de cabeza es el diámetro exterior de la rueda y la única medida que se mide con facilidad. La altura de cabeza es $h_a = \frac{k}{2} \cdot m$.

Validez: dentado relojero, la rueda acciona el piñón. k de la tabla; sin tabla se calcula con $k \approx 3$, y en los ejercicios de curso también con $k \approx \pi$.

d_a	Diámetro de cabeza (de la rueda)	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
k	Suplemento de cabeza (de la rueda: doble altura de cabeza, medida en módulos)	1

EJEMPLO Una rueda de 80 dientes y módulo 0,2 mm engrana con un piñón de 10 dientes; según la tabla, $k = 3{,}19$.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z = 80$; $k = 3{,}19$

$$\begin{aligned} d_a &\approx m \cdot (z + k) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 + 3{,}19) \\ &\approx 16{,}64\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La rueda se tornea a 16,64 mm de círculo de cabeza; el círculo primitivo queda 0,32 mm por debajo de las puntas de los dientes.

Suplemento de cabeza k de la rueda, resumen (redondeado, para relaciones de transmisión de 6 a 10)

Número de dientes del piñón	6	7	8	10	12
Suplemento de cabeza k	2,6	2,8	2,9	3,2	3,4

Cuantos más dientes tiene el piñón, más alta es la ojiva del diente de la rueda. Los valores exactos dependen también del número de dientes de la rueda; figuran en la tabla siguiente.

Suplemento de cabeza k de la rueda según los números de dientes de rueda y piñón (valores de tabla del dentado relojero, dentado cicloidal)

Número de dientes z de la rueda	Piñón $z' = 6$	$z' = 7$	$z' = 8$	$z' = 9$	$z' = 10$	$z' = 12$	$z' = 15$
20	2,53	2,65	2,76	2,86	2,95	3,10	3,24
24	2,56	2,68	2,79	2,90	2,99	3,14	3,31
25	2,57	2,69	2,80	2,91	3,00	3,15	3,33
28	2,57	2,71	2,82	2,93	3,03	3,18	3,38
30	2,58	2,71	2,83	2,94	3,04	3,20	3,40
32	2,59	2,72	2,84	2,95	3,06	3,22	3,43
35	2,60	2,73	2,85	2,96	3,07	3,25	3,46
36	2,60	2,73	2,85	2,96	3,08	3,26	3,47
40	2,60	2,74	2,86	2,98	3,10	3,29	3,51
42	2,61	2,74	2,87	2,98	3,10	3,30	3,53
45	2,61	2,74	2,88	3,00	3,12	3,32	3,55
48	2,62	2,75	2,88	3,00	3,12	3,33	3,56
50	2,62	2,75	2,89	3,01	3,12	3,33	3,57
54	2,62	2,75	2,89	3,01	3,13	3,35	3,59
56	2,62	2,76	2,90	3,02	3,13	3,35	3,60
60	2,63	2,76	2,90	3,02	3,14	3,36	3,61
64	2,63	2,77	2,91	3,03	3,15	3,37	3,62
70	2,63	2,77	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
72	2,64	2,78	2,92	3,05	3,17	3,39	3,64
75	2,64	2,78	2,93	3,06	3,18	3,40	3,65
80	2,64	2,79	2,93	3,07	3,19	3,41	3,66
84	2,64	2,79	2,93	3,07	3,20	3,42	3,67
90	2,65	2,80	2,94	3,08	3,21	3,44	3,69
96	2,65	2,80	2,94	3,09	3,22	3,45	3,70
100	2,66	2,81	2,95	3,10	3,23	3,46	3,71
110	2,66	2,81	2,96	3,11	3,24	3,47	3,73
120	2,67	2,82	2,97	3,12	3,25	3,49	3,75
140	2,68	2,84	2,99	3,13	3,27	3,51	3,78
150	2,69	2,84	3,00	3,14	3,28	3,52	3,80
160	2,69	2,85	3,01	3,15	3,29	3,52	3,81
180	2,70	2,86	3,01	3,15	3,30	3,53	3,83
200	2,71	2,87	3,02	3,16	3,31	3,55	3,85

Con estos valores se calculan los ejercicios de curso y de examen. Para números de dientes entre filas se toma la fila más próxima; de una fila a otra, k cambia solo unas centésimas. La altura de cabeza del diente de la rueda es $h_{\mathrm{a}} = \frac{k}{2} \cdot m$. Los valores corresponden al diente ojival del dentado cicloidal: su flanco se genera cuando un círculo de la mitad del diámetro del círculo primitivo del piñón rueda por fuera sobre el círculo primitivo de la rueda (epicicloide). Recalculados, los valores de la tabla quedan en torno al 95 % de la altura a la que los dos flancos se unen en punta, si el diente tiene medio paso de espesor sobre el círculo primitivo. Para la fabricación valen las normas de dentado de la industria relojera (NHS, NIHS). Según la norma y el perfil dan valores algo distintos de esta tabla, en el dentado de la rueda de unas centésimas a pocas décimas; quien fabrica una rueda calcula, por tanto, con la hoja de la norma.

Módulo a partir del círculo de cabeza medido

(4.19) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$m \approx \frac{d_a}{z + k}$$

El camino habitual hacia la rueda o el piñón que faltan: contar los dientes de la pieza compañera existente, medir el círculo de cabeza y calcular el módulo. Contrastar el resultado con la distancia entre centros según la fórmula (4.16).

Validez: como la fórmula (4.18). Para un piñón existente vale la fórmula (4.20) de forma análoga.

m	Módulo	mm
d_a	Diámetro de cabeza (de la rueda)	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1
k	Suplemento de cabeza (de la rueda: doble altura de cabeza, medida en módulos)	1

EJEMPLO A una rueda le falta el piñón. La rueda tiene 64 dientes y 10,06 mm de círculo de cabeza; debe accionar un piñón de 8 dientes, por tanto $k = 2{,}9$.

Datos: $d_a = 10{,}06\,\text{mm}$; $z = 64$; $k = 2{,}9$

$$\begin{aligned} m &\approx \frac{d_a}{z + k} \\ &= \frac{10{,}06\,\text{mm}}{64 + 2{,}9} \\ &\approx 0{,}150\,\text{mm} \end{aligned}$$

El módulo es 0,15 mm. El piñón que falta tiene así 1,2 mm de círculo primitivo, y la distancia entre centros es de 5,4 mm.

Círculo de cabeza del piñón

(4.20) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$d'_a \approx m \cdot (z' + k')$$

En el tren de rodaje, la cabeza del piñón solo trabaja poco antes de la línea de centros. Por eso es baja; con cabeza semicircular, la altura de cabeza es igual a la mitad del espesor del diente. En general, la altura de cabeza es $h'_a = \frac{k'}{2} \cdot m$.

Validez: dentado relojero, el piñón es accionado. k' de las dos tablas.

d'_a	Diámetro de cabeza del piñón	mm
m	Módulo	mm
z'	Número de dientes del piñón	1
k'	Suplemento de cabeza del piñón (tabla)	1

EJEMPLO Un piñón de 8 dientes y módulo 0,15 mm lleva cabezas semicirculares; del espesor del diente resulta $k' = 1{,}05$.

Datos: $m = 0{,}15\,\text{mm}$; $z' = 8$; $k' = 1{,}05$

$$\begin{aligned} d'_a &\approx m \cdot (z' + k') \\ &= 0{,}15\,\text{mm} \cdot (8 + 1{,}05) \\ &\approx 1{,}36\,\text{mm} \end{aligned}$$

El piñón tiene 1,36 mm de diámetro exterior con 1,2 mm de círculo primitivo. Con el valor de tabla redondeado $k' = 1{,}0$ resultan 1,35 mm.

Diente de piñón del dentado relojero: espesor del diente y suplemento de cabeza calculado a partir de él (valores orientativos)

Número de dientes del piñón	Espesor del diente s'	Suplemento de cabeza k' con cabeza semicircular
6 a 10	aproximadamente un tercio del paso, $1{,}05 \cdot m$	1,05
desde 11	aproximadamente dos quintos del paso, $1{,}25 \cdot m$	1,25

Con cabeza semicircular, la altura de cabeza es la mitad del espesor del diente; de ello resultan estos valores. El límite entre 10 y 11 dientes sigue la norma de dentado de la industria relojera.

Suplemento de cabeza k' del piñón según la forma de la cabeza (valores de tabla redondeados de los ejercicios de curso y de examen)

Forma de la cabeza del diente del piñón	Piñón de 6 a 10 dientes	Piñón desde 11 dientes
semicircular (redondeada)	1,0	1,2
ojival (apuntada)	1,5	1,8

Los valores para cabeza semicircular son los valores 1,05 y 1,25 de la tabla anterior, redondeados. La diferencia cambia el círculo de cabeza solo en $0{,}05 \cdot m$, con módulo 0,2 mm, por tanto, en 0,01 mm. El límite está, como en la norma de dentado de la industria relojera, entre 10 y 11 dientes: hasta 10 dientes el diente del piñón debe ser delgado para que el diente de la rueda tenga sitio en el hueco. Algunos materiales de curso incluyen ya el piñón de 10 dientes en el segundo grupo; en el examen vale el valor que indique el ejercicio o su tabla. Las cabezas ojivales son más altas; según el perfil llegan hasta aproximadamente $k' = 2$.

Círculo de pie de la rueda

(4.21) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$d_\mathrm{f} \approx m \cdot (z - \pi)$$

d_f	Diámetro de pie (de la rueda)	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes (de la rueda)	1

La altura de pie del diente de la rueda es aproximadamente medio paso, $h_\mathrm{f} \approx \frac{\pi}{2} \cdot m$. Así la cabeza del piñón pasa libremente por el hueco.

Validez: valor orientativo del dentado relojero. La profundidad de pie de la rueda no es crítica mientras la cabeza del piñón no toque fondo.

EJEMPLO Rueda de 80 dientes, módulo 0,2 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}; \quad z = 80$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z - \pi) \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (80 - \pi) \\ &\approx 15{,}37\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El fondo de los dientes está en un diámetro de 15,37 mm. La altura total del diente es así de unos 0,63 mm.

Círculo de pie del piñón (valor orientativo)

(4.22) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$d'_\mathrm{f} \approx m \cdot (z' - 4)$$

d'_f	Diámetro de pie del piñón (diámetro de núcleo)	mm
m	Módulo	mm
z'	Número de dientes del piñón	1

La altura de pie del diente del piñón es de unos $2 \cdot m$. Basta para cualquier cabeza de rueda de la tabla: la más alta mide $1{,}93 \cdot m$; las habituales, entre $1{,}3 \cdot m$ y $1{,}7 \cdot m$. El resto es juego de cabeza.

Validez: valor orientativo del dentado relojero para ejercicios de curso y de examen. La fórmula siguiente calcula con más precisión, con el suplemento de cabeza de la rueda conjugada.

EJEMPLO Un piñón de 12 dientes tiene módulo 0,31 mm. ¿Cuál es su círculo de pie?

Datos: $m = 0{,}31\,\mathrm{mm}; \quad z' = 12$

$$\begin{aligned} d'_\mathrm{f} &\approx m \cdot (z' - 4) \\ &= 0{,}31\,\mathrm{mm} \cdot (12 - 4) \\ &= 2{,}48\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

2,48 mm, con 3,72 mm de círculo primitivo.

Círculo de pie del piñón

(4.23) AMPLIACIÓN

$$d'_{\mathrm{f}} = m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c$$

El hueco del piñón debe alojar la cabeza del diente de la rueda y dejar además holgura por debajo: altura de pie del piñón igual a altura de cabeza de la rueda más juego de cabeza.

d'_{f}	Diámetro de pie del piñón (diámetro de núcleo)	mm
m	Módulo	mm
z'	Número de dientes del piñón	1
k	Suplemento de cabeza (de la rueda conjugada)	1
c	Juego de cabeza entre la cabeza de la rueda y el fondo del piñón (valor orientativo $0{,}4 \cdot m$)	mm

EJEMPLO Piñón de 10 dientes, módulo 0,2 mm, rueda conjugada con $k = 3{,}2$, juego de cabeza 0,08 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$; $z' = 10$; $k = 3{,}2$; $c = 0{,}08\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d'_{\mathrm{f}} &= m \cdot (z' - k) - 2 \cdot c \\ &= 0{,}2\,\mathrm{mm} \cdot (10 - 3{,}2) - 2 \cdot 0{,}08\,\mathrm{mm} \\ &= 1{,}20\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El núcleo del piñón mide 1,2 mm con 2 mm de círculo primitivo. Sin juego de cabeza serían 1,36 mm; con esta medida, el diente de la rueda ya tocaría el fondo.

Espesor del diente de la rueda

(4.24) OFICIAL

$$s = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

El diente y el hueco se reparten el paso: $p = s + e$. En la rueda ambos son iguales; el espesor del diente es, por tanto, la mitad del paso.

Validez: rueda del dentado relojero (valor orientativo). Los dientes del piñón son más delgados, véase la tabla de la fórmula (4.20).

s	Espesor del diente (de la rueda, sobre el círculo primitivo)	mm
m	Módulo	mm

EJEMPLO Módulo 0,2 mm.

Datos: $m = 0{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\pi \cdot m}{2} \\ &= \frac{\pi \cdot 0{,}2\,\mathrm{mm}}{2} \\ &\approx 0{,}314\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El diente y el hueco de la rueda tienen cada uno 0,314 mm de ancho sobre el círculo primitivo.

Juego entre flancos

(4.25) MAESTRO

$$j = p - s - s'$$

El diente del piñón es más estrecho que el hueco de la rueda. La diferencia es el juego entre flancos. Deja espacio para aceite, suciedad y errores de división y de concentricidad.

Validez: medición sobre el círculo primitivo con la distancia entre centros correcta.

j	Juego entre flancos sobre el círculo primitivo	mm
p	Paso (distancia de diente a diente, como arco sobre el círculo primitivo)	mm
s	Espesor del diente (de la rueda, sobre el círculo primitivo)	mm
s'	Espesor del diente del piñón sobre el círculo primitivo	mm

EJEMPLO Módulo 0,2 mm: paso 0,628 mm, espesor del diente de la rueda 0,314 mm, del piñón de 8 dientes 0,209 mm.

Datos: $p = 0{,}628\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}314\,\mathrm{mm}$; $s' = 0{,}209\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} j &= p - s - s' \\ &= 0{,}628\,\mathrm{mm} - 0{,}314\,\mathrm{mm} - 0{,}209\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}105\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Entre los flancos quedan unos 0,1 mm de holgura, un sexto del paso.

Profundidad de engrane. Si los ejes están demasiado juntos, los círculos primitivos se cortan: el engrane es demasiado profundo, los dientes se empujan entre sí, el movimiento va duro y, en el peor caso, se bloquea. Si están demasiado separados, el engrane es demasiado superficial: conducen las puntas de los dientes, la fuerza se transmite de forma irregular y el engrane cae de forma audible. Se comprueba con el compás de engranajes o palpando el juego de los dientes; se corrige mediante la distancia entre centros o con un piñón adecuado.

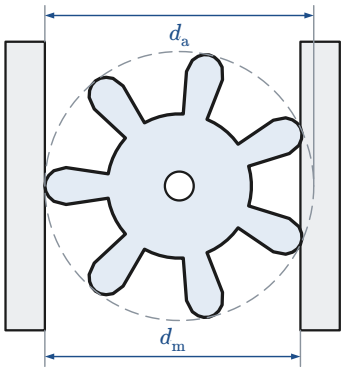


Fig. 4.10 Número de dientes impar: la medida d_m es menor que el círculo de cabeza d_a

Medir el círculo de cabeza con número de dientes impar

(4.26) MAESTRO

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)}$$

d_a	Diámetro de cabeza	mm
d_m	Medida entre las superficies de medición	mm
z	Número de dientes (impar)	1

Con número de dientes impar, a cada diente se le opone un hueco. Una superficie de medición apoya en una punta de diente y la otra en dos. Por eso la medida es menor que el círculo de cabeza.

Validez: número de dientes impar; superficies de medición planas, paralelas y más anchas que un paso. Con número de dientes par, el círculo de cabeza se mide directamente.

EJEMPLO Un piñón de 7 dientes mide 1,62 mm entre las bocas del pie de rey.

Datos: $d_m = 1{,}62\,\text{mm}; \quad z = 7$

$$d_a = \frac{d_m}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{z}\right)} = \frac{1{,}62\,\text{mm}}{\cos^2\left(\frac{90^\circ}{7}\right)} \approx 1{,}70\,\text{mm}$$

El círculo de cabeza es 0,08 mm mayor que la medida. Con 15 dientes la diferencia es todavía de un 1 %; a partir de unos 60 dientes, menos del 0,1 %.

Dentado de evolvente. El dentado de la construcción de maquinaria aparece en el reloj donde se reduce la velocidad o cambia la dirección de la fuerza: en la cuerda, en la puesta en hora, en el tren automático y en los mecanismos de calendario. Sus flancos son evolventes, es decir, curvas que describe un hilo al desenrollarse del círculo base. Este dentado tolera pequeños errores de la distancia entre centros: el giro se sigue transmitiendo de forma uniforme. El paso, el círculo primitivo y la distancia entre centros se calculan como antes.

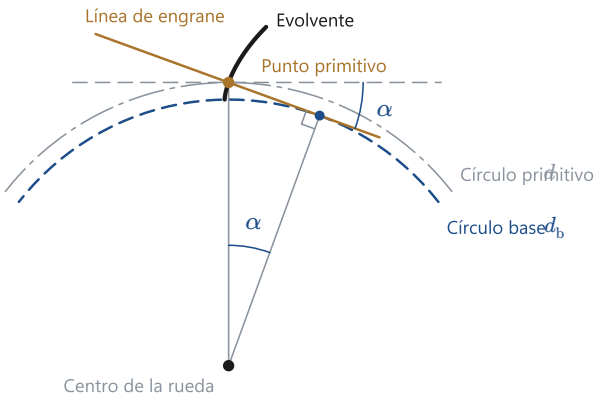


Fig. 4.11 Dentado de evolvente: la línea de engrane es tangente al círculo base y está inclinada el ángulo de presión α

Círculo de cabeza del dentado de evolvente

(4.27) MAESTRO

$$d_a = m \cdot (z + 2)$$

DESPEJADA $m = \dfrac{d_a}{z + 2}$

d_a	Diámetro de cabeza	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes	1

La altura de cabeza es igual al módulo. Despejada, la fórmula da el módulo de una rueda de evolvente a partir del círculo de cabeza y del número de dientes.

Validez: dentado normal sin desplazamiento de perfil, ángulo de presión 20°, altura de cabeza $1 \cdot m$.

EJEMPLO Una rueda de 24 dientes y módulo 0,5 mm.

Datos: $m = 0{,}5\,\text{mm}$; $z = 24$

$$\begin{aligned} d_a &= m \cdot (z + 2) \\ &= 0{,}5\,\text{mm} \cdot (24 + 2) \\ &= 13\,\text{mm} \end{aligned}$$

Círculo de cabeza 13 mm con 12 mm de círculo primitivo.

Círculo de pie del dentado de evolvente

(4.28) MAESTRO

$$d_f = m \cdot (z - 2{,}5)$$

d_f	Diámetro de pie	mm
m	Módulo	mm
z	Número de dientes	1

La altura de pie es 1,25 veces el módulo: altura de cabeza de la rueda conjugada más $0{,}25 \cdot m$ de juego de cabeza.

Validez: dentado normal sin desplazamiento de perfil. En mecánica de precisión son habituales también alturas de pie mayores; entonces, en lugar de 2,5 figura el doble del factor de altura de pie.

EJEMPLO La misma rueda: 24 dientes, módulo 0,5 mm.

Datos: $m = 0{,}5\,\text{mm}$; $z = 24$

$$\begin{aligned} d_f &= m \cdot (z - 2{,}5) \\ &= 0{,}5\,\text{mm} \cdot (24 - 2{,}5) \\ &= 10{,}75\,\text{mm} \end{aligned}$$

Círculo de pie 10,75 mm; la altura del diente es $2{,}25 \cdot m$, es decir, 1,125 mm.

Círculo base

(4.29) AMPLIACIÓN

$$d_b = d \cdot \cos\alpha$$

d_b	Diámetro del círculo base	mm
d	Diámetro primitivo	mm
α	Ángulo de presión (normalizado 20°)	°

La evolvente se desenrolla a partir del círculo base. Los dientes se tocan siempre sobre la línea de engrane, que es tangente a ambos círculos base y está inclinada el ángulo de presión respecto a la tangente común de los círculos primitivos.

EJEMPLO Círculo primitivo 12 mm, ángulo de presión 20°.

Datos: $d = 12\,\text{mm}$; $\alpha = 20°$

$$\begin{aligned} d_b &= d \cdot \cos\alpha \\ &= 12\,\text{mm} \cdot \cos(20°) \\ &\approx 11{,}28\,\text{mm} \end{aligned}$$

El círculo base queda 0,36 mm por debajo del círculo primitivo. Por debajo del círculo base no hay evolvente.

4.5 Sonería

La sonería es un tren propio con motor, tren de engranajes y volante de aletas. El tren de rodaje la dispara; un contador determina el número de golpes: la rueda contadora o la cremallera.

Suma de los golpes de las horas

(4.30) MAESTRO

$$N = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

N	Número (de golpes para las horas 1 a k)	1
k	Última hora tocada	1

Los golpes de las horas 1 + 2 + 3, y así sucesivamente, se suman según la fórmula de la suma.

EJEMPLO ¿Cuántos golpes se dan de la 1 a las 12?

Datos: $k = 12$

$$\begin{aligned} N &= \frac{k \cdot (k+1)}{2} \\ &= \frac{12 \cdot (12+1)}{2} \\ &= 78 \end{aligned}$$

78 golpes en 12 horas, 156 al día.

Golpes por día

(4.31) MAESTRO

$$N_{\mathrm{d}} = 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b)$$

N_{d}	Golpes en 24 horas	1
N_{12}	Golpes de las horas en 12 horas (78)	1
b	Golpes en cada media hora (0 o 1)	1

El golpe de la media hora añade 12 golpes en 12 horas.

Validez: toque de horas con un golpe como máximo a la media hora. Las sonerías de cuartos tienen un tren propio y se calculan por separado.

EJEMPLO Una sonería toca las horas y da un golpe en cada media hora.

Datos: $N_{12} = 78; \quad b = 1$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{d}} &= 2 \cdot (N_{12} + 12 \cdot b) \\ &= 2 \cdot (78 + 12 \cdot 1) \\ &= 180 \end{aligned}$$

180 golpes al día: 90 en 12 horas en lugar de 78.

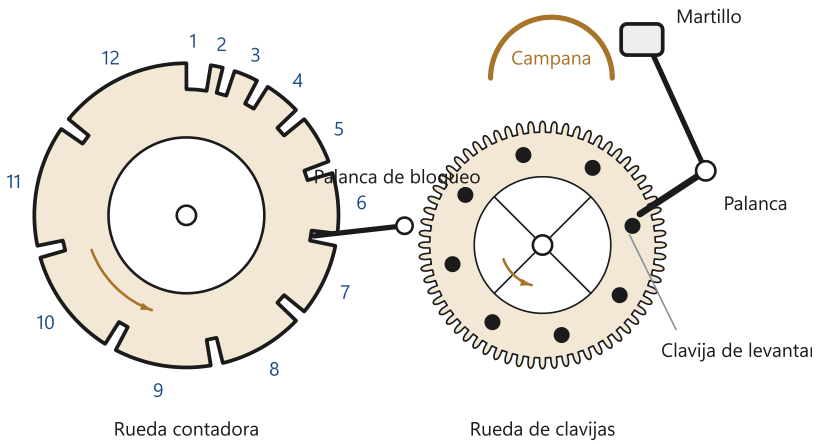


Fig. 4.12 Rueda contadora de 78 partes (cada hora ocupa tantas partes como golpes tiene) y rueda de clavijas con martillo

Rueda contadora

(4.32) MAESTRO

$$N_{\mathrm{Sch}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}}$$

La rueda contadora cuenta los golpes. Da una vuelta en 12 horas; su perímetro está dividido en 78 o 90 partes, y tras cada serie de golpes la palanca de bloqueo cae en una muesca y detiene el tren.

Validez: la rueda contadora está accionada por el eje de la rueda de clavijas y da una vuelta en 12 horas.

N_{Sch}	Golpes por vuelta de la rueda contadora (78; con golpe de media hora, 90)	1
z_{N}	Número de clavijas de levantamiento	1
z_{Sch}	Número de dientes de la rueda de la rueda contadora	1
z'_{Sch}	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas, que acciona la rueda contadora	1

EJEMPLO Una rueda de clavijas lleva 10 clavijas de levantamiento. En su eje hay un piñón de 8 dientes que acciona una rueda contadora de 72 dientes.

Datos: $z_{\mathrm{N}} = 10$; $z_{\mathrm{Sch}} = 72$; $z'_{\mathrm{Sch}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{Sch}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{Sch}}}{z'_{\mathrm{Sch}}} \\ &= \frac{10 \cdot 72}{8} \\ &= 90 \end{aligned}$$

90 golpes por vuelta: una sonería con golpe de media hora. Para 78 golpes sirven 13 clavijas con una reducción de 6.

En la sonería de cremallera, el escalonado de horas, un disco escalonado de 12 escalones en la rueda de horas, determina cuánto cae la cremallera. En cada golpe, el recogedor devuelve la cremallera un diente, hasta que el tren vuelve a quedar bloqueado. A diferencia de la rueda contadora, la sonería de cremallera no puede desincronizarse respecto a las agujas.

Golpes por vuelta de la rueda motriz

(4.33) MAESTRO

$$N_{\mathrm{A}} = \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}}$$

Cada clavija levanta el martillo una vez. La rueda de clavijas gira más deprisa que la rueda motriz en la proporción de la relación de transmisión.

Validez: la rueda motriz engrana directamente con el piñón de la rueda de clavijas. Si hay una rueda suplementaria intermedia, su relación de transmisión se añade como factor.

N_{A}	Golpes por vuelta de la rueda motriz (rueda del tambor o barrilete)	1
z_{N}	Número de clavijas de levantamiento	1
z_{A}	Número de dientes de la rueda motriz	1
z'_{N}	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas	1

EJEMPLO Una rueda del tambor de 96 dientes acciona el piñón (8 dientes) de una rueda de clavijas con 8 clavijas.

Datos: $z_{\mathrm{N}} = 8$; $z_{\mathrm{A}} = 96$; $z'_{\mathrm{N}} = 8$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{A}} &= \frac{z_{\mathrm{N}} \cdot z_{\mathrm{A}}}{z'_{\mathrm{N}}} \\ &= \frac{8 \cdot 96}{8} \\ &= 96 \end{aligned}$$

Por cada vuelta del tambor se dan 96 golpes.

Vueltas por cada cuerda

(4.34) MAESTRO

$$U = \frac{t_\mathrm{G} \cdot n_\mathrm{d}}{N_\mathrm{A}}$$

El número de golpes por día lo da la fórmula (4.31). El tren de rodaje y la sonería se diseñan de modo que ambos funcionen el mismo tiempo con una cuerda.

U	Vueltas necesarias de la rueda motriz	1
t_G	Autonomía	d
n_d	Golpes por día	$\frac{1}{\mathrm{d}}$
N_A	Golpes por vuelta de la rueda motriz	1

EJEMPLO La sonería del ejemplo anterior debe funcionar 8 días y da 180 golpes al día.

Datos: $t_\mathrm{G} = 8\,\mathrm{d}$; $n_\mathrm{d} = 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}$; $N_\mathrm{A} = 96$

$$\begin{aligned} U &= \frac{t_\mathrm{G} \cdot n_\mathrm{d}}{N_\mathrm{A}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{d} \cdot 180\,\frac{1}{\mathrm{d}}}{96} \\ &= 15 \end{aligned}$$

En 8 días se dan 1440 golpes; para ello el tambor gira 15 veces. Con el grosor del cable y el diámetro del tambor se obtiene la altura de caída del peso (capítulo 3).

Vueltas del volante de aletas por golpe

(4.35) MAESTRO

$$U_\mathrm{W} = \frac{i_\mathrm{W}}{z_\mathrm{N}}$$

El volante de aletas frena el tren por la resistencia del aire sobre sus aletas. Como la resistencia crece mucho con la velocidad de giro, se establece una velocidad uniforme y los golpes se suceden a intervalos iguales. Aletas mayores o más inclinadas hacen el golpe más lento.

U_W	Vueltas del volante de aletas por golpe	1
i_W	Relación de transmisión de la rueda de clavijas al volante de aletas	1
z_N	Número de clavijas de levantamiento	1

EJEMPLO De la rueda de clavijas (64 dientes, 8 clavijas) al volante de aletas hay tres engranes: 64 a 8, 56 a 7 y 49 a 7. La relación de transmisión es $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$.

Datos: $i_\mathrm{W} = 448$; $z_\mathrm{N} = 8$

$$\begin{aligned} U_\mathrm{W} &= \frac{i_\mathrm{W}}{z_\mathrm{N}} \\ &= \frac{448}{8} \\ &= 56 \end{aligned}$$

El volante de aletas gira 56 veces por golpe.

4.6 Calendario y fases lunares

Los mecanismos de calendario cuentan días. Sus ruedas no se accionan de forma continua, sino que avanzan un diente una vez al día; el número de dientes es entonces el número de días por vuelta.

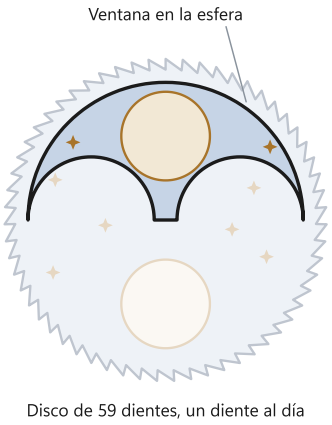


Fig. 4.13 Disco de fases lunares detrás de la ventanilla de la esfera

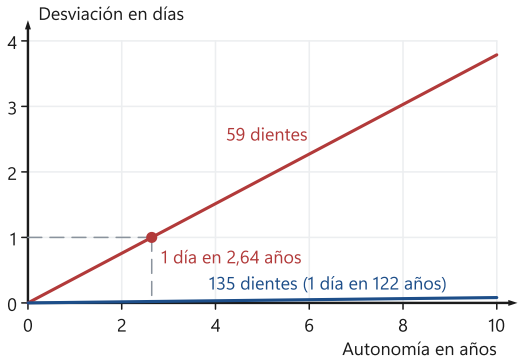


Fig. 4.14 Desviación de la indicación de fases lunares respecto a la Luna media

Disco de fases lunares

(4.36) MAESTRO

$$t_\mathrm{L} = \frac{z \cdot t_\mathrm{s}}{k}$$

De luna nueva a luna nueva pasan de media 29,530 59 días, el mes sinódico. Como una rueda no puede tener medios dientes, el disco lleva dos lunas y 59 dientes.

t_L	Duración indicada de una lunación	d
z	Número de dientes (del disco lunar)	1
t_s	Tiempo entre dos saltos (un diente por día)	d
k	Número (de lunas en el disco)	1

EJEMPLO Un disco lunar de 59 dientes y dos lunas avanza un diente al día.

Datos: $z = 59$; $t_\mathrm{s} = 1\,\mathrm{d}$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{L} &= \frac{z \cdot t_\mathrm{s}}{k} \\ &= \frac{59 \cdot 1\,\mathrm{d}}{2} \\ &= 29{,}5\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

La indicación recorre todas las fases en 29,5 días. La Luna necesita de media 29,530 59 días; la indicación va, por tanto, algo rápida.

Tiempo de funcionamiento hasta la desviación de la fase lunar

(4.37) MAESTRO

$$t_{\mathrm{F}} = \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|}$$

En cada vuelta, la indicación se desvía la diferencia entre la lunación indicada y la real. Las desviaciones se acumulan.

Validez: movimiento lunar medio. La Luna real se aparta de él hasta aproximadamente medio día a lo largo de un mes.

t_{F}	Tiempo de funcionamiento hasta que la indicación se desvía Δt	d
Δt	Desviación de la indicación respecto a la edad real de la Luna	d
t_{L}	Duración indicada de una lunación	d
T_{syn}	Mes sinódico (valor medio 29,530 59 d, sección 11.1)	d

EJEMPLO ¿Al cabo de cuánto tiempo se desvía un día la indicación de 59 dientes?

Datos: $\Delta t = 1\,\mathrm{d}$; $t_{\mathrm{L}} = 29{,}5\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{F}} &= \frac{\Delta t \cdot t_{\mathrm{L}}}{|T_{\mathrm{syn}} - t_{\mathrm{L}}|} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 29{,}5\,\mathrm{d}}{|29{,}530\,59\,\mathrm{d} - 29{,}5\,\mathrm{d}|} \\ &\approx 964\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Al cabo de 964 días, unos 2,6 años, la indicación va un día adelantada y hay que corregirla.

Fase lunar precisa con relación de transmisión

(4.38) AMPLIACIÓN

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k}$$

Una relación de transmisión entre la rueda de mando y el disco lunar se acerca mucho más al mes sinódico que el disco simple de 59 dientes.

Validez: el disco lunar se acciona mediante ruedas. El disco de 135 dientes es frecuente; el accionamiento del ejemplo es un juego de dientes posible, y existen otros.

t_{L}	Duración indicada de una lunación	d
t_{A}	Período de revolución del eje motriz (estrella de 7 dientes que avanza a diario: 7 d)	d
z	Número de dientes (del disco lunar)	1
z'	Número de dientes del piñón (acciona el disco lunar)	1
k	Número (de lunas en el disco)	1

EJEMPLO Una estrella de 7 dientes avanza a diario. En su eje hay un piñón de 16 dientes que, a través de una rueda intermedia, acciona un disco lunar de 135 dientes y dos lunas.

Datos: $t_{\mathrm{A}} = 7\,\mathrm{d}$; $z = 135$; $z' = 16$; $k = 2$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{L}} &= \frac{t_{\mathrm{A}} \cdot z}{z' \cdot k} \\ &= \frac{7\,\mathrm{d} \cdot 135}{16 \cdot 2} \\ &= 29{,}531\,25\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

La indicación solo va 57 s lenta por vuelta. Según la fórmula (4.37) con $T_{\mathrm{syn}} = 29{,}530\,59\,\mathrm{d}$ hacen falta 44 744 días, algo más de 122 años, hasta que se atrasa un día.

Ruedas contadoras de las indicaciones de calendario

Indicación	Rueda	avanza	una vuelta en
fecha	disco de fecha o rueda de fecha de 31 dientes	a diario	31 días
día de la semana	estrella de 7 dientes	a diario	7 días
mes	estrella de 12 dientes	mensualmente	1 año
fase lunar	disco de 59 dientes y dos lunas	a diario	59 días
calendario perpetuo	rueda de programa de 48 escalones mensuales	mensualmente	4 años (1461 días)

El calendario simple se corrige a mano cinco veces al año, después de cada mes de menos de 31 días. El calendario anual necesita una corrección al final de febrero. El calendario perpetuo conoce también los años bisiestos; solo hay que corregirlo en el año 2100, que no es bisiesto.

La rueda de mando de la fecha da una vuelta en 24 horas y es accionada por la rueda de horas con una reducción de 2 a 1, fórmula (4.12). Los años bisiestos, la duración del año y la ecuación del tiempo están en el capítulo 11.

4.7 Rendimiento del tren de engranajes

Cada engrane y cada cojinete consume por rozamiento una parte de la fuerza motriz. El rendimiento indica qué parte del par queda.

Rendimiento total del tren de engranajes

(4.39) MAESTRO

$$\eta_{\text{ges}} = \eta^{k}$$

Los rendimientos de engranes en serie se multiplican. Si son distintos, en lugar de la potencia figura el producto de los valores individuales. La forma general está en la fórmula (2.30).

Validez: valores orientativos para movimientos limpios y aceitados. Los piñones de pocos dientes, los cojinetes secos y los engranes demasiado profundos o superficiales reducen notablemente el rendimiento.

η_{ges}	Rendimiento total del tren de engranajes	1
η	Rendimiento (por engrane; con rozamiento de los cojinetes, valor orientativo 0,90 a 0,95)	1
k	Número (de engranes)	1

EJEMPLO Del barrilete a la rueda de escape hay cuatro engranes con un rendimiento de 0,95 cada uno.

Datos: $\eta = 0{,}95; \quad k = 4$

$$\begin{aligned}\eta_{\text{ges}} &= \eta^{k} \\ &= 0{,}95^{4} \\ &\approx 0{,}81\end{aligned}$$

Aproximadamente una quinta parte del par se pierde en el tren de engranajes. Con 0,90 por engrane sería ya un tercio.

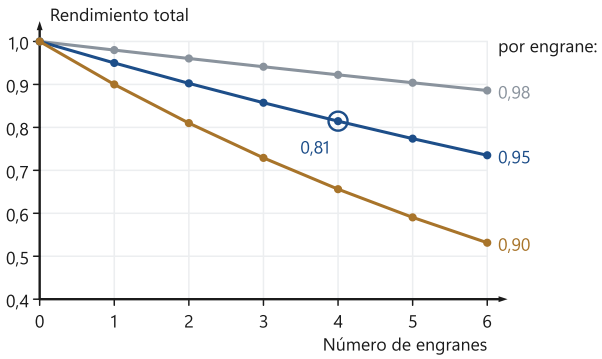


Fig. 4.15 Rendimiento total según el número de engranes

Par en la rueda de escape

(4.40) MAESTRO

$$M_{\mathrm{H}} = \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}}$$

El par disminuye de eje a eje en la proporción de la relación de transmisión y por las pérdidas por rozamiento (fig. 4.4).

M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
M_{F}	Par en el barrilete	$\mathrm{N{\cdot}mm}$
η_{ges}	Rendimiento total del tren de engranajes	1
i_{ges}	Relación de transmisión total (del barrilete a la rueda de escape)	1

EJEMPLO Un barrilete entrega 8 N·mm. La relación de transmisión hasta la rueda de escape es $6 \cdot 600 = 3600$; el rendimiento total, 0,81.

Datos: $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$; $\eta_{\mathrm{ges}} = 0{,}81$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{H}} &= \frac{M_{\mathrm{F}} \cdot \eta_{\mathrm{ges}}}{i_{\mathrm{ges}}} \\ &= \frac{8\,\mathrm{N{\cdot}mm} \cdot 0{,}81}{3600} \\ &= 1{,}8\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

En la rueda de escape quedan 1,8 µN·m, algo más de una cinco milésima parte del par del muelle. Por eso basta un poco de suciedad en los ejes rápidos para parar un movimiento.

Rendimiento a partir de pares medidos

(4.41) AMPLIACIÓN

$$\eta_{\mathrm{ges}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}}$$

Sin rozamiento, a la rueda de escape llegaría el par del muelle dividido entre la relación de transmisión. El rendimiento es la razón entre el valor medido y este valor ideal.

η_{ges}	Rendimiento total del tren de engranajes	1
M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
i_{ges}	Relación de transmisión total (del barrilete a la rueda de escape)	1
M_{F}	Par en el barrilete	$\mathrm{N{\cdot}mm}$

EJEMPLO En un movimiento se miden 8 N·mm en el barrilete y 1,7 µN·m en la rueda de escape; la relación de transmisión es 3600.

Datos: $M_{\mathrm{H}} = 1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $i_{\mathrm{ges}} = 3600$; $M_{\mathrm{F}} = 8\,\mathrm{N{\cdot}mm}$

$$\begin{aligned} \eta_{\mathrm{ges}} &= \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot i_{\mathrm{ges}}}{M_{\mathrm{F}}} \\ &= \frac{1{,}7\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 3600}{8\,\mathrm{N{\cdot}mm}} \\ &= 0{,}765 \end{aligned}$$

El tren de engranajes transmite algo más de tres cuartos del par. Equivale a 0,935 por engrane con cuatro engranes.

5 Órgano regulador: volante y espiral

El volante y la espiral forman el órgano regulador del reloj pequeño. El volante es la masa inerte; la espiral, el resorte que lo devuelve a la posición de reposo. La rapidez con que oscilan juntos la determinan solo dos magnitudes: el momento de inercia del volante y el par recuperador de la espiral.

Casi todas las fórmulas de regulación de este capítulo se derivan de una regla: el período de oscilación crece con la raíz del momento de inercia y disminuye con la raíz del par recuperador. Un uno por ciento más de momento de inercia o un uno por ciento menos de par recuperador hace el reloj medio por ciento más lento, es decir, 432 s al día. En este capítulo, N designa un número (espiras de la espiral, tornillos iguales en el aro), W la energía y P la potencia.

5.1 Oscilación del volante

El volante oscila alrededor de su posición de reposo. Una oscilación es ida y vuelta; el reloj hace tic dos veces, porque cada alternancia es una semioscilación.

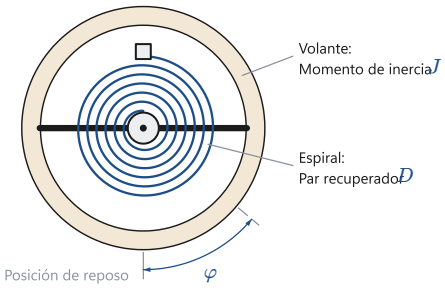


Fig. 5.1 Volante con espiral: el volante aporta el momento de inercia J; la espiral, el par recuperador D

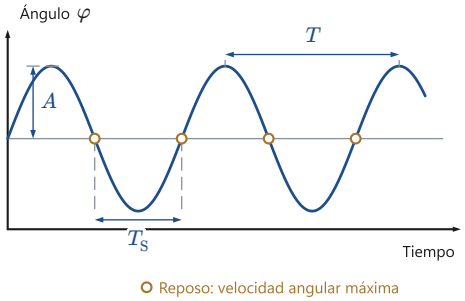


Fig. 5.2 Ángulo del volante en función del tiempo: amplitud A, período de oscilación T, duración de la alternancia $T_S = \frac{1}{2} T$

Período de oscilación del volante

(5.1) OFICIAL

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$$

DESPEJADA $D = \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2}$

Un volante más inerte oscila más despacio; una espiral más fuerte, más deprisa. Ambas magnitudes están bajo la raíz: el cuádruple de momento de inercia duplica el período de oscilación.

Validez: par recuperador de la espiral proporcional al ángulo, sin rozamiento y sin influencia del escape. En J se incluyen el aro, los brazos, el eje, el plato doble y la virola.

T	Período de oscilación (oscilación completa, ida y vuelta)	s
J	Momento de inercia (del volante; con todo lo que oscila con él)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
D	Par recuperador (de la espiral; par por unidad de ángulo)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

Conviene saber: La amplitud no aparece en la fórmula. Un órgano regulador ideal oscila igual de rápido con amplitud pequeña y grande; esta propiedad se llama isocronismo (sección 5.7).

EJEMPLO Un volante tiene un momento de inercia de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; su espiral, un par recuperador de $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. ¿Cuánto dura una oscilación?

Datos: $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}} \\ &\approx 0{,}250\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Una oscilación dura un cuarto de segundo. El volante da, por tanto, 4 oscilaciones y 8 alternancias por segundo.

Frecuencia del volante

(5.2) OFICIAL

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}}$$

La frecuencia es la inversa del período de oscilación: $f = \frac{1}{T}$.

Validez: como en la fórmula (5.1).

f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
J	Momento de inercia (del volante)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EJEMPLO ¿Qué frecuencia tiene el órgano regulador del ejemplo anterior?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{J}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}{10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}} \\ &\approx 4{,}00\,\mathrm{Hz} \end{aligned}$$

4 Hz, la frecuencia habitual de los relojes de pulsera actuales.

Número de alternancias a partir de la frecuencia

(5.3) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot f$$

DESPEJADA $f = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2}$

En cada oscilación el reloj da dos alternancias. En los relojes pequeños, el número de alternancias se indica en semioscilaciones por hora (A/h, A de alternancia). Con la duración de la alternancia, la fórmula ya figura en la sección 1.1.

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

EJEMPLO Un volante oscila a 3 Hz. ¿Qué número de alternancias es?

Datos: $f = 3\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= 2 \cdot f \\ &= 2 \cdot 3\,\mathrm{Hz} \\ &= 6\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &\approx 21\,600\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

21 600 semioscilaciones por hora. El número de alternancias figura en la ficha técnica del calibre, y el cronocomparador calcula con él.

Números de alternancias habituales

Número de alternancias n_h en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Alternancias por segundo	Frecuencia f en Hz	Período de oscilación T en s	Duración de la alternancia T_S en s
18 000	5	2,5	0,4	0,2
19 800	5,5	2,75	0,3636	0,1818
21 600	6	3	0,3333	0,1667
25 200	7	3,5	0,2857	0,1429
28 800	8	4	0,25	0,125
36 000	10	5	0,2	0,1

La duración de la alternancia T_S es la duración de una semioscilación, es decir, la mitad del período de oscilación.

pulsación (frecuencia angular)

(5.4) MAESTRO

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

La pulsación es la frecuencia en radianes: 2π por oscilación. Para el volante vale también $\omega = \sqrt{\frac{D}{J}}$.

ω	pulsación (frecuencia angular)	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

EJEMPLO ¿Cuál es la pulsación a 4 Hz?

Datos: $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\ &= 2 \cdot \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &\approx 25{,}1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

Unos 25,1 rad por segundo. Con este número calculan las fórmulas siguientes.

Ángulo del volante en función del tiempo

(5.5) MAESTRO

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

El volante oscila de forma sinusoidal: en la posición de reposo es más rápido, y en los puntos de retorno se detiene un instante.

Validez: oscilación libre, no amortiguada. El producto $\omega \cdot t$ es un ángulo en radianes; para el seno, la calculadora debe estar en rad.

φ	Ángulo (del volante respecto a la posición de reposo)	°
A	Amplitud (ángulo máximo respecto a la posición de reposo)	°
ω	pulsación (frecuencia angular)	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
t	Tiempo (desde el paso por la posición de reposo)	s

EJEMPLO Un volante oscila a 4 Hz ($\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$) con 270° de amplitud. ¿Dónde está 0,02 s después de pasar por la posición de reposo?

Datos: $A = 270°$; $\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $t = 0{,}02\ \text{s}$

$$\begin{aligned}\varphi &= A \cdot \sin(\omega \cdot t)\\ &= 270° \cdot \sin\left(25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0{,}02\ \text{s}\right)\\ &\approx 130°\end{aligned}$$

Tras 0,02 s el volante ya ha recorrido unos 130°, casi la mitad de la amplitud. Hasta el punto de retorno necesita en total 0,0625 s, un cuarto de oscilación.

Velocidad angular máxima

(5.6) MAESTRO

$$\omega_{\text{max}} = A \cdot \omega$$

En la posición de reposo, toda la energía de la oscilación está en el movimiento. Aquí actúa el escape, porque una perturbación en este punto es la que menos altera la marcha.

Validez: introducir la amplitud en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

ω_{max}	Velocidad angular del volante al pasar por la posición de reposo	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
A	Amplitud (en radianes)	rad
ω	pulsación (frecuencia angular)	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

EJEMPLO ¿A qué velocidad gira en la posición de reposo un volante de 4 Hz y 270° de amplitud (4,71 rad)?

Datos: $A = 4{,}71\ \text{rad}$; $\omega = 25{,}13\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\begin{aligned}\omega_{\text{max}} &= A \cdot \omega\\ &= 4{,}71\ \text{rad} \cdot 25{,}13\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\\ &\approx 118\ \tfrac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Unos 118 rad por segundo; girando de forma continua serían casi 19 vueltas por segundo. Un punto del aro a 5 mm de radio va entonces a unos 0,6 m por segundo.

Regla: 28 800 semioscilaciones por hora son 8 alternancias por segundo y 4 Hz.

5.2 Espiral

La espiral es un resorte de flexión. Su par recuperador indica cuánto par ejerce por unidad de ángulo. Depende del material, de la sección de la lámina y de la longitud activa.

Par recuperador de la espiral (momento de retorno)

(5.7) OFICIAL

$$M = D \cdot \varphi$$

El momento de retorno crece uniformemente con el ángulo y apunta siempre hacia la posición de reposo. Solo por eso el volante oscila igual de rápido con cualquier amplitud.

Validez: espiral en la zona elástica; las espiras no se tocan.

M	Par (momento de retorno de la espiral)	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
φ	Ángulo (del volante respecto a la posición de reposo; radianes)	rad

EJEMPLO ¿Con qué par devuelve una espiral con $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$ el volante en el punto de retorno a 270° (4,71 rad)?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$; $\varphi = 4{,}71\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} M &= D \cdot \varphi \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \cdot 4{,}71\,\mathrm{rad} \\ &\approx 2{,}98\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \end{aligned}$$

Casi 3 µN·m. Es el orden de magnitud del par que llega a la rueda de escape.

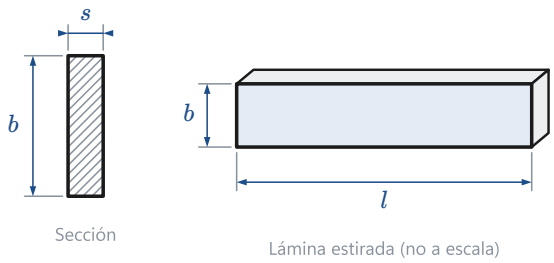


Fig. 5.3 Lámina de la espiral: altura de la lámina b, espesor de la lámina s, longitud activa l

Par recuperador a partir de las medidas de la espiral

(5.8) MAESTRO

$$D = \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l}$$

La altura y el módulo de elasticidad intervienen de forma simple; el espesor, a la tercera potencia. Una espiral más larga es más blanda.

Validez: sección rectangular, lámina uniforme, flexión pura. Con N y mm se obtiene D en N·mm por rad; $1\,\mathrm{N{\cdot}mm} = 1000\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$.

D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
E	Módulo de elasticidad (del material de la espiral)	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$
b	Altura de la lámina (en la dirección del eje del volante)	mm
s	Espesor de la lámina (en dirección radial)	mm
l	Longitud (activa, de la espiral)	mm

EJEMPLO Una espiral tiene $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$, 0,14 mm de altura de lámina, 0,032 mm de espesor de lámina y 121 mm de longitud activa.

Datos: $E = 200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$; $b = 0{,}14\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}032\,\mathrm{mm}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} D &= \frac{E \cdot b \cdot s^3}{12 \cdot l} \\ &= \frac{200\,000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot 0{,}14\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}032\,\mathrm{mm})^3}{12 \cdot 121\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

Esta espiral conviene al volante de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ de la sección 5.1 y da con él 4 Hz.

Variación de marcha por el espesor de la lámina

(5.9) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δs	Variación del espesor de la lámina (+ significa: más gruesa)	$\mu\mathrm{m}$
s	espesor de la lámina	$\mu\mathrm{m}$

Como el par recuperador crece con s^3, un 1 % más de espesor cambia el par recuperador un 3 % y la marcha un 1,5 %.

Validez: variaciones pequeñas; altura, longitud y volante sin cambios. Para la altura de la lámina vale análogamente $\Delta G \approx \frac{\Delta b}{2 \cdot b} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$.

EJEMPLO Una espiral tiene, en lugar de 32 µm, 0,1 µm más de espesor.

Datos: $\Delta s = 0{,}1\,\mu\mathrm{m}$; $s = 32\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{3 \cdot \Delta s}{2 \cdot s} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{3 \cdot 0{,}1\,\mu\mathrm{m}}{2 \cdot 32\,\mu\mathrm{m}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 405\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Una décima de micrómetro supone casi 7 minutos al día. Ninguna lámina puede medirse con esa precisión; por eso las espirales no se clasifican por medidas, sino por su par recuperador medido, y se asignan al volante.

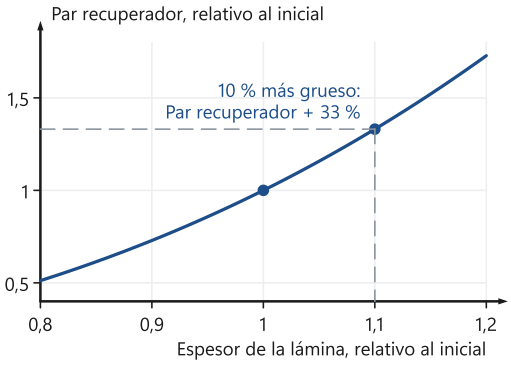


Fig. 5.4 El par recuperador crece con la tercera potencia del espesor de la lámina

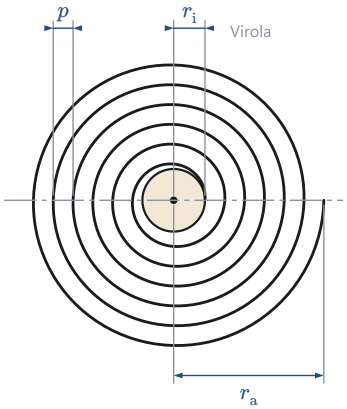


Fig. 5.5 Espiral plana: radios r_i y r_a, separación entre espiras p

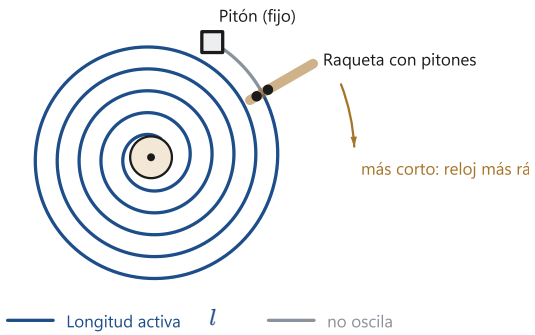


Fig. 5.6 Raqueta: la longitud activa l va de la virola a los pitones de la raqueta

Longitud de la espiral plana

(5.10) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$l \approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i})$$

Cada espira es casi un círculo. La longitud es el número de espiras por el perímetro de la espira media.

Validez: espiral plana enrollada uniformemente (espiral de Arquímedes) con al menos unas 5 espiras; no se cuentan la curva terminal ni los extremos de fijación.

l	Longitud (de la espiral)	mm
N	Número (de espiras)	1
r_a	Radio de la espira exterior	mm
r_i	Radio de la espira interior (en la virola)	mm

EJEMPLO Una espiral tiene 12 espiras entre 0,6 mm y 2,6 mm de radio.

Datos: $N = 12$; $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} l &\approx \pi \cdot N \cdot (r_\mathrm{a} + r_\mathrm{i}) \\ &= \pi \cdot 12 \cdot (2{,}6\,\mathrm{mm} + 0{,}6\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 121\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La lámina mide unos 121 mm, tanto como la espiral de los ejemplos del par recuperador y de la raqueta. En un reloj de pulsera hay, por tanto, más de 12 cm de cinta elástica en la superficie de un botón de camisa.

Separación entre espiras

(5.11) MAESTRO

$$p = \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N}$$

La separación determina cuánta holgura tienen las espiras cuando la espiral respira. Con amplitudes grandes no deben tocarse.

Validez: espiral plana enrollada uniformemente.

p	Separación entre espiras (del centro de una lámina al centro de la siguiente)	mm
r_a	Radio de la espira exterior	mm
r_i	Radio de la espira interior	mm
N	Número (de espiras)	1

EJEMPLO ¿Qué separación hay entre las espiras de la espiral del ejemplo anterior?

Datos: $r_\mathrm{a} = 2{,}6\,\mathrm{mm}$; $r_\mathrm{i} = 0{,}6\,\mathrm{mm}$; $N = 12$

$$\begin{aligned} p &= \frac{r_\mathrm{a} - r_\mathrm{i}}{N} \\ &= \frac{2{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6\,\mathrm{mm}}{12} \\ &\approx 0{,}167\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 0,17 mm de lámina a lámina. Con 0,032 mm de espesor de lámina quedan unos 0,13 mm de holgura.

Número CGS de la espiral

(5.12) MAESTRO

$$K = D \cdot \left(d_{\mathrm{a}}^2 - d_{\mathrm{i}}^2\right)$$

El valor CGS es el par recuperador por la diferencia de los cuadrados de los diámetros. Solo depende del material, de la lámina y de la separación entre espiras, no del punto en que se fija la espiral: si se fija más afuera, el par recuperador disminuye en la misma medida en que crece la diferencia de cuadrados. Por eso las espirales en bruto se clasifican y se piden según este valor.

Validez: espiral plana enrollada uniformemente; d_{a} en el punto donde se fija la espiral, d_{i} en la virola. El número CGS es el mismo valor en la antigua unidad $\mathrm{dyn \cdot cm^3}$ por rad: valor numérico en $\mathrm{N \cdot mm^3}$ por 100.

K	Valor CGS de la espiral (por 100 da el número CGS)	$\frac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$
d_{a}	Diámetro de la espira exterior $(2 \cdot r_{\mathrm{a}})$	mm
d_{i}	Diámetro de la espira interior $(2 \cdot r_{\mathrm{i}})$	mm

Conviene saber: Con la longitud y la separación entre espiras de las dos fórmulas anteriores resulta $K \approx \frac{E \cdot b \cdot s^3 \cdot p}{3 \cdot \pi}$. En ella no aparecen ni la longitud ni los diámetros.

EJEMPLO Al volante de $10\,\mathrm{mg \cdot cm^2}$ de la sección 5.1 le corresponde para 4 Hz un par recuperador de $0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$. La espiral debe fijarse a 5,0 mm de diámetro; su espira interior mide 1,2 mm. ¿Qué espiral se pide?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $d_{\mathrm{a}} = 5{,}0\,\mathrm{mm}$; $d_{\mathrm{i}} = 1{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} K &= D \cdot \left(d_{\mathrm{a}}^2 - d_{\mathrm{i}}^2\right) \\ &= 0{,}632\ \tfrac{\mu\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot \left((5{,}0\,\mathrm{mm})^2 - (1{,}2\,\mathrm{mm})^2\right) \\ &\approx 0{,}0149\ \tfrac{\mathrm{N \cdot mm^3}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

El valor CGS es 0,0149; el número CGS, por tanto, 1,49. Se pide el número normalizado siguiente, aquí 1,50.

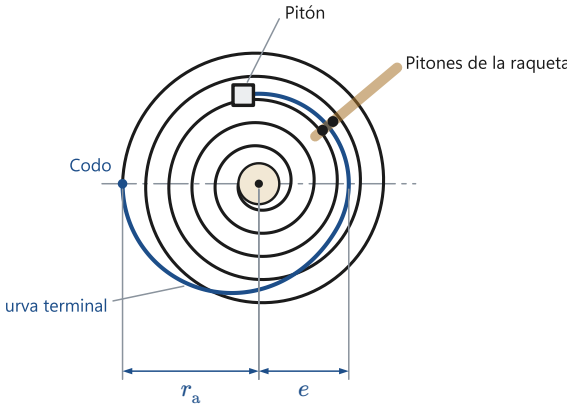


Fig. 5.7 Espiral Breguet vista desde arriba: la curva terminal levantada lleva la lámina del radio exterior r_{a} al radio de la curva terminal e, sobre el que trabajan los pitones de la raqueta

Número de curva terminal

(5.13) OFICIAL

$$N_{\mathrm{E}} = \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}}$$

DESPEJADA $e = \dfrac{N_{\mathrm{E}} \cdot r_{\mathrm{a}}}{100}$

N_{E}	Número de curva terminal	1
e	Radio de la curva terminal (del eje del volante al punto medio entre los pitones de la raqueta)	mm
r_{a}	Radio de la espira exterior	mm

En la espiral Breguet, el extremo exterior se levanta y se conduce hacia dentro en una curva terminal. Su último tramo es un arco de circunferencia alrededor del eje del volante, sobre el que trabajan los pitones de la raqueta. El número de curva terminal indica el radio de este arco en porcentaje del radio exterior. Según él se elige la forma de la curva en la plantilla de curvas.

Validez: espiral con curva terminal levantada. Las plantillas de curvas están escalonadas; se elige el número más próximo. Son habituales números entre aproximadamente 40 y 100.

EJEMPLO Una espiral Breguet tiene 6,4 mm de diámetro exterior, es decir, 3,2 mm de radio exterior. Los pitones de la raqueta están a 2,4 mm del eje del volante. ¿Qué curva terminal le corresponde?

Datos: $e = 2{,}4\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{a}} = 3{,}2\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{E}} &= \frac{100 \cdot e}{r_{\mathrm{a}}} \\ &= \frac{100 \cdot 2{,}4\,\mathrm{mm}}{3{,}2\,\mathrm{mm}} \\ &= 75 \end{aligned}$$

La curva terminal número 75: su arco está a tres cuartos del radio exterior.

Vibrado: oscilaciones en el tiempo de conteo

(5.14) OFICIAL

$$N_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2}$$

N_{S}	Número de oscilaciones completas (en el tiempo de conteo)	1
n_{h}	Número de alternancias (valor nominal)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
t	Tiempo (tiempo de conteo)	s

Al vibrar la espiral se busca el punto de la espiral en el que, con su volante, da el número de alternancias nominal. Se sujeta la espiral a modo de prueba, se deja oscilar libremente el volante y se cuentan las oscilaciones completas.

Validez: n_{h} y t en unidades compatibles: convertir A/h en alternancias por segundo (dividir entre 3600) si t está en segundos.

EJEMPLO Se vibra un volante para 18 000 A/h con su nueva espiral. ¿Cuántas oscilaciones completas debe dar en 60 s?

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $t = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{S}} &= \frac{n_{\mathrm{h}} \cdot t}{2} \\ &= \frac{18\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \cdot 60\,\mathrm{s}}{2} \\ &= 150 \end{aligned}$$

150 oscilaciones por minuto. Si se cuentan más, la espiral está sujeta demasiado corta en ese punto; si se cuentan menos, demasiado larga.

Longitud activa para el número de alternancias nominal

(5.15) OFICIAL

$$l_2 = l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

El número de alternancias varía con la raíz de la inversa de la longitud. Más corta significa más rápida.

Validez: el mismo volante, lámina uniforme.

l_2	Longitud activa necesaria	mm
l_1	Longitud activa en la prueba	mm
n_1	Número de alternancias en la prueba	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
n_2	Número de alternancias (valor nominal)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

EJEMPLO Con 130 mm de longitud activa, un volante da 28 000 A/h. Debe dar 28 800 A/h.

Datos: $l_1 = 130\,\mathrm{mm}$; $n_1 = 28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $n_2 = 28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= l_1 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \\ &= 130\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{28\,000\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{28\,800\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}\right)^2 \\ &\approx 122{,}9\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La espiral debe sujetarse unos 7 mm más corta.

Variación de marcha con la raqueta

(5.16) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

La raqueta desplaza los pitones de la raqueta a lo largo de la espira exterior. Una longitud activa más corta significa un par recuperador mayor: el reloj se adelanta; de ahí el signo menos.

Validez: variaciones pequeñas; la espiral está sin juego entre los pitones de la raqueta. Con juego, la raqueta actúa más débilmente y la marcha depende de la amplitud (sección 5.7).

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variación de longitud (de la longitud activa; + significa: más larga)	mm
l	Longitud (activa de la espiral: de la virola a los pitones de la raqueta)	mm

EJEMPLO Un reloj con 121 mm de longitud activa de espiral atrasa 20 s al día. Debe, por tanto, adelantarse 20 s al día.

Datos: $\Delta G = 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $l = 121\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} \Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 121\,\mathrm{mm} \cdot 20\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx -0{,}056\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La raqueta debe acortar la longitud activa unos 0,06 mm. Apenas es visible; por eso los buenos movimientos tienen una regulación fina en la raqueta.

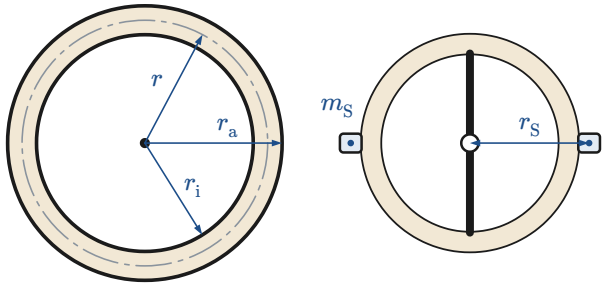
Regla: Espiral más corta, reloj más rápido. Un 1 ‰ menos de longitud activa da unos 43 s al día.

5.3 Volante

El momento de inercia indica cuánto se resiste el volante a girar. No cuenta solo la masa, sino sobre todo su distancia al eje: el radio interviene al cuadrado. Por eso casi todo el efecto está en el aro.

Los momentos de inercia de los volantes se expresan en mg·cm²: $1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} = 10^{-10}\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. Quien calcula con miligramos y milímetros obtiene mg·mm²; 100 mg·mm² son 1 mg·cm².

Las fórmulas generales del momento de inercia de cuerpos sencillos y el teorema de Steiner están en la sección 2.6.



Aro, masa m Tornillos o masselottes

Fig. 5.8 A la izquierda, el aro con radio medio r, radio interior r_i y radio exterior r_a; a la derecha, tornillos de masa m_S a la distancia r_S

Momento de inercia del aro (anillo delgado)

(5.17) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$J \approx m \cdot r^2$$

J	Momento de inercia (del aro)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
m	Masa (del aro)	mg
r	Radio (del aro, valor medio)	mm

Para una estimación se supone toda la masa del aro en el radio medio. Los brazos y el eje aportan poco, porque su masa está cerca del eje.

Validez: aro estrecho frente al radio; solo el aro, sin brazos, eje ni tornillos.

Conviene saber: Calculado con exactitud, el aro es un cilindro hueco, fórmula (2.37). Con 4,9 mm de radio exterior y 4,1 mm de radio interior, para el aro del ejemplo resulta $8{,}16\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; la estimación queda solo un 0,8 % por debajo.

EJEMPLO El aro de un volante pesa 40 mg y tiene 4,5 mm de radio medio.

Datos: $m = 40\,\mathrm{mg}; \quad r = 4{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} J &\approx m \cdot r^2 \\ &= 40\,\mathrm{mg} \cdot (4{,}5\,\mathrm{mm})^2 \\ &\approx 8{,}1\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

Unos $8\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ solo el aro. Con brazos, eje y tornillos, un volante así llega a unos $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, el valor de los demás ejemplos. Los volantes de reloj de pulsera de caballero suelen estar entre 5 y 20 mg·cm².

Momento de inercia de tornillos y masas de regulación

(5.18) MAESTRO

$$\Delta J = N \cdot m_S \cdot r_S^2$$

Las masas pequeñas en el aro cuentan como masas puntuales. Los tornillos se colocan o se modifican siempre por parejas opuestas, para que el volante siga equilibrado.

Validez: tornillo pequeño frente a su distancia al eje.

ΔJ	Variación del momento de inercia (aumento debido a los tornillos)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
N	Número (de tornillos o masas de regulación iguales)	1
m_S	Masa de un tornillo	mg
r_S	Distancia de su centro de gravedad al eje del volante	mm

EJEMPLO En un volante se colocan dos tornillos opuestos de 0,5 mg cada uno. Su centro de gravedad está a 5 mm del eje.

Datos: $N = 2$; $m_S = 0{,}5\,\mathrm{mg}$; $r_S = 5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta J &= N \cdot m_S \cdot r_S^2 \\ &= 2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mg} \cdot (5\,\mathrm{mm})^2 \\ &= 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}\end{aligned}$$

Los dos tornillos añaden $0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Variación de marcha por el momento de inercia

(5.19) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\Delta J \approx -\dfrac{2 \cdot J \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

Un volante más inerte oscila más despacio; de ahí el signo menos. Un 1 % más de momento de inercia cuesta 432 s al día.

Validez: variaciones pequeñas (hasta unos pocos por ciento); espiral sin cambios.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
ΔJ	Variación del momento de inercia (+ significa: más inerte)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J	Momento de inercia (del volante)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EJEMPLO Los dos tornillos del ejemplo anterior se colocan en un volante de $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$.

Datos: $\Delta J = 0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $J = 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\Delta J}{2 \cdot J} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{0{,}25\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{2 \cdot 10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -1080\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se atrasa 18 minutos al día. A la inversa, con dos tornillos más ligeros se recupera un atraso grande.

Regulación fina con tornillos de regulación

(5.20) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$

Los volantes sin raqueta se regulan desplazando masas del aro hacia dentro o hacia fuera: se giran los tornillos de regulación o se giran las masas excéntricas. Hacia fuera significa más inerte: el reloj se atrasa.

Validez: desplazamientos pequeños; todas las N masas ajustadas por igual. Un ajuste desigual produce un desequilibrio.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{s}{d}$
N	Número (de tornillos o masas de regulación iguales)	1
m_S	Masa de un tornillo	mg
r_S	Distancia de su centro de gravedad al eje del volante	mm
Δr	Desplazamiento del centro de gravedad (+ significa: hacia fuera)	mm
J	Momento de inercia (del volante)	$mg \cdot cm^2$

EJEMPLO Dos tornillos de regulación de 1,5 mg cada uno están a 4,5 mm del eje en un volante de $10\ mg \cdot cm^2$. Ambos se desenroscan 0,01 mm.

Datos: $N = 2$; $m_S = 1{,}5\ mg$; $r_S = 4{,}5\ mm$; $\Delta r = 0{,}01\ mm$; $J = 10\ mg \cdot cm^2$

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot m_S \cdot r_S \cdot \Delta r}{J} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$
$$= -\frac{2 \cdot 1{,}5\ mg \cdot 4{,}5\ mm \cdot 0{,}01\ mm}{10\ mg \cdot cm^2} \cdot 86\,400\ \frac{s}{d}$$
$$\approx -11{,}7\ \frac{s}{d}$$

Una centésima de milímetro supone unos 12 s al día. Enroscarlos actúa con la misma intensidad en sentido contrario.

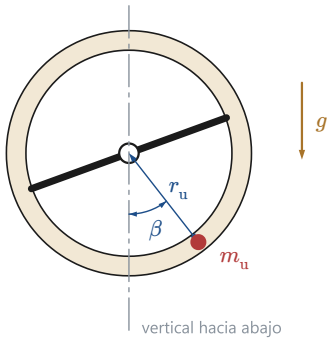


Fig. 5.9 Desequilibrio en una posición vertical: sobrepeso m_u a la distancia r_u, ángulo β

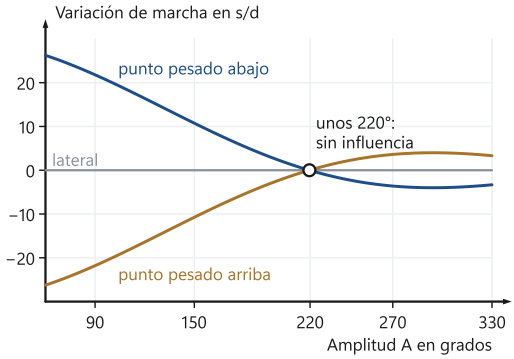


Fig. 5.10 Variación de marcha por 10 µg de sobrepeso en el aro (ejemplo de la fórmula 5.21), en función de la amplitud

Variación de marcha por desequilibrio (error del centro de gravedad)

(5.21) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

En las posiciones verticales, un sobrepeso actúa como un pequeño péndulo en el volante. Por debajo de unos 220° de amplitud, el reloj adelanta si el punto pesado está abajo, y por encima atrasa; si está arriba, ocurre al revés. Hacia los 220° el efecto se anula.

Validez: reloj en posición vertical (eje del volante horizontal), sobrepeso pequeño, oscilación sinusoidal; β se mide con el volante en posición de reposo. En las posiciones horizontales, el desequilibrio no influye en la marcha.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
k_A	Factor de amplitud del desequilibrio (de la tabla inferior)	1
m_u	Sobrepeso (masa que desplaza el centro de gravedad fuera del eje)	$\mu\mathrm{g}$
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
r_u	Distancia del sobrepeso al eje del volante	mm
β	Ángulo (del sobrepeso respecto a la vertical hacia abajo; volante en posición de reposo)	°
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

Conviene saber: Así se reconoce un desequilibrio: las marchas de posiciones verticales opuestas se apartan de la media en sentidos contrarios, y la diferencia crece cuando baja la amplitud. Por eso, para equilibrar se comprueba con amplitud pequeña.

EJEMPLO En un aro hay 10 µg de sobrepeso a 4,5 mm del eje, en la posición vertical comprobada justo abajo ($\beta = 0°$). El reloj funciona con 270° de amplitud ($k_\mathrm{A} = -0{,}12$); la espiral tiene $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$.

Datos: $k_\mathrm{A} = -0{,}12$; $m_\mathrm{u} = 10\,\mu\mathrm{g}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $r_\mathrm{u} = 4{,}5\,\mathrm{mm}$; $\beta = 0°$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{k_\mathrm{A} \cdot m_\mathrm{u} \cdot g \cdot r_\mathrm{u} \cdot \cos\beta}{2 \cdot D} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}12 \cdot 10\,\mu\mathrm{g} \cdot 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}5\,\mathrm{mm} \cdot \cos(0°)}{2 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -3{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El desequilibrio hace atrasar el reloj 3,6 s al día en esta posición y adelantar 3,6 s al día en la posición opuesta. Si la amplitud baja a 150° ($k_\mathrm{A} = 0{,}36$), resulta un adelanto de unos 11 s al día.

Factor de amplitud k_A del desequilibrio

Amplitud A	muy pequeña	90°	120°	150°	180°	200°	220°	240°	270°	300°	330°
k_A	1	0,72	0,54	0,36	0,18	0,08	0,00	−0,06	−0,12	−0,13	−0,11

Calculado a partir de la oscilación sinusoidal del volante en el campo gravitatorio; cero en 219,5°.

Regla: Punto pesado abajo: por debajo de 220° de amplitud, adelanto; por encima de 220°, atraso.

5.4 Reglaje a partir de valores nominales y reales

Regular significa ajustar entre sí el momento de inercia y el par recuperador de modo que se obtenga la frecuencia nominal. La marcha indica cuánto se aparta aún la frecuencia.

Marcha a partir de la desviación de frecuencia

(5.22) OFICIAL

$$G = \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
f_{ist}	Frecuencia medida	Hz
f_{soll}	Frecuencia nominal	Hz

Si el volante oscila demasiado deprisa, la minutería cuenta demasiadas alternancias: el reloj adelanta. El factor $86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$ convierte la desviación relativa en segundos por día. Con números de alternancias, el mismo cálculo está en la sección 8.1; para el cuarzo, en la sección 10.5.

Validez: frecuencia promediada sobre el tiempo de medición. En lugar de las frecuencias pueden introducirse también los números de alternancias.

EJEMPLO Un volante con 4 Hz de frecuencia nominal oscila a 4,0005 Hz.

Datos: $f_{\text{ist}} = 4{,}0005\,\text{Hz}$; $f_{\text{soll}} = 4\,\text{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{f_{\text{ist}} - f_{\text{soll}}}{f_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{4{,}0005\,\text{Hz} - 4\,\text{Hz}}{4\,\text{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 10{,}8\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 10,8 s al día. Ya una ocho milésima parte de exceso de frecuencia se nota claramente como marcha.

Variación de marcha a partir del par recuperador y del momento de inercia

(5.23) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
ΔD	Variación del par recuperador (+ significa: espiral más fuerte)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
ΔJ	Variación del momento de inercia (+ significa: volante más inerte)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$
J	Momento de inercia (del volante)	$\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

Es la fórmula básica del reglaje. De ella se derivan la fórmula de la raqueta (5.16) y las fórmulas para tornillos y masas de regulación. Quien quiera eliminar una marcha G necesita la variación de marcha $\Delta G = -G$.

Validez: variaciones pequeñas (hasta unos pocos por ciento).

EJEMPLO En una reparación se sustituye la espiral; la nueva tiene $0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$ más de par recuperador que la antigua, de $0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$. Al mismo tiempo, el volante de $10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ se hace $0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$ más inerte con arandelas.

Datos: $\Delta D = 0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$; $\Delta J = 0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$; $J = 10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta J}{J} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0{,}002\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}}{0{,}632\ \frac{\mu\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}} - \frac{0{,}010\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2}{10\,\text{mg}\cdot\text{cm}^2} \right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx 93{,}5\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj se adelanta así alrededor de minuto y medio al día: la espiral más fuerte aporta 137 s, y el volante más inerte resta 43 s.

Emparejamiento: par recuperador para volante y número de alternancias

(5.24) MAESTRO

$$D = \pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2 \cdot J$$

Así se elige la espiral para el volante. Escrita con la frecuencia, la fórmula es $D = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot J$.

Validez: introducir n_{h} en alternancias por segundo y J en kg·m²; entonces resulta D en N·m por rad.

D	Par recuperador (de la espiral; buscado)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$
n_{h}	Número de alternancias (valor nominal)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
J	Momento de inercia (del volante)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

EJEMPLO Un volante de $12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$ debe dar 21600 A/h, es decir, 6 alternancias por segundo.

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 21\,600\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $J = 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$

$$\begin{aligned} D &= \pi^2 \cdot n_{\mathrm{h}}^2 \cdot J \\ &= \pi^2 \cdot \left(21\,600\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}\right)^2 \cdot 12\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \\ &\approx 0{,}426\ \tfrac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}} \end{aligned}$$

La espiral necesita unos $0{,}43\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$. Para 28800 A/h, con el mismo volante tendría que ser casi el doble de fuerte.

Medir el momento de inercia con un disco adicional

(5.25) AMPLIACIÓN

$$J = \frac{J_{\mathrm{Z}}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1}$$

Un momento de inercia desconocido no puede pesarse, pero sí medirse a través del período de oscilación: un disco de momento de inercia conocido hace la oscilación más lenta en una cantidad calculable.

Validez: la misma espiral en ambas mediciones, disco montado centrado, oscilación libre sin escape.

J	Momento de inercia (del volante; buscado)	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
J_{Z}	Momento de inercia conocido del disco montado	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$
T_1	Período de oscilación sin disco	s
T_2	Período de oscilación con disco	s

EJEMPLO Un volante oscila con su espiral con 0,250 s. Con un disco montado de $5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, la oscilación dura 0,306 s.

Datos: $J_{\mathrm{Z}} = 5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$; $T_1 = 0{,}250\,\mathrm{s}$; $T_2 = 0{,}306\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} J &= \frac{J_{\mathrm{Z}}}{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} \\ &= \frac{5\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}}{\left(\frac{0{,}306\,\mathrm{s}}{0{,}250\,\mathrm{s}}\right)^2 - 1} \\ &\approx 10{,}0\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2} \end{aligned}$$

El volante tiene unos $10\,\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$. De J y T_1 se obtiene también, con la fórmula (5.1), el par recuperador de la espiral.

5.5 Temperatura

El calor modifica el órgano regulador por dos vías. La espiral se ablanda porque su módulo de elasticidad disminuye, y todas las piezas se dilatan. En una espiral de acero predomina con mucho la primera vía: el reloj atrasa mucho con el calor.

Se han impuesto dos soluciones. El volante compensado tiene un aro cortado de acero por dentro y latón por fuera; con el calor, los extremos libres se curvan hacia dentro, el momento de inercia disminuye y compensa la espiral más blanda. Hoy se usan espirales autocompensadoras de aleaciones de níquel y hierro como Nivarox o de silicio oxidado, cuyo módulo de elasticidad apenas varía con la temperatura, junto con un volante monometálico.

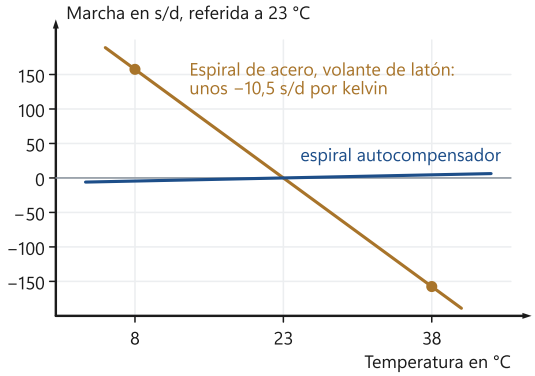


Fig. 5.11 Marcha en función de la temperatura: espiral de acero con volante monometálico y espiral autocompensadora

Coeficiente de temperatura a partir de los datos de los materiales

(5.26) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$C \approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Con el calor, la espiral se ablanda (β_E es negativo en el acero) y a la vez aumenta en todas sus medidas; el volante aumenta y con ello se hace más inerte. La fórmula suma las tres contribuciones.

Validez: volante monometálico, no cortado; calentamiento uniforme; variaciones de temperatura pequeñas. No se incluye la influencia del aceite, del escape ni de los pitones de la raqueta.

C	Coeficiente de temperatura de la marcha (+ significa: el reloj adelanta con el calor)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
β_E	Coeficiente de temperatura del módulo de elasticidad de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_S	Coeficiente de dilatación lineal de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
α_U	Coeficiente de dilatación lineal del volante	$\frac{1}{\mathrm{K}}$

EJEMPLO Una espiral de acero ($\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$, $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) trabaja con un volante monometálico de latón ($\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$).

Datos: $\beta_\mathrm{E} = -240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{S} = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\alpha_\mathrm{U} = 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} C &\approx \frac{1}{2} \cdot (\beta_\mathrm{E} + 3 \cdot \alpha_\mathrm{S} - 2 \cdot \alpha_\mathrm{U}) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(-240 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} + 3 \cdot 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} - 2 \cdot 18{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right) \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -10{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

El reloj pierde unos 10,5 s al día por kelvin de calentamiento; entre 8 °C y 38 °C, por tanto, más de 5 minutos al día. Casi todo procede del módulo de elasticidad.

Materiales de espiral y volante (valores orientativos a 20 °C)

Material	Uso	β_E en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$	α en $10^{-6}\,\frac{1}{K}$
acero al carbono, templado	espiral de relojes antiguos	−200 … −270	11 … 13
Nivarox y aleaciones similares de níquel y hierro	espiral autocompensadora	en torno a 0, ajustable	en torno a 8
silicio sin recubrir	como comparación; sin capa de óxido no está compensado	en torno a −60	2,6
silicio con capa de óxido	espiral autocompensadora	en torno a 0, ajustable	en torno a 2,6
latón	volante monometálico		18 … 21
bronce al berilio (Glucydur)	volante monometálico		17

En las espirales autocompensadoras, el fabricante ajusta β_E de modo que compense justamente la dilatación de la espiral y del volante.

Coeficiente de temperatura a partir de la medición

(5.27) MAESTRO

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

DESPEJADA $G_2 = G_1 + C \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$

Se comprueba a dos temperaturas en la misma posición y con el mismo estado de cuerda. Lo habitual son 8 °C y 38 °C; el denominador es entonces 30 K. En el control de cronómetros ambas temperaturas están fijadas (sección 8.4).

Validez: coeficiente medio entre las dos temperaturas de ensayo; antes de cada medición, el reloj debe estar totalmente calentado o enfriado.

C	Coeficiente de temperatura de la marcha	$\frac{s}{d \cdot K}$
G_2	Marcha a la temperatura más alta	$\frac{s}{d}$
G_1	Marcha a la temperatura más baja	$\frac{s}{d}$
ϑ_2	Temperatura de ensayo más alta	°C
ϑ_1	Temperatura de ensayo más baja	°C

EJEMPLO Un reloj adelanta 6,0 s al día a 8 °C y 1,5 s al día a 38 °C, ambas veces en la misma posición.

Datos: $G_2 = 1{,}5\,\frac{s}{d}$; $G_1 = 6{,}0\,\frac{s}{d}$; $\vartheta_2 = 38°C$; $\vartheta_1 = 8°C$

$$C = \frac{G_2 - G_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{1{,}5\,\frac{s}{d} - 6{,}0\,\frac{s}{d}}{38°C - 8°C} = -0{,}15\,\frac{s}{d \cdot K}$$

El reloj pierde 0,15 s al día por kelvin de calentamiento. El control de cronómetros según ISO 3159 admite, en movimientos de más de 20 mm de diámetro, hasta 0,6 s al día por kelvin en ambos sentidos.

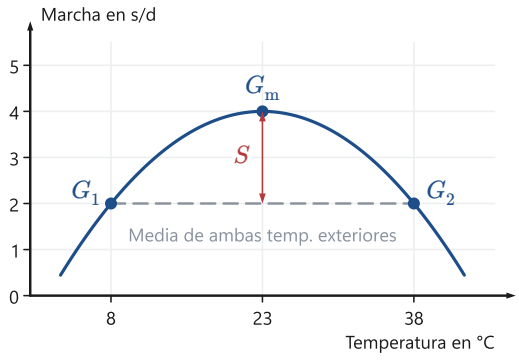


Fig. 5.12 Error secundario S: a temperatura media el reloj adelanta, aunque las marchas G_1 y G_2 a 8 °C y 38 °C sean iguales

Error secundario

(5.28) AMPLIACIÓN

$$S = G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

El volante compensado compensa de forma casi lineal, pero la espiral de acero no se ablanda de forma lineal. Si la marcha es correcta a las dos temperaturas extremas, entre ellas el reloj adelanta. Las espirales autocompensadoras apenas tienen ya este error.

Validez: tres mediciones en la misma posición; temperatura media justo entre las dos extremas.

S	Error secundario (+ significa: el reloj adelanta a temperatura media)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{m}	Marcha a la temperatura media (23 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marcha a la temperatura más baja (8 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marcha a la temperatura más alta (38 °C)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO Un reloj de bolsillo con volante compensado y espiral de acero adelanta 2,0 s al día tanto a 8 °C como a 38 °C, pero a 23 °C adelanta 4,0 s al día.

Datos: $G_{\mathrm{m}} = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} S &= G_{\mathrm{m}} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El error secundario es de 2 s al día; unos pocos segundos al día son típicos de esta construcción. El coeficiente de temperatura según la fórmula (5.27) es aquí nulo y no revela el error.

Regla: Espiral de acero con volante simple: unos 11 s de atraso al día por kelvin de calentamiento.

5.6 Energía y factor de calidad

El volante en oscilación es un acumulador de energía. En cada oscilación se pierde una pequeña parte de la energía por rozamiento con el aire y en los cojinetes; el escape debe reponer exactamente esa parte. Cuanto menor es la pérdida, menos perturba el escape la marcha.

Energía del volante en oscilación

(5.29) MAESTRO

$$W = \frac{D \cdot A^2}{2}$$

En el punto de retorno toda la energía está en la espiral tensada; en la posición de reposo, en el movimiento del volante: $W = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{\max}^2$. La energía crece con el cuadrado de la amplitud. Es la energía de un resorte de torsión según la fórmula (2.26).

Validez: introducir la amplitud en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

W	Energía (de la oscilación)	$\mu\mathrm{J}$
D	Par recuperador (de la espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$
A	Amplitud (en radianes)	rad

EJEMPLO ¿Qué energía almacena un volante con $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$ con 270° de amplitud (4,71 rad)?

Datos: $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$; $A = 4{,}71\ \mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{D \cdot A^2}{2} \\ &= \frac{0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}} \cdot (4{,}71\ \mathrm{rad})^2}{2} \\ &\approx 7{,}01\ \mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Unos 7 µJ. Con 220° serían solo 4,7 µJ, dos tercios de esa cantidad.

Factor de calidad

(5.30) AMPLIACIÓN

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W}$$

Q	Factor de calidad	1
W	Energía (de la oscilación)	µJ
ΔW	Pérdida de energía por oscilación completa	µJ

El factor de calidad compara la energía almacenada con la pérdida por oscilación. Un factor de calidad alto significa que el oscilador necesita poco aporte y que el escape lo perturba poco.

Validez: oscilador poco amortiguado (Q mucho mayor que 1). En el volante, Q depende algo de la amplitud y de la posición.

EJEMPLO El volante del ejemplo anterior pierde 0,176 µJ por oscilación.

Datos: $W = 7{,}01\,\mu\text{J}$; $\Delta W = 0{,}176\,\mu\text{J}$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2 \cdot \pi \cdot W}{\Delta W} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 7{,}01\,\mu\text{J}}{0{,}176\,\mu\text{J}} \\ &\approx 250 \end{aligned}$$

Un factor de calidad de alrededor de 250 es habitual en un reloj de pulsera. Un buen péndulo de segundos alcanza de algunos miles a más de diez mil; un cuarzo de reloj, varias decenas de miles.

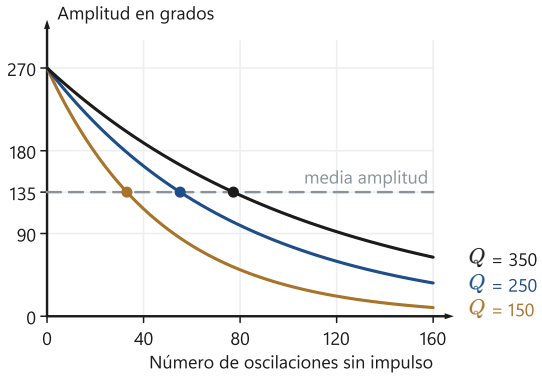


Fig. 5.13 Oscilación libre sin accionamiento: la amplitud se reduce a la mitad tras unas $0{,}22 \cdot Q$ oscilaciones

Oscilación libre sin accionamiento

(5.31) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$A_{\mathrm{N}} \approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_{\mathrm{S}}}{Q}}$$

DESPEJADA

$$Q \approx \frac{\pi \cdot N_{\mathrm{S}}}{\ln\left(\frac{A_0}{A_{\mathrm{N}}}\right)}$$

A_{N}	Amplitud tras N_{S} oscilaciones	°
A_0	Amplitud inicial	°
N_{S}	Número de oscilaciones completas (sin accionamiento)	1
Q	Factor de calidad	1

Sin accionamiento, la oscilación se extingue. La amplitud se reduce a la mitad tras unas $0{,}22 \cdot Q$ oscilaciones. A la inversa, un ensayo de oscilación libre da el factor de calidad.

Validez: rozamiento proporcional a la velocidad (rozamiento con el aire), Q constante durante el ensayo. El rozamiento en los cojinetes hace caer la amplitud más deprisa al final.

EJEMPLO Un volante con $Q = 250$ oscila con 270° y deja de recibir impulso. ¿Cuál es la amplitud tras 55 oscilaciones?

Datos: $A_0 = 270°$; $N_{\mathrm{S}} = 55$; $Q = 250$

$$\begin{aligned} A_{\mathrm{N}} &\approx A_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot N_{\mathrm{S}}}{Q}} \\ &= 270° \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi \cdot 55}{250}} \\ &\approx 135° \end{aligned}$$

Tras 55 oscilaciones, es decir, a 4 Hz tras casi 14 s, la amplitud ha bajado a la mitad.

Potencia necesaria del volante

(5.32) MAESTRO

$$P = \Delta W \cdot f$$

P	Potencia (que el escape debe entregar al volante)	µW
ΔW	Pérdida de energía por oscilación completa	µJ
f	Frecuencia (oscilaciones completas por segundo)	Hz

En equilibrio, el escape repone en cada oscilación exactamente la pérdida. Escrita con el factor de calidad: $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot W}{Q}$. Aquí P es la potencia, no el paso de rosca.

Validez: estado estacionario con amplitud constante.

EJEMPLO El volante de los ejemplos anteriores pierde 0,176 µJ por oscilación y oscila a 4 Hz.

Datos: $\Delta W = 0{,}176\,\mu\mathrm{J}$; $f = 4\,\mathrm{Hz}$

$$\begin{aligned} P &= \Delta W \cdot f \\ &= 0{,}176\,\mu\mathrm{J} \cdot 4\,\mathrm{Hz} \\ &= 0{,}704\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

El volante necesita unos 0,7 µW. El barrilete debe suministrar varias veces más, porque el tren de engranajes y el escape solo transmiten una parte (capítulos 3 y 7).

Regla: Doble amplitud, cuádruple energía.

5.7 Isocronismo

Isócrono significa de igual duración: un órgano regulador ideal necesita el mismo tiempo para oscilaciones grandes y pequeñas. La fórmula (5.1) lo cumple; el reloj real, solo aproximadamente. Como la amplitud disminuye al desarmarse el muelle real y en las posiciones verticales, todo error de isocronismo se manifiesta como diferencia de marcha entre el reloj con la cuerda completa y casi sin cuerda, y entre las posiciones.

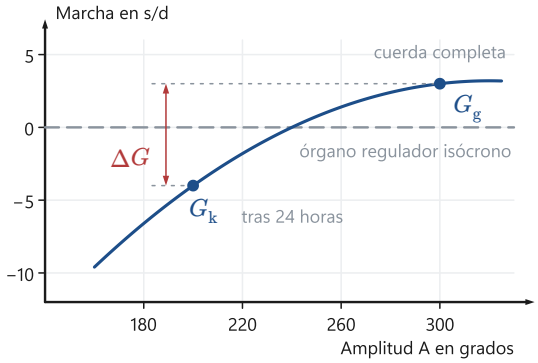


Fig. 5.14 Diagrama marcha-amplitud (principio): el error de isocronismo ΔG es la diferencia de marcha entre amplitud pequeña y grande

El **error de isocronismo** es la diferencia de marcha entre amplitud pequeña y grande, medida en la misma posición y a la misma temperatura (fig. 5.14). Lo más sencillo es medir con la cuerda completa y tras 24 horas de marcha; la fórmula y el ejemplo están en la sección 8.3, fórmula (8.14). Si el reloj atrasa con amplitud pequeña, a menudo se debe a un juego excesivo de la espiral entre los pitones de la raqueta. Otras causas figuran en la tabla.

Qué perturba el isocronismo

Causa	Efecto con amplitud pequeña	Remedio
juego de la espiral entre los pitones de la raqueta	atraso: la espiral apoya en el pitón durante una parte menor de la oscilación y actúa en promedio como más larga	mantener el juego pequeño, colocar la espiral centrada entre los pitones
escape (desenganche antes, impulso alrededor de la posición de reposo)	casi siempre atraso, porque el engrane ocupa una parte mayor de la oscilación	escape de funcionamiento suave, amplitud alta, factor de calidad alto
desequilibrio del volante	en las posiciones verticales, adelanto o atraso según la posición del punto pesado (sección 5.3)	equilibrar
respiración asimétrica de la espiral plana	el centro de gravedad de la espiral se desplaza y los pivotes reciben carga lateral; la marcha depende de la amplitud y de la posición	curva terminal Breguet o espiral de forma adaptada
posición del punto de fijación interior en la virola	adelanto o atraso en las posiciones verticales según la posición del punto de fijación	punto de fijación según el fabricante; se aprovecha de forma deliberada en el reglaje fino

Los efectos se superponen. En el reglaje fino se ajustan de modo que se compensen en lo posible.

La curva terminal Breguet lleva la espira exterior hacia arriba y, en un arco más cerrado, hasta el pitón. Con la forma correcta, la espiral se abre y se cierra uniformemente hacia todos los lados, su centro de gravedad permanece en el eje y los pivotes no reciben presión lateral. Para la forma de la curva terminal hay reglas de construcción, pero no una fórmula sencilla; se dobla según plantilla y se comprueba con la marcha.

Regla: Un órgano regulador es isócrono cuando la marcha no depende de la amplitud.

6 Péndulo

El péndulo es el órgano regulador del reloj grande. Su período de oscilación depende solo de la longitud y de la aceleración de la gravedad, no de la masa de la lenteja, y con amplitudes pequeñas apenas de la amplitud. Por eso un reloj de péndulo se regula por la longitud: lenteja más alta, reloj más rápido.

Las fórmulas valen para amplitudes pequeñas de pocos grados, como las habituales en los relojes. El efecto de amplitudes mayores, de la temperatura y del lugar de instalación se trata en las secciones 6.4 y 6.5.

6.1 Péndulo matemático

El péndulo matemático es el modelo con el que calculamos: una masa puntual en un hilo sin peso. Los péndulos reales se apartan poco de él; cómo se calculan con exactitud se explica en la sección 6.3.

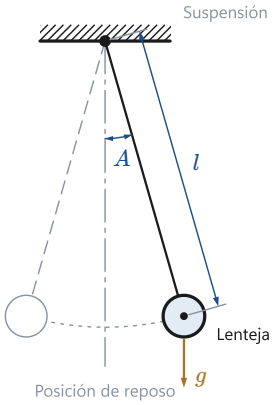


Fig. 6.1 Péndulo matemático: longitud l hasta el centro de gravedad de la lenteja, amplitud A (exagerada para mayor claridad)

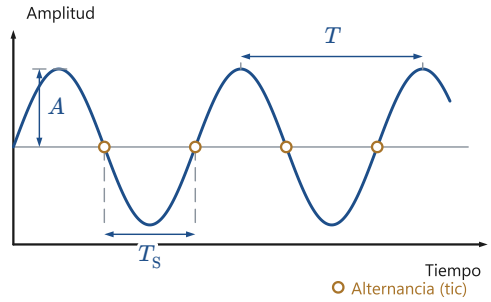


Fig. 6.2 Una alternancia es una semioscilación: $T_S = \frac{1}{2}\,T$

Período de oscilación

(6.1) OFICIAL

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

DESPEJADA $l = \dfrac{g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$

El período crece con la raíz de la longitud: un péndulo cuatro veces más largo oscila a la mitad de velocidad.

Validez: amplitudes pequeñas (hasta unos 5°), lenteja puntual, sin rozamiento. Para un péndulo real, sustituir l por la longitud reducida del péndulo l_r (sección 6.3).

T	Período de oscilación (oscilación completa, ida y vuelta)	s
l	Longitud del péndulo (punto de suspensión a centro de gravedad de la lenteja)	m
g	Aceleración de la gravedad (en Europa central $9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Conviene saber: La masa de la lenteja no aparece en la fórmula. Una lenteja más pesada no cambia el período; solo hace el péndulo menos sensible a las perturbaciones del escape y del tren de engranajes.

EJEMPLO Un péndulo mide 0,5 m desde el punto de suspensión hasta el centro de la lenteja. ¿Cuál es el período de oscilación?

Datos: $l = 0{,}5\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}42\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Una oscilación completa, es decir, ida y vuelta, dura unos 1,42 s; cada alternancia dura 0,71 s.

Duración de la alternancia (semioscilación)

(6.2) OFICIAL

$$T_\mathrm{S} = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Los relojeros cuentan alternancias. Una alternancia es una semioscilación, es decir, la mitad del período; cada alternancia se oye como un tic.

Validez: como en la fórmula (6.1).

T_S	Duración de la alternancia (semioscilación, de un punto de retorno al otro)	s
l	Longitud del péndulo	m
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO ¿Cuánto dura una alternancia en un péndulo de 994 mm de longitud?

Datos: $l = 0{,}994\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned} T_\mathrm{S} &= \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \\ &= \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}994\,\mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \\ &\approx 1{,}00\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Exactamente un segundo: un péndulo de 994 mm es un péndulo de segundos, como el que oscila en reguladores y en muchos relojes de pie.

Número de alternancias a partir del período

(6.3) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = \frac{2}{T}$$

DESPEJADA $T = \frac{2}{n_\mathrm{h}}$

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
T	Período de oscilación	s

En cada oscilación completa el péndulo bate dos veces. En los relojes grandes el número de alternancias se indica a menudo por minuto; en los relojes pequeños, en semioscilaciones por hora (A/h).

EJEMPLO Un péndulo tiene un período de oscilación de 1,5 s. ¿Cuál es el número de alternancias por hora?

Datos: $T = 1{,}5\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} n_\mathrm{h} &= \frac{2}{T} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{2}{1{,}5\,\mathrm{s}} \cdot 3600\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

4800 alternancias por hora, es decir, 80 alternancias por minuto.

Longitud del péndulo a partir del número de alternancias

(6.4) OFICIAL

$$l = \frac{g}{\pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2}$$

l	Longitud del péndulo	m
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$

Así se determina la longitud de un péndulo que falta: calcular el número de alternancias a partir de los números de dientes del tren de engranajes (capítulo 4) y después la longitud.

Validez: como para el período, fórmula (6.1); introducir n_h en alternancias por segundo si g está en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

EJEMPLO Un movimiento está construido para 90 alternancias por minuto, es decir, 1,5 alternancias por segundo. ¿Qué longitud debe tener el péndulo?

Datos: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad n_\mathrm{h} = 1{,}5\ \frac{1}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{g}{\pi^2 \cdot n_\mathrm{h}^2} \\ &= \frac{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\pi^2 \cdot \left(1{,}5\ \frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2} \\ &\approx 0{,}442\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

El péndulo debe medir unos 442 mm desde el punto de suspensión hasta el centro de la lenteja.

Longitud del péndulo a partir de alternancias por minuto (fórmula de taller) (6.5) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$l = \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

l	Longitud del péndulo en mm	mm
n_{h}	Número de alternancias por minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

El número 3 578 400 es la longitud del péndulo de segundos (994 mm) por 60^2. Introducir los valores solo en las unidades indicadas.

Validez: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; l en mm, n_{h} en alternancias por minuto.

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene el péndulo para 90 alternancias por minuto?

Datos: $n_{\mathrm{h}} = 90\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} l &= \frac{3\,578\,400}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{3\,578\,400}{90^2} \\ &\approx 442\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Unos 442 mm, como en la fórmula anterior.

Regla: Un péndulo de 994 mm bate segundos. Un péndulo cuatro veces más largo bate la mitad de veces.

6.2 Regulación por la longitud del péndulo

Si un reloj de péndulo adelanta, se alarga el péndulo; si atrasa, se acorta. Como el período crece con la raíz de la longitud, un 1 ‰ más de longitud hace la oscilación un 0,5 ‰ más lenta, es decir, 43 s al día.

Variación de marcha por variación de longitud

(6.6) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx -\frac{\Delta l}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\quad \Delta l \approx -\dfrac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δl	Variación de longitud (+ significa: péndulo más largo, lenteja más baja)	mm
l	Longitud del péndulo	mm

Un péndulo más largo oscila más despacio y el reloj se vuelve más lento; de ahí el signo menos. El factor $86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ convierte la variación relativa en segundos por día.

Validez: variaciones pequeñas (Δl mucho menor que l); péndulo sin varilla pesada.

Conviene saber: En péndulos con varilla pesada, el centro de oscilación se desplaza menos que la lenteja. La lenteja debe moverse entonces más de lo calculado. Calculando con la longitud del péndulo obtenida del número de alternancias, con una varilla del 10 %, 20 % y 30 % de la masa de la lenteja el recorrido es aproximadamente un 3 %, 7 % y 10 % mayor. Por eso, para el péndulo real se calcula a menudo con el factor 2,2 en lugar de 2, véase la fórmula (6.7).

EJEMPLO Un reloj de pie con 994 mm de longitud de péndulo adelanta 30 s al día. Debe hacerse, pues, 30 s al día más lento. ¿Cuánto hay que bajar la lenteja?

Datos: $\Delta G = -30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}; \quad l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= -\frac{2 \cdot 994\,\mathrm{mm} \cdot \left(-30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\right)}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}69\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lenteja debe bajar unos 0,7 mm; el péndulo se hace más largo.

Desplazamiento de la lenteja a partir de marcha y número de alternancias (fórmula de taller)

(6.7) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$\Delta l \approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2}$$

Δl	Desplazamiento de la lenteja en mm (+ significa: lenteja más baja)	mm
G	Marcha del reloj en segundos por día (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
n_{h}	Número de alternancias por minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

Si el reloj adelanta, la lenteja baja; si atrasa, sube. El número 90 contiene la longitud del péndulo obtenida del número de alternancias y un suplemento para el péndulo real. Para el péndulo matemático, las fórmulas (6.5) y (6.6) juntas dan $\frac{2 \cdot 3\,578\,400}{86\,400} \approx 83$. Con el factor 2,2 en lugar de 2 resultan 91, redondeado 90.

Validez: Δl en mm, G en segundos por día, n_{h} en alternancias por minuto. Valor orientativo para péndulos cuya varilla oscila con ellos; con varilla muy ligera se toma 83 en lugar de 90. Tras el ajuste se vuelve a medir la marcha.

EJEMPLO El reloj de pie del ejemplo de la fórmula (6.6) bate 60 veces por minuto y adelanta 30 s al día. ¿Cuánto se baja la lenteja?

Datos: $G = 30\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $n_{\mathrm{h}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned}\Delta l &\approx \frac{90 \cdot G}{n_{\mathrm{h}}^2} \\ &= \frac{90 \cdot 30}{60^2} \\ &= 0{,}75\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

La lenteja baja 0,75 mm. Para el péndulo matemático eran 0,69 mm; la diferencia es el suplemento por la varilla que oscila con el péndulo.

Variación de marcha con la tuerca de regulación

(6.8) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $$N \approx -\frac{2 \cdot l \cdot \Delta G}{P \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Vueltas (de la tuerca; + significa: lenteja más baja)	1
P	Paso de rosca (de la tuerca de regulación)	mm
l	Longitud del péndulo	mm

Una vuelta completa de la tuerca desplaza la lenteja un paso de rosca.

Validez: la lenteja descansa sobre la tuerca; péndulo sin varilla pesada.

EJEMPLO ¿Cuánto cambia la marcha de un péndulo de segundos una vuelta completa de la tuerca de regulación (paso 0,5 mm) si la lenteja baja?

Datos: $N = 1$; $P = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{N \cdot P}{2 \cdot l} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1 \cdot 0{,}5\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -21{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se vuelve unos 22 s al día más lento. Las correcciones más finas se hacen con fracciones de vuelta; muchas tuercas llevan para ello una graduación.

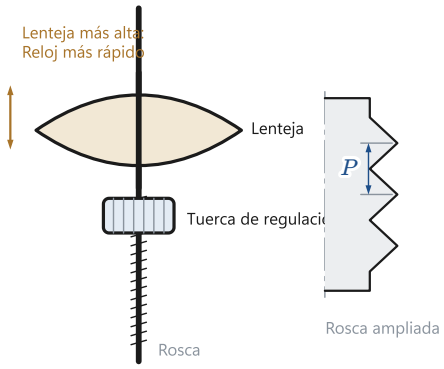


Fig. 6.3 La tuerca de regulación sube o baja la lenteja un paso P por vuelta

Regla: Lenteja más alta, reloj más rápido. En el péndulo de segundos, 1 mm equivale a unos 43 s al día.

Pesas de ajuste. Los relojes de péndulo de precisión ya no se regulan al final con la tuerca, sino con pequeñas pesas sobre un platillo en la varilla del péndulo. El péndulo sigue oscilando mientras tanto. Cada pesa añadida adelanta el reloj; cada pesa retirada lo atrasa.

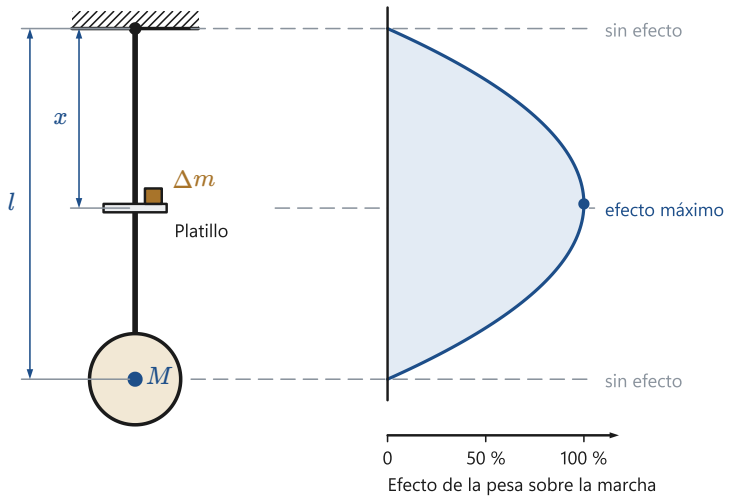


Fig. 6.4 Pesa de ajuste Δm a la distancia x bajo la suspensión: el efecto sobre la marcha es máximo a media longitud del péndulo y se anula en la suspensión y en el centro de oscilación M

Pesa de ajuste a media longitud del péndulo

(6.9) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m}{8 \cdot m} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $$\Delta m \approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$$

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masa de la pesa de ajuste (+ significa: añadida)	g
m	Masa (del péndulo)	kg

La pesa se sitúa por encima del centro de oscilación y acorta un poco la longitud efectiva del péndulo. Como 86 400 dividido entre 8 es 10 800, en el taller se calcula de forma abreviada: $\Delta m = \frac{m \cdot \Delta G}{10\,800}$ con ΔG en segundos por día.

Validez: platillo a media longitud del péndulo, es decir, a mitad de camino entre la suspensión y el centro de oscilación; pesa mucho más ligera que el péndulo; masa del péndulo concentrada esencialmente en la lenteja. Con varilla pesada, la pesa actúa algo más.

EJEMPLO Un reloj de péndulo de precisión con 6 kg de masa pendular atrasa 0,5 s al día. ¿Qué pesa de ajuste lo compensa?

Datos: $m = 6\,\mathrm{kg}$; $\Delta G = 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta m &\approx \frac{8 \cdot m \cdot \Delta G}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &= \frac{8 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}} \\ &\approx 0{,}28\,\mathrm{g}\end{aligned}$$

Unos 0,28 g. Para recordar: la 10 800.ª parte de la masa del péndulo, aquí 0,56 g, aporta 1 s al día.

Pesa de ajuste a cualquier altura

(6.10) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

En la suspensión y en el centro de oscilación una pesa no produce efecto. Entre ambos adelanta el reloj, con el máximo en el centro. Por debajo del centro de oscilación lo atrasa.

Validez: pesa mucho más ligera que el péndulo; péndulo calculado como masa puntual a la longitud l.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δm	Masa de la pesa de ajuste (+ significa: añadida)	g
x	Distancia (suspensión a pesa de ajuste)	mm
m	Masa (del péndulo)	kg
l	Longitud del péndulo (suspensión a centro de oscilación)	mm

Conviene saber: Alrededor de la media longitud del péndulo el efecto apenas cambia con la altura. Por eso el platillo está bien colocado allí: unos milímetros no importan. Una pesa de regulación desplazable, en cambio, no debe ir en el centro, porque allí desplazarla casi no produce efecto.

EJEMPLO El péndulo del ejemplo anterior (6 kg) es un péndulo de segundos de 994 mm de longitud. Sobre él se coloca 1 g, no en el centro, sino 331 mm por debajo de la suspensión, es decir, a un tercio de la longitud. ¿Cuánto cambia la marcha?

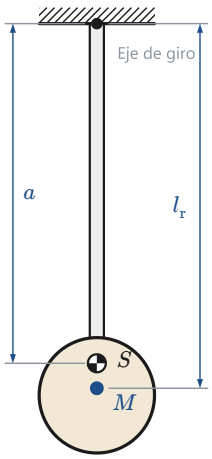
Datos: $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$; $x = 331\,\mathrm{mm}$; $m = 6\,\mathrm{kg}$; $l = 994\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta m \cdot x}{2 \cdot m \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{g} \cdot 331\,\mathrm{mm}}{2 \cdot 6\,\mathrm{kg} \cdot 994\,\mathrm{mm}} \cdot \left(1 - \frac{331\,\mathrm{mm}}{994\,\mathrm{mm}}\right) \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 1{,}60\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

El reloj se adelanta unos 1,6 s al día. A media longitud serían 1,8 s.

6.3 Péndulo físico

Un péndulo real tiene una varilla con masa propia y una lenteja extensa. Oscila como un péndulo matemático de longitud reducida l_r. Esta llega hasta el centro de oscilación, que está algo por debajo del centro de gravedad.



S centro de gravedad · M centro de oscilación

Fig. 6.5 Péndulo físico: centro de gravedad S a la distancia a, centro de oscilación M a la longitud reducida l_r

Período de oscilación del péndulo físico

(6.11) MAESTRO

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}}$$

Validez: amplitudes pequeñas, sin rozamiento, péndulo rígido.

T	Período de oscilación	s
J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro (suspensión)	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
m	Masa (del péndulo completo)	kg
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$
a	Distancia (eje de giro a centro de gravedad)	m

EJEMPLO Una varilla uniforme (longitud 1 m, masa 0,6 kg) oscila alrededor de su extremo superior. Su momento de inercia respecto al extremo es $J_\mathrm{A} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2 = 0{,}2\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; el centro de gravedad está en el medio.

Datos: $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot g \cdot a}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}}} \\ &\approx 1{,}64\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

1,64 s; un péndulo de hilo de 1 m tendría 2,01 s. La varilla oscila más rápido porque parte de su masa está cerca del eje de giro.

Longitud reducida del péndulo

(6.12) MAESTRO

$$l_\mathrm{r} = \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a}$$

La longitud reducida es la longitud del péndulo matemático con el mismo período de oscilación. Con l_r en lugar de l valen todas las fórmulas de las secciones 6.1 y 6.2.

l_r	longitud reducida del péndulo (eje de giro a centro de oscilación)	m
J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
m	Masa (del péndulo completo)	kg
a	Distancia (eje de giro a centro de gravedad)	m

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene el péndulo de hilo equivalente a la varilla del ejemplo anterior?

Datos: $J_\mathrm{A} = 0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$; $m = 0{,}6\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{r} &= \frac{J_\mathrm{A}}{m \cdot a} \\ &= \frac{0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}}{0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} \\ &\approx 0{,}667\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

La varilla oscila como un péndulo de hilo de 667 mm, es decir, como un péndulo de dos tercios de su longitud.

Momento de inercia respecto a la suspensión (teorema de Steiner)

(6.13) MAESTRO

$$J_A = J_S + m \cdot a^2$$

Así se traslada el momento de inercia de una pieza desde su centro de gravedad al eje de giro del péndulo. Para varias piezas se suman las contribuciones.

J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
J_S	Momento de inercia respecto al eje paralelo que pasa por el centro de gravedad	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
m	Masa (de la pieza)	kg
a	Distancia (entre ambos ejes)	m

EJEMPLO Una lenteja (disco, masa 1,2 kg, radio 60 mm) cuelga con su centro 0,9 m por debajo de la suspensión. Respecto a su propio centro tiene $J_S = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.

Datos: $J_S = 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2}$; $m = 1{,}2\,\mathrm{kg}$; $a = 0{,}9\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} J_A &= J_S + m \cdot a^2 \\ &= 0{,}002\,16\,\mathrm{kg \cdot m^2} + 1{,}2\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}9\,\mathrm{m})^2 \\ &\approx 0{,}974\,\mathrm{kg \cdot m^2} \end{aligned}$$

Casi todo el momento de inercia procede de la distancia a la suspensión. Por eso un péndulo con lenteja pesada y varilla ligera se comporta casi como un péndulo matemático.

6.4 Amplitud y error circular

Las fórmulas de la sección 6.1 solo son exactas para amplitudes infinitamente pequeñas. Cuanto más amplio es el movimiento del péndulo, más dura una oscilación. El reloj solo nota este error circular cuando la amplitud cambia, por ejemplo porque disminuye la fuerza motriz o envejece el aceite del escape.

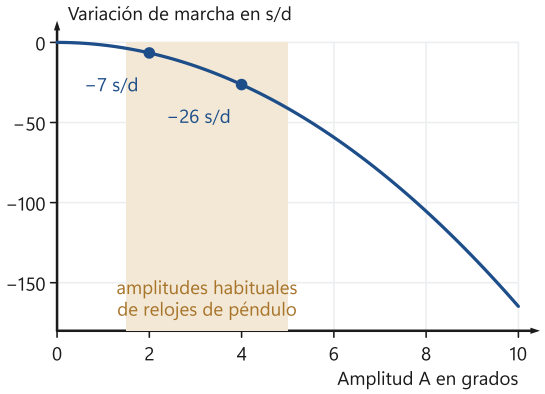


Fig. 6.6 Error circular: cuanto mayor es la amplitud, más despacio oscila el péndulo (marcha respecto a una amplitud muy pequeña)

Período de oscilación con amplitud mayor

(6.14) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$T \approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right)$$

Validez: amplitudes hasta unos 20°. Introducir A en radianes: grados por $\frac{\pi}{180}$.

T	Período de oscilación (con la amplitud A)	s
T_0	Período de oscilación con amplitud muy pequeña (fórmula 6.1)	s
A	Amplitud (del péndulo, en radianes)	rad

EJEMPLO Un péndulo de segundos ($T_0 = 2\,\mathrm{s}$) oscila con una amplitud de 4°, es decir, 0,0698 rad.

Datos: $T_0 = 2\,\mathrm{s}$; $A = 0{,}0698\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} T &\approx T_0 \cdot \left(1 + \frac{A^2}{16}\right) \\ &= 2\,\mathrm{s} \cdot \left(1 + \frac{(0{,}0698\,\mathrm{rad})^2}{16}\right) \\ &\approx 2{,}0006\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Cada oscilación dura 0,6 ms más; respecto a una amplitud muy pequeña, el reloj pierde así unos 26 s al día.

Variación de marcha al cambiar la amplitud

(6.15) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Si la amplitud disminuye, el reloj se adelanta.

Validez: como en la fórmula anterior.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
A_2	Amplitud después (radianes)	rad
A_1	Amplitud antes (radianes)	rad

EJEMPLO La amplitud baja de 2,5° (0,0436 rad) a 2,0° (0,0349 rad).

Datos: $A_2 = 0{,}0349\,\mathrm{rad}$; $A_1 = 0{,}0436\,\mathrm{rad}$

$$\begin{aligned} \Delta G &\approx -\frac{A_2^2 - A_1^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{(0{,}0349\,\mathrm{rad})^2 - (0{,}0436\,\mathrm{rad})^2}{16} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 3{,}7\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj gana unos 3,7 s al día. Una fuerza motriz uniforme mantiene constante la amplitud y con ella la marcha; es una de las razones por las que los relojes de péndulo de precisión funcionan con pesa.

6.5 Temperatura y lugar de instalación

El calor dilata la varilla del péndulo y el reloj atrasa. Y como la aceleración de la gravedad no es igual en todas partes, un reloj de péndulo debe regularse de nuevo tras una mudanza.

Variación de marcha por temperatura

(6.16) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Más calor, más longitud; más longitud, más lentitud.

Validez: péndulo sin compensación de temperatura; dilatación de la lenteja y de la suspensión despreciada.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
α	Coeficiente de dilatación lineal (de la varilla del péndulo)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura	K

EJEMPLO Un reloj de péndulo con varilla de acero ($\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) está en verano 10 K más caliente que en invierno.

Datos: $\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad \Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\frac{\alpha \cdot \Delta\vartheta}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 10\,\mathrm{K}}{2} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -4{,}97\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En verano el reloj se vuelve unos 5 s al día más lento. Con una varilla de madera el error se reduce a un tercio aproximadamente; con una varilla de invar, a entre una décima y una sexta parte.

Coeficientes de dilatación lineal para varillas de péndulo (valores orientativos a 20 °C)

Material	α en $10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$
Zinc	30
Aluminio	23
Latón	18 … 21
Acero no aleado	11 … 13
Madera (abeto, en el sentido de la fibra)	3 … 5
Invar (FeNi36)	1,2 … 2
Vidrio de cuarzo	0,5

Los valores varían con la aleación, el tratamiento térmico y, en la madera, con la humedad.

Compensación de temperatura con dos materiales

(6.17) AMPLIACIÓN

$$\alpha_1 \cdot l_1 = \alpha_2 \cdot l_2$$

DESPEJADA $l_2 = \dfrac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2}$

En el péndulo de parrilla y en el péndulo de zinc y acero, un material de gran dilatación eleva la lenteja tanto como el acero la hace bajar.

Validez: simplificado, solo las varillas. La dilatación de la lenteja y la posición del centro de oscilación desplazan algo el resultado; por eso se hace un ajuste fino tras la construcción.

α_1	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia abajo (acero)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_1	Longitud total de las piezas que actúan hacia abajo	m
α_2	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia arriba (zinc, latón)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l_2	Longitud total de las piezas que actúan hacia arriba	m

EJEMPLO Un péndulo de zinc y acero tiene en total 1,2 m de acero ($\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$) que se dilata hacia abajo. ¿Qué longitud debe tener el tubo de zinc ($\alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$)?

Datos: $\alpha_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l_1 = 1{,}2\,\mathrm{m}$; $\quad \alpha_2 = 30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$

$$\begin{aligned} l_2 &= \frac{\alpha_1 \cdot l_1}{\alpha_2} \\ &= \frac{11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{30 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}} \\ &\approx 0{,}46\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

El tubo de zinc debe medir unos 46 cm.

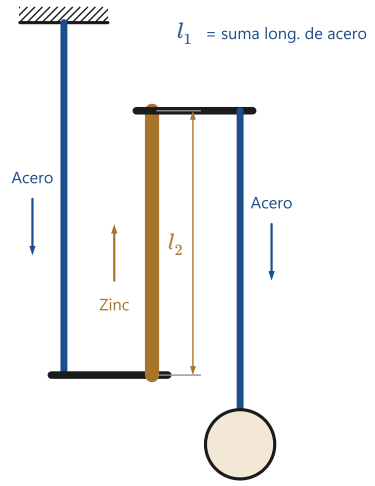


Fig. 6.7 Péndulo de zinc y acero, separado para mayor claridad: el acero baja la lenteja, el zinc la sube

Variación de marcha por cambio de lugar de instalación

(6.18) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\Delta G \approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Donde la aceleración de la gravedad es mayor, el péndulo oscila más rápido.

ΔG	Variación de marcha (+ significa: el reloj se adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δg	Variación de la aceleración de la gravedad (lugar nuevo menos lugar anterior)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
g	Aceleración de la gravedad en el lugar anterior	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

EJEMPLO Un reloj de pie regulado en Hamburgo ($g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) se lleva a Múnich ($g = 9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$), es decir, $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Datos: $\Delta g = -0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad g = 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx \frac{\Delta g}{2 \cdot g} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{-0{,}0064\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot 9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \cdot 86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -28{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En Múnich el reloj atrasa unos 28 s al día y debe regularse de nuevo allí.

Aceleración de la gravedad según latitud y altitud

(6.19) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$g \approx 9{,}780\,327\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h$$

La fórmula da la gravedad normal de una Tierra ideal. El subsuelo se aparta localmente hasta unos $0{,}0005\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, en alta montaña también más; para regular un reloj es suficiente.

Validez: Fórmula internacional de la gravedad de 1980 con corrección de altitud en aire libre.

g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
φ	latitud geográfica	$^\circ$
h	Altitud (sobre el nivel del mar)	m

EJEMPLO Aceleración de la gravedad en Múnich: latitud 48,14°, altitud 520 m.

Datos: $\varphi = 48{,}14^\circ$; $\quad h = 520\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned}g &\approx 9{,}780\,327\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot h \\ &= 9{,}780\,327\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(1 + 0{,}005\,302\,4 \cdot \sin^2 (48{,}14^\circ) - 5{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 (2 \cdot 48{,}14^\circ)\right) - 3{,}086 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot 520\,\mathrm{m} \\ &\approx 9{,}8074\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\end{aligned}$$

Unos $9{,}8074\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; Hamburgo, al nivel del mar, tiene $9{,}8138\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

7 Escapes

El escape se sitúa entre el tren de engranajes y el órgano regulador. Detiene el tren de engranajes, lo libera diente a diente al ritmo del volante o del péndulo y aporta al órgano regulador la energía que este pierde por rozamiento. El escape cuenta, pues, las oscilaciones. La precisión del reloj depende también de lo poco que perturbe al órgano regulador.

El capítulo empieza con las magnitudes comunes a todos los escapes. Siguen la geometría del escape de áncora suizo, el balance energético, los ruidos del escape que evalúa un cronocomparador y los escapes del reloj grande.

7.1 Magnitudes básicas de todos los escapes

Todo escape libera el tren de engranajes en pasos iguales y al mismo tiempo impulsa el órgano regulador. Los términos son los mismos en todos los tipos. En este capítulo los ángulos se designan siempre γ en la rueda de escape, β en el áncora, λ y A en el volante. En el escape de áncora, la rueda de escape también se llama rueda de áncora.

Términos del escape

Término	Significado	Ángulo
Reposo	Un diente descansa sobre el plano de reposo y la rueda está parada. Se mide como recorrido del áncora hasta el comienzo del impulso.	β_R en el áncora
Liberación	El órgano regulador saca la paleta del reposo y libera el diente.	Parte de λ
Impulso	El diente se desliza sobre el plano de impulso e impulsa el órgano regulador a través del áncora.	γ_H en la rueda, β_H en el áncora
Caída	La rueda gira libre hasta que el diente siguiente toca su plano de reposo.	γ_F en la rueda
Tiro	Inclinación del plano de reposo con la que la rueda atrae el áncora hacia el tope.	ψ en la paleta
Recorrido perdido	Recorrido del áncora tras la caída hasta el tope; seguridad del reposo.	β_V en el áncora
Ángulo de levantamiento	Recorrido del volante mientras la elipse está en la horquilla.	λ en el volante
Arco suplementario	Recorrido del órgano regulador fuera del impulso, hasta el punto de retorno.	φ_E en volante o péndulo

El volante necesita su ángulo de levantamiento para la liberación y el impulso juntos.

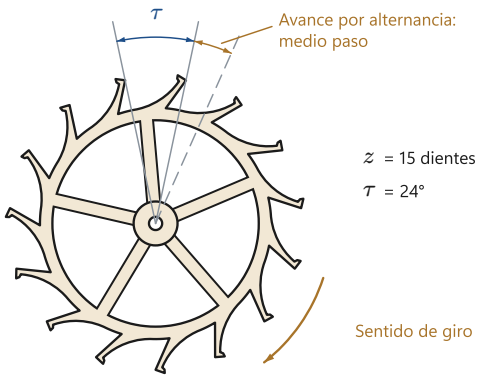


Fig. 7.1 Paso τ de la rueda de escape; en cada alternancia la rueda avanza medio paso

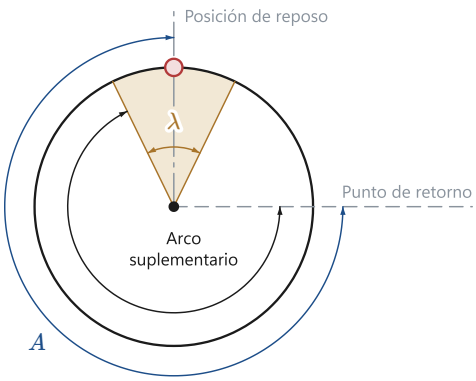


Fig. 7.2 Recorrido de la elipse de la posición de reposo al punto de retorno: amplitud A, ángulo de levantamiento λ y arco suplementario

Paso de la rueda de escape

(7.1) OFICIAL

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

τ	Paso (de la rueda de escape; ángulo de diente a diente)	°
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

El paso es el ángulo de diente a diente. En cada alternancia la rueda avanza medio paso, porque cada diente trabaja sucesivamente en ambas paletas.

Validez: escapes de áncora, de cilindro, Graham y de áncora de retroceso. En el escape de cronómetro la rueda solo avanza en cada segunda alternancia, y entonces un paso completo.

EJEMPLO ¿Cuál es el paso de una rueda de escape de 15 dientes?

Datos: $z = 15$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{15} \\ &= 24^\circ\end{aligned}$$

El paso es de 24°; el avance por alternancia, por tanto, 12°.

Número de alternancias y velocidad de giro de la rueda de escape

(7.2) OFICIAL

$$n_\mathrm{h} = 2 \cdot z \cdot n_\mathrm{H}$$

DESPEJADA $n_\mathrm{H} = \dfrac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z}$

n_h	Número de alternancias (semioscilaciones por unidad de tiempo)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
n_H	Velocidad de giro de la rueda de escape	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

En una vuelta de la rueda de escape cada diente pasa una vez y permite dos alternancias. La fórmula une el tren de engranajes y el órgano regulador: del número de alternancias y el número de dientes resulta la velocidad a la que debe girar la rueda de escape (capítulo 4). El mismo cálculo con los números de dientes del tren de engranajes figura en la sección 4.2.

Validez: todos los escapes en los que pasa un diente por oscilación, también los de cilindro y de cronómetro.

Conviene saber: Con péndulo de segundos y 30 dientes, la rueda de escape da exactamente una vuelta por minuto. Por eso su eje puede llevar el segundero.

EJEMPLO Un movimiento de péndulo da 4800 alternancias por hora, es decir, 80 por minuto. La rueda de escape tiene 32 dientes. ¿A qué velocidad gira?

Datos: $n_\mathrm{h} = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$; $z = 32$

$$\begin{aligned}n_\mathrm{H} &= \frac{n_\mathrm{h}}{2 \cdot z} \\ &= \frac{4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}}{2 \cdot 32} \\ &= \frac{80\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{2 \cdot 32} \\ &\approx 1{,}25\ \frac{1}{\mathrm{min}}\end{aligned}$$

La rueda de escape gira 1,25 veces por minuto; una vuelta dura, pues, 48 s. Para el reloj pequeño hay un ejemplo en la fórmula (4.8).

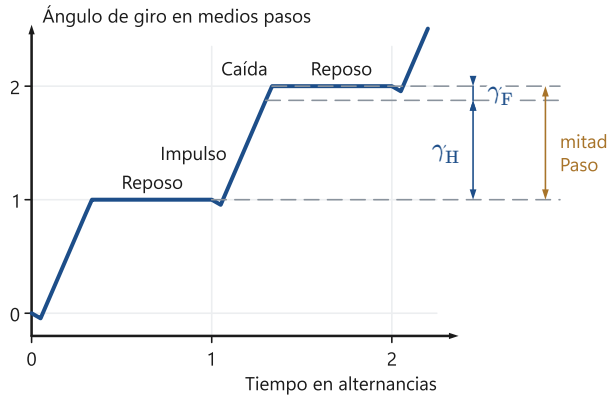


Fig. 7.3 Recorrido de la rueda de escape en dos alternancias: impulso γ_H y caída γ_F suman medio paso. El pequeño retroceso antes de cada impulso se produce al liberar un escape con tiro. El eje de tiempo no está a escala: en el reloj pequeño, impulso y caída duran solo unas centésimas de la alternancia

Impulso y caída en la rueda

(7.3) MAESTRO

$$\gamma_H + \gamma_F = \frac{180^\circ}{z}$$

DESPEJADA $\gamma_F = \dfrac{180^\circ}{z} - \gamma_H$

El avance de la rueda consta de dos partes. En el impulso el diente empuja la paleta; en la caída la rueda gira libre hasta que el diente siguiente toca su plano de reposo. La caída es una seguridad necesaria, pero energía perdida.

Validez: γ_H cuenta todo el recorrido de la rueda entre dos caídas. En escapes con tiro, al liberar la rueda retrocede una fracción de grado y la vuelve a avanzar enseguida; este retroceso se compensa en la suma.

γ_H	Impulso en la rueda (ángulo de giro de la rueda entre dos caídas)	°
γ_F	Caída (ángulo de giro libre de la rueda)	°
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO En una rueda de escape de 15 dientes, la rueda gira 10,5° durante el impulso. ¿Cuál es la caída?

Datos: $z = 15$; $\gamma_H = 10{,}5^\circ$

$$\begin{aligned}\gamma_F &= \frac{180^\circ}{z} - \gamma_H \\ &= \frac{180^\circ}{15} - 10{,}5^\circ \\ &= 1{,}5^\circ\end{aligned}$$

Para la caída quedan 1,5°, un valor habitual en el escape de áncora suizo.

Caída como recorrido de la punta del diente

(7.4) MAESTRO

$$s_\mathrm{F} = R \cdot \gamma_\mathrm{F}$$

Bajo la lupa la caída aparece como un pequeño recorrido de la punta del diente. La fórmula convierte el ángulo de caída en este recorrido y muestra con qué poco juego trabaja el escape.

Validez: ángulo en radianes: $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

s_F	Caída como recorrido (en la periferia de la rueda)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ_F	Caída (introducir como ángulo en radianes)	rad

EJEMPLO Una rueda de escape tiene 2,40 mm de radio y la caída es de 1,5°. ¿Cuánto cae la punta del diente?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma_\mathrm{F} = 1{,}5^\circ$

$$\begin{aligned} s_\mathrm{F} &= R \cdot \gamma_\mathrm{F} \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 1{,}5^\circ \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}02618 \\ &\approx 0{,}063\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La punta del diente cae libremente 0,063 mm. Es aproximadamente el grosor de un cabello.

Arco suplementario del volante

(7.5) MAESTRO

$$\varphi_\mathrm{E} = A - \frac{\lambda}{2}$$

Fuera del ángulo de levantamiento el volante oscila libre, sin contacto con el áncora. Recorre este arco suplementario dos veces en cada semioscilación: descendiendo hasta el impulso y, tras el impulso, ascendiendo hasta el punto de retorno.

Validez: escapes libres (de áncora y de cronómetro); ángulo de levantamiento simétrico respecto a la posición de reposo, es decir, error de batido bien ajustado.

φ_E	Arco suplementario (del final del impulso al punto de retorno)	°
A	Amplitud (de la posición de reposo al punto de retorno)	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°

EJEMPLO Un volante oscila con 270° de amplitud y el ángulo de levantamiento es de 52°. ¿Cuál es el arco suplementario?

Datos: $A = 270^\circ$; $\lambda = 52^\circ$

$$\begin{aligned} \varphi_\mathrm{E} &= A - \frac{\lambda}{2} \\ &= 270^\circ - \frac{52^\circ}{2} \\ &= 244^\circ \end{aligned}$$

A cada lado el volante oscila libre 244°. De los 540° de una semioscilación solo 52° corresponden al impulso; en aproximadamente el 90 % de su recorrido el volante no sufre perturbación.

Regla: En cada alternancia la rueda de escape avanza medio paso: primero el impulso, después la caída.

7.2 Escape de áncora suizo: geometría

El escape de áncora suizo trabaja en casi todos los relojes mecánicos de pulsera y de bolsillo. Su áncora abarca 2,5 pasos de la rueda. El centro del áncora se encuentra en la intersección de las dos tangentes al círculo de la rueda en los puntos de contacto. Así, en el reposo la presión del diente actúa a lo largo del brazo del áncora y no la hace girar. Solo el tiro da al plano de reposo una pequeña inclinación.

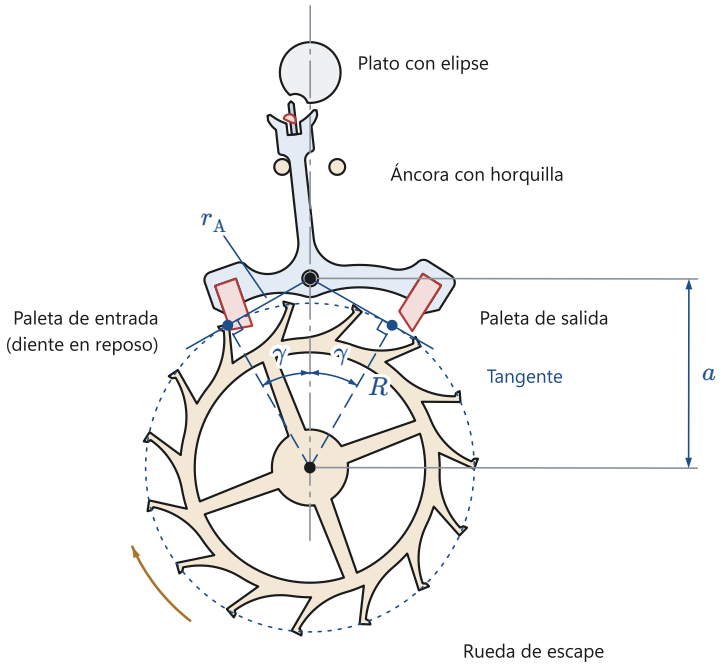


Fig. 7.4 Escape de áncora suizo según el modelo, diente en reposo sobre la paleta de entrada: el centro del áncora está en la intersección de las tangentes; con 15 dientes $\gamma = 30^\circ$

Abarque del áncora

(7.6) MAESTRO

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z}$$

El áncora abarca k pasos de la rueda. Como siempre hay una paleta engranada cuando la otra está libre, el abarque termina en medio paso: 2,5 pasos en el reloj pequeño, de 6,5 a 10,5 en los relojes de péndulo. Se calcula con el medio ángulo de abarque γ.

Validez: puntos de contacto simétricos respecto a la línea que une los ejes de la rueda y del áncora.

γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°
k	Abarque en pasos (2,5 en el escape de áncora suizo)	1
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO ¿Cuál es el medio ángulo de abarque con 15 dientes y un abarque de 2,5 pasos?

Datos: $k = 2{,}5$; $z = 15$

$$\gamma = \frac{k \cdot 180^\circ}{z} = \frac{2{,}5 \cdot 180^\circ}{15} = 30^\circ$$

El áncora abarca 60°, 30° a cada lado de la línea central.

Distancia entre centros de rueda y áncora

(7.7) MAESTRO

$$a = \frac{R}{\cos \gamma}$$

El eje de la rueda, el punto de contacto y el eje del áncora forman un triángulo rectángulo con el ángulo recto en el punto de contacto. Cuanto mayor es el abarque, más se aleja el áncora de la rueda.

Validez: engrane tangencial: la línea del centro del áncora al punto de contacto es tangente al círculo de la rueda. R llega hasta los puntos sobre los que se construye: según el tipo, las aristas de reposo o los centros de los planos de impulso.

a	Distancia entre centros (de rueda de escape y áncora)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°

EJEMPLO Una rueda de escape de 15 dientes tiene 2,40 mm de radio y el áncora abarca 2,5 pasos. ¿Cuál es la distancia entre centros?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30°$

$$\begin{aligned} a &= \frac{R}{\cos \gamma} \\ &= \frac{2{,}40\,\mathrm{mm}}{\cos\left(30°\right)} \\ &\approx 2{,}77\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Los ejes están a 2,77 mm. Con 15 dientes y 2,5 pasos siempre se cumple $a = 1{,}155 \cdot R$.

Longitud del brazo del áncora

(7.8) AMPLIACIÓN

$$r_{\mathrm{A}} = R \cdot \tan \gamma$$

El brazo del áncora es el tramo de tangente desde el centro del áncora hasta el punto de contacto. Con él, un ángulo del áncora se convierte en recorrido de la paleta.

Validez: engrane tangencial, como en la distancia entre centros.

r_{A}	Brazo del áncora (del centro del áncora al punto de contacto)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°

EJEMPLO ¿Qué longitud tiene el brazo del áncora para una rueda de 2,40 mm de radio y 30° de medio ángulo de abarque?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}$; $\gamma = 30°$

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{A}} &= R \cdot \tan \gamma \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \tan\left(30°\right) \\ &\approx 1{,}39\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El brazo del áncora mide 1,39 mm. Un reposo de 1,5° en el áncora equivale ahí a un recorrido de la paleta de solo 0,036 mm.

Distancia entre los puntos de contacto

(7.9) AMPLIACIÓN

$$l_\mathrm{P} = 2 \cdot R \cdot \sin\gamma$$

La cuerda entre los puntos de contacto es la abertura con la que el áncora abraza la rueda. Con ella se comprueba si un áncora corresponde a la rueda.

Validez: puntos de contacto sobre el círculo de la rueda de radio R, simétricos respecto a la línea central.

l_P	Distancia entre los dos puntos de contacto (cuerda en el círculo de la rueda)	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta los puntos de contacto)	mm
γ	Medio ángulo de abarque (medido en el eje de la rueda)	°

EJEMPLO ¿A qué distancia están los puntos de contacto con 2,40 mm de radio de la rueda y 30° de medio ángulo de abarque?

Datos: $R = 2{,}40\,\mathrm{mm}; \quad \gamma = 30^\circ$

$$\begin{aligned} l_\mathrm{P} &= 2 \cdot R \cdot \sin\gamma \\ &= 2 \cdot 2{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin(30^\circ) \\ &= 2{,}40\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La distancia es igual al radio de la rueda: con 60° de abarque, el eje de la rueda y los dos puntos de contacto forman un triángulo equilátero.

Regla: Con 15 dientes y un abarque de 2,5 pasos, la distancia entre centros es 1,155 veces el radio de la rueda y los puntos de contacto distan exactamente un radio de la rueda.

Ángulos del escape de áncora suizo de 15 dientes (valores orientativos)

Magnitud	Símbolo	Valor orientativo
Paso de la rueda	τ	24°
Abarque del áncora	2γ	2,5 pasos = 60°
Caída	γ_F	1° … 1,5°
Impulso en la rueda	γ_H	10,5° … 11°
Reposo en el áncora	β_R	1,5°
Recorrido perdido	β_V	0,25° … 0,5°
Impulso en el áncora	β_H	8,5°
Ángulo de tiro	ψ	12° … 15°
Ángulo de levantamiento del volante	λ	normalmente 49° … 53°; en calibres antiguos de pulsera y de bolsillo a menudo menor, unos 38° … 46°

Con diente de maza, el impulso en el áncora se reparte entre el plano de impulso de la paleta y el del diente. Siempre son determinantes los datos del fabricante; en el ángulo de levantamiento, también para el cronocomparador (sección 8.2).

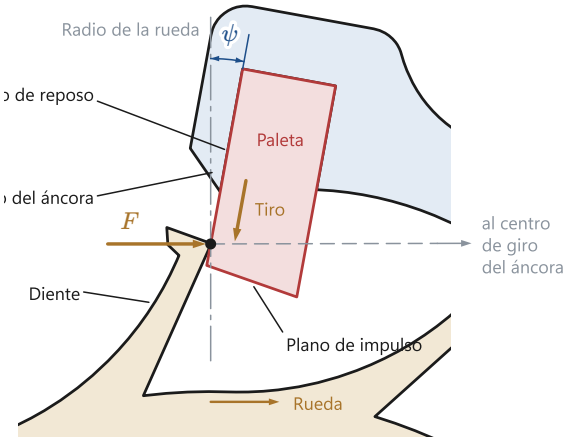


Fig. 7.5 Paleta de entrada en reposo: el plano de reposo está inclinado el ángulo de tiro ψ respecto al radio de la rueda; la presión F del diente atrae la paleta hacia la rueda

Tiro: el ángulo de rozamiento como límite

(7.10) MAESTRO

$$\rho = \arctan \mu$$

El plano de reposo está inclinado el ángulo de tiro ψ. Así la presión del diente atrae la paleta hacia el interior de la rueda y mantiene el áncora contra el tope, también en caso de golpes. Esto solo funciona si ψ es mayor que el ángulo de rozamiento ρ. De lo contrario, el rozamiento retiene la paleta donde se encuentre. El ángulo de rozamiento en general figura en la fórmula (2.33).

Validez: engrane tangencial; ψ medido entre el plano de reposo y el radio de la rueda en el punto de contacto.

ρ	Ángulo de rozamiento (el ángulo de tiro debe ser mayor)	°
μ	Coeficiente de rozamiento (entre diente y plano de reposo)	1

Atención: Demasiado tiro cuesta amplitud: al liberar, el volante debe hacer retroceder un poco la rueda contra su par.

EJEMPLO El acero sobre rubí lubricado tiene un coeficiente de rozamiento de unos 0,15. ¿Cuál es el ángulo de rozamiento?

Datos: $\mu = 0{,}15$

$$\begin{aligned}\rho &= \arctan \mu \\ &= \arctan 0{,}15 \\ &\approx 8{,}5^\circ\end{aligned}$$

El ángulo de rozamiento es de 8,5°. Con los habituales 12° a 15° de tiro queda reserva, aunque el aceite envejezca.

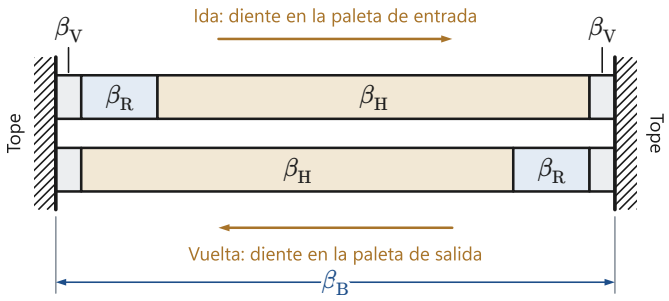


Fig. 7.6 Recorrido del áncora entre los topes, dibujado para $\beta_V = 0{,}5^\circ$, $\beta_R = 1{,}5^\circ$ y $\beta_H = 8{,}5^\circ$

Recorrido del áncora entre los topes

(7.11) MAESTRO

$$\beta_B = \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V$$

Desde el tope, el áncora recorre primero todo el reposo y después el impulso. Tras la caída, el tiro la lleva todavía el recorrido perdido hasta el otro tope. El recorrido perdido garantiza que el diente caiga con seguridad sobre el plano de reposo; cuenta a ambos lados.

Validez: El reposo total antes de la liberación es $\beta_R + \beta_V$. Ambas paletas ajustadas por igual.

β_B	Recorrido del áncora de tope a tope	°
β_R	Reposo (inmediatamente después de la caída)	°
β_H	Impulso en el áncora	°
β_V	recorrido perdido	°

EJEMPLO Un áncora tiene 1,5° de reposo, 8,5° de impulso y 0,5° de recorrido perdido. ¿Cuánto gira de tope a tope?

Datos: $\beta_R = 1{,}5°$; $\beta_H = 8{,}5°$; $\beta_V = 0{,}5°$

$$\begin{aligned}\beta_B &= \beta_R + \beta_H + 2 \cdot \beta_V \\ &= 1{,}5° + 8{,}5° + 2 \cdot 0{,}5° \\ &= 11°\end{aligned}$$

El áncora gira 11°. Sin recorrido perdido serían los 10° que se citan a menudo.

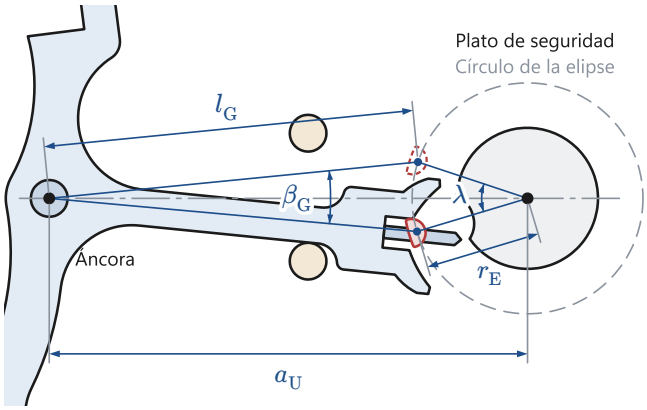


Fig. 7.7 Horquilla, plato de seguridad y elipse según el modelo ($\beta_G \approx 11^\circ$, $\lambda \approx 35^\circ$): elipse a la entrada (llena) y a la salida (discontinua)

Horquilla y elipse: longitudes y ángulos

(7.12) MAESTRO

$$l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right) = r_{\mathrm{E}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)$$

DESPEJADA $$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

A la entrada y a la salida, la elipse está a la vez sobre su círculo alrededor del eje del volante y en la entalla de la horquilla. Su distancia a la línea central es la misma vista desde ambos ejes; eso expresa la ecuación. Una horquilla larga y un radio de elipse pequeño dan un ángulo de levantamiento grande del volante.

Validez: elipse como punto sobre la línea central de la entalla de la horquilla; anchura de la elipse y juego en la horquilla despreciados. Entonces β_{G} es igual al recorrido del áncora entre los topes.

l_{G}	Longitud de la horquilla (eje del áncora a elipse a la entrada)	mm
β_{G}	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla (unos 10°)	°
r_{E}	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°

EJEMPLO Una horquilla mide 2,89 mm. El áncora gira 10° mientras la elipse está en la horquilla; el volante debe tener 52° de ángulo de levantamiento. ¿A qué radio debe estar la elipse?

Datos: $l_{\mathrm{G}} = 2{,}89\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{l_{\mathrm{G}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}$$

$$= \frac{2{,}89\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

La elipse está a 0,575 mm del eje del volante. La horquilla es unas cinco veces más larga que este radio.

Radio de la elipse a partir de la distancia entre centros

(7.13) AMPLIACIÓN

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

r_{E}	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm
a_{U}	Distancia entre centros de áncora y volante	mm
β_{G}	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla (unos 10°)	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°

En el diseño se conocen la distancia entre centros y los ángulos. El teorema del seno en el triángulo formado por el eje del áncora, el eje del volante y la elipse da el radio al que debe situarse la elipse.

Validez: como arriba: elipse como punto, sin juego en la horquilla.

EJEMPLO El áncora y el volante están a 3,40 mm. El áncora gira 10° y el volante debe tener 52° de ángulo de levantamiento. ¿Cuál es el radio de la elipse?

Datos: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$; $\lambda = 52°$

$$r_{\mathrm{E}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

$$= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{10°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)}$$

$$\approx 0{,}575\,\mathrm{mm}$$

La elipse se sitúa a un radio de 0,575 mm.

Longitud de la horquilla a partir de la distancia entre centros

(7.14) AMPLIACIÓN

$$l_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)}$$

l_{G}	Longitud de la horquilla (eje del áncora a elipse a la entrada)	mm
a_{U}	Distancia entre centros de áncora y volante	mm
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; liberación e impulso juntos)	°
β_{G}	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla (unos 10°)	°

El mismo triángulo da la longitud de la horquilla. La longitud de la horquilla y el radio de la elipse suman algo más que la distancia entre centros, porque a la entrada ambos están oblicuos respecto a la línea central.

Validez: como arriba: elipse como punto, sin juego en la horquilla.

EJEMPLO ¿Qué longitud debe tener la horquilla con 3,40 mm de distancia entre centros, 10° de ángulo del áncora y 52° de ángulo de levantamiento?

Datos: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $\lambda = 52°$; $\beta_{\mathrm{G}} = 10°$

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} \cdot \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\lambda + \beta_{\mathrm{G}}}{2}\right)} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} \cdot \sin\left(\frac{52°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{52° + 10°}{2}\right)} \\ &\approx 2{,}89\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La horquilla mide 2,89 mm. Comprobación sobre la línea central: $2{,}89 \cdot \cos 5° + 0{,}575 \cdot \cos 26° = 3{,}40$.

Relación de transmisión entre horquilla y volante

(7.15) AMPLIACIÓN

$$i_{\mathrm{G}} = \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}}$$

i_{G}	Relación de transmisión en la posición central (velocidad angular del volante entre la del áncora)	1
a_{U}	Distancia entre centros de áncora y volante	mm
r_{E}	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm

En la posición central la horquilla toca la elipse sobre la línea que une los ejes. Allí el volante gira i_{G} veces más rápido que el áncora y, sin rozamiento, llega al volante la i_{G}-ésima parte del par del áncora. Promediada sobre todo el impulso, la relación de transmisión es $\frac{\lambda}{\beta_{\mathrm{G}}}$.

Validez: posición central; a la entrada y a la salida la relación de transmisión es mayor.

EJEMPLO ¿Cuál es la relación de transmisión con 3,40 mm de distancia entre centros y 0,575 mm de radio de la elipse?

Datos: $a_{\mathrm{U}} = 3{,}40\,\mathrm{mm}$; $r_{\mathrm{E}} = 0{,}575\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{G}} &= \frac{a_{\mathrm{U}} - r_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}} \\ &= \frac{3{,}40\,\mathrm{mm} - 0{,}575\,\mathrm{mm}}{0{,}575\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 4{,}91 \end{aligned}$$

En la posición central la relación es 4,91; en promedio sobre el impulso, 52° a 10°, es decir, 5,2.

7.3 Fuerza y energía

En cada alternancia la rueda de escape entrega trabajo. Solo una parte llega al volante; el resto se pierde en la caída, en el rozamiento sobre los planos de impulso y en los choques. También la liberación cuesta energía: el volante debe sacar la paleta de la rueda venciendo el rozamiento y el tiro.

En régimen estacionario, el escape aporta al volante en cada oscilación exactamente la energía que este pierde por rozamiento. De ahí resulta la amplitud. Como en el capítulo 4, M_{H} es el par en la rueda de escape.

Trabajo de la rueda de escape por alternancia

(7.16) MAESTRO

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z}$$

El trabajo es par por ángulo de giro. En cada alternancia la rueda gira medio paso, en radianes $\frac{\pi}{z}$. En ninguna alternancia puede el escape transmitir más que este trabajo.

Validez: par constante durante el avance. M_{H} es el par que llega a la rueda de escape tras las pérdidas del tren de engranajes (capítulo 4).

W_{S}	Trabajo de la rueda de escape por alternancia	$\mu\mathrm{J}$
M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO A una rueda de escape de 20 dientes llegan 1,6 µN·m. ¿Qué trabajo entrega la rueda por alternancia?

Datos: $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}; \quad z = 20$

$$W_{\mathrm{S}} = \frac{M_{\mathrm{H}} \cdot \pi}{z} = \frac{1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot \pi}{20} \approx 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$$

En cada alternancia hay disponibles 0,25 µJ. Con 8 alternancias por segundo son 2 µW. Este es el orden de magnitud de la potencia en la rueda de escape de un reloj de pulsera.

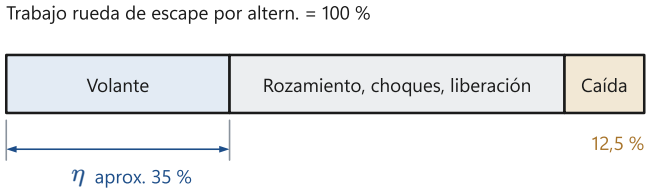


Fig. 7.8 Adónde va el trabajo de la rueda de escape (valores orientativos para el escape de áncora suizo)

Pérdida por la caída

(7.17) MAESTRO

$$v_\mathrm{F} = \frac{\gamma_\mathrm{F} \cdot z}{180^\circ}$$

En la caída la rueda gira sin impulsar. La fracción de la caída en el medio paso es, por tanto, la fracción del trabajo de la rueda que se disipa en el golpe sobre el plano de reposo.

Validez: par constante en la rueda.

v_F	Fracción del trabajo de la rueda que se pierde en la caída	%
γ_F	Caída (ángulo de giro libre de la rueda)	°
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1

EJEMPLO ¿Qué parte del trabajo de la rueda se pierde en la rueda de la sección 7.1 (15 dientes, 1,5° de caída)?

Datos: $\gamma_\mathrm{F} = 1{,}5^\circ$; $z = 15$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{F} &= \frac{\gamma_\mathrm{F} \cdot z}{180^\circ} \\ &= \frac{1{,}5^\circ \cdot 15}{180^\circ} \\ &= 12{,}5\,\% \end{aligned}$$

Solo por la caída se pierde un octavo del trabajo. Por eso la caída se mantiene tan pequeña como lo permite la seguridad. En la rueda de 20 dientes del ejemplo anterior, con la misma caída, serían ya el 16,7 %.

Rendimiento del escape

(7.18) MAESTRO

$$\eta = \frac{W_\mathrm{U}}{W_\mathrm{S}}$$

El rendimiento indica qué parte del trabajo de la rueda llega al volante. En el escape de áncora suizo en funcionamiento es de un 30 % a un 40 % (valor orientativo). El resto se pierde en la caída, en el rozamiento de deslizamiento sobre los planos de impulso, en los choques y en la aceleración de la rueda y el áncora.

Validez: régimen estacionario, es decir, amplitud constante.

η	Rendimiento (del escape)	1
W_U	Trabajo aportado al volante por alternancia (impulso menos liberación)	µJ
W_S	Trabajo de la rueda de escape por alternancia	µJ

EJEMPLO La rueda de escape entrega 0,251 µJ por alternancia y al volante llegan 0,088 µJ. ¿Cuál es el rendimiento?

Datos: $W_\mathrm{U} = 0{,}088\,\mu\mathrm{J}$; $W_\mathrm{S} = 0{,}251\,\mu\mathrm{J}$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_\mathrm{U}}{W_\mathrm{S}} \\ &= \frac{0{,}088\,\mu\mathrm{J}}{0{,}251\,\mu\mathrm{J}} \\ &\approx 0{,}35 \end{aligned}$$

El rendimiento es 0,35, es decir, el 35 %. Es un valor habitual.

Amplitud a partir del balance energético

(7.19) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

A	Amplitud (en régimen estacionario)	°
η	Rendimiento (del escape)	1
M_{H}	Par en la rueda de escape	$\mu\mathrm{N{\cdot}m}$
Q	Factor de calidad (del volante con espiral)	1
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
D	Par recuperador (del espiral)	$\frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

En régimen estacionario, la energía que dos alternancias aportan al volante es igual a su pérdida en una oscilación. Esta pérdida crece con el cuadrado de la amplitud. Por eso la amplitud solo aumenta con la raíz del par: el doble de par da 1,4 veces la amplitud, no el doble.

Validez: Q y η supuestos constantes; en realidad ambos cambian algo con la amplitud. El factor de calidad es 2π por la energía de oscilación dividida entre la pérdida por oscilación (capítulo 5). La fórmula da A en radianes.

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora tiene una rueda de escape de 20 dientes a la que llegan 1,6 µN·m. El par recuperador del espiral es de 0,632 µN·m por radián, el factor de calidad 250 y el rendimiento del escape 0,35. ¿Qué amplitud se establece?

Datos: $\eta = 0{,}35$; $M_{\mathrm{H}} = 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m}$; $Q = 250$; $z = 20$; $D = 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}$

$$A \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot M_{\mathrm{H}} \cdot Q}{z \cdot D}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}35 \cdot 1{,}6\,\mu\mathrm{N{\cdot}m} \cdot 250}{20 \cdot 0{,}632\ \frac{\mu\mathrm{N{\cdot}m}}{\mathrm{rad}}}}$$

$$\approx 4{,}71\,\mathrm{rad}$$

$$\approx 270^\circ$$

El volante oscila con unos 270°. Si el par cae a la mitad al final de la autonomía, la amplitud baja a unos 190°.

7.4 El escape en el cronocomparador

El cronocomparador escucha el escape. Cada alternancia del escape de áncora consta de tres ruidos. En el primero la elipse golpea la horquilla y comienza la liberación. En el segundo el diente golpea el plano de impulso y la horquilla la elipse: comienza el impulso. En el tercero el diente siguiente cae sobre el plano de reposo y el áncora contra el tope. A partir de los tiempos entre estos ruidos el aparato calcula la amplitud y el error de batido. Las fórmulas, con ejemplos y valores orientativos, están en la sección 8.2; aquí solo se trata lo que depende del escape.

Amplitud. Entre el primer y el tercer ruido el volante recorre su ángulo de levantamiento λ, la mitad antes y la mitad después de la posición de reposo. Cuanto mayor es la amplitud, más rápido pasa el volante por allí y más corto es este tiempo de levantamiento. El cronocomparador mide el tiempo de levantamiento y, con el ángulo de levantamiento ajustado, calcula la amplitud, fórmula (8.9). El ángulo de levantamiento es una magnitud de construcción del escape (sección 7.2). Si está mal ajustado en el aparato, la amplitud indicada es errónea en la misma proporción, fórmula (8.10).

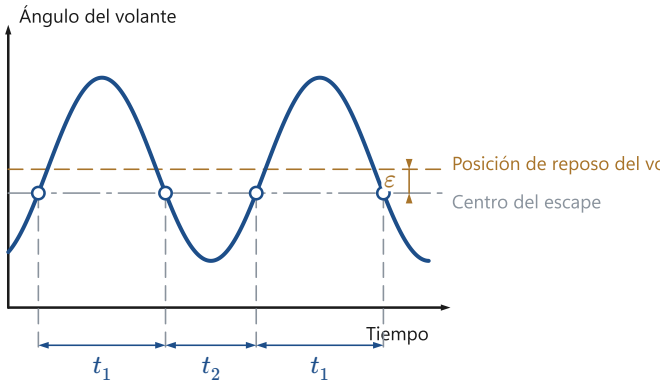


Fig. 7.9 Error de batido: si la posición de reposo del volante está desplazada ε respecto al centro del escape, se alternan semioscilaciones largas y cortas (muy exagerado)

Error de batido. Si la posición de reposo del volante está desplazada el ángulo ε respecto al centro del escape, la semioscilación hacia un lado dura más que hacia el otro (fig. 7.9): el reloj cojea. El cronocomparador muestra la mitad de la diferencia de tiempo como error de batido en milisegundos, fórmula (8.7). Cómo se calcula a partir de ahí el ángulo ε figura en la fórmula (8.8). La corrección se hace en el volante: se gira la virola o el portapitón móvil el ángulo ε hasta que, con el volante en reposo, la elipse quede sobre la línea que une el eje del áncora y el eje del volante.

7.5 Escapes del reloj grande

En los relojes de péndulo trabajan escapes de áncora de reposo y de retroceso. En el escape Graham los planos de reposo son arcos de círculo con centro en el eje del áncora: mientras un diente descansa sobre ellos, la rueda está parada. En el escape de áncora de retroceso los planos de reposo están inclinados; el péndulo hace retroceder un poco la rueda en el arco suplementario, de ahí su nombre. El escape de clavijas de los relojes grandes lleva clavijas en la llanta de la rueda en lugar de dientes y, como el escape Graham, es un escape de reposo.

Paso, avance, abarque, distancia entre centros y brazo del áncora se calculan para todos estos escapes con las fórmulas de las secciones 7.1 y 7.2.

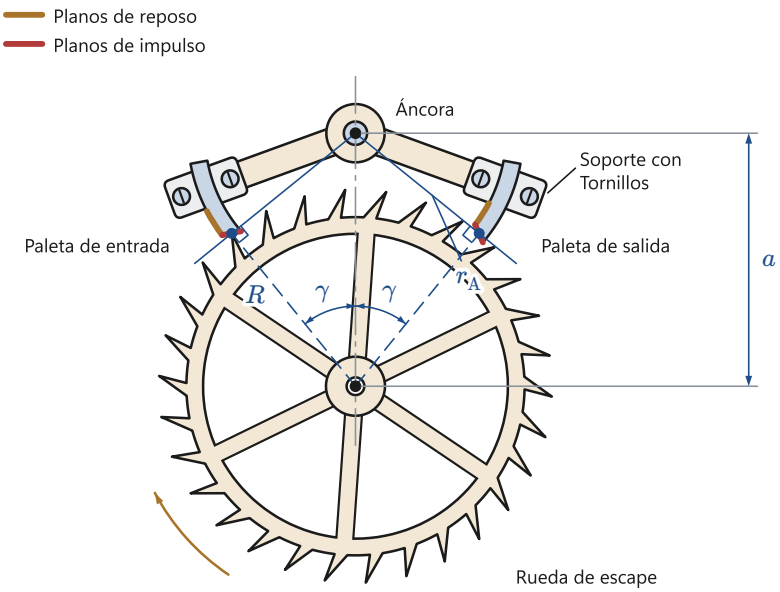


Fig. 7.10 Escape Graham con 30 dientes y abarque de 6,5 pasos: los planos de reposo son arcos de círculo con centro en el eje del áncora

Distancia entre centros y brazo del áncora con engrane tangencial

Número de dientes z	Abarque k en pasos	Ángulo de abarque 2γ	Distancia entre centros a en múltiplos de R	Brazo del áncora r_A en múltiplos de R
15	2,5	60°	1,155	0,577
30	6,5	78°	1,287	0,810
30	7,5	90°	1,414	1,000
30	8,5	102°	1,589	1,235
30	9,5	114°	1,836	1,540
30	10,5	126°	2,203	1,963

Primera fila: escape de áncora suizo. Las demás filas valen para relojes de péndulo con 30 dientes; cuanto mayor es el abarque, más largo el brazo del áncora y menor el ángulo del áncora con el mismo plano de impulso.

Anchura de las paletas del escape Graham

(7.20) MAESTRO

$$b_\mathrm{K} = R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right)$$

Entre dos puntas de diente debe caber alternativamente una paleta. Para la paleta queda, por tanto, el medio paso menos la caída. Esa es la anchura del anillo alrededor del eje del áncora del que se cortan ambas paletas.

Validez: dientes puntiagudos; engrane tangencial. Ángulo en radianes: el medio paso es $\frac{\pi}{z}$, y $1^\circ = 0{,}01745\,\mathrm{rad}$.

b_K	Anchura de la paleta, medida en la periferia de la rueda	mm
R	Radio (de la rueda de escape; hasta las puntas de los dientes)	mm
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
γ_F	Caída (introducir como ángulo en radianes)	rad

EJEMPLO Una rueda de escape de 30 dientes tiene 20 mm de radio. La caída debe ser de 1°. ¿Qué anchura tendrán las paletas?

Datos: $R = 20\,\mathrm{mm}$; $z = 30$; $\gamma_\mathrm{F} = 1^\circ$

$$\begin{aligned} b_\mathrm{K} &= R \cdot \left(\frac{\pi}{z} - \gamma_\mathrm{F} \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot \left(\frac{\pi}{30} - 1^\circ \right) \\ &= 20\,\mathrm{mm} \cdot (0{,}1047 - 0{,}0175) \\ &\approx 1{,}75\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Las paletas tendrán 1,75 mm de anchura. Un grado de caída equivale en esta rueda a 0,35 mm de juego.

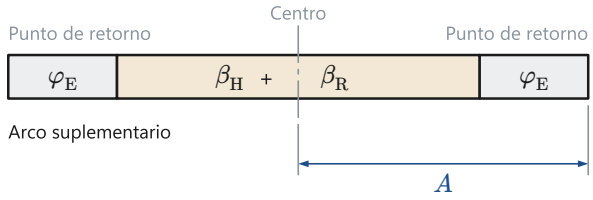


Fig. 7.11 Amplitud del péndulo en el escape Graham: en el centro, impulso y reposo; fuera, el arco suplementario φ_E

Arco suplementario del péndulo

(7.21) MAESTRO

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$

El áncora acompaña cada movimiento del péndulo. En el centro de la amplitud están el impulso y el reposo, con una anchura total de $\beta_H + \beta_R$. Lo que el péndulo oscila más allá a cada lado es el arco suplementario. En él el diente se desliza sobre el plano de reposo.

φ_E	Arco suplementario (a cada lado)	°
A	Amplitud (del péndulo, del centro al punto de retorno)	°
β_H	Impulso en el áncora	°
β_R	Reposo (en el áncora)	°

Validez: áncora centrada (batido regular), horquilla del áncora sin juego. El péndulo debe oscilar más de $\frac{1}{2}(\beta_H + \beta_R)$; de lo contrario no escapa ningún diente y el reloj se para.

Conviene saber: Valores orientativos para escapes Graham con péndulo de segundos: impulso en el áncora de 1° a 2°, reposo de 0,5° a 1°. Un arco suplementario grande cuesta rozamiento en los planos de reposo.

EJEMPLO Un péndulo oscila 1,75° a cada lado. El áncora Graham tiene 1,5° de impulso y 0,5° de reposo. ¿Cuál es el arco suplementario?

Datos: $A = 1{,}75^\circ$; $\beta_H = 1{,}5^\circ$; $\beta_R = 0{,}5^\circ$

$$\varphi_E = A - \frac{\beta_H + \beta_R}{2}$$
$$= 1{,}75^\circ - \frac{1{,}5^\circ + 0{,}5^\circ}{2}$$
$$= 0{,}75^\circ$$

A cada lado el péndulo oscila 0,75° más allá del impulso y el reposo. Esta reserva absorbe las variaciones de la fuerza motriz.

7.6 Otros escapes

Para los demás escapes bastan unas pocas magnitudes básicas. El paso y el número de alternancias se calculan en todos según la sección 7.1; la tabla muestra en qué se diferencian los tipos.

Resumen de escapes

Escape	Tipo	Impulsos por oscilación	Avance de la rueda por impulso
Escape de áncora suizo	libre	2	medio paso
Escape de áncora de clavijas	libre	2	medio paso
Escape de cronómetro	libre	1	paso completo
Escape de cilindro	de reposo	2	medio paso
Escape de rueda catalina	de retroceso	2	medio paso
Escape Graham	de reposo	2	medio paso
Escape de clavijas del reloj grande	de reposo	2	medio paso
Escape de áncora de retroceso	de retroceso	2	medio paso

Libre: fuera del impulso, el órgano regulador oscila sin contacto con el escape. De reposo: durante el arco suplementario un diente se apoya en el órgano regulador o en el áncora, y la rueda está parada. De retroceso: la rueda gira un poco hacia atrás durante ese tiempo.

El escape de cronómetro impulsa el volante solo en un sentido de oscilación, pero a cambio a lo largo de todo el paso de la rueda. En el sentido contrario, la piedra de desenganche pasa junto al resorte de oro sin liberar la rueda. Para el número de alternancias vale igualmente la fórmula (7.2), porque también aquí pasa un diente por oscilación.

En el escape de cilindro la rueda trabaja sin áncora directamente sobre el eje del volante, un cilindro hueco recortado. El diente reposa alternativamente por fuera y por dentro de la pared del cilindro; el volante nunca oscila libre.

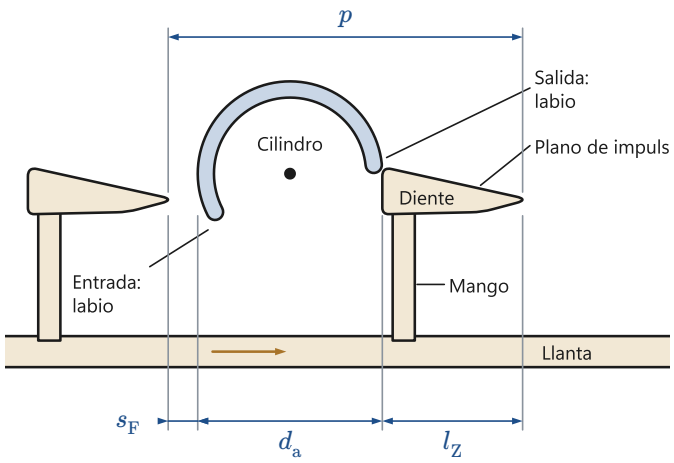


Fig. 7.12 Escape de cilindro con el círculo primitivo desarrollado, en el instante en que el diente derecho sale del cilindro: el paso p se compone de caída, diámetro del cilindro y longitud del diente

Escape de cilindro: paso, longitud del diente y cilindro

(7.22) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} \approx l_Z + d_a + s_F$$

DESPEJADA $$d_a \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F$$

A la izquierda figura el paso p de la rueda en la periferia. Entre dos dientes debe caber el cilindro con su diámetro exterior, más la caída exterior. Dentro del cilindro debe caber el diente: el diámetro interior supera la longitud del diente en la caída interior.

Validez: círculo primitivo considerado como recta (arco en lugar de cuerda).

R	Radio (de la rueda de cilindro; hasta las puntas de los dientes)	mm
z	Número de dientes (de la rueda de escape)	1
l_Z	Longitud de un diente	mm
d_a	Diámetro exterior del cilindro	mm
s_F	Caída como recorrido (caída exterior)	mm

EJEMPLO Una rueda de cilindro de 15 dientes tiene 2,50 mm de radio, los dientes miden 0,45 mm y la caída exterior debe ser de 0,05 mm. ¿Qué diámetro exterior puede tener el cilindro?

Datos: $R = 2{,}50\,\text{mm}$; $z = 15$; $l_Z = 0{,}45\,\text{mm}$; $s_F = 0{,}05\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} d_a &\approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{z} - l_Z - s_F \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 2{,}50\,\text{mm}}{15} - 0{,}45\,\text{mm} - 0{,}05\,\text{mm} \\ &= 1{,}047\,\text{mm} - 0{,}45\,\text{mm} - 0{,}05\,\text{mm} \\ &\approx 0{,}55\,\text{mm} \end{aligned}$$

El cilindro puede medir 0,55 mm por fuera. Con 0,04 mm de espesor de pared quedan 0,47 mm por dentro, es decir, 0,02 mm de caída interior.

8 Control de marcha y medición

Si un reloj marcha bien lo decide la medición. Dos conceptos sostienen todo el capítulo: el estado indica cuánto se aparta el reloj de la hora correcta; la marcha indica a qué velocidad cambia el estado. El estado se lee; la marcha se calcula a partir de él o se mide en menos de un minuto en el cronocomparador.

El cronocomparador da además la amplitud y el error de batido (beat error). Se mide en varias posiciones y con distintos estados de cuerda, porque solo las diferencias muestran dónde está un defecto. En este capítulo S designa el estado y D la diferencia entre posiciones verticales y horizontales.

8.1 Estado y marcha

El estado es un intervalo de tiempo en segundos; la marcha, una variación del estado por día. Para ambos rige la misma regla de signos: más significa que el reloj va adelantado o adelanta.

Estado

(8.1) OFICIAL

$$S = t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}}$$

El estado es la indicación del reloj menos la hora correcta. Como patrón sirve un reloj radiocontrolado o una señal horaria.

Validez: ambas horas leídas en el mismo instante.

S	Estado (+ significa: el reloj va adelantado)	s
t_{U}	Indicación del reloj	s
t_{N}	Hora patrón (hora correcta en el mismo instante)	s

EJEMPLO Con la señal horaria del minuto exacto, el segundero del reloj ya está en 12 s.

Datos: $t_{\mathrm{U}} = 12\,\mathrm{s}$; $t_{\mathrm{N}} = 0\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} S &= t_{\mathrm{U}} - t_{\mathrm{N}} \\ &= 12\,\mathrm{s} - 0\,\mathrm{s} \\ &= 12\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

El reloj va 12 s adelantado; su estado es +12 s.



Fig. 8.1 Estado en función del tiempo: la marcha es la pendiente de la línea que pasa por los estados leídos

Marcha a partir de dos estados

(8.2) OFICIAL

$$G = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

La marcha es la variación del estado por día. En el diagrama estado-tiempo es la pendiente de la línea.

Validez: marcha media entre las dos lecturas; el reloj no se pone en hora entre ellas.

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
S_2	Estado en la segunda lectura	s
S_1	Estado en la primera lectura	s
t_2	Instante de la segunda lectura	d
t_1	Instante de la primera lectura	d

Conviene saber: Cuanto más largo el intervalo, más exacta la marcha: el error de lectura se reparte entre más días (sección 8.7).

EJEMPLO El día 0 el reloj va 12 s adelantado; el día 7, 47 s. ¿Qué marcha tiene?

Datos: $S_2 = 47\,\mathrm{s}$; $S_1 = 12\,\mathrm{s}$; $t_2 = 7\,\mathrm{d}$; $t_1 = 0\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{47\,\mathrm{s} - 12\,\mathrm{s}}{7\,\mathrm{d} - 0\,\mathrm{d}} \\ &= 5{,}0\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 5 s al día.

Variación del estado en un tiempo de funcionamiento

(8.3) OFICIAL

$$\Delta S = G \cdot t$$

DESPEJADA $t = \dfrac{\Delta S}{G}$

Con marcha constante, el estado crece uniformemente. Así se extrapola una marcha a un mes o a un año o, al revés, se reduce a un día un dato en segundos por mes.

Validez: marcha constante durante todo el tiempo de funcionamiento.

ΔS	Variación del estado (+ significa: el reloj ha ganado)	s
G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
t	Tiempo (de funcionamiento)	d

EJEMPLO Un reloj de cuarzo adelanta 0,5 s al día. ¿Cuánto gana en un mes de 30 días?

Datos: $G = 0{,}5\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $t = 30\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} \Delta S &= G \cdot t \\ &= 0{,}5\,\tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \cdot 30\,\mathrm{d} \\ &= 15\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

15 s al mes, un valor habitual para un reloj de cuarzo sencillo. En un año serían unos 3 min.

Marcha media

(8.4) OFICIAL

$$\bar{G} = \frac{\sum G_i}{n}$$

A lo largo de varios días, la marcha diaria media es a la vez la variación total del estado dividida entre el número de días. Promediada sobre varias posiciones, indica cómo está regulado el reloj.

Validez: todas las marchas individuales medidas en tiempos de igual duración; atención a los signos.

$\bar{G}$	Marcha media (sobre días o posiciones)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum G_i$	Suma de las marchas individuales, con signo	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Número (de marchas individuales)	1

EJEMPLO En cinco días se determinan las marchas +6, +4, +7, +3 y +5 segundos por día. La suma es +25 segundos por día.

Datos: $\sum G_i = 25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}; \quad n = 5$

$$\begin{aligned}\bar{G} &= \frac{\sum G_i}{n} \\ &= \frac{25\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{5} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

De media, +5 s al día. En los cinco días el reloj ha ganado 25 s.

Conversión de la marcha

Marcha en $\frac{\text{s}}{\text{d}}$	Segundos al mes (30 días)	Segundos al año (365 días)	ppm
0,1	3	36,5	1,16
0,5	15	182,5	5,79
1	30	365	11,6
5	150	1825	57,9
10	300	3650	116
30	900	10 950	347

ppm significa millonésimas. 1 s al día es un error de 1 entre 86 400, es decir, 11,6 ppm (sección 1.1).

Marcha a partir de la desviación del número de alternancias

(8.5) OFICIAL

$$G = \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n_{ist}	Número de alternancias medido	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$
n_{soll}	Número de alternancias nominal	$\frac{\text{A}}{\text{h}}$

Todo reloj cuenta oscilaciones. Si el órgano regulador oscila una fracción demasiado rápido, el reloj adelanta esa misma fracción. Con frecuencias en lugar de números de alternancias, la fórmula figura en la sección 5.4; para el cuarzo, en la sección 10.5.

Validez: número de alternancias promediado sobre el tiempo de medición.

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora da 28 803 semioscilaciones en una hora.

Datos: $n_{\text{ist}} = 28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$; $n_{\text{soll}} = 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{n_{\text{ist}} - n_{\text{soll}}}{n_{\text{soll}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{28\,803\ \frac{\text{A}}{\text{h}} - 28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}}{28\,800\ \frac{\text{A}}{\text{h}}} \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 9{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 9 s al día. Tres alternancias de más por hora son en la esfera tres octavos de segundo; al día, 24 veces más.

Regla: El estado es una situación; la marcha, un cambio. En ambos, más significa: el reloj va por delante.

8.2 Cronocomparador

El cronocomparador escucha las alternancias del reloj con un micrófono y compara su secuencia con una frecuencia de cuarzo. A partir de un tiempo de medición de menos de un minuto calcula la marcha, el error de batido y la amplitud. Los tres valores se derivan de tiempos medidos.

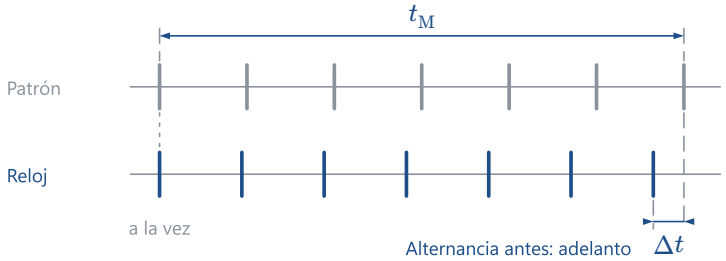


Fig. 8.2 Principio del cronocomparador: en el tiempo de medición t_{M}, las alternancias del reloj se desplazan Δt respecto a la frecuencia patrón

Marcha a partir del desfase de las alternancias

(8.6) MAESTRO

$$G = \frac{\Delta t}{t_\mathrm{M}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

DESPEJADA $\quad \Delta t = \dfrac{G \cdot t_\mathrm{M}}{86\,400\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
Δt	Desfase de las alternancias respecto a la frecuencia patrón durante el tiempo de medición (+ significa: las alternancias llegan antes)	ms
t_M	Tiempo de medición	s

Si cada alternancia llega un poco antes de lo que marca la frecuencia patrón, el adelanto se acumula. Del adelanto y el tiempo de medición resulta la marcha. En el diagrama del cronocomparador es la pendiente de la línea de puntos.

Validez: marcha uniforme durante el tiempo de medición; promediada sobre tic y tac para que el error de batido no entre en la marcha.

Atención: El intervalo entre alternancias varía de una a otra, sobre todo por los dientes de la rueda de escape y los engranes del tren de engranajes. Unos pocos segundos no bastan, por tanto, para una afirmación con precisión de 1 s al día; lo habitual son de 10 s a 60 s de tiempo de medición, y más si la imagen es irregular.

EJEMPLO En 30 s de tiempo de medición, las alternancias de un reloj se adelantan 2,0 ms respecto a la frecuencia patrón.

Datos: $\Delta t = 2{,}0\,\mathrm{ms}; \quad t_\mathrm{M} = 30\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta t}{t_\mathrm{M}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{2{,}0\,\mathrm{ms}}{30\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 5{,}76\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 5,76 s al día. El cronocomparador indica, redondeado, +5,8.



Fig. 8.3 Diagrama del cronocomparador: la pendiente de la línea de puntos muestra la marcha; la separación de dos líneas, el error de batido

Desfase de las alternancias con una marcha de 1 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Tiempo de medición	Desfase
2 s	23 µs
4 s	46 µs
10 s	116 µs
30 s	347 µs
60 s	694 µs

Para comparar: con 28 800 semioscilaciones por hora, dos alternancias están separadas 125 000 µs.

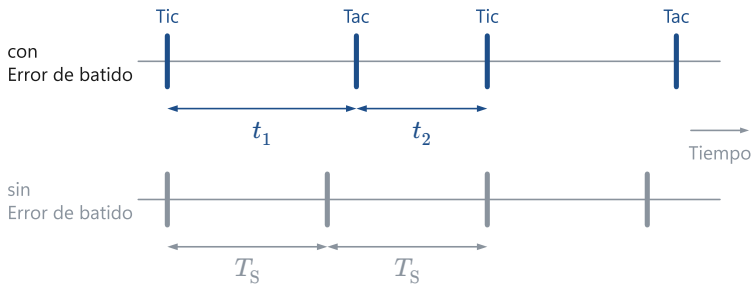


Fig. 8.4 Error de batido: de tic a tac pasa más tiempo que de tac a tic; T_S es la duración de la alternancia sin error de batido

Error de batido

(8.7) OFICIAL

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$

t_A	Error de batido	ms
t_1	Duración de una semioscilación (tic a tac)	ms
t_2	Duración de la semioscilación siguiente (tac a tic)	ms

Si el volante en reposo no está exactamente en el centro del escape, tic y tac se suceden a intervalos desiguales. El error de batido es la desviación de cada intervalo respecto a la media, es decir, la mitad de la diferencia entre ambos intervalos. Cómo se origina el error de batido en el escape se muestra en la sección 7.4.

Validez: tiempos medidos siempre desde el primer ruido de una alternancia hasta el primer ruido de la siguiente; indicación en valor absoluto.

Conviene saber: Valores orientativos: con el movimiento con cuerda completa en la posición esfera arriba, los fabricantes de movimientos admiten por lo general como máximo de 0,6 ms a 0,8 ms (ETA 2892A2 y ETA 7750: 0,6 ms; Sellita SW200, según el nivel de calidad, 0,8 ms o 0,6 ms). A partir de 1 ms aproximadamente, el batido debe corregirse en todo caso. Lo determinante es el dato del fabricante del movimiento. Un error de batido grande dificulta que el reloj arranque por sí solo.

EJEMPLO En un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora, el cronocomparador mide 125,6 ms de tic a tac y 124,4 ms de tac a tic.

Datos: $t_1 = 125{,}6\,\text{ms}; \quad t_2 = 124{,}4\,\text{ms}$

$$t_A = \frac{|t_1 - t_2|}{2}$$
$$= \frac{|125{,}6\,\text{ms} - 124{,}4\,\text{ms}|}{2}$$
$$= 0{,}6\,\text{ms}$$

0,6 ms: un intervalo es 0,6 ms más largo y el otro 0,6 ms más corto que la duración nominal de la alternancia de 125 ms. En el diagrama aparecen dos líneas paralelas.

Error de batido como ángulo

(8.8) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$\varepsilon \approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_{\mathrm{A}}$$

El mismo desplazamiento de la posición de reposo aparece con amplitud pequeña como un error de batido mayor en milisegundos, porque entonces el volante pasa más despacio por el centro. Por eso los errores de batido se comparan con la misma amplitud.

Validez: desplazamiento pequeño frente a la amplitud; oscilación sinusoidal.

ε	Ángulo (entre la posición de reposo del volante y el centro del escape)	°
f	Frecuencia (del volante; oscilaciones completas por segundo; 28 800 semioscilaciones por hora son 4 Hz)	Hz
A	Amplitud (de la posición de reposo al punto de retorno)	°
t_{A}	Error de batido	ms

EJEMPLO Un reloj de 28 800 semioscilaciones por hora muestra con 270° de amplitud un error de batido de 0,6 ms.

Datos: $f = 4\,\mathrm{Hz}$; $A = 270°$; $t_{\mathrm{A}} = 0{,}6\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned}\varepsilon &\approx \pi \cdot f \cdot A \cdot t_{\mathrm{A}} \\ &= \pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \cdot 270° \cdot 0{,}6\,\mathrm{ms} \\ &\approx 2{,}0°\end{aligned}$$

La posición de reposo del volante está unos 2° fuera del centro. Hay que girar la virola o el portapitón móvil este ángulo. Con 180° de amplitud, el mismo reloj mostraría 0,9 ms.

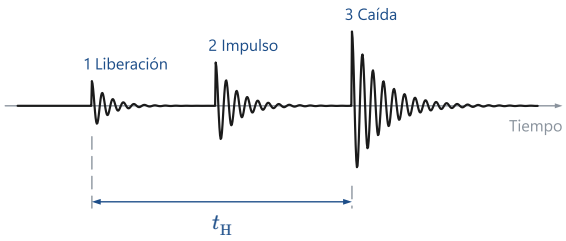


Fig. 8.5 Ruido de una alternancia del escape de áncora: el tiempo de levantamiento t_{H} va del primer al tercer impulso

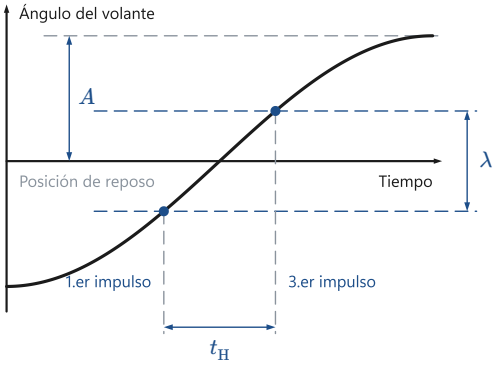


Fig. 8.6 El volante recorre el ángulo de levantamiento λ a ambos lados de la posición de reposo en el tiempo de levantamiento t_{H} (ángulo dibujado ampliado)

Amplitud a partir del ángulo de levantamiento y el tiempo de levantamiento (8.9) MAESTRO

$$A = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}\right)}$$

DESPEJADA $$t_{\mathrm{H}} = \frac{\arcsin\left(\frac{\lambda}{2 \cdot A}\right)}{\pi \cdot f}$$

El volante recorre el ángulo de levantamiento tanto más deprisa cuanto mayor es su amplitud. El cronocomparador mide el tiempo de levantamiento entre el primer y el tercer ruido de una alternancia y calcula a partir de él la amplitud.

Validez: oscilación sinusoidal, ángulo de levantamiento simétrico respecto a la posición de reposo. El producto $\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}$ es un ángulo en radianes; la calculadora debe estar en rad para el seno.

A	Amplitud (de la posición de reposo al punto de retorno)	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; dato del fabricante, ajustado en el cronocomparador)	°
f	Frecuencia (del volante; oscilaciones completas por segundo; 28 800 semioscilaciones por hora son 4 Hz)	Hz
t_{H}	Tiempo de levantamiento (del primer al tercer ruido de una alternancia)	ms

Conviene saber: Deducción: el volante oscila según $\varphi = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$. El ángulo de levantamiento es simétrico respecto a la posición de reposo, así que el volante alcanza la mitad del ángulo de levantamiento tras la mitad del tiempo de levantamiento: $\frac{\lambda}{2} = A \cdot \sin(\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}})$.

Conviene saber: Para amplitudes habituales basta la aproximación $A \approx \frac{\lambda}{2\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}}$. En el ejemplo da 268,7°, es decir, 0,4° de menos.

EJEMPLO Un movimiento de 28 800 semioscilaciones por hora tiene 52° de ángulo de levantamiento. El cronocomparador mide 7,7 ms de tiempo de levantamiento.

Datos: $\lambda = 52°$; $f = 4\,\mathrm{Hz}$; $t_{\mathrm{H}} = 7{,}7\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot f \cdot t_{\mathrm{H}}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin\left(\pi \cdot 4\,\mathrm{Hz} \cdot 7{,}7\,\mathrm{ms}\right)} \\ &= \frac{52°}{2 \cdot \sin(0{,}0968)} \\ &\approx 269° \end{aligned}$$

El volante oscila con unos 269°. Con 300°, el tiempo de levantamiento se habría reducido a 6,9 ms.

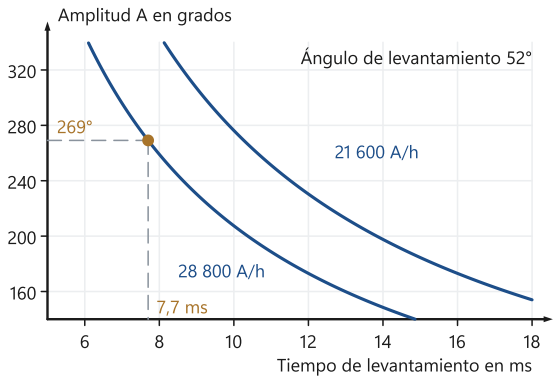


Fig. 8.7 Amplitud en función del tiempo de levantamiento con 52° de ángulo de levantamiento: cuanto más corto el tiempo, mayor la amplitud

Tiempo de levantamiento en ms con 52° de ángulo de levantamiento

Amplitud	28 800 A/h (4 Hz)	21 600 A/h (3 Hz)	18 000 A/h (2,5 Hz)
200°	10,4	13,8	16,6
220°	9,4	12,6	15,1
240°	8,6	11,5	13,8
260°	8,0	10,6	12,8
280°	7,4	9,9	11,8
300°	6,9	9,2	11,0
320°	6,5	8,6	10,4

Calculado con la fórmula despejada. Entre 280° y 300°, a 4 Hz el tiempo de levantamiento solo cambia 0,5 ms: el cronocomparador debe medirlo con precisión de centésimas de milisegundo.

Amplitud con el ángulo de levantamiento mal ajustado

(8.10) MAESTRO

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z}$$

El cronocomparador solo mide el tiempo de levantamiento; el ángulo de levantamiento hay que indicárselo. Si está mal ajustado, la amplitud indicada es errónea en la misma proporción: un 4 % de más en el ángulo de levantamiento da un 4 % de más en la amplitud. Para los errores vale $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$.

Validez: se deduce de la fórmula de la amplitud: con el mismo tiempo de levantamiento, la amplitud es proporcional al ángulo de levantamiento.

A	Amplitud (valor real)	°
A_Z	Amplitud indicada por el cronocomparador	°
λ	Ángulo de levantamiento (del volante; valor real del movimiento)	°
λ_Z	Ángulo de levantamiento ajustado en el cronocomparador	°

Atención: Si el ángulo de levantamiento es desconocido, comprobar la amplitud en el volante. Un volante de dos brazos muestra con 180° de amplitud, en los puntos de retorno, la misma imagen que en la posición de reposo; con 270°, los brazos quedan iguales en ambos puntos de retorno, transversales a la posición de reposo. Ajustar el ángulo de levantamiento en el cronocomparador de modo que la indicación concuerde.

EJEMPLO El cronocomparador está ajustado a 52° e indica 280°. Pero el movimiento tiene 50° de ángulo de levantamiento.

Datos: $A_Z = 280^\circ$; $\lambda = 50^\circ$; $\lambda_Z = 52^\circ$

$$A = \frac{A_Z \cdot \lambda}{\lambda_Z} = \frac{280^\circ \cdot 50^\circ}{52^\circ} \approx 269^\circ$$

El volante oscila solo con unos 269°. Cada grado de error en el ángulo de levantamiento supone aquí algo más de 5° de amplitud.

Ángulos de levantamiento habituales (valores orientativos)

Escape y época de fabricación	Ángulo de levantamiento del volante
Escape de áncora suizo, calibres de pulsera recientes	normalmente 49° … 53°
Escape de áncora suizo, calibres antiguos de pulsera y de bolsillo	a menudo menor, unos 38° … 46°
Escape Co-Axial	unos 30° … 38°

El ángulo de levantamiento es una magnitud de construcción del calibre. Lo determinante es la ficha técnica del fabricante; si falta, ayuda la inspección visual del volante. Ejemplos: ETA 2824-2 50°, ETA 2892A2 51°, ETA 7750 49°, Sellita SW200 50°, ETA 6497-1 44°.

Regla: El cronocomparador mide tiempos. Marcha, error de batido y amplitud se calculan a partir de ellos, y la amplitud solo es correcta con el ángulo de levantamiento correcto.

8.3 Posiciones e indicadores

Un reloj no marcha igual en todas las posiciones: el rozamiento en los cojinetes, el centro de gravedad del volante y el espiral actúan de forma distinta según la posición. Por eso se comprueba en hasta seis posiciones, una vez con cuerda completa y otra tras 24 horas de funcionamiento.



Fig. 8.8 Las seis posiciones de control de un reloj de pulsera con la corona a las 3

Las seis posiciones de control y sus abreviaturas

Posición	alemán	internacional	Corona del reloj de pulsera
Esfera arriba	ZO	CH	horizontal
Esfera abajo	ZU	FH (también CB)	horizontal
3 arriba	3O	3H	arriba
6 arriba	6O	6H	izquierda
9 arriba	9O	9H	abajo
12 arriba	12O	12H	derecha

Las abreviaturas indican lo que está arriba. Internacionalmente se usan las francesas: H de haut (arriba), C de cadran (esfera), F de fond (fondo), B de bas (abajo). En inglés las posiciones horizontales se llaman DU (dial up) y DD (dial down). Los datos de la corona valen para relojes de pulsera con la corona a las 3; en los relojes de bolsillo está a las 12.

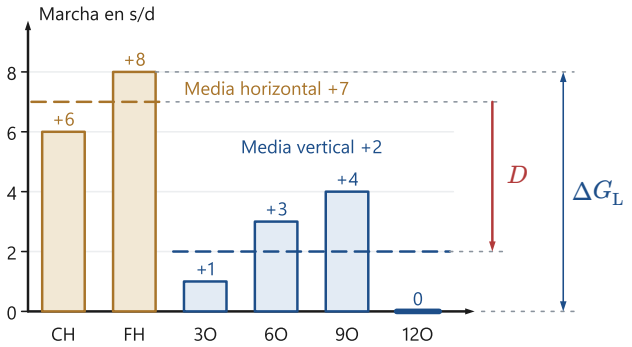


Fig. 8.9 Marchas en seis posiciones: diferencia máxima entre posiciones ΔG_{L} y diferencia vertical–horizontal D

Diferencia máxima entre posiciones

(8.11) OFICIAL

$$\Delta G_{\mathrm{L}} = G_{\max} - G_{\min}$$

ΔG_{L}	Diferencia máxima entre posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\max}$	Marcha máxima de todas las posiciones (con signo)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$G_{\min}$	Marcha mínima de todas las posiciones (con signo)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

La diferencia máxima entre posiciones es la medida más sencilla de la calidad del reglaje: cuanto menor es, menos depende la marcha de cómo se lleve y se deje el reloj.

Validez: todas las posiciones medidas con el mismo estado de cuerda y la misma temperatura.

EJEMPLO Un reloj con cuerda completa muestra: CH +6, FH +8, 3H +1, 6H +3, 9H +4 y 12H 0 segundos por día.

Datos: $G_{\max} = 8\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\min} = 0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\Delta G_{\mathrm{L}} &= G_{\max} - G_{\min} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 8\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

8 s al día entre la posición más rápida (esfera abajo) y la más lenta (12 arriba). La marcha media de las seis posiciones es +3,7 s al día.

Diferencia vertical–horizontal

(8.12) MAESTRO

$$D = G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}}$$

D	Diferencia vertical–horizontal (+ significa: marcha en vertical mayor que en horizontal)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{h}	Marcha media de las posiciones verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{f}	Marcha media de las posiciones horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Se promedian las posiciones verticales y se comparan con la media de las horizontales. Un resultado negativo significa: el reloj marcha más lento en vertical que en horizontal.

Validez: mismo estado de cuerda en todas las posiciones. El control de cronómetros forma D solo con dos posiciones, 6 arriba y esfera arriba (sección 8.4).

Conviene saber: En la media de las cuatro posiciones verticales se anula en gran parte la influencia de un desequilibrio del volante. Lo que queda procede de la menor amplitud y del distinto apoyo de los pivotes. El desequilibrio se manifiesta en las diferencias de las posiciones verticales entre sí (sección 5.3).

EJEMPLO El reloj del ejemplo anterior: media de las cuatro posiciones verticales +2,0; media de las dos horizontales +7,0 segundos por día.

Datos: $G_{\mathrm{h}} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_{\mathrm{f}} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}D &= G_{\mathrm{h}} - G_{\mathrm{f}} \\ &= 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -5{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

En vertical el reloj marcha 5 s al día más lento que en horizontal. En vertical la amplitud es menor; el reloj pierde, pues, con amplitud pequeña, señal de un error de isocronismo (sección 5.7).

Qué muestran las diferencias entre posiciones (orientación para buscar defectos)

Observación	Causa frecuente
Esfera arriba y abajo distintas	Extremos de pivote o contrapivotes, aceite, espiral que no está plano o roza
En vertical, más lento o más rápido que en horizontal	Error de isocronismo: juego del espiral entre los pitones de la raqueta, forma del espiral, escape
Posiciones verticales distintas entre sí	Desequilibrio del volante, espiral no centrado
Amplitud en vertical mucho menor que en horizontal	Rozamiento en los pivotes del volante: pivotes, piedras de agujero, aceite

La tabla da indicaciones, no diagnósticos seguros; a menudo actúan varias causas a la vez.

Marcha en uso a partir de dos grupos de posiciones

(8.13) AMPLIACIÓN

$$G_\mathrm{T} = a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h}$$

En la muñeca y en la mesilla de noche cambian las posiciones. La marcha en uso está entre la media horizontal y la media vertical, según la fracción de tiempo.

Validez: modelo simplificado con dos grupos de posiciones; no se consideran la temperatura en la muñeca, el movimiento ni el estado de cuerda.

G_T	Marcha esperada en uso	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
a	Fracción de tiempo en posiciones horizontales	1
G_f	Marcha media de las posiciones horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_h	Marcha media de las posiciones verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO El reloj de los ejemplos anteriores está en horizontal por la noche y a ratos durante el día, en total el 40 % del tiempo.

Datos: $a = 0{,}4$; $G_\mathrm{f} = 7{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_\mathrm{h} = 2{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} G_\mathrm{T} &= a \cdot G_\mathrm{f} + (1 - a) \cdot G_\mathrm{h} \\ &= 0{,}4 \cdot 7{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + (1 - 0{,}4) \cdot 2{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= 4{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Unos +4 s al día. Quien deja el reloj en horizontal por la noche lo hace aquí marchar más rápido; dejado en vertical, marcha más lento.

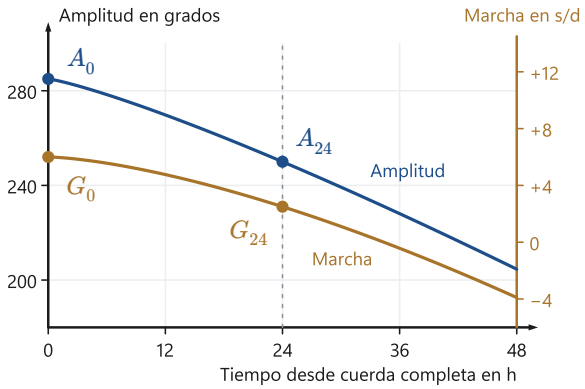


Fig. 8.10 Amplitud y marcha en función del tiempo de funcionamiento (ejemplo): de los valores a 0 h y 24 h resultan la caída de amplitud y el error de isocronismo

Error de isocronismo a partir de 0 h y 24 h

(8.14) MAESTRO

$$\Delta G = G_{24} - G_0$$

Al desarmarse el muelle real disminuye la amplitud. Si con ello cambia la marcha, el órgano regulador no es isócrono. La fórmula es la misma que en la sección 5.7, aquí con los dos instantes de medición del taller.

Validez: misma posición y misma temperatura en ambas mediciones.

ΔG	Error de isocronismo (+ significa: el reloj se adelanta al desarmarse el muelle)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{24}	Marcha tras 24 horas de funcionamiento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_0	Marcha con cuerda completa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO Un reloj con esfera arriba y cuerda completa adelanta 6,0 s al día; tras 24 horas de funcionamiento en la misma posición, 2,5 s al día.

Datos: $G_{24} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_0 = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G &= G_{24} - G_0 \\ &= 2{,}5\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 6{,}0\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -3{,}5\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Tras 24 horas el reloj se ha vuelto 3,5 s al día más lento. Si se le da cuerda a diario, su marcha está entre ambos valores.

Caída de amplitud en 24 horas

(8.15) OFICIAL

$$\Delta A = A_0 - A_{24}$$

ΔA	Caída de amplitud	°
A_0	Amplitud con cuerda completa	°
A_{24}	Amplitud tras 24 horas de funcionamiento	°

La caída de amplitud muestra con qué regularidad entregan la fuerza a lo largo del día el muelle real y el tren de engranajes.

Validez: misma posición en ambas mediciones, ángulo de levantamiento bien ajustado.

EJEMPLO Con esfera arriba, el volante oscila con 285° con cuerda completa y con 250° tras 24 horas.

Datos: $A_0 = 285°$; $A_{24} = 250°$

$$\begin{aligned}\Delta A &= A_0 - A_{24} \\ &= 285° - 250° \\ &= 35°\end{aligned}$$

35° en 24 horas. Más importante que la caída en sí es que, tras 24 horas, la amplitud siga siendo suficiente también en las posiciones verticales; los fabricantes de movimientos dan para ello valores mínimos, a menudo de 190° a 200° en la posición 6 arriba (ETA 2892A2 y ETA 7750: 200°).

Regla: Horizontal frente a vertical muestra la influencia de la amplitud; vertical frente a vertical, el desequilibrio; cuerda completa frente a 24 horas, el isocronismo.

8.4 Control de cronómetros

Según la norma ISO 3159, cronómetro es un reloj cuyo movimiento ha sido controlado por un organismo neutral durante varios días en distintas posiciones y a distintas temperaturas; en Suiza es el COSC. El control dura 15 días, con cinco posiciones y tres temperaturas. A partir de las 15 marchas diarias se calculan siete indicadores. Otros controles, como el del METAS o el de la norma DIN 8319, se aplican al reloj terminado y en parte exigen más.



Fig. 8.11 Programa del control de cronómetros según ISO 3159: posición y temperatura en los 15 días de control

Los siete indicadores del control de cronómetros según ISO 3159 (relojes de más de 20 mm de diámetro)

N.º	Indicador	Cálculo a partir de las marchas diarias G_1 a G_{15}	Valor límite según ISO 3159 en $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
1	Marcha diaria media	$\bar{G} = \frac{1}{10} \cdot (G_1 + G_2 + \cdots + G_{10})$	−4 … +6
2	Variación media de marcha	$\frac{1}{5} \cdot (\lvert G_2 - G_1\rvert + \lvert G_4 - G_3\rvert + \cdots + \lvert G_{10} - G_9\rvert)$	como máximo 2
3	Variación máxima de marcha	la mayor de las cinco diferencias en valor absoluto de la fila 2	como máximo 5
4	Diferencia vertical–horizontal D	$\frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2) - \frac{1}{2} \cdot (G_9 + G_{10})$	−6 … +8
5	Diferencia máxima respecto a la marcha media	el mayor de los diez valores absolutos $\lvert G_i - \bar{G}\rvert$ de los días 1 a 10	como máximo 10
6	Coeficiente de temperatura C	$\frac{1}{30\,\mathrm{K}} \cdot (G_{13} - G_{11})$	±0,6 por K
7	Recuperación de la marcha	$G_{15} - \frac{1}{2} \cdot (G_1 + G_2)$	±5

Deben cumplirse los siete límites. Para relojes de hasta 20 mm de diámetro la norma admite límites algo más amplios. La norma escribe las marchas diarias M_i; aquí aparecen, como en todo el libro, como G_i.

Variación media de marcha

(8.16) MAESTRO

$$\overline{\Delta G} = \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5}$$

En cada una de las cinco posiciones se mide dos días seguidos. El indicador dice lo bien que el reloj repite su marcha de un día al siguiente.

Validez: según ISO 3159: días 1 a 10 a 23 °C; valor límite 2 s al día (relojes de más de 20 mm).

$\overline{\Delta G}$	Variación media de marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert$	Suma de los cinco valores absolutos: diferencia entre las dos marchas diarias de cada posición	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

EJEMPLO En las cinco posiciones, las dos marchas diarias difieren en 1,0, 0,8, 2,1, 0,7 y 1,4 segundos por día. La suma es 6,0 segundos por día.

Datos: $\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert = 6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned}\overline{\Delta G} &= \frac{\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1}\rvert}{5} \\ &= \frac{6{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{5} \\ &= 1{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

1,2 s al día; se cumple el valor límite de 2 s al día. También el mayor valor individual, 2,1 s al día, queda por debajo de su límite de 5 s al día.

Coeficiente de temperatura en el control de cronómetros

(8.17) MAESTRO

$$C = \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}}$$

C	Coeficiente de temperatura de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}}$
G_{38}	Marcha a 38 °C (día 13)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_8	Marcha a 8 °C (día 11)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

Ambas marchas se miden en la misma posición, con la esfera arriba. La forma general para temperaturas de control cualesquiera figura en la sección 5.5.

Validez: según ISO 3159: valor límite ±0,6 s al día por kelvin (relojes de más de 20 mm).

EJEMPLO Un reloj adelanta 2,4 s al día a 8 °C y 7,2 s al día a 38 °C.

Datos: $G_{38} = 7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_8 = 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{G_{38} - G_8}{30\,\mathrm{K}} \\ &= \frac{7{,}2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - 2{,}4\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{30\,\mathrm{K}} \\ &= 0{,}16\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}\cdot\mathrm{K}} \end{aligned}$$

+0,16 s al día por kelvin: el reloj se adelanta con el calor. El valor límite de 0,6 se cumple holgadamente.

Recuperación de la marcha

(8.18) MAESTRO

$$\Delta G_{\mathrm{W}} = G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2}$$

ΔG_{W}	Recuperación de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_{15}	Marcha el último día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_1	Marcha el primer día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
G_2	Marcha el segundo día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

El último día el reloj vuelve a estar en la posición de los dos primeros días. El indicador muestra si, tras dos semanas de control con frío y calor, el reloj recupera su marcha inicial.

Validez: según ISO 3159: posición 6 arriba a 23 °C; valor límite ±5 s al día (relojes de más de 20 mm).

EJEMPLO El reloj del ejemplo de la variación media de marcha adelanta los dos primeros días 3,0 y 4,0 s al día, y el último día 4,5 s al día.

Datos: $G_{15} = 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_1 = 3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$; $G_2 = 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$

$$\begin{aligned} \Delta G_{\mathrm{W}} &= G_{15} - \frac{G_1 + G_2}{2} \\ &= 4{,}5\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} - \frac{3{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} + 4{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 1{,}0\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

+1,0 s al día, muy dentro del límite de ±5 s al día. El reloj casi ha recuperado su marcha inicial.

Regla: Cronómetro significa: controlado 15 días, en cinco posiciones y a tres temperaturas, con una media entre −4 y +6 s al día.

8.5 Hermeticidad y presión

El agua presiona con más fuerza sobre el cristal, el fondo y las juntas con cada metro de profundidad. La indicación de presión de un reloj es la sobrepresión de prueba. Vale para el reloj nuevo y para presión estática, en agua o en aire. Los requisitos de los relojes estancos figuran en la norma ISO 22810.

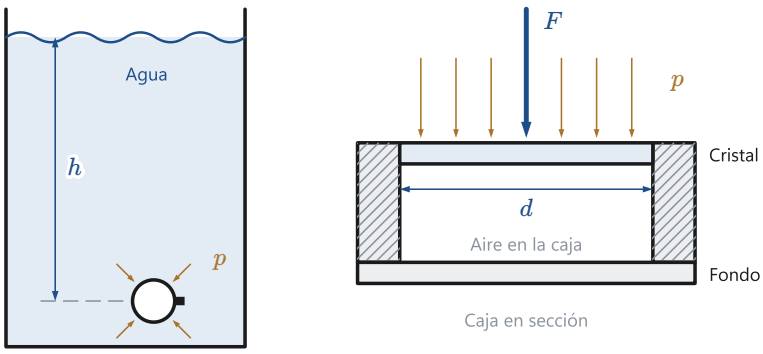


Fig. 8.12 Izquierda: la presión del agua crece con la profundidad h. Derecha: la presión p carga el cristal de diámetro d con la fuerza F

Presión de una columna de agua

(8.19) OFICIAL

$$p = \varrho \cdot g \cdot h$$

DESPEJADA $\quad h = \dfrac{p}{\varrho \cdot g}$

La presión crece uniformemente con la profundidad, en agua dulce casi 1 bar cada 10 m.

Validez: agua en reposo. El agua dulce tiene $1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; el agua de mar, unos $1025\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

p	Presión (sobrepresión respecto a la superficie del agua)	bar
ϱ	Densidad (del agua)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (de la columna de agua sobre el reloj, es decir, la profundidad de inmersión)	m

EJEMPLO ¿Qué sobrepresión hay a 100 m de profundidad en agua dulce?

Datos: $\varrho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$; $\quad g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $\quad h = 100\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} p &= \varrho \cdot g \cdot h \\ &= 1000\ \tfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100\,\mathrm{m} \\ &= 981\,000\,\mathrm{Pa} \\ &= 9{,}81\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

9,81 bar, redondeado 10 bar. De ahí la regla práctica: 10 m de columna de agua equivalen a 1 bar.

Fuerza de presión sobre el cristal o el fondo

(8.20) OFICIAL

$$F = \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4}$$

La fuerza es presión por superficie (sección 2.2), aquí con la superficie del círculo desarrollada. Crece con el cuadrado del diámetro: los relojes grandes necesitan cristales más gruesos y fondos más rígidos.

Validez: presión uniforme sobre una superficie circular; $1\,\mathrm{bar} = 0{,}1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$.

F	Fuerza (sobre la superficie sometida a presión)	N
p	Presión (sobrepresión exterior respecto al interior)	bar
d	Diámetro (de la superficie sometida a presión, aquí del cristal)	mm

EJEMPLO Un reloj de buceo se prueba a 30 bar. El cristal tiene 28 mm de diámetro. ¿Con qué fuerza se carga?

Datos: $p = 30\,\mathrm{bar}; \quad d = 28\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} F &= \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4} \\ &= \frac{30\,\mathrm{bar} \cdot \pi \cdot (28\,\mathrm{mm})^2}{4} \\ &= 3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 784\,\mathrm{mm}^2}{4} \\ &\approx 1847\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

Unos 1850 N, tanto como el peso de 188 kg. Esta fuerza aprieta el cristal contra su junta y lo curva hacia dentro. El ejemplo para 10 bar figura en la fórmula (2.11).

Normalmente se prueba en seco: el aparato somete el reloj en una cámara a sobrepresión o depresión y detecta cómo se deforma la caja. Una caja estanca se comprime o se abomba y permanece así mientras dura la presión. Si no es estanca, la presión interior y exterior se igualan y la deformación desaparece. En la prueba en húmedo, el reloj se pone primero bajo presión sobre el agua, luego se sumerge y se libera la presión; de un reloj no estanco salen burbujas de aire.

Presión dinámica al moverse en el agua

(8.21) AMPLIACIÓN

$$p_{\mathrm{dyn}} = \frac{\varrho \cdot v^2}{2}$$

Si el reloj se mueve en el agua, a la presión de la profundidad se suma la presión dinámica. Esta es pequeña.

Validez: flujo uniforme; el agua se frena por completo en el reloj. Es la máxima presión que produce un movimiento uniforme; el golpe al chocar con la superficie del agua no está incluido.

p_{dyn}	Presión dinámica (presión adicional por el flujo)	bar
ϱ	Densidad (del agua)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
v	Velocidad (del reloj respecto al agua)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

EJEMPLO En un movimiento de brazo muy rápido, la muñeca atraviesa el agua a 5 m por segundo.

Datos: $\varrho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}; \quad v = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{dyn}} &= \frac{\varrho \cdot v^2}{2} \\ &= \frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2} \\ &= 12\,500\,\mathrm{Pa} \\ &= 0{,}125\,\mathrm{bar} \end{aligned}$$

0,125 bar, lo mismo que 1,3 m más de profundidad. Los movimientos al nadar apenas aumentan, pues, la presión. Si un reloj deja de ser estanco en el agua, la causa suele ser juntas envejecidas, cambios de temperatura o la corona y los pulsadores accionados bajo el agua.

Regla: 10 m de columna de agua son aproximadamente 1 bar. La fuerza sobre el cristal es presión por superficie.

8.6 Magnetismo y choques

Los campos magnéticos y los choques son las perturbaciones más frecuentes en la vida diaria. Las normas establecen lo que debe soportar un reloj para llamarse antimagnético o antichoque: la ISO 764 exige un campo de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$; la ISO 1413, un choque como el de una caída desde 1 m de altura.

Densidad de flujo e intensidad de campo en el aire

(8.22) MAESTRO

$$B = \mu_0 \cdot H$$

Las normas indican la intensidad de campo H; los imanes y los aparatos de medida, casi siempre la densidad de flujo B en militesla o gauss. En el aire ambas están ligadas de forma fija: 1 mT corresponde a $796\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ y a 10 gauss.

B	Densidad de flujo magnético ($1\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} = 1\ \mathrm{T} = 10\,000\ \mathrm{G}$)	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}}$
μ_0	Constante magnética	$\frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$
H	Intensidad de campo magnético	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

Validez: en el aire y en materiales no magnéticos.

EJEMPLO ¿A qué densidad de flujo corresponde la intensidad de campo de $4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ que debe soportar un reloj antimagnético según ISO 764?

Datos: $\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}}$; $H = 4800\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \cdot H \\ &= 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{A\cdot m}} \cdot 4800\ \tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \\ &\approx 6{,}03 \cdot 10^{-3}\ \tfrac{\mathrm{V\cdot s}}{\mathrm{m^2}} \end{aligned}$$

6,03 mT o 60 gauss. Un pequeño imán permanente, por ejemplo en el cierre de un bolso o en un altavoz, es en su superficie mucho más fuerte.

Conversión de campos magnéticos en el aire

Intensidad de campo en $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Densidad de flujo en mT	Densidad de flujo en gauss	Ejemplo
40	0,05	0,5	Campo magnético terrestre (orden de magnitud)
796	1	10	Valor de conversión
4800	6,03	60,3	Campo de prueba para relojes antimagnéticos según ISO 764
79 600	100	1000	junto a pequeños imanes permanentes (orden de magnitud)

El gauss es una unidad antigua: 1 G = 0,1 mT. Los ejemplos, salvo el valor normativo, son órdenes de magnitud.

Velocidad de impacto en una caída

(8.23) MAESTRO

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

La prueba de choque según ISO 1413 reproduce la caída de un reloj desde 1 m de altura sobre un suelo de madera. La fórmula da la velocidad con la que llega el reloj.

Validez: caída libre sin resistencia del aire.

v	Velocidad (en el impacto)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
h	Altura (de caída)	m

EJEMPLO Un reloj cae del banco de trabajo, 1 m, al suelo.

Datos: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $h = 1\,\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\,\mathrm{m}} \\ &\approx 4{,}43\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

$4{,}43\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, es decir, unos 16 km por hora. Con esta velocidad golpea el martillo al reloj en la prueba de choque.

8.7 Error de lectura y dispersión

Toda medición tiene dispersión. La media, el rango y la desviación típica de una serie de medidas figuran en la sección 12.1; el ejemplo allí es una serie de valores de marcha. Para el cronocomparador esto significa, por ejemplo: si diez mediciones en la misma posición se dispersan con una desviación típica de 0,6 s al día, su media es fiable, según la fórmula (12.4), a unos 0,2 s al día. En la marcha calculada a partir de dos estados leídos se añade el error de lectura.

Error de la marcha debido a la lectura

(8.24) MAESTRO

$$u_G = \frac{2 \cdot u_S}{t}$$

En la marcha intervienen dos lecturas. En el caso más desfavorable sus errores se suman; dividido entre el tiempo de funcionamiento, da el error máximo de la marcha.

Validez: error máximo; el reloj funciona sin perturbaciones entre las lecturas.

u_G	Error máximo de la marcha debido a la lectura	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
u_S	Error máximo de lectura de un estado	s
t	Tiempo (de funcionamiento entre las dos lecturas)	d

EJEMPLO El estado puede leerse en el segundero con una precisión de 0,5 s. Entre las dos lecturas pasan 10 días.

Datos: $u_S = 0{,}5\,\mathrm{s}$; $t = 10\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} u_G &= \frac{2 \cdot u_S}{t} \\ &= \frac{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}10\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

Tras diez días la marcha es fiable a 0,1 s al día; tras un día, solo a 1 s al día. Quien necesite antes un resultado exacto, usa el cronocomparador.

Regla: Medir más tiempo aporta más que leer con más precisión: el doble de tiempo de funcionamiento reduce a la mitad el error de lectura en la marcha.

9 Fabricación y materiales

Quien fabrica piezas calcula de otro modo que al regular: velocidad de giro a partir de la velocidad de corte, conos y roscas, ajustes y juego de cojinetes, divisiones en el divisor, desarrollos para piezas dobladas. A ello se suman los cálculos sobre metales preciosos, el revenido y la galvanoplastia.

Algunos símbolos tienen en este capítulo el significado habitual en fabricación: f es el avance, T la tolerancia, D y d son diámetros, s es un espesor, α un ángulo de cono o de doblado, m una masa, M la masa molar y A una superficie; z es, según la sección, el número de dientes, el número de divisiones o la valencia, e i el número de pasadas o la relación del divisor, que reduce la velocidad y es, en el sentido del capítulo 4, una reducción. Las tablas contienen valores orientativos para empezar; lo determinante es la ficha técnica del material y la prueba en un retal.

9.1 Datos de corte

Al tornear, taladrar y fresar, el filo arranca una viruta. La velocidad de corte indica a qué velocidad puede hacerlo; de ella y del diámetro resulta la velocidad de giro. El avance determina el acabado superficial y el tiempo de mecanizado.

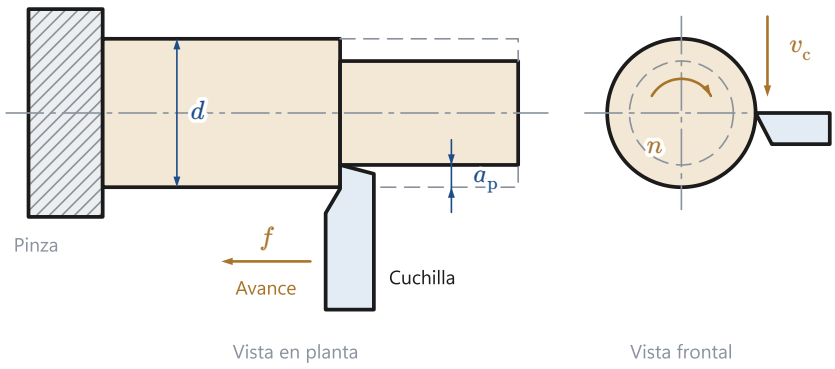


Fig. 9.1 Cilindrado: velocidad de corte v_c en la periferia, avance f por revolución, profundidad de pasada a_p

Velocidad de corte

(9.1) OFICIAL

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

DESPEJADA $n = \dfrac{v_c}{\pi \cdot d}$

La velocidad de corte es la velocidad periférica en el filo. Depende del material de la pieza y del material de corte (valores orientativos en la tabla); según ella se elige la velocidad de giro. En general figura en la fórmula (2.6).

Validez: torneado, taladrado, fresado. Al refrentar y en conos cambia el diámetro y con él la velocidad de corte; se calcula con el diámetro mayor.

v_c	Velocidad de corte	$\frac{\text{m}}{\text{min}}$
d	Diámetro (en el punto de corte: pieza al tornear, herramienta al taladrar y fresar)	mm
n	Velocidad de giro	$\frac{1}{\text{min}}$

EJEMPLO Una barra de latón de 8 mm de diámetro gira a 3000 revoluciones por minuto. ¿Cuál es la velocidad de corte en la periferia?

Datos: $d = 8\,\text{mm}$; $n = 3000\,\frac{1}{\text{min}}$

$$\begin{aligned} v_c &= \pi \cdot d \cdot n \\ &= \pi \cdot 8\,\text{mm} \cdot 3000\,\tfrac{1}{\text{min}} \\ &\approx 75\,398\,\frac{\text{mm}}{\text{min}} \\ &\approx 75{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{min}} \end{aligned}$$

Unos 75 m por minuto. Es adecuado para latón con una cuchilla de acero rápido.

Velocidad de giro a partir de la velocidad de corte (fórmula de taller)

(9.2) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$n = \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d}$$

La misma fórmula que la (9.1), despejada para la velocidad de giro y adaptada a las unidades habituales. El factor 1000 convierte metros en milímetros.

Validez: v_c en m por minuto, d en mm, n en revoluciones por minuto.

n	Velocidad de giro (valor numérico en revoluciones por minuto)	$\frac{1}{\text{min}}$
v_c	Velocidad de corte (valor numérico en m por minuto)	$\frac{\text{m}}{\text{min}}$
d	Diámetro (valor numérico en mm)	mm

EJEMPLO Una pieza de acero plata de 3 mm de diámetro debe tornearse con una cuchilla de acero rápido a 25 m por minuto. ¿Qué velocidad de giro se ajusta?

Datos: $v_c = 25\,\frac{\text{m}}{\text{min}}$; $d = 3\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} n &= \frac{1000 \cdot v_c}{\pi \cdot d} \\ &= \frac{1000 \cdot 25}{\pi \cdot 3} \\ &\approx 2653\,\tfrac{1}{\text{min}} \end{aligned}$$

Unas 2650 revoluciones por minuto. En la máquina se elige el escalón inmediatamente inferior.

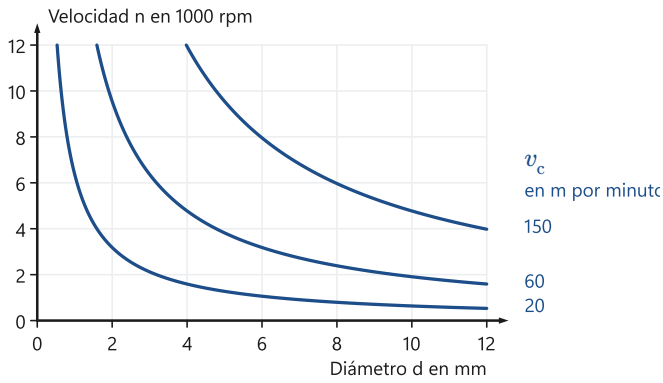


Fig. 9.2 Velocidad de giro en función del diámetro para tres velocidades de corte: cuanto menor el diámetro, mayor la velocidad de giro

Velocidad de corte en el torneado (valores orientativos en m por minuto)

Material	Acero rápido (HSS)	Metal duro
Latón con plomo (CuZn39Pb3)	60 … 120	150 … 400
Alpaca con plomo (CuNi18Zn19Pb1)	40 … 80	100 … 200
Acero de fácil mecanización (11SMnPb30)	40 … 70	120 … 250
Acero de herramientas, recocido (acero plata 115CrV3)	20 … 30	60 … 120
Acero templado y revenido azul	–	25 … 40
Acero inoxidable austenítico (1.4404, 1.4435)	10 … 20	60 … 120
Titanio (grado 2 y grado 5)	8 … 15	30 … 60

Valores de referencia para tornear con filo afilado. En el torno de relojero y con buril manual, empezar por el valor inferior; para escariar y roscar, tomar como máximo la mitad. El acero templado y revenido azul solo lo corta el acero rápido como buril manual, a baja velocidad y afilando a menudo; en la máquina se usa metal duro. El acero inoxidable y el titanio necesitan refrigerante y un avance constante.

Velocidad de avance al tornear y taladrar

(9.3) OFICIAL

$$v_\mathrm{f} = f \cdot n$$

El avance por revolución determina el acabado: avance pequeño, estrías de torneado más finas. La velocidad de avance indica a qué velocidad se desplaza el carro.

v_f	Velocidad de avance	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$
f	Avance por revolución	mm
n	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO El carro longitudinal avanza 0,02 mm por revolución y el husillo gira a 2500 revoluciones por minuto.

Datos: $f = 0{,}02\,\mathrm{mm}$; $n = 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{f} &= f \cdot n \\ &= 0{,}02\,\mathrm{mm} \cdot 2500\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= 50\,\tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La cuchilla recorre 50 mm por minuto.

Velocidad de avance al fresar

(9.4) OFICIAL

$$v_\mathrm{f} = f_\mathrm{z} \cdot z \cdot n$$

Cada filo arranca una viruta de espesor f_z. Si el avance por diente es demasiado pequeño, la fresa solo roza y se desafila; si es demasiado grande, se rompe.

Validez: Como referencia para fresas pequeñas: avance por diente de un 0,5 % a un 1 % del diámetro de la fresa.

v_f	Velocidad de avance	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$
f_z	Avance por diente	mm
z	Número de dientes (filos de la fresa)	1
n	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO Una fresa de metal duro de 1 mm de diámetro y 2 filos trabaja en latón a 20 000 revoluciones por minuto. Debe arrancar 0,005 mm por diente.

Datos: $f_\mathrm{z} = 0{,}005\,\mathrm{mm}$; $z = 2$; $n = 20\,000\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} v_\mathrm{f} &= f_\mathrm{z} \cdot z \cdot n \\ &= 0{,}005\,\mathrm{mm} \cdot 2 \cdot 20\,000\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \\ &= 200\,\tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La mesa avanza a 200 mm por minuto. La velocidad de corte es entonces, según la fórmula (9.1), de 63 m por minuto.

Tiempo principal al tornear y taladrar

(9.5) OFICIAL

$$t_\mathrm{h} = \frac{L \cdot i}{f \cdot n}$$

El tiempo principal es el recorrido de avance de todas las pasadas dividido entre la velocidad de avance. Es la base para calcular el coste de las piezas torneadas.

Validez: misma velocidad de giro y mismo avance en todas las pasadas.

t_h	Tiempo principal (tiempo en que la herramienta trabaja en avance)	min
L	Longitud (recorrido de avance: longitud de la pieza con entrada y salida)	mm
i	Número (de pasadas)	1
f	Avance por revolución	mm
n	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO Un pivote se cilindra en 10 mm de longitud en 3 pasadas; con entrada y salida son 12 mm de recorrido de avance. Avance 0,02 mm, velocidad de giro 2500 revoluciones por minuto.

Datos: $L = 12\,\mathrm{mm}$; $i = 3$; $f = 0{,}02\,\mathrm{mm}$; $n = 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} t_\mathrm{h} &= \frac{L \cdot i}{f \cdot n} \\ &= \frac{12\,\mathrm{mm} \cdot 3}{0{,}02\,\mathrm{mm} \cdot 2500\,\frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 0{,}72\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

La máquina corta 0,72 minutos, es decir, 43 segundos. A ello se suman preparación, medición y retroceso.

Volumen de viruta por unidad de tiempo al tornear

(9.6) AMPLIACIÓN

$$Q = a_\mathrm{p} \cdot f \cdot v_\mathrm{c}$$

Profundidad de pasada por avance es la sección de la viruta; la velocidad de corte, su longitud por unidad de tiempo. Con el volumen de viruta se comparan datos de corte y se estima la potencia de accionamiento necesaria.

Validez: cilindrado; velocidad de corte en el diámetro medio de la pasada.

Q	Volumen de viruta por unidad de tiempo (volumen arrancado por tiempo)	$\frac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}}$
a_p	Profundidad de pasada (mitad de la reducción de diámetro por pasada)	mm
f	Avance por revolución	mm
v_c	Velocidad de corte	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO Se desbasta latón con 0,5 mm de profundidad de pasada, 0,05 mm de avance y 75 m por minuto.

Datos: $a_\mathrm{p} = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $f = 0{,}05\,\mathrm{mm}$; $v_\mathrm{c} = 75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} Q &= a_\mathrm{p} \cdot f \cdot v_\mathrm{c} \\ &= 0{,}5\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}05\,\mathrm{mm} \cdot 75\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} \\ &= 0{,}025\,\mathrm{mm}^2 \cdot 75\,000\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}} \\ &= 1875\ \tfrac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

Por minuto se mecanizan casi 1,9 cm³ de latón.

Regla: Diámetro pequeño, velocidad de giro alta: la mitad de diámetro exige el doble de velocidad de giro.

9.2 Cono e inclinación

Un cono queda definido por dos diámetros y la longitud, o por la conicidad. Para tornearlo se necesita el semiángulo del cono o el desplazamiento del contrapunto.

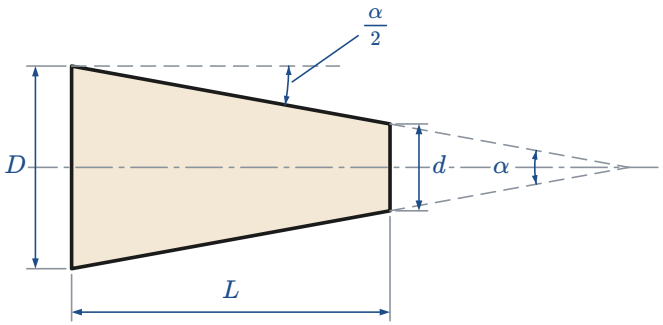


Fig. 9.3 Cono: diámetros D y d, longitud L, ángulo del cono α y ángulo de ajuste $\frac{\alpha}{2}$ (dibujado más inclinado para mayor claridad)

Conicidad

(9.7) OFICIAL

$$C = \frac{D - d}{L}$$

DESPEJADA $d = D - C \cdot L$

La conicidad indica cuánto disminuye el diámetro por unidad de longitud. 1 : 50 significa: en 50 mm de longitud el cono se estrecha 1 mm.

C	Conicidad (escrita como $1 : x$ con $x = \frac{1}{C}$)	1
D	Diámetro (diámetro mayor del cono)	mm
d	Diámetro (diámetro menor del cono)	mm
L	Longitud (longitud del cono, medida en dirección del eje)	mm

Conviene saber: La inclinación se refiere a la línea central y es la mitad de la conicidad: un cono 1 : 50 tiene la inclinación 1 : 100.

EJEMPLO Un pasador cónico mide 20 mm de largo, 2,0 mm en el extremo delgado y 2,4 mm en el grueso.

Datos: $D = 2{,}4\,\text{mm}$; $d = 2{,}0\,\text{mm}$; $L = 20\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{D - d}{L} \\ &= \frac{2{,}4\,\text{mm} - 2{,}0\,\text{mm}}{20\,\text{mm}} \\ &= 0{,}02 \end{aligned}$$

La conicidad es 0,02, es decir, 1 : 50. Así están normalizados los pasadores cónicos.

Ángulo del cono y ángulo de ajuste

(9.8) OFICIAL

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{D - d}{2 \cdot L}$$

DESPEJADA $\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{D - d}{2 \cdot L}\right)$

Al tornear conos con el carro superior, este se gira el semiángulo del cono. Por eso el semiángulo se llama ángulo de ajuste.

α	Ángulo del cono (ángulo completo en el vértice; $\frac{\alpha}{2}$ es el ángulo de ajuste)	°
D	Diámetro (diámetro mayor del cono)	mm
d	Diámetro (diámetro menor del cono)	mm
L	Longitud (longitud del cono, medida en dirección del eje)	mm

Conviene saber: Para conos esbeltos basta: ángulo de ajuste en grados ≈ 28,65 · C. Un cono 1 : 50 tiene así un ángulo de ajuste de 0,573°.

EJEMPLO El asiento cónico de un eje se estrecha en 5 mm de longitud de 1,2 mm a 1,0 mm. ¿A qué ángulo se gira el carro superior?

Datos: $D = 1{,}2\,\text{mm}$; $d = 1{,}0\,\text{mm}$; $L = 5\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 \cdot \arctan\left(\frac{D - d}{2 \cdot L}\right) \\ &= 2 \cdot \arctan\left(\frac{1{,}2\,\text{mm} - 1{,}0\,\text{mm}}{2 \cdot 5\,\text{mm}}\right) \\ &= 2 \cdot \arctan 0{,}02 \\ &\approx 2{,}29^\circ \end{aligned}$$

El ángulo del cono es de 2,29°. El carro superior se ajusta a la mitad, es decir, a unos 1,15°.

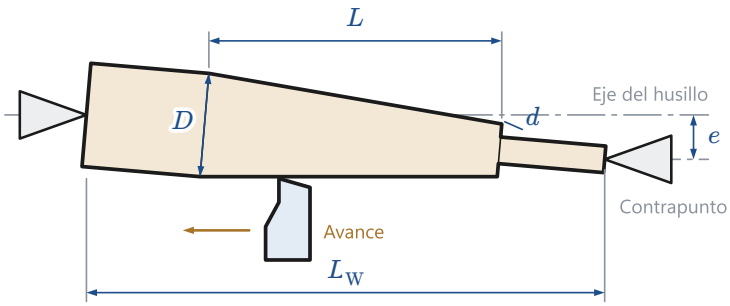


Fig. 9.4 Torneado de conos entre puntos: el contrapunto está desplazado e, la cuchilla avanza paralela al eje del husillo (vista en planta, exagerada)

Desplazamiento del contrapunto

(9.9) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$e \approx \frac{L_W \cdot (D - d)}{2 \cdot L}$$

Si la punta del contrapunto está desplazada lateralmente, la pieza queda oblicua respecto al eje del husillo y la cuchilla, al avanzar longitudinalmente, tornea un cono. Si el cono abarca toda la longitud de la pieza, el desplazamiento es la mitad de la diferencia de diámetros.

Validez: torneado entre puntos, solo para conos esbeltos. Como valor orientativo, el desplazamiento no debe superar una cincuentava parte de la longitud de la pieza.

e	Desplazamiento del contrapunto (desplazamiento lateral de la punta del contrapunto)	mm
L_W	Longitud (pieza entre puntos)	mm
D	Diámetro (diámetro mayor del cono)	mm
d	Diámetro (diámetro menor del cono)	mm
L	Longitud (longitud del cono, medida en dirección del eje)	mm

Atención: Con el contrapunto desplazado, los puntos de centrado asientan oblicuos sobre las puntas. Por eso elegir solo desplazamientos pequeños, medir tras la primera pasada y reajustar.

EJEMPLO Una pieza de 60 mm de longitud debe llevar en 30 mm un cono 1 : 50, de 4,0 mm a 3,4 mm.

Datos: $L_W = 60\,\mathrm{mm}$; $D = 4{,}0\,\mathrm{mm}$; $d = 3{,}4\,\mathrm{mm}$; $L = 30\,\mathrm{mm}$

$$e \approx \frac{L_W \cdot (D - d)}{2 \cdot L}$$
$$= \frac{60\,\mathrm{mm} \cdot (4{,}0\,\mathrm{mm} - 3{,}4\,\mathrm{mm})}{2 \cdot 30\,\mathrm{mm}}$$
$$= 0{,}60\,\mathrm{mm}$$

El contrapunto se desplaza 0,60 mm hacia la cuchilla; el extremo delgado del cono queda entonces junto al contrapunto. El desplazamiento es una centésima parte de la longitud de la pieza y, por tanto, admisible.

9.3 Roscas

Los tornillos de relojería actuales tienen roscas métricas triangulares con 60° de ángulo de flanco. Todas las medidas del perfil se derivan del diámetro nominal d y del paso P.

Paso a partir del número de hilos (rosca en pulgadas)

(9.10) OFICIAL

$$P = \frac{1}{n_{\mathrm{G}}}$$

El paso es el recorrido que avanza un tornillo en una vuelta. En las roscas métricas figura en la designación; en las roscas en pulgadas se indica en su lugar el número de hilos por pulgada.

Validez: roscas de una entrada.

P	Paso de rosca	mm
n_{G}	Número de hilos (hilos por unidad de longitud; en roscas en pulgadas, por pulgada)	$\frac{1}{\mathrm{in}}$

EJEMPLO Una rosca de un reloj inglés tiene 40 hilos por pulgada.

Datos: $n_{\mathrm{G}} = 40\ \frac{1}{\mathrm{in}}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{n_{\mathrm{G}}} \\ &= \frac{1}{40\ \frac{1}{\mathrm{in}}} \\ &= \frac{25{,}4\,\mathrm{mm}}{40} \\ &= 0{,}635\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El paso es de 0,635 mm, ya que una pulgada son 25,4 mm.

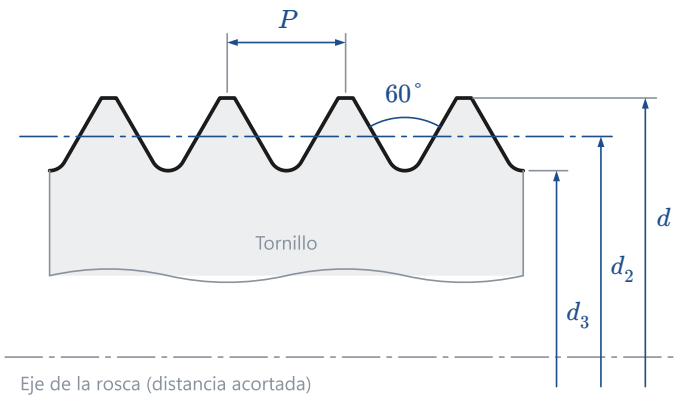


Fig. 9.5 Rosca métrica ISO, perfil del tornillo: paso P, diámetro exterior d, diámetro de flancos d_2, diámetro del núcleo d_3

Diámetro de flancos

(9.11) MAESTRO

$$d_2 = d - 0{,}6495 \cdot P$$

En el diámetro de flancos, el filete y el hueco tienen la misma anchura. Determina cómo ajustan entre sí tornillo y tuerca, y se comprueba con calibres o con alambres de medición.

Validez: rosca métrica ISO con 60° de ángulo de flanco, medida nominal sin tolerancia. El factor es $\frac{3}{8} \cdot \sqrt{3}$.

d_2	Diámetro de flancos	mm
d	Diámetro (diámetro nominal de la rosca, exterior del tornillo)	mm
P	Paso de rosca	mm

EJEMPLO Rosca M 1,6 con paso de 0,35 mm.

Datos: $d = 1{,}6\,\mathrm{mm}; \quad P = 0{,}35\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_2 &= d - 0{,}6495 \cdot P \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mm} - 0{,}6495 \cdot 0{,}35\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1{,}373\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El diámetro de flancos es de 1,373 mm.

Diámetro del núcleo del tornillo

(9.12) MAESTRO

$$d_3 = d - 1{,}2269 \cdot P$$

El diámetro del núcleo es la sección resistente del tornillo. Por ahí se rompe un tornillo pasado de apriete.

Validez: rosca métrica ISO a partir de M 1 (profundidad de rosca $0{,}6134 \cdot P$). Para las roscas miniatura S 0,3 a S 1,4 la profundidad de rosca es menor: $d_3 = d - 1{,}12 \cdot P$.

d_3	Diámetro del núcleo (en el fondo de la rosca del tornillo)	mm
d	Diámetro (diámetro nominal de la rosca, exterior del tornillo)	mm
P	Paso de rosca	mm

EJEMPLO Rosca M 1,6 con paso de 0,35 mm.

Datos: $d = 1{,}6\,\mathrm{mm}$; $P = 0{,}35\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_3 &= d - 1{,}2269 \cdot P \\ &= 1{,}6\,\mathrm{mm} - 1{,}2269 \cdot 0{,}35\,\mathrm{mm} \\ &\approx 1{,}171\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

En el fondo de la rosca el tornillo aún tiene 1,171 mm de grosor.

Diámetro del agujero previo para roscar

(9.13) APROXIMACIÓN OFICIAL

$$d_\mathrm{K} \approx d - P$$

A este diámetro se taladra antes de que el macho de roscar talle el perfil.

Validez: roscas métricas con 60° de ángulo de flanco. En materiales tenaces como el acero y la alpaca, elegir más bien una broca un escalón mayor para que el macho no se atasque.

d_K	Diámetro del agujero previo (taladro antes de roscar)	mm
d	Diámetro (diámetro nominal de la rosca, exterior del tornillo)	mm
P	Paso de rosca	mm

EJEMPLO Hay que roscar para un tornillo M 1,2 con paso de 0,25 mm.

Datos: $d = 1{,}2\,\mathrm{mm}$; $P = 0{,}25\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} d_\mathrm{K} &\approx d - P \\ &= 1{,}2\,\mathrm{mm} - 0{,}25\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}95\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Se taladra con 0,95 mm.

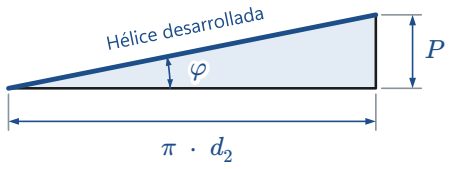


Fig. 9.6 Un filete desarrollado: paso P sobre la circunferencia en el diámetro de flancos

Ángulo de la hélice

(9.14) MAESTRO

$$\tan \varphi = \frac{P}{\pi \cdot d_2}$$

DESPEJADA $\varphi = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)$

φ	Ángulo de la hélice (en el diámetro de flancos)	°
P	Paso de rosca	mm
d_2	Diámetro de flancos	mm

Si se desarrolla un filete, resulta una cuña: altura P, base la circunferencia en el diámetro de flancos. Si el ángulo de la hélice es menor que el ángulo de rozamiento (capítulo 2), el tornillo no se afloja por sí solo.

Validez: roscas de una entrada.

EJEMPLO Rosca M 1,6: paso 0,35 mm, diámetro de flancos 1,373 mm.

Datos: $P = 0{,}35\,\text{mm}; \quad d_2 = 1{,}373\,\text{mm}$

$$\begin{aligned}\varphi &= \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)\\ &= \arctan\left(\frac{0{,}35\,\text{mm}}{\pi \cdot 1{,}373\,\text{mm}}\right)\\ &\approx \arctan 0{,}0811\\ &\approx 4{,}64^\circ\end{aligned}$$

El ángulo de la hélice es de 4,64°. Está por debajo del ángulo de rozamiento, así que el tornillo se mantiene solo.

Roscas métricas de relojería y finas (medidas nominales en mm)

Rosca	Paso P	Diámetro de flancos d_2	Diámetro del núcleo d_3	Broca para el agujero previo
S 0,3	0,08	0,248	0,210	0,22
S 0,4	0,1	0,335	0,288	0,30
S 0,5	0,125	0,419	0,360	0,38
S 0,6	0,15	0,503	0,432	0,45
S 0,7	0,175	0,586	0,504	0,53
S 0,8	0,2	0,670	0,576	0,60
S 0,9	0,225	0,754	0,648	0,68
M 1	0,25	0,838	0,693	0,75
M 1,2	0,25	1,038	0,893	0,95
M 1,4	0,3	1,205	1,032	1,10
M 1,6	0,35	1,373	1,171	1,25
M 2	0,4	1,740	1,509	1,60

S: rosca miniatura ISO (diámetro del núcleo calculado con $d - 1{,}12 \cdot P$). M: rosca métrica ISO normal. Broca para el agujero previo según la fórmula (9.13), redondeada a 0,01 mm. Los tornillos de movimientos antiguos se apartan a menudo de la norma; en caso de duda, medir diámetro y paso.

Regla: Agujero previo igual a diámetro nominal menos paso.

9.4 Ajustes y tolerancias

Ninguna pieza puede fabricarse exactamente a medida. Por eso el plano fija dos medidas límite entre las que debe estar la medida real. Si dos piezas ajustan con juego o con apriete lo decide la posición de sus zonas de tolerancia.

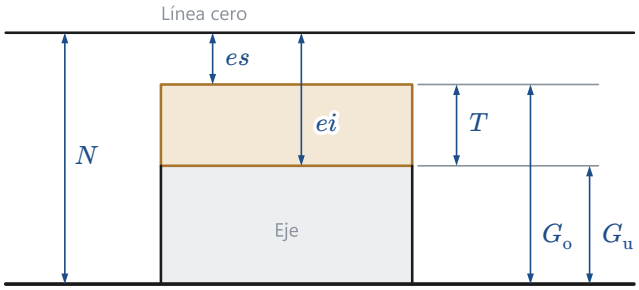


Fig. 9.7 Medidas límite de un eje: medida nominal N, diferencias es y ei, medida máxima G_o, medida mínima G_u, tolerancia T (zona de tolerancia muy ampliada)

Medida máxima y medida mínima

(9.15) OFICIAL

$$G_o = N + es$$

Las diferencias se suman con su signo a la medida nominal. Para la medida mínima vale análogamente $G_u = N + ei$ con la diferencia inferior ei.

Validez: ejes y todas las medidas exteriores; para agujeros y medidas interiores, con ES y EI.

G_o	Medida máxima	mm
N	Medida nominal	mm
es	Diferencia superior (+ significa: por encima de la medida nominal; en agujeros ES)	mm

EJEMPLO Un eje tiene la medida nominal 2 mm y las diferencias −0,006 mm y −0,016 mm (zona de tolerancia f7).

Datos: $N = 2\,\mathrm{mm}$; $es = -0{,}006\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} G_o &= N + es \\ &= 2\,\mathrm{mm} + (-0{,}006\,\mathrm{mm}) \\ &= 1{,}994\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La medida máxima es 1,994 mm. Con la diferencia inferior resulta la medida mínima 1,984 mm.

Tolerancia

(9.16) OFICIAL

$$T = es - ei$$

La tolerancia es la distancia entre las dos medidas límite: $T = G_o - G_u$. No tiene signo.

T	Tolerancia (diferencia admisible entre medida máxima y medida mínima)	mm
es	Diferencia superior (+ significa: por encima de la medida nominal; en agujeros ES)	mm
ei	Diferencia inferior (+ significa: por encima de la medida nominal; en agujeros EI)	mm

EJEMPLO Eje con las diferencias −0,006 mm y −0,016 mm.

Datos: $es = -0{,}006\,\mathrm{mm}$; $ei = -0{,}016\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} T &= es - ei \\ &= -0{,}006\,\mathrm{mm} - (-0{,}016\,\mathrm{mm}) \\ &= 0{,}010\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La tolerancia es de 0,010 mm: eso puede variar el diámetro de una pieza a otra.

Cómo ajustan dos piezas depende de la posición de las zonas de tolerancia. **Ajuste con juego:** el agujero es siempre mayor que el eje, por ejemplo un pivote en su cojinete. **Ajuste con apriete:** el eje es siempre mayor que el agujero, por ejemplo una piedra en la platina o una rueda sobre su eje. **Ajuste indeterminado:** según las medidas reales resulta un pequeño juego o un pequeño apriete, por ejemplo en un pasador de posicionamiento.

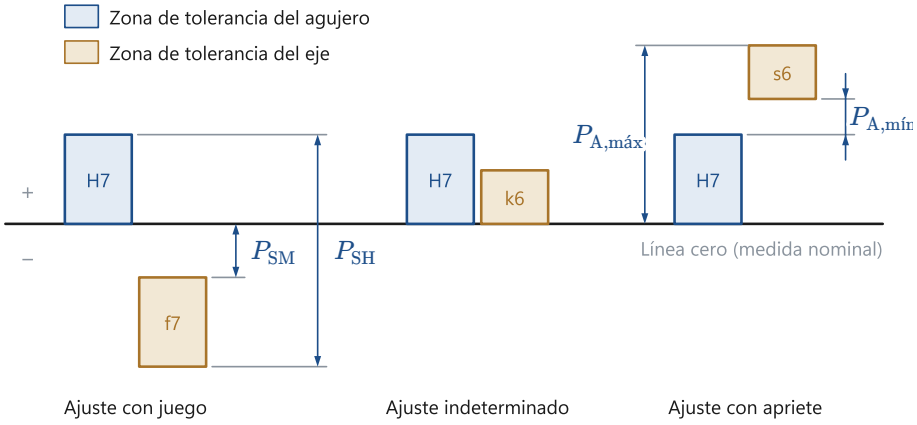


Fig. 9.8 Zonas de tolerancia de agujero y eje, referidas a la línea cero, para tres ajustes con agujero H7

Juego máximo

(9.17) OFICIAL

$$P_{SH} = G_{oB} - G_{uW}$$

El juego máximo se produce cuando el mayor agujero admisible coincide con el menor eje admisible.

P_{SH}	Juego máximo	mm
G_{oB}	Medida máxima (agujero)	mm
G_{uW}	Medida mínima (eje)	mm

EJEMPLO Agujero de 2 mm con las diferencias 0 y +0,010 mm (H7), eje de 2 mm con −0,006 mm y −0,016 mm (f7).

Datos: $G_{oB} = 2{,}010\,\text{mm}$; $G_{uW} = 1{,}984\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} P_{SH} &= G_{oB} - G_{uW} \\ &= 2{,}010\,\text{mm} - 1{,}984\,\text{mm} \\ &= 0{,}026\,\text{mm} \end{aligned}$$

El mayor agujero y el menor eje dan 0,026 mm de juego.

Juego mínimo

(9.18) OFICIAL

$$P_{SM} = G_{uB} - G_{oW}$$

El juego mínimo se produce cuando el menor agujero coincide con el mayor eje. Si sigue siendo positivo, cualquier pareja puede montarse.

P_{SM}	Juego mínimo (un valor negativo es un apriete)	mm
G_{uB}	Medida mínima (agujero)	mm
G_{oW}	Medida máxima (eje)	mm

EJEMPLO El mismo ajuste: agujero de 2,000 mm a 2,010 mm, eje de 1,984 mm a 1,994 mm.

Datos: $G_{uB} = 2{,}000\,\text{mm}$; $G_{oW} = 1{,}994\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} P_{SM} &= G_{uB} - G_{oW} \\ &= 2{,}000\,\text{mm} - 1{,}994\,\text{mm} \\ &= 0{,}006\,\text{mm} \end{aligned}$$

Incluso en el caso más desfavorable quedan 0,006 mm de juego: es un ajuste con juego.

Apriete máximo

(9.19) OFICIAL

$$P_{\mathrm{A,máx}} = G_{\mathrm{oW}} - G_{\mathrm{uB}}$$

$P_{\mathrm{A,máx}}$	Apriete máximo	mm
G_{oW}	Medida máxima (eje)	mm
G_{uB}	Medida mínima (agujero)	mm

En el ajuste con apriete, la pieza interior es mayor que el agujero. La diferencia se llama apriete; al encajar a presión se absorbe elásticamente y sujeta la pieza.

Validez: la pieza interior (aquí la piedra) cuenta como eje.

EJEMPLO Una piedra de 1,200 mm a 1,204 mm de diámetro se encaja a presión en un agujero escariado a 1,190 mm–1,194 mm.

Datos: $G_{\mathrm{oW}} = 1{,}204\,\mathrm{mm}$; $G_{\mathrm{uB}} = 1{,}190\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{A,máx}} &= G_{\mathrm{oW}} - G_{\mathrm{uB}} \\ &= 1{,}204\,\mathrm{mm} - 1{,}190\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}014\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

La piedra mayor es 0,014 mm más gruesa que el menor agujero.

Apriete mínimo

(9.20) OFICIAL

$$P_{\mathrm{A,mín}} = G_{\mathrm{uW}} - G_{\mathrm{oB}}$$

$P_{\mathrm{A,mín}}$	Apriete mínimo	mm
G_{uW}	Medida mínima (eje)	mm
G_{oB}	Medida máxima (agujero)	mm

El apriete mínimo decide si el asiento sujeta en todos los casos.

Conviene saber: Las piedras se encajan a presión con unos 0,01 mm de apriete: el agujero se escaria esa cantidad más pequeño que la piedra. Con poco apriete la piedra se desplaza; con demasiado puede saltar o deformar la platina.

EJEMPLO La misma piedra: piedra de 1,200 mm a 1,204 mm, agujero de 1,190 mm a 1,194 mm.

Datos: $G_{\mathrm{uW}} = 1{,}200\,\mathrm{mm}$; $G_{\mathrm{oB}} = 1{,}194\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{A,mín}} &= G_{\mathrm{uW}} - G_{\mathrm{oB}} \\ &= 1{,}200\,\mathrm{mm} - 1{,}194\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}006\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Incluso la piedra más pequeña asienta todavía con 0,006 mm de apriete en el agujero mayor.

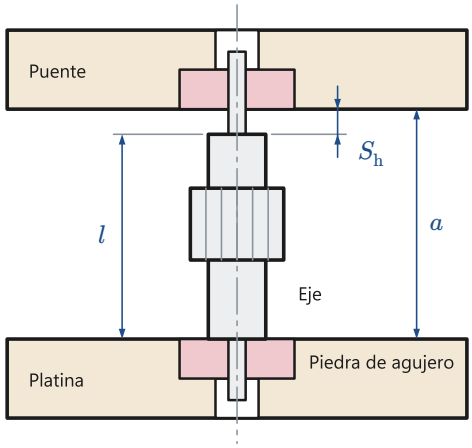


Fig. 9.9 Juego axial S_h: distancia a entre las superficies de apoyo menos longitud l entre los resaltes (juego exagerado)

Juego axial de un eje

(9.21) OFICIAL

$$S_{\mathrm{h}} = a - l$$

Todo eje necesita algo de juego en dirección axial; de lo contrario se atasca entre los cojinetes. En cojinetes con contrapivotes cuentan, en lugar de los resaltes, los extremos de los pivotes y la distancia entre los dos contrapivotes.

S_{h}	Juego axial (juego del eje en dirección axial)	mm
a	Distancia (entre las superficies de apoyo; caras interiores de las dos piedras de agujero o cojinetes)	mm
l	Longitud (eje entre los dos resaltes)	mm

EJEMPLO Las piedras de agujero de una rueda intermedia están a 2,45 mm, y el eje mide 2,42 mm entre los resaltes.

Datos: $a = 2{,}45\,\mathrm{mm}$; $l = 2{,}42\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h}} &= a - l \\ &= 2{,}45\,\mathrm{mm} - 2{,}42\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}03\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El eje tiene 0,03 mm de juego axial, un valor habitual para el tren de engranajes de un reloj de pulsera.

Juego axial máximo

(9.22) MAESTRO

$$S_{\mathrm{h,max}} = a_{\max} - l_{\min}$$

El juego máximo resulta de la distancia mayor y del eje más corto.

$S_{\mathrm{h,max}}$	Juego axial (valor máximo)	mm
$a_{\max}$	Distancia entre las superficies de apoyo (medida máxima)	mm
$l_{\min}$	Longitud (eje entre los resaltes, medida mínima)	mm

EJEMPLO Distancia entre las piedras de agujero 2,45 mm ± 0,01 mm; longitud del eje entre resaltes 2,42 mm ± 0,005 mm.

Datos: $a_{\max} = 2{,}46\,\mathrm{mm}$; $l_{\min} = 2{,}415\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h,max}} &= a_{\max} - l_{\min} \\ &= 2{,}46\,\mathrm{mm} - 2{,}415\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}045\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

En el caso más desfavorable, el eje tiene 0,045 mm de juego.

Juego axial mínimo

(9.23) MAESTRO

$$S_{\mathrm{h,min}} = a_{\min} - l_{\max}$$

El juego mínimo resulta de la distancia menor y del eje más largo. Debe seguir siendo mayor que cero.

$S_{\mathrm{h,min}}$	Juego axial (valor mínimo)	mm
$a_{\min}$	Distancia entre las superficies de apoyo (medida mínima)	mm
$l_{\max}$	Longitud (eje entre los resaltes, medida máxima)	mm

EJEMPLO Las mismas medidas: distancia 2,45 mm ± 0,01 mm, longitud del eje 2,42 mm ± 0,005 mm.

Datos: $a_{\min} = 2{,}44\,\mathrm{mm}$; $l_{\max} = 2{,}425\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{h,min}} &= a_{\min} - l_{\max} \\ &= 2{,}44\,\mathrm{mm} - 2{,}425\,\mathrm{mm} \\ &= 0{,}015\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

Siempre quedan al menos 0,015 mm de juego. El eje no se atasca en ningún caso.

Tolerancia del juego axial (cadena de tolerancias)

(9.24) MAESTRO

$$T_{\text{Luft}} = T_a + T_l$$

En una cadena de cotas se suman las tolerancias de todas las medidas que intervienen. Por eso el juego varía más que cada medida individual.

Validez: cálculo aritmético para el caso más desfavorable; vale igualmente para cadenas de más de dos medidas.

T_{Luft}	Tolerancia (juego axial)	mm
T_a	Tolerancia (distancia entre las superficies de apoyo)	mm
T_l	Tolerancia (longitud del eje)	mm

Conviene saber: Si el juego debe quedar más ajustado de lo que permite la suma de tolerancias, se ajusta en el montaje: la piedra encajada a presión se desplaza hasta que el juego axial es correcto.

EJEMPLO La distancia entre las piedras de agujero tiene una tolerancia de ± 0,01 mm (tolerancia 0,02 mm) y la longitud del eje, de ± 0,005 mm (tolerancia 0,01 mm).

Datos: $T_a = 0{,}02\,\text{mm}; \quad T_l = 0{,}01\,\text{mm}$

$$\begin{aligned} T_{\text{Luft}} &= T_a + T_l \\ &= 0{,}02\,\text{mm} + 0{,}01\,\text{mm} \\ &= 0{,}03\,\text{mm} \end{aligned}$$

El juego axial varía en 0,03 mm, en concreto entre 0,015 mm y 0,045 mm.

9.5 División

Para fresar ruedas, piñones y divisiones, la pieza se gira un ángulo fijo tras cada corte. En la división directa, el propio husillo se enclava en un plato divisor. En la división indirecta, una manivela gira el husillo mediante un mecanismo de tornillo sinfín, casi siempre con la relación 40 : 1.

Ángulo de división

(9.25) OFICIAL

$$\tau = \frac{360^\circ}{z}$$

La circunferencia completa se divide en z partes iguales.

τ	Ángulo de división (ángulo de giro de la pieza por paso de división)	$^\circ$
z	Número de divisiones (número de partes iguales en la periferia, por ejemplo el número de dientes)	1

EJEMPLO Se fresa un piñón de 12 dientes.

Datos: $z = 12$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{360^\circ}{z} \\ &= \frac{360^\circ}{12} \\ &\approx 30^\circ \end{aligned}$$

Tras cada diente el piñón se gira 30°. En la rueda de escape el mismo ángulo se llama paso, fórmula (7.1).

División directa

(9.26) OFICIAL

$$n_{\mathrm{L}} = \frac{N_{\mathrm{L}}}{z}$$

En la división directa, el plato divisor va montado en el husillo que lleva la pieza, y la clavija de retención entra directamente en el círculo de agujeros.

Validez: el número de agujeros debe ser divisible por el número de divisiones.

n_{L}	Intervalos entre agujeros por paso de división	1
N_{L}	Número de agujeros del círculo de agujeros	1
z	Número de divisiones (número de partes iguales en la periferia, por ejemplo el número de dientes)	1

EJEMPLO El plato divisor del husillo tiene un círculo de 60 agujeros. Se debe fresar un piñón de 12 dientes.

Datos: $N_{\mathrm{L}} = 60; \quad z = 12$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{L}} &= \frac{N_{\mathrm{L}}}{z} \\ &= \frac{60}{12} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Tras cada diente se avanzan 5 intervalos entre agujeros.

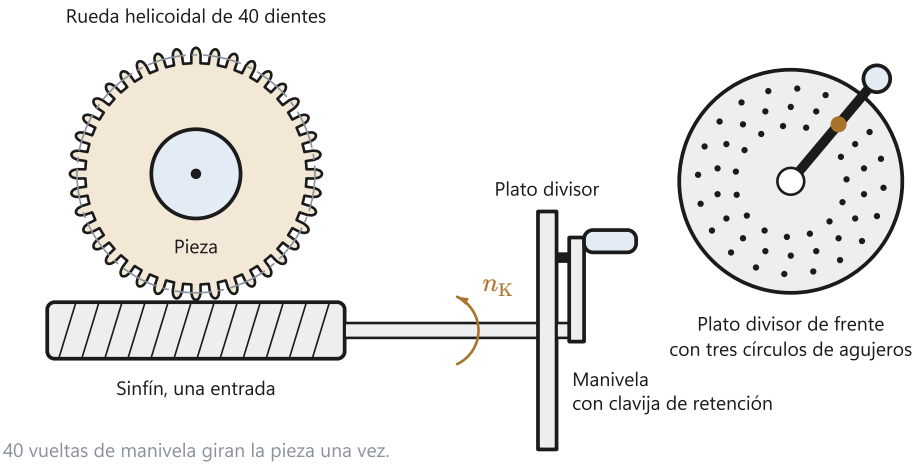


Fig. 9.10 Divisor: la manivela gira la pieza mediante el sinfín y la rueda helicoidal; la clavija de retención entra en un círculo de agujeros del plato divisor

División indirecta con el divisor

(9.27) MAESTRO

$$n_{\mathrm{K}} = \frac{i}{z}$$

La manivela gira la pieza mediante el sinfín y la rueda helicoidal. La fracción de vuelta se cuenta en un círculo de agujeros: se simplifica o amplía la fracción de modo que el denominador sea un número de agujeros disponible. El numerador es entonces el número de intervalos entre agujeros.

Validez: debe existir un círculo de agujeros adecuado para la fracción; si no, solo queda la división diferencial u otro plato divisor.

n_{K}	Vueltas de manivela por paso de división	1
i	Relación (del divisor, reductora: vueltas de manivela por vuelta de la pieza; igual al número de dientes de la rueda helicoidal con sinfín de una entrada, casi siempre 40)	1
z	Número de divisiones (número de partes iguales en la periferia, por ejemplo el número de dientes)	1

Atención: Se cuentan intervalos entre agujeros, no agujeros. El agujero en el que está la clavija de retención no cuenta; el compás del divisor se ajusta en consecuencia.

EJEMPLO Se fresa una rueda de escape de 15 dientes en un divisor de relación 40.

Datos: $i = 40; \quad z = 15$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{K}} &= \frac{i}{z} \\ &= \frac{40}{15} \\ &= 2\,\tfrac{2}{3} = 2\,\tfrac{10}{15} \\ &\approx 2{,}667 \end{aligned}$$

Por diente, dos vueltas completas de manivela y 10 intervalos en el círculo de 15 agujeros. Equivalen a 12 intervalos en el círculo de 18 agujeros.

División angular con el divisor

(9.28) MAESTRO

$$n_{\mathrm{K}} = \frac{i \cdot \tau}{360^\circ}$$

Si en lugar del número de divisiones se da un ángulo, se convierte en vueltas de manivela. Con la relación 40, una vuelta de manivela gira la pieza 9°.

n_{K}	Vueltas de manivela por paso de división	1
i	Relación (del divisor, reductora: vueltas de manivela por vuelta de la pieza; igual al número de dientes de la rueda helicoidal con sinfín de una entrada, casi siempre 40)	1
τ	Ángulo de división (ángulo de giro de la pieza por paso de división)	°

EJEMPLO En un divisor de relación 40 se debe trazar una división de minutos, es decir, rayas separadas 6°.

Datos: $i = 40; \quad \tau = 6^\circ$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{K}} &= \frac{i \cdot \tau}{360^\circ} \\ &= \frac{40 \cdot 6^\circ}{360^\circ} \\ &= \tfrac{2}{3} = \tfrac{12}{18} \\ &\approx 0{,}667 \end{aligned}$$

Dos tercios de vuelta, es decir, 12 intervalos en el círculo de 18 agujeros.

Regla: Divisor de relación 40: vueltas de manivela igual a 40 entre el número de divisiones.

9.6 Doblado y desarrollo

Al doblar, la cara exterior se estira y la interior se recalca. Entre ambas está la fibra neutra, que conserva su longitud. Su longitud es la longitud de desarrollo.

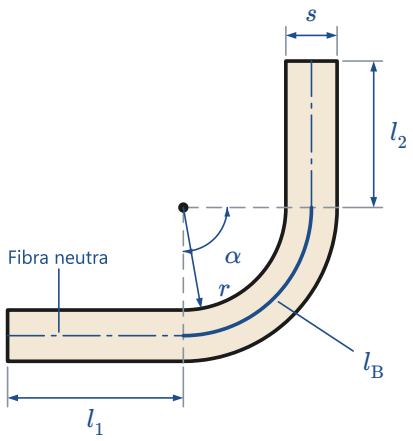


Fig. 9.11 Pieza doblada: la fibra neutra está en el radio $r + \frac{s}{2}$

Longitud desarrollada de un arco

(9.29) OFICIAL

$$l_\mathrm{B} = \frac{\pi \cdot \left(r + \frac{s}{2}\right) \cdot \alpha}{180^\circ}$$

La fibra neutra está en el centro de la chapa y conserva su longitud al doblar. La longitud de desarrollo de toda la pieza es la suma de los tramos rectos y de todos los arcos: $L = l_1 + l_\mathrm{B} + l_2$.

Validez: radio de doblado al menos unas cinco veces el espesor. Con radios más cerrados, calcular con el factor de corrección de la fórmula (9.30).

l_B	Longitud (arco de la fibra neutra)	mm
r	Radio de doblado (medido por dentro)	mm
s	Espesor (chapa, fleje o alambre)	mm
α	Ángulo de doblado (ángulo que abarca el arco)	$^\circ$

EJEMPLO Una chapa de muelle de 0,5 mm de espesor se dobla 90° con 3 mm de radio interior.

Datos: $r = 3\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}5\,\mathrm{mm}$; $\alpha = 90^\circ$

$$l_\mathrm{B} = \frac{\pi \cdot \left(r + \frac{s}{2}\right) \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$= \frac{\pi \cdot \left(3\,\mathrm{mm} + \frac{0{,}5\,\mathrm{mm}}{2}\right) \cdot 90^\circ}{180^\circ}$$

$$\approx 5{,}11\,\mathrm{mm}$$

Para el arco se necesitan 5,11 mm de material.

Factor de corrección para radios de doblado cerrados

(9.30) AMPLIACIÓN

$$k = 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{r}{s}\right)$$

k	Factor de corrección (posición de la fibra neutra)	1
r	Radio de doblado (medido por dentro)	mm
s	Espesor (chapa, fleje o alambre)	mm

Con radio cerrado, la fibra neutra se desplaza hacia la cara interior. En la fórmula (9.29) se sustituye entonces $\frac{s}{2}$ por $k \cdot \frac{s}{2}$: $l_\mathrm{B} = \pi \cdot \left(r + k \cdot \frac{s}{2}\right) \cdot \frac{\alpha}{180°}$.

Validez: regla de cálculo habitual para piezas de chapa dobladas; relación r a s entre 0,65 y 5. Por encima, $k = 1$. Para piezas precisas, doblar una pieza de prueba.

EJEMPLO Una chapa de 0,5 mm de espesor se dobla con 1 mm de radio interior.

Datos: $r = 1\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}5\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} k &= 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{r}{s}\right) \\ &= 0{,}65 + 0{,}5 \cdot \lg\left(\frac{1\,\mathrm{mm}}{0{,}5\,\mathrm{mm}}\right) \\ &\approx 0{,}80 \end{aligned}$$

Con $k = 0{,}80$, un arco de 90° mide 1,88 mm en lugar de 1,96 mm.

Desarrollo de un anillo

(9.31) OFICIAL

$$L = \pi \cdot (d_\mathrm{i} + s)$$

L	Longitud (desarrollo, estirado)	mm
d_i	Diámetro (diámetro interior del anillo)	mm
s	Espesor (chapa, fleje o alambre)	mm

En un anillo cerrado, por ejemplo un aro de cristal o un anillo elástico, cuenta la circunferencia en el diámetro medio. Calculado desde el diámetro exterior: $L = \pi \cdot (d_\mathrm{a} - s)$.

Validez: anillo unido a tope; suplemento para repasar la soldadura según la experiencia.

EJEMPLO Un aro de cristal de 30 mm de diámetro interior debe doblarse a partir de fleje de 0,8 mm de espesor.

Datos: $d_\mathrm{i} = 30\,\mathrm{mm}$; $s = 0{,}8\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} L &= \pi \cdot (d_\mathrm{i} + s) \\ &= \pi \cdot (30\,\mathrm{mm} + 0{,}8\,\mathrm{mm}) \\ &\approx 96{,}8\,\mathrm{mm} \end{aligned}$$

El fleje se corta a 96,8 mm de longitud.

9.7 Metales preciosos

Los metales preciosos se trabajan casi siempre en aleación. La ley indica qué fracción de la masa es metal precioso puro, en milésimas (‰) o, en el oro, también en quilates. El contraste indica la ley en milésimas: 750 significa 750 ‰ de oro fino. Si una pieza puede corresponder a la aleación contrastada lo muestra su densidad; cómo se determina pesando en aire y en agua figura en la sección 1.3, fórmula (1.29).

Peso fino

(9.32) OFICIAL

$$m_\mathrm{f} = m \cdot w$$

DESPEJADA $w = \dfrac{m_\mathrm{f}}{m}$

m_f	Peso fino (masa del metal precioso puro)	g
m	Masa (aleación)	g
w	Ley (fracción en masa del metal precioso)	‰

La ley es la fracción de metal precioso puro en la masa de la aleación. Con el peso fino y la cotización del día se calcula el valor del material.

EJEMPLO Una caja de oro con el contraste 750 pesa 42 g sin movimiento ni cristal.

Datos: $m = 42\,\mathrm{g}$; $w = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_\mathrm{f} &= m \cdot w \\ &= 42\,\mathrm{g} \cdot 750\,‰ \\ &= 31{,}5\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

La caja contiene 31,5 g de oro fino.

Ley en quilates

(9.33) OFICIAL

$$K = 24 \cdot w$$

K	Quilates (24 quilates es oro puro)	1
w	Ley (fracción en masa del metal precioso)	‰

El quilate divide la aleación en 24 partes: 18 quilates significa 18 partes de oro y 6 partes de otros metales.

Validez: aleaciones de oro. No confundir con el quilate de las piedras preciosas, una masa de 0,2 g.

EJEMPLO ¿A cuántos quilates corresponde el oro con el contraste 750?

Datos: $w = 750\,‰$

$$\begin{aligned} K &= 24 \cdot w \\ &= 24 \cdot 750\,‰ \\ &= 18 \end{aligned}$$

El oro 750 tiene 18 quilates. El oro 585 tiene, según el cálculo, 14,04 quilates y se denomina de 14 quilates.

Leyes usuales

Metal	Ley en ‰	Denominación
Oro	333	8 quilates
Oro	375	9 quilates
Oro	585	14 quilates
Oro	750	18 quilates
Oro	916	22 quilates
Oro	999	24 quilates, oro fino
Plata	800	
Plata	925	Plata de ley (sterling)
Plata	999	Plata fina
Platino	950	

Los precios de los metales preciosos se dan por onza troy: 1 onza troy = 31,1035 g. La onza troy es más pesada que la onza comercial de 28,35 g.

Ley de una mezcla

(9.34) OFICIAL

$$w = \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_1 + m_2}$$

w	Ley (mezcla)	‰
m_1	Masa (aleación 1)	g
w_1	Ley (aleación 1)	‰
m_2	Masa (aleación 2)	g
w_2	Ley (aleación 2)	‰

Al fundir juntas, el peso fino se conserva: $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1 + m_2) \cdot w$.

Validez: sin merma por fusión. Para un metal de aleación puro como el cobre la ley es cero; para el metal fino, 1000 ‰.

EJEMPLO Se funden juntos 20 g de oro 750 y 10 g de oro 333.

Datos: $m_1 = 20\,\text{g}$; $w_1 = 750\,‰$; $m_2 = 10\,\text{g}$; $w_2 = 333\,‰$

$$\begin{aligned} w &= \frac{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{20\,\text{g} \cdot 750\,‰ + 10\,\text{g} \cdot 333\,‰}{20\,\text{g} + 10\,\text{g}} \\ &\approx 611\,‰ \end{aligned}$$

La mezcla tiene una ley de 611 ‰. Solo puede contrastarse con 585.

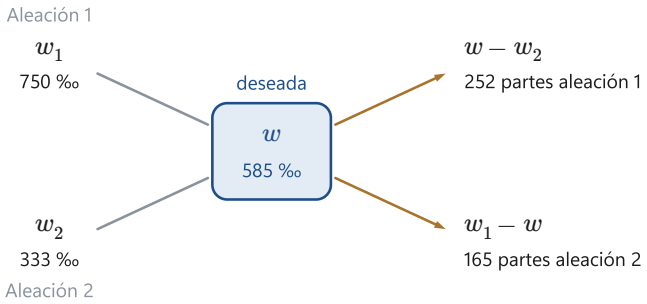


Fig. 9.12 Cruz de mezclas con el ejemplo de la fórmula (9.35)

Cruz de mezclas

(9.35) MAESTRO

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{w - w_2}{w_1 - w}$$

DESPEJADA $m_1 = \dfrac{m_2 \cdot (w - w_2)}{w_1 - w}$

m_1	Masa (aleación 1)	g
m_2	Masa (aleación 2)	g
w	Ley (mezcla deseada)	‰
w_1	Ley (aleación 1)	‰
w_2	Ley (aleación 2)	‰

La cruz de mezclas da la proporción en masa de dos aleaciones para una ley deseada: las diferencias respecto al valor objetivo se leen en cruz.

Validez: la ley deseada debe estar entre los dos valores de partida.

EJEMPLO Con oro 750 y oro 333 se quiere obtener oro 585. Se dispone de 10 g de oro 333. ¿Cuánto oro 750 hace falta?

Datos: $m_2 = 10\,\text{g}$; $w = 585\,‰$; $w_2 = 333\,‰$; $w_1 = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{m_2 \cdot (w - w_2)}{w_1 - w} \\ &= \frac{10\,\text{g} \cdot (585\,‰ - 333\,‰)}{750\,‰ - 585\,‰} \\ &= 10\,\text{g} \cdot \frac{252}{165} \\ &\approx 15{,}3\,\text{g} \end{aligned}$$

A 10 g de oro 333 corresponden 15,3 g de oro 750. La cruz muestra la misma proporción: 252 partes a 165 partes.

Subir la ley con metal fino

(9.36) MAESTRO

$$m_{zu} = \frac{m_1 \cdot (w_2 - w_1)}{1000\,‰ - w_2}$$

Caso particular del cálculo de mezclas: la segunda aleación es metal precioso puro.

Validez: sin merma por fusión; metal fino calculado con 1000 ‰.

m_{zu}	Masa (metal fino añadido)	g
m_1	Masa (aleación disponible)	g
w_1	Ley (antes)	‰
w_2	Ley (después)	‰

EJEMPLO Se quieren llevar 20 g de oro 585 a 750.

Datos: $m_1 = 20\,\text{g}$; $w_1 = 585\,‰$; $w_2 = 750\,‰$

$$\begin{aligned} m_{zu} &= \frac{m_1 \cdot (w_2 - w_1)}{1000\,‰ - w_2} \\ &= \frac{20\,\text{g} \cdot (750\,‰ - 585\,‰)}{1000\,‰ - 750\,‰} \\ &= 13{,}2\,\text{g} \end{aligned}$$

Hay que añadir 13,2 g de oro fino; después resultan 33,2 g de oro 750.

Bajar la ley con metal de aleación

(9.37) MAESTRO

$$m_{zu} = \frac{m_1 \cdot (w_1 - w_2)}{w_2}$$

Caso particular del cálculo de mezclas: el metal añadido no contiene metal precioso.

Validez: sin merma por fusión.

m_{zu}	Masa (metal añadido sin contenido de metal precioso)	g
m_1	Masa (aleación disponible)	g
w_1	Ley (antes)	‰
w_2	Ley (después)	‰

EJEMPLO Se quieren llevar 20 g de oro 750 a 585.

Datos: $m_1 = 20\,\text{g}$; $w_1 = 750\,‰$; $w_2 = 585\,‰$

$$\begin{aligned} m_{zu} &= \frac{m_1 \cdot (w_1 - w_2)}{w_2} \\ &= \frac{20\,\text{g} \cdot (750\,‰ - 585\,‰)}{585\,‰} \\ &\approx 5{,}64\,\text{g} \end{aligned}$$

Se añaden 5,64 g de metal de aleación; en el oro amarillo, plata y cobre en la proporción del color deseado.

9.8 Dureza y tratamiento térmico

El acero templado es duro como el vidrio y frágil. En el revenido, el nuevo calentamiento a 200 °C–350 °C, pierde algo de dureza y se vuelve más tenaz. Sobre acero pulido, una fina capa de óxido indica entonces la temperatura: el color de revenido.

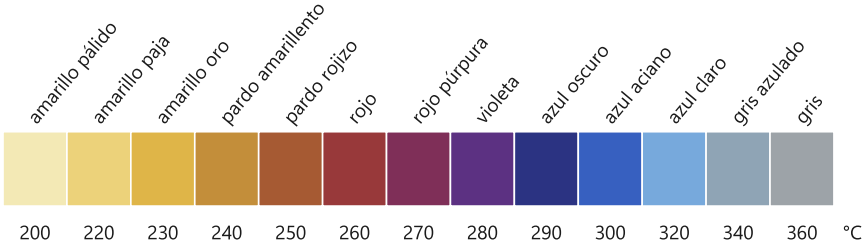


Fig. 9.13 Colores de revenido del acero no aleado pulido (reproducción del color en la impresión solo aproximada)

Colores de revenido del acero no aleado (valores orientativos)

Color de revenido	Temperatura en °C	Ejemplos
amarillo pálido	200	Buriles, rasquetas
amarillo paja	220	Cuchillas de torno, fresas, brocas
amarillo oro	230	Machos de roscar, terrajas
pardo amarillento	240	Punzones, troqueles
pardo rojizo	250	Granetes, botadores
rojo	260	Cinceles
rojo púrpura	270	Hojas de destornillador
violeta	280	Hojas de destornillador, ejes y piñones
azul oscuro	290	Ejes, piñones, muelles
azul aciano	300	Muelles; tornillos y agujas pavonados
azul claro	320	Muelles blandos
gris azulado	340	
gris	360	apenas queda dureza

Los colores valen para acero no aleado pulido calentado con rapidez. Si se mantiene la temperatura más tiempo, el color sigue avanzando aunque el acero no se caliente más; los aceros aleados toman color a temperaturas más altas. Los ejemplos son valores de experiencia del taller.

Temperaturas de temple de aceros de herramientas (valores orientativos)

Acero	Temperatura de temple en °C	Enfriamiento en
Acero de herramientas no aleado con aprox. 1 % de carbono (C105U)	770 … 800	Agua
Acero plata 115CrV3 (1.2210)	780 … 810	Agua
Acero plata 115CrV3 (1.2210), piezas delgadas	810 … 840	Aceite
Acero de temple en aceite 100MnCrW4 (1.2510)	780 … 820	Aceite
Acero de temple en aceite 90MnCrV8 (1.2842)	790 … 820	Aceite

Lo determinante es la ficha técnica del fabricante. A unos 800 °C el acero se pone rojo cereza y deja de ser atraído por un imán. Tras el enfriamiento, revenir de inmediato.

Dureza Vickers y dureza Rockwell del acero (conversión aproximada)

HV	HRC
240	20
300	30
350	35 … 36
400	41
450	45
500	49
550	52
600	55
650	58
700	60
800	64
900	67

Valores de la tabla de conversión normalizada para aceros no aleados y de baja aleación, redondeados a HRC enteros. Una conversión es siempre solo orientativa; no vale para otros materiales. El acero de herramientas templado alcanza 62 a 66 HRC; revenido azul, todavía unos 55 HRC.

9.9 Galvanoplastia

Al galvanizar, la corriente continua deposita metal de un electrolito sobre la pieza. La masa depositada resulta de la intensidad y el tiempo; el espesor de la capa, de la masa, la superficie y la densidad.

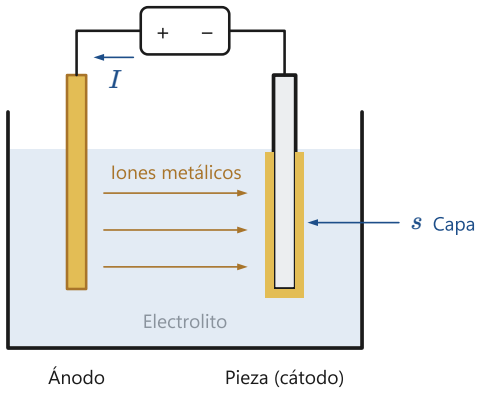


Fig. 9.14 Baño galvánico: la pieza es el cátodo; sobre ella crece la capa de espesor s

Masa depositada (ley de Faraday)

(9.38) AMPLIACIÓN

$$m = \frac{\eta \cdot M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$$

La masa depositada crece con la carga que ha circulado, es decir, con la intensidad por el tiempo. Cuanto mayor es la valencia de los iones, más carga se necesita por átomo.

Validez: corriente continua de intensidad constante. El rendimiento de corriente depende del baño: cercano a 1 en baños de plata y de cobre, claramente menor en baños de oro ácidos y en el rodio.

m	Masa (metal depositado)	mg
η	Rendimiento de corriente (fracción de la corriente que deposita metal)	1
M	Masa molar del metal depositado	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$
I	Intensidad de corriente	A
t	Tiempo (duración del depósito)	s
z	Valencia (número de carga de los iones metálicos en el baño)	1
F	Constante de Faraday ($96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$)	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$

EJEMPLO Una caja se dora durante 10 minutos a 0,05 A. En el baño el oro es monovalente; se supone un rendimiento de corriente del 90 %.

Datos: $\eta = 0{,}9$; $M = 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$; $I = 0{,}05\ \mathrm{A}$; $t = 600\ \mathrm{s}$; $z = 1$; $F = 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$

$$m = \frac{\eta \cdot M \cdot I \cdot t}{z \cdot F}$$
$$= \frac{0{,}9 \cdot 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 0{,}05\ \mathrm{A} \cdot 600\ \mathrm{s}}{1 \cdot 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}}$$
$$\approx 55{,}1\ \mathrm{mg}$$

Sobre la caja se depositan unos 55 mg de oro.

Espesor de capa a partir de la masa

(9.39) AMPLIACIÓN

$$s = \frac{m}{\varrho \cdot A}$$

La masa se reparte como capa sobre la superficie. En aristas y puntas la capa es más gruesa; en huecos, más fina; la fórmula da el valor medio.

Validez: capa uniforme y compacta.

s	Espesor (de la capa)	$\mu\mathrm{m}$
m	Masa (metal depositado)	mg
ϱ	Densidad (del metal de la capa)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
A	Superficie (superficie recubierta)	cm^2

EJEMPLO Los 55,1 mg de oro del ejemplo anterior se reparten sobre 15 cm² de superficie. El oro tiene una densidad de $19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

Datos: $m = 55{,}1\ \mathrm{mg}$; $\varrho = 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$; $A = 15\ \mathrm{cm}^2$

$$\begin{aligned} s &= \frac{m}{\varrho \cdot A} \\ &= \frac{55{,}1\ \mathrm{mg}}{19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 15\ \mathrm{cm}^2} \\ &\approx 1{,}90 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{cm} \\ &= 1{,}90\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

La capa de oro tiene un espesor medio de 1,9 µm.

Espesor de capa a partir de la densidad de corriente y el tiempo

(9.40) AMPLIACIÓN

$$s = \frac{\eta \cdot M \cdot j \cdot t}{z \cdot F \cdot \varrho}$$

Los baños se trabajan con una densidad de corriente prescrita. De ella y del tiempo resulta directamente el espesor de capa, sin conocer la masa.

Validez: como en las fórmulas (9.38) y (9.39).

s	Espesor (de la capa)	$\mu\mathrm{m}$
η	Rendimiento de corriente (fracción de la corriente que deposita metal)	1
M	Masa molar del metal depositado	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$
j	Densidad de corriente (intensidad por superficie, $j = \frac{I}{A}$)	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$
t	Tiempo (duración del depósito)	s
z	Valencia (número de carga de los iones metálicos en el baño)	1
F	Constante de Faraday ($96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$)	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$
ϱ	Densidad (del metal de la capa)	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

EJEMPLO El mismo baño de oro: 0,05 A sobre 15 cm² son $0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$. ¿Qué espesor tiene la capa tras 10 minutos?

Datos: $\eta = 0{,}9$; $M = 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$; $j = 0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2}$; $t = 600\ \mathrm{s}$; $z = 1$; $F = 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$; $\varrho = 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$

$$\begin{aligned} s &= \frac{\eta \cdot M \cdot j \cdot t}{z \cdot F \cdot \varrho} \\ &= \frac{0{,}9 \cdot 196{,}97\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 0{,}333\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm}^2} \cdot 600\ \mathrm{s}}{1 \cdot 96\,485\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}} \cdot 19{,}3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}} \\ &\approx 1{,}90\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

De nuevo 1,9 µm. Para el doble de espesor se galvaniza el doble de tiempo, no con el doble de corriente: la densidad de corriente la impone el baño.

Valores para la galvanoplastia

Metal	Valencia z en el baño	Masa molar M en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$	Densidad ϱ en $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}$
Oro (baños cianurados)	1	196,97	19,3
Plata	1	107,87	10,5
Cobre (baños ácidos)	2	63,55	8,96
Níquel	2	58,69	8,90
Rodio	3	102,91	12,4

La densidad vale para el metal puro; las capas de aleación, como el oro duro, difieren algo.

10 Electrotecnia, cuarzo y pila

El reloj de cuarzo sustituye el muelle real, el escape y el volante por pila, circuito y cuarzo. Para comprobarlo y repararlo basta con poca electrotecnia: la ley de Ohm, potencia y carga, y además el comportamiento de la pila, el condensador y la bobina.

Sobre ello se apoyan las fórmulas del propio reloj: autonomía de la pila, división de frecuencia, marcha y comportamiento térmico del cuarzo, consumo del motor paso a paso. En este capítulo U designa la tensión, A la sección del conductor, P la potencia y C la capacidad.

10.1 Magnitudes básicas del circuito eléctrico

La tensión impulsa la corriente por el circuito y la resistencia la frena. Con estas tres magnitudes y el tiempo se calculan la potencia, el trabajo y la carga. En el reloj de cuarzo las tensiones son pequeñas y las corrientes diminutas: se calcula en voltios, microamperios y kiloohmios.

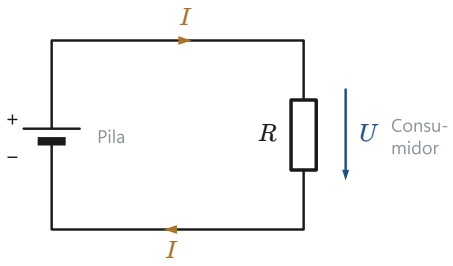


Fig. 10.1 Circuito simple: la tensión U impulsa la corriente I a través de la resistencia R

Ley de Ohm

(10.1) OFICIAL

$$U = R \cdot I$$

DESPEJADA $\quad I = \dfrac{U}{R} \qquad R = \dfrac{U}{I}$

U	Tensión (en la resistencia)	V
R	Resistencia	Ω
I	Intensidad de corriente	A

En una resistencia, la tensión y la corriente son proporcionales. El doble de tensión impulsa el doble de corriente; el doble de resistencia solo deja pasar la mitad de corriente.

Validez: corriente continua y resistencias cuyo valor no depende de la tensión ni de la corriente (hilos, bobinas, resistencias de película).

EJEMPLO Una bobina de motor de 1,8 kΩ está a 1,55 V. ¿Qué corriente circula cuando la corriente ha subido del todo?

Datos: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}; \quad R = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1{,}55\,\mathrm{V}}{1{,}8\,\mathrm{k\Omega}} \approx 0{,}86\,\mathrm{mA}$$

Unos 0,86 mA. Más no puede subir la corriente en el impulso del motor. De media, el reloj solo necesita alrededor de una milésima parte, porque el impulso dura solo unos milisegundos.

Potencia eléctrica

(10.2) OFICIAL

$$P = U \cdot I$$

P	Potencia	W
U	Tensión	V
I	Intensidad de corriente	A

La potencia indica cuánta energía se transforma por segundo. Un vatio es un voltio por un amperio.

Validez: corriente continua; en funcionamiento por impulsos con tensión constante, con el valor medio de la corriente.

EJEMPLO Un movimiento de cuarzo consume de media 1,2 µA a 1,55 V. ¿Cuál es la potencia?

Datos: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}86\,\mu\mathrm{W} \end{aligned}$$

Casi 2 µW. Un movimiento mecánico de pulsera también transforma, a partir del muelle real, solo de uno a unos pocos microvatios (capítulo 3).

Potencia en una resistencia a partir de la tensión

(10.3) OFICIAL

$$P = \frac{U^2}{R}$$

P	Potencia	W
U	Tensión (en la resistencia)	V
R	Resistencia	Ω

Se deduce de la potencia y la ley de Ohm. La potencia crece con el cuadrado de la tensión: doble tensión, cuádruple potencia.

Validez: como en la ley de Ohm.

EJEMPLO Un comprobador de pilas carga una pila con 2 kΩ. La tensión bajo carga es de 1,55 V. ¿Qué potencia entrega la pila?

Datos: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{U^2}{R} \\ &= \frac{(1{,}55\,\mathrm{V})^2}{2\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 1{,}20\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

Unos 1,2 mW, unas 600 veces la potencia que necesita el movimiento en funcionamiento. Por eso la pila solo se carga brevemente.

Potencia en una resistencia a partir de la corriente

(10.4) OFICIAL

$$P = I^2 \cdot R$$

P	Potencia	W
I	Intensidad de corriente	A
R	Resistencia	Ω

Esta potencia se convierte en calor en la resistencia. En la bobina del motor es pérdida: solo el resto del impulso mueve el rotor.

Validez: como en la ley de Ohm.

EJEMPLO Por una bobina de 1,8 kΩ circulan 0,5 mA durante el impulso. ¿Qué potencia se convierte en calor en el hilo?

Datos: $I = 0{,}5\,\mathrm{mA}$; $R = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} P &= I^2 \cdot R \\ &= (0{,}5\,\mathrm{mA})^2 \cdot 1{,}8\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 0{,}45\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

0,45 mW, aunque solo durante los pocos milisegundos del impulso.

Trabajo eléctrico

(10.5) OFICIAL

$$W = U \cdot I \cdot t$$

El trabajo es potencia por tiempo. Un julio es un vatio-segundo; un vatio-hora son 3600 J.

Validez: tensión constante; si la corriente varía, se toma su valor medio.

W	Trabajo (trabajo eléctrico, energía transformada)	J
U	Tensión	V
I	Intensidad de corriente	A
t	Tiempo (duración del paso de corriente)	s

EJEMPLO ¿Qué energía transforma en un año un movimiento de cuarzo que consume de media 1,2 µA a 1,55 V?

Datos: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $t = 365\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I \cdot t \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \cdot 365\,\mathrm{d} \\ &\approx 58{,}7\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Casi 59 J en todo un año. Una bombilla de 60 W transforma la misma energía en un segundo.

Carga

(10.6) OFICIAL

$$Q = I \cdot t$$

Una corriente de un amperio transporta en un segundo la carga de un culombio. En las pilas se calcula en miliamperios-hora: 1 mAh son 3,6 C.

Validez: corriente constante o valor medio de la corriente.

Q	Carga (cantidad de electricidad)	C
I	Intensidad de corriente	A
t	Tiempo (duración del paso de corriente)	s

EJEMPLO ¿Qué carga extrae de la pila en un año (8760 h) un movimiento con un consumo de 1,2 µA?

Datos: $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $t = 8760\,\mathrm{h}$

$$\begin{aligned} Q &= I \cdot t \\ &= 1{,}2\,\mu\mathrm{A} \cdot 8760\,\mathrm{h} \\ &\approx 10{,}5\,\mathrm{mAh} \end{aligned}$$

Unos 10,5 mAh al año. Una pila de 28 mAh alcanza, pues, según el cálculo, para algo más de dos años y medio.

Resistencia de un hilo

(10.7) OFICIAL

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

DESPEJADA $\quad l = \frac{R \cdot A}{\rho}$

R	Resistencia	Ω
ρ	Resistividad del material	$\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$
l	Longitud (del hilo)	m
A	Superficie (sección del hilo)	mm^2

Cuanto más largo y más fino el hilo, mayor su resistencia. Las bobinas de motor están bobinadas con hilo de cobre esmaltado de solo 0,015 mm a 0,02 mm de diámetro, más fino que un cabello.

Validez: sección uniforme; ρ vale para 20 °C. Sección circular: $A = \frac{\pi}{4}\, d^2$ (capítulo 1).

EJEMPLO Una bobina está hecha con 26 m de hilo de cobre de 0,018 mm de diámetro; la sección es de 0,000254 mm². ¿Cuál es su resistencia?

Datos: $\rho = 0{,}0178\ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$; $\quad l = 26\,\mathrm{m}$; $\quad A = 0{,}000\,254\,\mathrm{mm}^2$

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho \cdot l}{A} \\ &= \frac{0{,}0178\ \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \cdot 26\,\mathrm{m}}{0{,}000\,254\,\mathrm{mm}^2} \\ &\approx 1{,}82\,\mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

Unos 1,8 kΩ, un valor habitual para la bobina de un movimiento de tres agujas.

Resistencia y temperatura

(10.8) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$R_\vartheta \approx R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta)$$

R_ϑ	Resistencia a la temperatura ϑ	Ω
R_{20}	Resistencia a 20 °C	Ω
α_{20}	Coeficiente de temperatura de la resistencia (referido a 20 °C)	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura (respecto a 20 °C; + significa: más caliente)	K

Los metales conducen peor en caliente. En el cobre la resistencia aumenta un 0,4 % por kelvin aproximadamente, es decir, un 4 % cada 10 K.

Validez: metales en el intervalo de unos −50 °C a 150 °C; $\Delta\vartheta = \vartheta - 20\,^\circ\mathrm{C}$.

EJEMPLO Una bobina tiene a 20 °C una resistencia de 1,80 kΩ. ¿Cuánto vale a 35 °C, por ejemplo en un reloj recién quitado de la muñeca?

Datos: $R_{20} = 1{,}80\,\mathrm{k\Omega}$; $\quad \alpha_{20} = 0{,}0039\ \frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad \Delta\vartheta = 15\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned} R_\vartheta &\approx R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta) \\ &= 1{,}80\,\mathrm{k\Omega} \cdot \left(1 + 0{,}0039\ \tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 15\,\mathrm{K}\right) \\ &\approx 1{,}91\,\mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

Unos 1,91 kΩ, es decir, un 6 % más. Por eso las resistencias de bobina se comparan con el dato del fabricante a temperatura ambiente.

Materiales conductores a 20 °C (valores orientativos)

Material	Resistividad ρ en $\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$	Coeficiente de temperatura α_{20} en $\frac{1}{\mathrm{K}}$	Uso
Plata	0,016	0,0038	Contactos
Cobre	0,0178	0,0039	Hilo de bobina, pistas conductoras
Aluminio	0,028	0,0040	Conductores
Latón (CuZn37)	0,07	0,0015	Muelles de contacto, bridas de pila
Constantán	0,49	casi 0	Resistencias de medida

Los valores varían con la pureza y el estado del material.

10.2 Conexión de resistencias, pila bajo carga

Las resistencias pueden conectarse una tras otra (en serie) o una junto a otra (en paralelo). También la pila contiene una resistencia, la resistencia interna. Ella decide si una pila puede aún suministrar el impulso del motor.

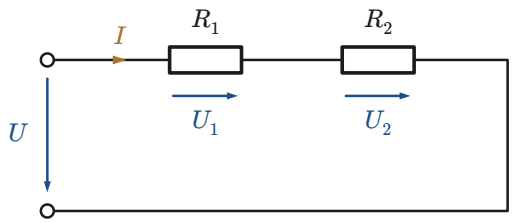


Fig. 10.2 Conexión en serie: la misma corriente I por ambas resistencias; las tensiones parciales se suman

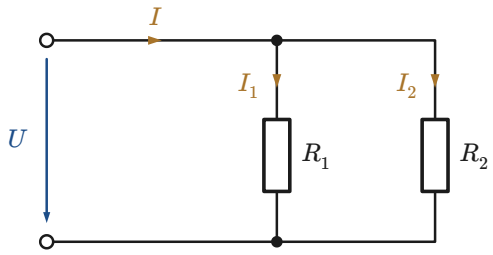


Fig. 10.3 Conexión en paralelo: la misma tensión U en ambas resistencias; las corrientes parciales se suman

Conexión de resistencias en serie

(10.9) OFICIAL

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

Por todas las resistencias circula la misma corriente. Las tensiones parciales se suman a la tensión total y son proporcionales a las resistencias. La fórmula vale para cualquier número de resistencias.

R	Resistencia (resistencia total del circuito)	Ω
R_1	Primera resistencia parcial	Ω
R_2	Segunda resistencia parcial	Ω
R_3	Tercera resistencia parcial (las demás, de igual modo)	Ω

EJEMPLO La bobina de un motor paso a paso tiene 1,8 kΩ. Para medir, se conectan en serie con ella una resistencia previa de 3,3 kΩ y una resistencia de medida de 1,0 kΩ. ¿Cuál es la resistencia total?

Datos: $R_1 = 1{,}8\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 3{,}3\,\mathrm{k\Omega}$; $R_3 = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 + R_3 \\ &= 1{,}8\,\mathrm{k\Omega} + 3{,}3\,\mathrm{k\Omega} + 1{,}0\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 6{,}1\,\mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

6,1 kΩ. La resistencia total es siempre mayor que la mayor resistencia parcial.

Conexión de resistencias en paralelo

(10.10) OFICIAL

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

DESPEJADA $$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots}$$

R	Resistencia (resistencia total del circuito)	Ω
R_1	Primera resistencia parcial	Ω
R_2	Segunda resistencia parcial	Ω
R_3	Tercera resistencia parcial (las demás, de igual modo)	Ω

Todas las resistencias están a la misma tensión. Las corrientes parciales se suman a la corriente total; por la resistencia menor circula la corriente mayor. La fórmula vale para cualquier número de resistencias. Para dos resistencias se calcula más rápido $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Atención: La humedad o la suciedad entre los terminales de la bobina actúan como una resistencia en paralelo. La bobina mide entonces demasiado poco y el consumo del movimiento aumenta.

EJEMPLO Tres resistencias de 2 kΩ, 3 kΩ y 6 kΩ están en paralelo. ¿Cuál es la resistencia total?

Datos: $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 3\,\mathrm{k\Omega}$; $R_3 = 6\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{3\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{6\,\mathrm{k\Omega}}} \\ &= 1\,\mathrm{k\Omega} \end{aligned}$$

1 kΩ. La resistencia total es siempre menor que la menor resistencia parcial.

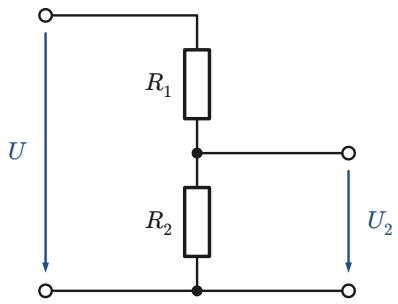


Fig. 10.4 Divisor de tensión sin carga: en la resistencia R_2 está la tensión parcial U_2

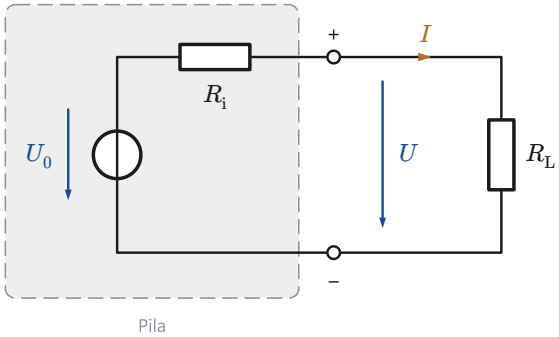


Fig. 10.5 Circuito equivalente de la pila: tensión de la fuente U_0 y resistencia interna R_i; en la carga R_L está la tensión en bornes U

Divisor de tensión (sin carga)

(10.11) OFICIAL

$$U_2 = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Dos resistencias en serie dividen la tensión en la proporción de sus valores. Así se obtiene de una tensión otra menor.

Validez: sin carga: la corriente en la toma es mucho menor que la corriente por el divisor. Un consumidor en paralelo con R_2 reduce la tensión parcial.

U_2	Tensión parcial en la resistencia R_2	V
U	Tensión (tensión total)	V
R_1	Primera resistencia parcial	Ω
R_2	Segunda resistencia parcial (en ella se toma la tensión)	Ω

EJEMPLO De una pila de litio de 3,0 V se quiere obtener una tensión parcial. El divisor consta de 120 kΩ y 100 kΩ. ¿Qué tensión hay en la resistencia de 100 kΩ?

Datos: $U = 3{,}0\,\mathrm{V}$; $R_1 = 120\,\mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 100\,\mathrm{k\Omega}$

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{3{,}0\,\mathrm{V} \cdot 100\,\mathrm{k\Omega}}{120\,\mathrm{k\Omega} + 100\,\mathrm{k\Omega}} \\ &\approx 1{,}36\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Unos 1,36 V, mientras no se extraiga una corriente apreciable en la toma.

Tensión en bornes de la pila bajo carga

(10.12) OFICIAL

$$U = U_0 - I \cdot R_\mathrm{i}$$

DESPEJADA $R_\mathrm{i} = \dfrac{U_0 - U}{I}$

En cuanto circula corriente, parte de la tensión cae en la resistencia interna de la pila. En los bornes queda menos, tanto menos cuanto mayor es la corriente y más vieja la pila.

Validez: circuito equivalente de tensión de la fuente y una resistencia interna fija. En pilas reales, R_i crece con la descarga, con la edad y con el frío.

U	Tensión (tensión en bornes bajo carga)	V
U_0	Tensión de la fuente (tensión en vacío, medida sin carga)	V
I	Intensidad de corriente (corriente de carga)	A
R_i	Resistencia interna de la pila	Ω

Atención: La tensión sin carga dice poco del estado de una pila. Incluso una pila de óxido de plata casi agotada muestra en un aparato de alta impedancia más de 1,5 V. Por eso las pilas se comprueban siempre bajo carga.

EJEMPLO Una pila de óxido de plata tiene 1,57 V sin carga y una resistencia interna de 50 Ω. ¿Qué tensión hay mientras el impulso del motor consume 0,8 mA?

Datos: $U_0 = 1{,}57\,\mathrm{V}$; $I = 0{,}8\,\mathrm{mA}$; $R_\mathrm{i} = 50\,\Omega$

$$\begin{aligned} U &= U_0 - I \cdot R_\mathrm{i} \\ &= 1{,}57\,\mathrm{V} - 0{,}8\,\mathrm{mA} \cdot 50\,\Omega \\ &\approx 1{,}53\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

1,53 V. Una pila nueva solo cae unas centésimas de voltio con el impulso.

Resistencia interna a partir de la medición en vacío y bajo carga

(10.13) MAESTRO

$$R_\mathrm{i} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot (U_0 - U)}{U}$$

R_i	Resistencia interna de la pila	Ω
R_L	Resistencia de carga (del comprobador)	Ω
U_0	Tensión de la fuente (tensión en vacío, medida sin carga)	V
U	Tensión (tensión en bornes bajo carga)	V

Bastan dos mediciones: una sin carga y otra con una resistencia de carga conocida. La resistencia interna y la carga forman un divisor de tensión; de la caída de tensión resulta la resistencia interna.

Validez: aparato de medida de impedancia mucho mayor que la resistencia de carga; aplicar la carga solo brevemente para que la pila no se descargue.

EJEMPLO Una pila usada muestra sin carga 1,57 V y con una resistencia de carga de 2 kΩ todavía 1,49 V. ¿Cuál es su resistencia interna?

Datos: $R_\mathrm{L} = 2\,\mathrm{k\Omega}$; $U_0 = 1{,}57\,\mathrm{V}$; $U = 1{,}49\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} R_\mathrm{i} &= \frac{R_\mathrm{L} \cdot (U_0 - U)}{U} \\ &= \frac{2\,\mathrm{k\Omega} \cdot (1{,}57\,\mathrm{V} - 1{,}49\,\mathrm{V})}{1{,}49\,\mathrm{V}} \\ &\approx 107\,\Omega \end{aligned}$$

Unos 107 Ω. La pila está claramente envejecida y debe sustituirse, aunque sin carga todavía parezca buena.

Regla: Las pilas se comprueban bajo carga. La tensión sin carga solo indica de qué sistema se trata.

10.3 Condensador y bobina

El condensador almacena carga; la bobina se opone a todo cambio de la corriente. En el reloj encontramos condensadores en el oscilador de cuarzo (unos pocos picofaradios) y como acumuladores de energía en antiguos movimientos de cuarzo solares y automáticos (algunas décimas de faradio). La bobina es el corazón del motor paso a paso.

Carga del condensador

(10.14) MAESTRO

$$Q = C \cdot U$$

Q	Carga (almacenada en el condensador)	C
C	Capacidad	F
U	Tensión (en el condensador)	V

La capacidad indica cuánta carga admite el condensador por voltio. Un faradio es un culombio por voltio.

EJEMPLO Un condensador acumulador de 0,33 F está cargado a 1,8 V. ¿Qué carga contiene?

Datos: $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$; $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} Q &= C \cdot U \\ &= 0{,}33\,\mathrm{F} \cdot 1{,}8\,\mathrm{V} \\ &= 0{,}594\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

0,594 C, es decir, solo 0,165 mAh. Una pequeña pila de óxido de plata almacena más de cien veces más.

Capacidad del condensador de placas

(10.15) AMPLIACIÓN

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot A}{d}$$

Placas grandes, poca distancia y un buen aislante dan una capacidad grande. En el trimmer giratorio se cambia la superficie con la que se solapan las placas.

Validez: distancia entre placas pequeña frente a las dimensiones de las placas.

C	Capacidad	F
ε_0	Constante eléctrica, $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
ε_r	Permitividad relativa del aislante (aire 1, láminas plásticas 2 a 4)	1
A	Superficie (de una placa, en la parte en que las placas se enfrentan)	m^2
d	Distancia (entre las placas)	m

EJEMPLO Dos placas de 100 mm² cada una están enfrentadas a una distancia de 0,01 mm; entre ellas hay una lámina de permitividad relativa 4. ¿Cuál es la capacidad?

Datos: $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$; $\varepsilon_\mathrm{r} = 4$; $A = 100\,\mathrm{mm}^2$; $d = 0{,}01\,\mathrm{mm}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot A}{d} \\ &= \frac{8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \cdot 4 \cdot 100\,\mathrm{mm}^2}{0{,}01\,\mathrm{mm}} \\ &\approx 354\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

Unos 354 pF. Los condensadores de microfaradios, o incluso de faradios, necesitan láminas enrolladas o electrodos porosos de superficie enorme.

Conexión de condensadores en paralelo

(10.16) MAESTRO

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

Los condensadores en paralelo actúan como un condensador de mayor superficie de placa: las capacidades se suman. Es justo al revés que con las resistencias. La fórmula vale para cualquier número de condensadores.

C	Capacidad (capacidad total del circuito)	F
C_1	Primera capacidad parcial	F
C_2	Segunda capacidad parcial	F
C_3	Tercera capacidad parcial (las demás, de igual modo)	F

EJEMPLO En el cuarzo hay un condensador fijo de 10 pF y, en paralelo, un trimmer ajustado a 12 pF. Las pistas conductoras aportan otros 3 pF. ¿Cuál es la capacidad total?

Datos: $C_1 = 10\,\mathrm{pF}$; $C_2 = 12\,\mathrm{pF}$; $C_3 = 3\,\mathrm{pF}$

$$\begin{aligned} C &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= 10\,\mathrm{pF} + 12\,\mathrm{pF} + 3\,\mathrm{pF} \\ &= 25\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

25 pF. Con el trimmer se ajusta finamente la capacidad total y, con ella, la frecuencia del cuarzo.

Conexión de condensadores en serie

(10.17) MAESTRO

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

DESPEJADA $$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

C	Capacidad (capacidad total del circuito)	F
C_1	Primera capacidad parcial	F
C_2	Segunda capacidad parcial	F
C_3	Tercera capacidad parcial (las demás, de igual modo)	F

En serie se suman los valores inversos. La capacidad total es menor que la menor capacidad parcial. La fórmula vale para cualquier número de condensadores; para dos se calcula más rápido $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.

EJEMPLO Tres condensadores de 30 pF, 20 pF y 12 pF están en serie. ¿Qué capacidad resulta?

Datos: $C_1 = 30\,\mathrm{pF}$; $C_2 = 20\,\mathrm{pF}$; $C_3 = 12\,\mathrm{pF}$

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{30\,\mathrm{pF}} + \frac{1}{20\,\mathrm{pF}} + \frac{1}{12\,\mathrm{pF}}} \\ &= 6\,\mathrm{pF} \end{aligned}$$

6 pF. En el oscilador de cuarzo, los dos condensadores de carga del cuarzo están en serie: 22 pF y 15 pF dan 8,9 pF. A ello se suman algunos picofaradios de las pistas conductoras; la suma es la capacidad de carga para la que debe estar ajustado el cuarzo.

Constante de tiempo en la carga y la descarga

(10.18) MAESTRO

$$\tau = R \cdot C$$

τ	Constante de tiempo	s
R	Resistencia (en el circuito de carga o descarga)	Ω
C	Capacidad	F

Un condensador no se carga de golpe a través de una resistencia. Tras una constante de tiempo se alcanza el 63 % de la tensión de carga; tras cinco constantes de tiempo, más del 99 %. En la descarga, la tensión cae al mismo ritmo.

EJEMPLO Un condensador acumulador de 0,33 F se carga a través de 1 kΩ. ¿Cuál es la constante de tiempo?

Datos: $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$; $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$

$$\begin{aligned} \tau &= R \cdot C \\ &= 1\,\mathrm{k\Omega} \cdot 0{,}33\,\mathrm{F} \\ &= 330\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

330 s. En la práctica el condensador está lleno tras cinco constantes de tiempo, es decir, tras algo más de 27 minutos.

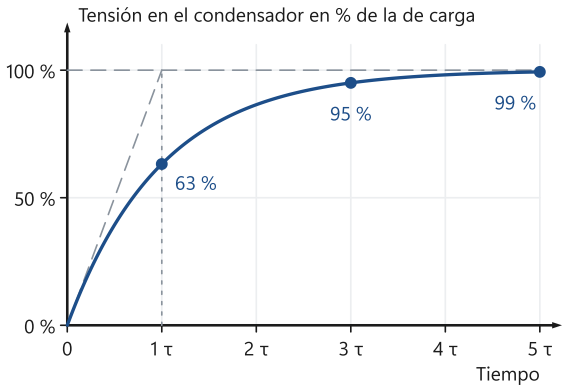


Fig. 10.6 Curva de carga del condensador: tras una constante de tiempo τ, el 63 %; tras $5\,\tau$, más del 99 % de la tensión de carga

Tensión en el condensador durante la carga

(10.19) AMPLIACIÓN

$$u_\mathrm{C} = U \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

La tensión sube al principio deprisa y luego se acerca cada vez más despacio a la tensión de carga. En la descarga vale $u_\mathrm{C} = U \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$.

Validez: condensador vacío al principio; tensión de carga y resistencia constantes.

u_C	Tensión en el condensador en el instante t	V
U	Tensión (tensión de carga de la fuente)	V
t	Tiempo (desde el comienzo de la carga)	s
τ	Constante de tiempo	s

EJEMPLO El condensador del ejemplo anterior (constante de tiempo 330 s) se carga a 1,8 V. ¿Qué tensión tiene tras 10 minutos?

Datos: $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$; $t = 600\,\mathrm{s}$; $\tau = 330\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} u_\mathrm{C} &= U \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ &= 1{,}8\,\mathrm{V} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{600\,\mathrm{s}}{330\,\mathrm{s}}}\right) \\ &\approx 1{,}51\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Unos 1,51 V, es decir, el 84 % de la tensión de carga.

Energía en el condensador

(10.20) MAESTRO

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

La energía almacenada crece con el cuadrado de la tensión. Solo es aprovechable la parte por encima de la tensión mínima del movimiento.

W	Energía (almacenada en el condensador)	J
C	Capacidad	F
U	Tensión (en el condensador)	V

EJEMPLO ¿Qué energía almacena un condensador de 0,33 F a 1,8 V?

Datos: $C = 0{,}33\,\mathrm{F}$; $U = 1{,}8\,\mathrm{V}$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}33\,\mathrm{F} \cdot (1{,}8\,\mathrm{V})^2 \\ &\approx 0{,}53\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

Unos 0,53 J. Con 2 µW de consumo serían, según el cálculo, tres días; aprovechable es menos, porque la tensión baja al descargarse.

Bobina. Si cambia la corriente en una bobina, se induce en ella una tensión que se opone al cambio. Por eso la corriente del motor no sube de golpe, y al desconectar se produce un pico de tensión. También el rotor en giro induce una tensión en la bobina; muchos circuitos detectan así si el paso se ha realizado.

En el taller comprobamos la bobina por su resistencia. Según el calibre, está entre unos 0,8 kΩ y 2,7 kΩ. Si el aparato de medida no indica continuidad, el hilo está interrumpido; un valor claramente demasiado bajo indica un cortocircuito entre espiras.

10.4 Pila

La capacidad de una pila es la carga que puede extraerse de ella, indicada en miliamperios-hora (mAh). Con la capacidad del condensador solo comparte el nombre. Junto con el consumo del movimiento da la autonomía.

Autonomía a partir de la capacidad y el consumo

(10.21) OFICIAL

$$t = \frac{C_\mathrm{N}}{I}$$

DESPEJADA $I = \dfrac{C_\mathrm{N}}{t}$

t	Tiempo (autonomía de la pila)	h
C_N	Capacidad nominal de la pila (carga extraíble)	mAh
I	Intensidad de corriente (consumo medio del movimiento)	mA

La capacidad dividida entre la corriente da la autonomía. A la inversa, la fórmula muestra el consumo máximo que puede tener un movimiento para que la pila dure el tiempo prometido.

Validez: consumo medio constante; sin tener en cuenta la autodescarga. Introducir unidades coherentes: mAh y mA dan horas.

EJEMPLO Una pila SR626SW tiene 28 mAh. El movimiento consume de media 1,2 µA. ¿Cuánto tiempo funciona el reloj?

Datos: $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} t &= \frac{C_\mathrm{N}}{I} \\ &= \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A}} \\ &= 23\,333\,\mathrm{h} \\ &\approx 2{,}66\,\mathrm{a} \end{aligned}$$

Unas 23 300 horas, es decir, algo más de dos años y medio. Si por suciedad el movimiento consume 3 µA, la pila se agota ya en un año.

Contenido energético de la pila

(10.22) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$W \approx U_\mathrm{N} \cdot C_\mathrm{N}$$

W	Energía (almacenada en la pila)	J
U_N	Tensión nominal de la pila	V
C_N	Capacidad nominal de la pila (carga extraíble)	mAh

La tensión nominal por la capacidad da la energía almacenada, casi siempre en milivatios-hora. Con ella se comparan pilas de distinta tensión.

Validez: tensión aproximadamente constante durante la descarga, como en las pilas de óxido de plata y de litio.

EJEMPLO ¿Qué energía contiene una pila de óxido de plata de 1,55 V y 28 mAh?

Datos: $U_\mathrm{N} = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$

$$\begin{aligned} W &\approx U_\mathrm{N} \cdot C_\mathrm{N} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 28\,\mathrm{mAh} \\ &= 43{,}4\,\mathrm{mWh} \end{aligned}$$

43,4 mWh, es decir, unos 156 J. Un muelle real de reloj de pulsera con cuerda completa almacena menos de 1 J (capítulo 3).

Autonomía con autodescarga

(10.23) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$t \approx \frac{C_\mathrm{N}}{I + s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}}$$

Toda pila pierde lentamente carga aun sin consumidor. La autodescarga actúa como una pequeña corriente adicional $s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}$ junto al consumo del movimiento.

Validez: autodescarga calculada como pérdida constante. Valor orientativo para pilas de óxido de plata a temperatura ambiente: unos pocos por ciento al año; con calor, bastante más.

t	Tiempo (autonomía de la pila)	h
C_N	Capacidad nominal de la pila (carga extraíble)	mAh
I	Intensidad de corriente (consumo medio del movimiento)	mA
s_E	Autodescarga (fracción de la capacidad nominal que se pierde por unidad de tiempo)	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$

EJEMPLO ¿Cuánto funciona el reloj del ejemplo de la autonomía (28 mAh, 1,2 µA) si la pila pierde además un 4 % de su capacidad al año por autodescarga?

Datos: $C_\mathrm{N} = 28\,\mathrm{mAh}$; $I = 1{,}2\,\mu\mathrm{A}$; $s_\mathrm{E} = 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}}$

$$t \approx \frac{C_\mathrm{N}}{I + s_\mathrm{E} \cdot C_\mathrm{N}} = \frac{28\,\mathrm{mAh}}{1{,}2\,\mu\mathrm{A} + 4\,\frac{\%}{\mathrm{a}} \cdot 28\,\mathrm{mAh}} \approx 2{,}41\,\mathrm{a}$$

Unos 2,4 años en lugar de 2,7 años. Cuanto menor es el consumo del movimiento, más pesa la autodescarga.

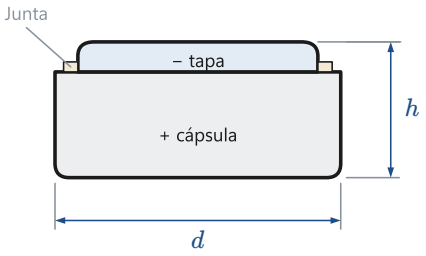


Fig. 10.7 Pila de botón: la cápsula es el polo positivo y la tapa el negativo; el diámetro d y la altura h están en la designación

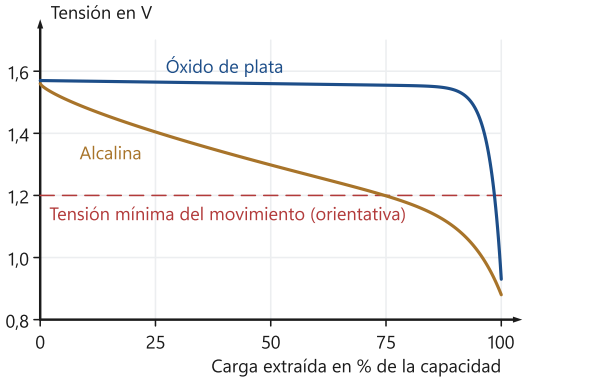


Fig. 10.8 Curvas de descarga en principio: la pila de óxido de plata mantiene su tensión hasta poco antes del final; la alcalina cae de forma continua

Sistemas de pilas para relojes

Sistema	Letras de código	Tensión nominal	Comportamiento en la descarga	Uso
Óxido de plata	SR	1,55 V	la tensión se mantiene casi igual hasta poco antes del final	estándar para relojes de pulsera de cuarzo
Alcalina de manganeso	LR	1,5 V	la tensión cae de forma continua desde el principio	sustituto económico, relojes grandes, despertadores
Litio-dióxido de manganeso	CR	3 V	la tensión se mantiene casi igual mucho tiempo	relojes de alto consumo, larga autonomía

Una pila alcalina del mismo tamaño encaja mecánicamente, pero tiene menos capacidad y una tensión decreciente. En el reloj de pulsera va la pila de óxido de plata.

Designación de pilas de botón según IEC

Parte de la designación	Significado	Ejemplo SR626SW
primera letra	sistema electroquímico: S óxido de plata, L alcalina de manganeso, C litio-dióxido de manganeso	S: óxido de plata
segunda letra	forma: R redonda	R: pila redonda
primera cifra o primeras dos cifras	diámetro en mm, redondeado por defecto a milímetros enteros	6: diámetro 6,8 mm
dos últimas cifras	altura en décimas de milímetro	26: altura 2,6 mm
sufijo del fabricante	SW: para corrientes continuas pequeñas (relojes analógicos); W: para picos de corriente altos (luz, alarma)	SW: para corrientes pequeñas

Una CR2032 es, por tanto, una pila de litio redonda de 20 mm de diámetro y 3,2 mm de altura. Designaciones antiguas como SR44 son números correlativos sin indicación de medidas.

Pilas de botón de óxido de plata usuales (1,55 V)

Designación	Número comercial	Diámetro en mm	Altura en mm	Capacidad en mAh (típica)
SR521SW	379	5,8	2,15	14 a 16
SR616SW	321	6,8	1,65	14 a 16
SR621SW	364	6,8	2,15	19 a 23
SR626SW	377	6,8	2,6	24 a 28
SR721SW	362	7,9	2,1	21 a 25
SR920SW	371	9,5	2,05	35 a 40
SR927SW	395	9,5	2,7	50 a 55
SR1130SW	390	11,6	3,05	60 a 85
SR44W	357	11,6	5,4	150 a 180

La capacidad depende del fabricante; lo determinante es la ficha técnica de la pila.

10.5 Cuarzo y divisor de frecuencia

El órgano regulador del reloj de cuarzo es un diminuto cristal de cuarzo en forma de diapasón. Oscila a 32 768 Hz, es decir, 2^{15} oscilaciones por segundo. Un divisor reduce esta frecuencia a la mitad 15 veces y obtiene así exactamente un impulso por segundo.

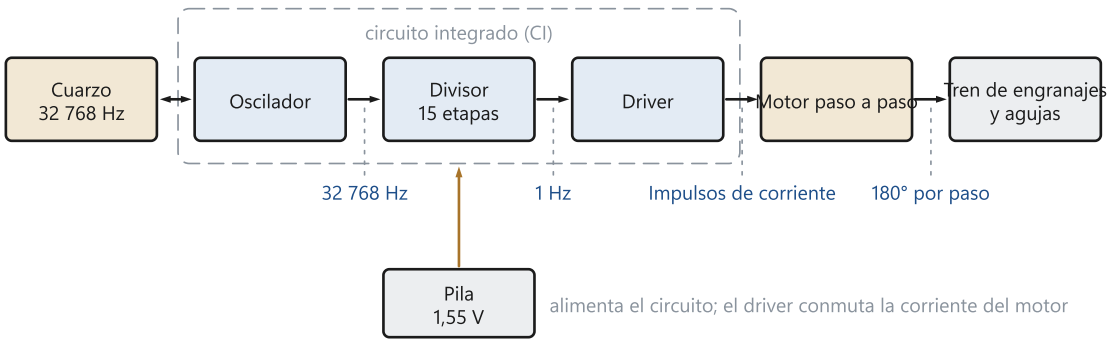


Fig. 10.9 Diagrama de bloques del reloj de cuarzo analógico

Divisor de frecuencia

(10.24) OFICIAL

$$f_{\text{aus}} = \frac{f}{2^n}$$

Cada etapa es un biestable que da un impulso de salida cada dos impulsos de entrada. Por eso se elige como frecuencia del cuarzo una potencia de dos.

f_{aus}	Frecuencia a la salida del divisor	Hz
f	Frecuencia (del cuarzo)	Hz
n	Número (de etapas del divisor; cada una divide la frecuencia por dos)	1

EJEMPLO ¿Qué frecuencia da un divisor de 15 etapas a partir de la frecuencia del cuarzo de 32 768 Hz?

Datos: $f = 32\,768\,\text{Hz}$; $n = 15$

$$\begin{aligned} f_{\text{aus}} &= \frac{f}{2^n} \\ &= \frac{32\,768\,\text{Hz}}{2^{15}} \\ &= 1\,\text{Hz} \end{aligned}$$

Exactamente 1 Hz: un impulso por segundo para el motor paso a paso.

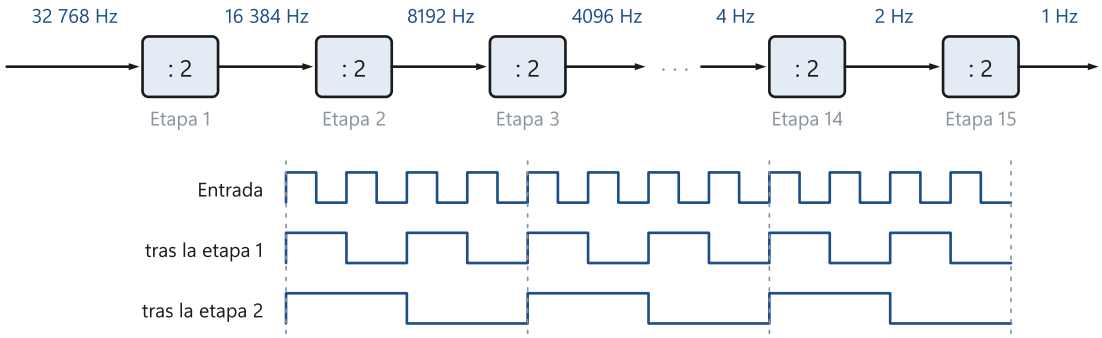


Fig. 10.10 Cadena divisora: cada etapa divide la frecuencia por dos; tras 15 etapas queda 1 Hz

Marcha del reloj de cuarzo a partir de la desviación de frecuencia

(10.25) OFICIAL

$$G = \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}}$$

Si el cuarzo oscila demasiado rápido, el reloj adelanta en la misma proporción. Las desviaciones relativas se dan en millonésimas (ppm, capítulo 1). Para el volante, la misma fórmula figura en la sección 5.4.

Validez: el reloj cuenta cada oscilación del cuarzo (sin inhibición).

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\tfrac{\text{s}}{\text{d}}$
Δf	Desviación de frecuencia (+ significa: el cuarzo oscila demasiado rápido)	Hz
f	Frecuencia (frecuencia nominal del cuarzo)	Hz

Conviene saber: 1 ppm corresponde a 0,0864 $\tfrac{\text{s}}{\text{d}}$, unos 2,6 s al mes y unos 31,5 s al año.

EJEMPLO Un cuarzo oscila a 32 768,2 Hz en lugar de 32 768 Hz, es decir, 0,2 Hz demasiado rápido. ¿Qué marcha tiene el reloj?

Datos: $\Delta f = 0{,}2\,\text{Hz}$; $f = 32\,768\,\text{Hz}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{\Delta f}{f} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= \frac{0{,}2\,\text{Hz}}{32\,768\,\text{Hz}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx 0{,}53\ \tfrac{\text{s}}{\text{d}} \end{aligned}$$

El reloj adelanta 0,53 s al día, unos 16 s al mes. La desviación es de 6,1 ppm.

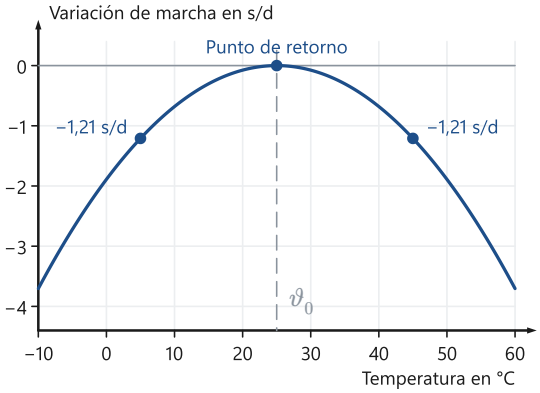


Fig. 10.11 Comportamiento térmico del cuarzo de diapasón, calculado con $\beta = 0{,}035\ \frac{\text{ppm}}{\text{K}^2}$ y punto de inversión a 25 °C

Comportamiento térmico del cuarzo de diapasón

(10.26) APROXIMACIÓN MAESTRO

$$\Delta G \approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$$

La frecuencia del cuarzo de diapasón es máxima en el punto de inversión y cae a ambos lados con el cuadrado de la diferencia de temperatura. El reloj se vuelve, pues, más lento tanto con frío como con calor que en el punto de inversión, nunca más rápido.

Validez: cuarzos de diapasón de 32 768 Hz; el coeficiente y el punto de inversión varían de un cuarzo a otro; lo determinante es la ficha técnica.

ΔG	Variación de marcha (respecto a la marcha en el punto de inversión; − significa: el reloj se atrasa)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
β	Coeficiente de temperatura del cuarzo (valor orientativo 0,03 a 0,04 ppm por kelvin al cuadrado)	$\frac{\text{ppm}}{\text{K}^2}$
ϑ	Temperatura (del cuarzo)	°C
ϑ_0	Temperatura del punto de inversión (unos 25 °C)	°C

Conviene saber: A ello se suma el envejecimiento: en el primer año la frecuencia de un cuarzo cambia unos pocos ppm, después cada vez más despacio. Los movimientos termocompensados miden la temperatura y compensan la parábola por cálculo.

EJEMPLO En invierno un reloj de cuarzo está a 5 °C en el coche. ¿Cuánto cambia su marcha respecto a 25 °C si el coeficiente es de 0,035 ppm por kelvin al cuadrado?

Datos: $\beta = 0{,}035\ \frac{\text{ppm}}{\text{K}^2}$; $\vartheta = 5°\text{C}$; $\vartheta_0 = 25°\text{C}$

$$\begin{aligned}\Delta G &\approx -\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= -0{,}035\ \frac{\text{ppm}}{\text{K}^2} \cdot (5°\text{C} - 25°\text{C})^2 \cdot 86\,400\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &\approx -1{,}21\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

El reloj se vuelve unos 1,2 s al día más lento. En la muñeca el cuarzo permanece cerca del punto de inversión; por eso un reloj llevado marcha más regular que uno guardado.

Inhibición: corrección de marcha suprimiendo impulsos

(10.27) MAESTRO

$$\Delta G = -\frac{N}{f \cdot t_{\mathrm{I}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

Los movimientos sin trimmer ajustan la marcha de forma digital. El cuarzo es a propósito algo rápido; el circuito suprime en cada período de inhibición un número memorizado de impulsos y frena así el reloj hasta la marcha nominal.

Validez: período de inhibición, según el circuito, casi siempre 60 s, en algunos movimientos 10 s, en movimientos termocompensados también varios minutos (ETA 252.511: 8 min); atenerse al dato del fabricante.

ΔG	Variación de marcha (por la inhibición; − significa: el reloj se atrasa)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
N	Número (de impulsos suprimidos por período de inhibición)	1
f	Frecuencia (de los impulsos en el punto del divisor en que se suprimen)	Hz
t_{I}	Período de inhibición	s

Atención: Entre correcciones el reloj funciona con la frecuencia del cuarzo sin corregir. Por eso la marcha debe medirse durante un período de inhibición completo o un múltiplo, en el impulso del motor y no en la frecuencia del cuarzo. De lo contrario, el aparato muestra un adelanto aparente.

EJEMPLO Un circuito suprime cada 60 s un impulso de la frecuencia del cuarzo de 32 768 Hz. ¿Qué valor tiene este paso mínimo de corrección?

Datos: $N = 1;\quad f = 32\,768\,\mathrm{Hz};\quad t_{\mathrm{I}} = 60\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= -\frac{N}{f \cdot t_{\mathrm{I}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= -\frac{1}{32\,768\,\mathrm{Hz} \cdot 60\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx -0{,}044\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}\end{aligned}$$

Cada impulso suprimido hace el reloj 0,044 s al día más lento, es decir, 0,51 ppm. Un cuarzo que oscila 5 ppm demasiado rápido necesita, pues, unos 10 impulsos suprimidos por minuto.

Regla: El cuarzo del reloj oscila a 32 768 Hz. 15 etapas divisoras obtienen de ahí el ritmo de segundos. 1 ppm son unos 2,6 s al mes.

10.6 Motor paso a paso

El motor paso a paso Lavet consta de bobina, estátor y un rotor con imán permanente bipolar. Cada impulso de corriente gira el rotor media vuelta. El impulso siguiente debe tener la polaridad invertida; de lo contrario el rotor no se mueve. Entre impulsos, las muescas de posicionamiento del estátor lo mantienen en su posición sin corriente.

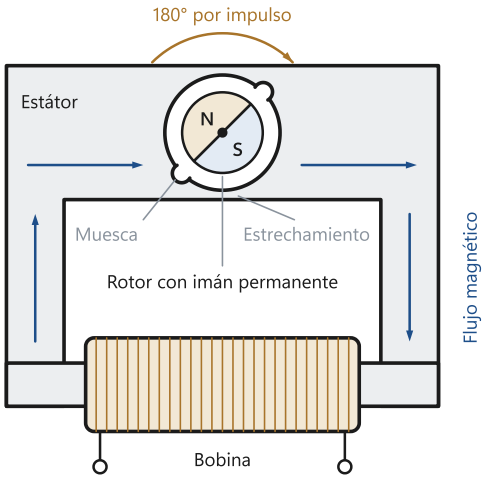


Fig. 10.12 Motor paso a paso Lavet en principio: los estrechamientos del estátor están saturados magnéticamente, por lo que el flujo de la bobina pasa por el rotor y lo gira 180° a la siguiente posición de reposo

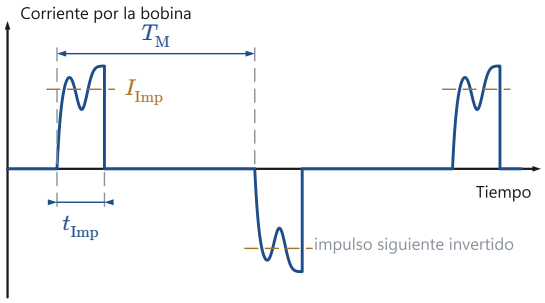


Fig. 10.13 Corriente del motor: impulsos breves de duración t_{Imp} a intervalos T_M con sentido alterno (anchura de impulso muy exagerada)

Velocidad de giro del rotor

(10.28) OFICIAL

$$n_R = \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360^\circ}$$

Con un impulso por segundo y media vuelta por paso, el rotor da una vuelta en dos segundos.

n_R	Velocidad de giro (del rotor)	$\frac{1}{\min}$
f_M	Frecuencia de los impulsos del motor (pasos por unidad de tiempo)	Hz
φ_S	Ángulo de paso del rotor (en el motor Lavet, 180°)	°

EJEMPLO ¿A qué velocidad gira el rotor de un movimiento con segundero que da cada segundo un paso de 180°?

Datos: $f_M = 1\,\mathrm{Hz}$; $\varphi_S = 180^\circ$

$$\begin{aligned} n_R &= \frac{f_M \cdot \varphi_S}{360^\circ} \\ &= \frac{1\,\mathrm{Hz} \cdot 180^\circ}{360^\circ} \\ &= 0{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} \\ &= 30\,\tfrac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

30 revoluciones por minuto.

Reducción del rotor a la rueda de segundos

(10.29) OFICIAL

$$i_{\mathrm{U}} = \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}}$$

En el movimiento de cuarzo, el pequeño piñón del rotor acciona las ruedas y el tren de engranajes reduce la velocidad. La relación de transmisión i según el capítulo 4 es entonces menor que 1.

Más intuitivo es su inverso, la reducción: indica cuántas veces gira el rotor por una vuelta de la rueda de segundos. Es el producto, en cada etapa, de las razones entre el número de dientes de la rueda y el del piñón que la acciona.

i_{U}	Reducción (velocidad de giro del rotor motriz entre la de la rueda de segundos; inverso de la relación de transmisión i del capítulo 4)	1
n_{R}	Velocidad de giro (del rotor)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
n_{S}	Velocidad de giro de la rueda de segundos (una vuelta por minuto)	$\frac{1}{\mathrm{min}}$

EJEMPLO El rotor da 30 vueltas por minuto y la rueda de segundos, una. ¿Qué reducción necesita el tren de engranajes intermedio?

Datos: $n_{\mathrm{R}} = 30\ \frac{1}{\mathrm{min}}$; $n_{\mathrm{S}} = 1\ \frac{1}{\mathrm{min}}$

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{U}} &= \frac{n_{\mathrm{R}}}{n_{\mathrm{S}}} \\ &= \frac{30\ \frac{1}{\mathrm{min}}}{1\ \frac{1}{\mathrm{min}}} \\ &= 30 \end{aligned}$$

30, por ejemplo en dos etapas de 6 y 5: el segundero avanza 6° por paso, una división de segundo.

Consumo medio del movimiento

(10.30) MAESTRO

$$I_{\mathrm{m}} = \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}}$$

El motor solo consume corriente durante el breve impulso. Promediado sobre todo el segundo, queda la fracción duración del impulso entre período; a ello se suma la pequeña corriente permanente del circuito.

Validez: secuencia regular de impulsos iguales. Un aparato de medida lento o una medición de varios segundos muestra este valor medio.

I_{m}	Consumo medio del movimiento	$\mu\mathrm{A}$
I_{Imp}	Corriente por la bobina durante el impulso (valor medio durante el impulso)	mA
t_{Imp}	Duración del impulso	ms
T_{M}	Período de los impulsos del motor (con paso de segundo, 1 s)	s
I_{IC}	Consumo del circuito con oscilador	$\mu\mathrm{A}$

Conviene saber: En movimientos con interruptor de parada, el motor se detiene con la corona sacada y solo circula la corriente del circuito. Así pueden medirse ambas partes por separado. Si el tren de engranajes va duro, muchos circuitos alargan el impulso y el consumo aumenta.

EJEMPLO Durante el impulso de 3,9 ms circulan de media 0,24 mA. El circuito necesita 0,15 µA. ¿Cuál es el consumo medio con un paso por segundo?

Datos: $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$; $T_{\mathrm{M}} = 1\,\mathrm{s}$; $I_{\mathrm{IC}} = 0{,}15\,\mu\mathrm{A}$

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{m}} &= \frac{I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}}{T_{\mathrm{M}}} + I_{\mathrm{IC}} \\ &= \frac{0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms}}{1\,\mathrm{s}} + 0{,}15\,\mu\mathrm{A} \\ &= 1{,}09\,\mu\mathrm{A} \end{aligned}$$

Unos 1,1 µA, un valor habitual para un movimiento de tres agujas. El motor consume algo más del 85 %.

Energía de un impulso del motor

(10.31) MAESTRO

$$W = U \cdot I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}}$$

Esta es la energía que un paso extrae de la pila. Solo una parte mueve el rotor y el tren de engranajes; el resto se convierte en calor en la bobina.

Validez: tensión aproximadamente constante durante el impulso.

W	Trabajo (trabajo eléctrico por impulso)	J
U	Tensión (de la pila bajo carga)	V
I_{Imp}	Corriente por la bobina durante el impulso (valor medio durante el impulso)	mA
t_{Imp}	Duración del impulso	ms

EJEMPLO ¿Qué energía cuesta un impulso de 3,9 ms con una media de 0,24 mA a 1,55 V?

Datos: $U = 1{,}55\,\mathrm{V}$; $I_{\mathrm{Imp}} = 0{,}24\,\mathrm{mA}$; $t_{\mathrm{Imp}} = 3{,}9\,\mathrm{ms}$

$$\begin{aligned} W &= U \cdot I_{\mathrm{Imp}} \cdot t_{\mathrm{Imp}} \\ &= 1{,}55\,\mathrm{V} \cdot 0{,}24\,\mathrm{mA} \cdot 3{,}9\,\mathrm{ms} \\ &\approx 1{,}45\,\mu\mathrm{J} \end{aligned}$$

Unos 1,5 µJ por paso. En un día con 86 400 pasos son 0,13 J.

10.7 Mediciones en el reloj de cuarzo

Con pocas mediciones puede acotarse casi cualquier defecto de un reloj de cuarzo: pila, consumo, tensión mínima de funcionamiento, bobina y marcha. Los valores de la tabla son orientativos para movimientos de tres agujas. Son vinculantes los datos de la documentación técnica del calibre.

Magnitudes de control del reloj de cuarzo analógico (valores orientativos)

Magnitud de control	Valor orientativo	Significado
Tensión de la pila sin carga (óxido de plata)	1,55 V a 1,6 V	solo indica el sistema; dice poco del estado de la pila
Tensión de la pila con carga ligera (medida en el reloj)	al menos 1,5 V	por debajo, sustituir la pila; con una resistencia de carga fuerte del comprobador (unos cientos de ohmios) la tensión puede bajar más; allí vale la escala del aparato
Consumo del movimiento	según el calibre, como máximo 0,7 µA a 1,3 µA	medido sin pila a 1,55 V; demasiado alto: tren de engranajes duro, suciedad, humedad o cortocircuito; los cronógrafos y movimientos con funciones adicionales necesitan más, unos 3 µA a 6,5 µA
Consumo con la corona sacada (movimientos con interruptor de parada)	como máximo 0,4 µA a 0,5 µA	solo el circuito; demasiado alto: circuito o placa de circuito defectuosos
Tensión mínima de funcionamiento	como máximo 1,3 V	bajar la tensión de alimentación desde 1,55 V hasta que el movimiento se pare; hasta 1,3 V debe seguir dando con seguridad cada paso. Si se para antes, el tren de engranajes va demasiado duro o el motor o el circuito están defectuosos
Resistencia de la bobina	según el calibre, unos 0,8 kΩ a 2,7 kΩ	sin continuidad: hilo interrumpido; claramente demasiado baja: cortocircuito entre espiras. Medir con una tensión de prueba baja, como máximo 0,4 V, mejor 0,2 V
Resistencia de aislamiento (bobina respecto a la platina)	sin continuidad (indicación infinito)	si el aparato indica una resistencia: humedad, aislamiento dañado
Marcha	según el fabricante, unos −10 s a +20 s al mes, es decir, −0,3 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$ a +0,7 $\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	medir en el impulso del motor durante el período de inhibición, casi siempre 60 s (sección 10.5)

Valores orientativos de datos de fabricantes, medidos a 20 °C–25 °C. Ejemplos de consumo máximo admisible: ETA 902.002 0,7 µA, Ronda 1005 0,95 µA, ETA F06.111 1,1 µA, ETA 255.411 1,2 µA, ETA 805.112 1,3 µA; cronógrafo ETA G10.211 3,5 µA, con el cronógrafo en marcha 6,5 µA. Ejemplos de resistencia de bobina: ETA 805.112 0,8 kΩ a 1,1 kΩ, ETA 255.411 1,3 kΩ a 1,75 kΩ, Ronda 1005 2,5 kΩ a 2,7 kΩ. Son vinculantes los valores nominales y las condiciones de prueba de la documentación técnica del calibre.

Regla: Primero la pila bajo carga, luego el consumo, luego la tensión mínima de funcionamiento. Si las tres son correctas, el defecto rara vez está en la electrónica.

11 Tiempo y calendario

Nuestros relojes muestran el tiempo solar medio: un día solar imaginario, totalmente uniforme, de 86 400 s. El Sol verdadero, las estrellas y la Luna no se atienen a esta medida. Para un reloj de tiempo sidéreo, un calendario perpetuo, una indicación de la ecuación de tiempo o una fase lunar necesitamos los números y fórmulas de este capítulo.

Al final figuran las escalas de los cronógrafos: taquímetro, telémetro y pulsómetro. En este capítulo E es la ecuación de tiempo, λ la longitud geográfica, s un recorrido y c la velocidad del sonido. Los números de dientes de los mecanismos de calendario y de fase lunar figuran en el capítulo 4.

11.1 Día y año

Un día es una rotación de la Tierra, pero ¿medida respecto a qué? Respecto al Sol dura de media 24 h; respecto a las estrellas, unos 4 min menos. La razón: en un día la Tierra avanza casi 1° en su órbita y debe girar ese tramo adicional hasta que el Sol vuelve a estar en el sur.

Medidas de tiempo astronómicas (valores medios para la época actual)

Medida de tiempo	Duración	desarrollada	Referencia
Día solar medio	$86\,400\,\mathrm{s}$	24 h	del Sol en el sur al Sol en el sur, promediado a lo largo del año
Día sidéreo	$86\,164{,}09\,\mathrm{s}$	23 h 56 min 4,09 s	una rotación de la Tierra respecto a las estrellas
Año trópico	$365{,}242\,19\,\mathrm{d}$	365 d 5 h 48 min 45 s	de equinoccio de primavera a equinoccio de primavera; año de las estaciones
Año sidéreo	$365{,}256\,36\,\mathrm{d}$	365 d 6 h 9 min 10 s	una vuelta de la Tierra respecto a las estrellas
Mes sinódico	$29{,}530\,59\,\mathrm{d}$	29 d 12 h 44 min 3 s	de luna nueva a luna nueva; mes de las fases lunares
Mes sidéreo	$27{,}321\,66\,\mathrm{d}$	27 d 7 h 43 min 11 s	una vuelta de la Luna respecto a las estrellas

Los días son aquí siempre días solares medios. El calendario se rige por el año trópico; la fase lunar, por el mes sinódico. Un mes sinódico concreto se aparta de la media hasta unas 7 h.

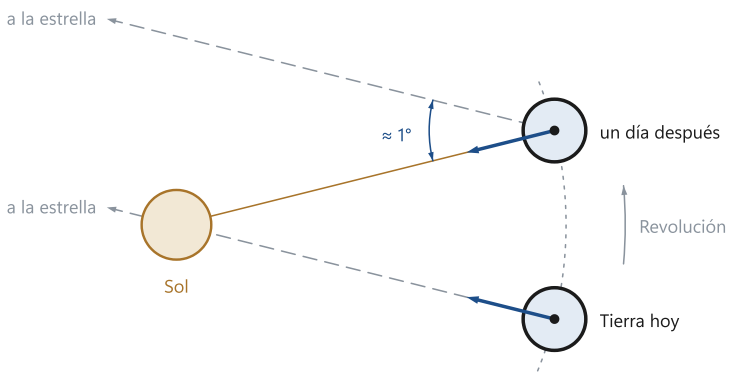


Fig. 11.1 Día sidéreo y día solar: tras una rotación completa respecto a las estrellas (dirección discontinua), la Tierra debe girar todavía casi 1° hasta que el Sol vuelve a estar en el sur (ángulo muy exagerado)

Día sidéreo a partir del día solar y el año

(11.1) MAESTRO

$$T_{\mathrm{St}} = \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}}$$

T_{St}	Día sidéreo	s
T_{So}	Día solar medio	s
T_{J}	Año trópico	d

En un año la Tierra gira respecto a las estrellas exactamente una vez más que respecto al Sol: a 365,2422 días solares corresponden 366,2422 días sidéreos. De ahí resulta la duración del día sidéreo.

Validez: valores medios para la época actual.

EJEMPLO ¿Cuánto dura el día sidéreo si el año trópico tiene 365,2422 días solares medios?

Datos: $T_{\mathrm{So}} = 1\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}2422\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{St}} &= \frac{T_{\mathrm{So}} \cdot T_{\mathrm{J}}}{T_{\mathrm{J}} + T_{\mathrm{So}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 365{,}2422\,\mathrm{d}}{365{,}2422\,\mathrm{d} + 1\,\mathrm{d}} \\ &= 0{,}997\,269\,6\,\mathrm{d} \\ &\approx 86\,164{,}1\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

El día sidéreo dura 23 h 56 min 4,1 s. Es 3 min 55,9 s más corto que el día solar medio.

Marcha de un reloj de tiempo sidéreo respecto al tiempo medio

(11.2) MAESTRO

$$G = \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$$

G	Marcha (+ significa: el reloj adelanta)	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$
T_{So}	Día solar medio	s
T_{St}	Día sidéreo	s

Un reloj de tiempo sidéreo cuenta días sidéreos; su día es, por tanto, más corto. Medido con un reloj de tiempo medio, adelanta cada día casi 4 min.

Conviene saber: Para el reloj de péndulo esto significa: el péndulo de segundos para tiempo sidéreo es unos 5,4 mm más corto que el péndulo de segundos para tiempo medio (capítulo 6).

EJEMPLO Un reloj de tiempo sidéreo se regula con un reloj radiocontrolado que muestra tiempo medio. ¿Qué marcha debe tener respecto al reloj radiocontrolado?

Datos: $T_{\mathrm{So}} = 86\,400\,\mathrm{s}$; $T_{\mathrm{St}} = 86\,164{,}09\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} G &= \frac{T_{\mathrm{So}} - T_{\mathrm{St}}}{T_{\mathrm{St}}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &= \frac{86\,400\,\mathrm{s} - 86\,164{,}09\,\mathrm{s}}{86\,164{,}09\,\mathrm{s}} \cdot 86\,400\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \\ &\approx 236{,}6\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}} \end{aligned}$$

El reloj de tiempo sidéreo debe adelantar 236,6 s al día, es decir, 3 min 56,6 s. En un año gana exactamente un día.

Mes sinódico a partir de la revolución lunar

(11.3) AMPLIACIÓN

$$T_{\text{syn}} = \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}}$$

Durante una revolución lunar la Tierra sigue avanzando en su órbita. Por eso la Luna necesita algo más de dos días adicionales hasta volver a situarse entre la Tierra y el Sol. Con la misma fórmula, una aguja rápida alcanza a una lenta.

Validez: valores medios; ambas revoluciones en el mismo sentido de giro.

T_{syn}	Mes sinódico (de luna nueva a luna nueva)	d
T_{sid}	Mes sidéreo (una vuelta de la Luna respecto a las estrellas)	d
T_{E}	Año sidéreo (una vuelta de la Tierra respecto a las estrellas)	d

EJEMPLO La Luna da una vuelta a la Tierra en 27,321 66 días y la Tierra una vuelta al Sol en 365,256 36 días. ¿Cuánto tiempo pasa de luna nueva a luna nueva?

Datos: $T_{\text{sid}} = 27{,}321\,66\,\mathrm{d}$; $T_{\text{E}} = 365{,}256\,36\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} T_{\text{syn}} &= \frac{T_{\text{sid}} \cdot T_{\text{E}}}{T_{\text{E}} - T_{\text{sid}}} \\ &= \frac{27{,}321\,66\,\mathrm{d} \cdot 365{,}256\,36\,\mathrm{d}}{365{,}256\,36\,\mathrm{d} - 27{,}321\,66\,\mathrm{d}} \\ &\approx 29{,}5306\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

Unos 29,53 días. Este número debe reproducirlo un mecanismo de fases lunares con sus números de dientes (capítulo 4).

11.2 Calendario

El año del calendario tiene días enteros; el año trópico, no. Los días bisiestos compensan la diferencia. Lo buena que es una regla de intercalación lo muestra la duración media de su año.

Regla de los años bisiestos

Calendario	Año bisiesto (366 días, con 29 de febrero)	Duración media del año
juliano	todo año cuyo número sea divisible por 4	$365{,}25\,\mathrm{d}$
gregoriano (desde 1582)	divisible por 4; los años seculares solo si son divisibles por 400	$365{,}2425\,\mathrm{d}$

Según la regla gregoriana, 1700, 1800 y 1900 no fueron bisiestos, 2000 sí lo fue y 2100 de nuevo no lo será.

Duración media del año del calendario

(11.4) OFICIAL

$$T_{\text{K}} = 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot n_{\text{S}}}{n_{\text{Z}}}$$

Cada año bisiesto aporta un día más. Repartido entre todo el ciclo, da la duración media del año.

T_{K}	Duración media del año del calendario	d
n_{S}	Número de años bisiestos en el ciclo	1
n_{Z}	Número de años del ciclo	1

EJEMPLO El calendario gregoriano tiene 97 años bisiestos en 400 años. ¿Cuánto dura su año de media?

Datos: $n_{\text{S}} = 97$; $n_{\text{Z}} = 400$

$$\begin{aligned} T_{\text{K}} &= 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot n_{\text{S}}}{n_{\text{Z}}} \\ &= 365\,\mathrm{d} + \frac{1\,\mathrm{d} \cdot 97}{400} \\ &= 365{,}2425\,\mathrm{d} \end{aligned}$$

365,2425 días. La regla juliana, con un año bisiesto cada cuatro años, da 365,25 días.

Años hasta un día de desviación

(11.5) MAESTRO

$$n_{\mathrm{F}} = \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}}$$

Si el año del calendario es más largo que el año trópico, el calendario se retrasa respecto a las estaciones: el equinoccio de primavera cae en una fecha cada vez más temprana.

Validez: duración actual del año trópico; cambia unos segundos en milenios.

n_{F}	Número de años hasta que el calendario se desvía un día del año solar	1
T_{K}	Duración media del año del calendario	d
T_{J}	Año trópico	d

EJEMPLO ¿Al cabo de cuántos años se desvía el calendario juliano un día respecto al curso de las estaciones?

Datos: $T_{\mathrm{K}} = 365{,}25\,\mathrm{d}$; $T_{\mathrm{J}} = 365{,}242\,19\,\mathrm{d}$

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{F}} &= \frac{1\,\mathrm{d}}{T_{\mathrm{K}} - T_{\mathrm{J}}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{d}}{365{,}25\,\mathrm{d} - 365{,}242\,19\,\mathrm{d}} \\ &\approx 128 \end{aligned}$$

Al cabo de 128 años. Desde el Concilio de Nicea, en el año 325, hasta 1582 se habían acumulado diez días, que se suprimieron en la reforma del calendario. El calendario gregoriano, con 365,2425 días, necesita unos 3200 años para un día.



Fig. 11.2 Ciclo de cuatro años del calendario perpetuo: $3 \cdot 365 + 366 = 1461$ días

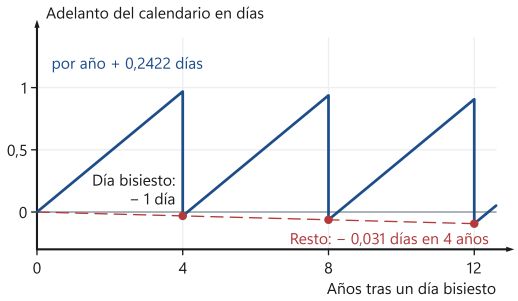


Fig. 11.3 Sin día bisiesto, el año del calendario es 0,2422 días demasiado corto; el día bisiesto recupera cada cuatro años un día entero

Días del ciclo de años bisiestos

(11.6) OFICIAL

$$N_{\mathrm{d}} = 365 \cdot n_{\mathrm{Z}} + n_{\mathrm{S}}$$

El calendario perpetuo conoce la duración de los meses y el año bisiesto. Su rueda programadora da una vuelta en cuatro años.

N_{d}	Número de días del ciclo	1
n_{Z}	Número de años del ciclo	1
n_{S}	Número de años bisiestos en el ciclo	1

Atención: Un calendario perpetuo con ciclo de cuatro años no conoce la regla de los siglos. En el año 2100 muestra un 29 de febrero y el 1 de marzo de 2100 debe adelantarse un día; lo mismo en 2200 y 2300. Solo un calendario secular reproduce el ciclo de 400 años.

EJEMPLO Un calendario perpetuo reproduce cuatro años con un año bisiesto. ¿Cuántos días tiene este ciclo?

Datos: $n_{\mathrm{Z}} = 4$; $n_{\mathrm{S}} = 1$

$$\begin{aligned} N_{\mathrm{d}} &= 365 \cdot n_{\mathrm{Z}} + n_{\mathrm{S}} \\ &= 365 \cdot 4 + 1 \\ &= 1461 \end{aligned}$$

1461 días o 48 meses; eso tarda la rueda de años bisiestos en dar una vuelta. El ciclo gregoriano de 400 años tiene 146 097 días. Son exactamente 20 871 semanas; por eso tras 400 años se repiten también los días de la semana.

Regla: 365 días son 52 semanas y un día. Por eso una fecha avanza cada año un día de la semana, y dos si pasa por un día bisiesto.

11.3 Ecuación de tiempo

El Sol verdadero se mueve de forma irregular a lo largo del año: la órbita terrestre es una elipse y el eje de la Tierra está inclinado respecto a la órbita. Por eso un reloj de sol marca hasta algo más de un cuarto de hora distinto que un reloj de marcha uniforme. Esta diferencia se llama ecuación de tiempo.

Ecuación de tiempo

(11.7) MAESTRO

$$E = t_{\mathrm{W}} - t_{\mathrm{M}}$$

DESPEJADA $t_{\mathrm{M}} = t_{\mathrm{W}} - E$

La ecuación de tiempo es el tiempo solar verdadero menos el tiempo solar medio. Solo depende de la fecha, no del lugar.

E	Ecuación de tiempo (+ significa: el reloj de sol adelanta)	min
t_{W}	Tiempo solar verdadero local (indicación del reloj de sol)	min
t_{M}	Tiempo medio local	min

Atención: Las tablas antiguas y algunos relojes con indicación de la ecuación de tiempo calculan con el signo opuesto (tiempo medio menos tiempo verdadero). Antes de ajustar, comprobar qué sentido se usa.

EJEMPLO El 11 de febrero la ecuación de tiempo es de −14,2 min. Un reloj de sol marca las 12:00, es decir, 720 min después de medianoche. ¿Qué hora es en tiempo medio local?

Datos: $t_{\mathrm{W}} = 720\,\mathrm{min}$; $E = -14{,}2\,\mathrm{min}$

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{M}} &= t_{\mathrm{W}} - E \\ &= 720\,\mathrm{min} - (-14{,}2\,\mathrm{min}) \\ &= 734{,}2\,\mathrm{min} \end{aligned}$$

734,2 min después de medianoche: son las 12:14 en tiempo medio local. El reloj de sol atrasa algo más de 14 min.

Ángulo anual para la ecuación de tiempo

(11.8) AMPLIACIÓN

$$B = \frac{360° \cdot (N - 81)}{364}$$

El ángulo anual divide el año en 360° y empieza el 22 de marzo, el día 81. Es solo una magnitud auxiliar para la fórmula aproximada.

B	Ángulo anual (magnitud auxiliar; 0° el 22 de marzo)	°
N	Número del día en el año (1 de enero = 1)	1

EJEMPLO El 3 de noviembre es, en un año común, el día 307. ¿Cuál es el ángulo anual?

Datos: $N = 307$

$$\begin{aligned} B &= \frac{360° \cdot (N - 81)}{364} \\ &= \frac{360° \cdot (307 - 81)}{364} \\ &\approx 223{,}5° \end{aligned}$$

Unos 223,5°. Con este ángulo calcula la fórmula siguiente.

Ecuación de tiempo a partir de la fecha

(11.9) APROXIMACIÓN AMPLIACIÓN

$$E \approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B$$

La fórmula reproduce las dos causas: el término con $2B$ procede de la inclinación del eje terrestre y tiene dos ondas al año; los términos con B proceden de la órbita elíptica y tienen una onda al año.

Validez: aproximación, con precisión de un minuto aproximadamente (desviación máxima, según el año, de hasta unos 1,4 min, a principios de diciembre). Para relojes de sol y para comprobar una indicación de la ecuación de tiempo basta; los valores diarios exactos figuran en los anuarios astronómicos.

E	Ecuación de tiempo (+ significa: el reloj de sol adelanta)	min
B	Ángulo anual (magnitud auxiliar; 0° el 22 de marzo)	°

Nota: Para el 11 de febrero (día 42, $B = -38{,}6°$) la aproximación da −14,6 min, y la tabla de valores extremos −14,2 min. Diferencias así, de unas décimas de minuto, están dentro de la precisión de la aproximación; para ajustar valen los valores de la tabla.

EJEMPLO ¿Cuál es la ecuación de tiempo el 3 de noviembre con el ángulo anual de 223,5° del ejemplo anterior?

Datos: $B = 223{,}5°$

$$\begin{aligned} E &\approx 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot B) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos B - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin B \\ &= 9{,}87\,\text{min} \cdot \sin(2 \cdot 223{,}5°) - 7{,}53\,\text{min} \cdot \cos(223{,}5°) - 1{,}5\,\text{min} \cdot \sin(223{,}5°) \\ &\approx 16{,}4\,\text{min} \end{aligned}$$

Unos +16,4 min: a principios de noviembre el reloj de sol es cuando más adelanta.

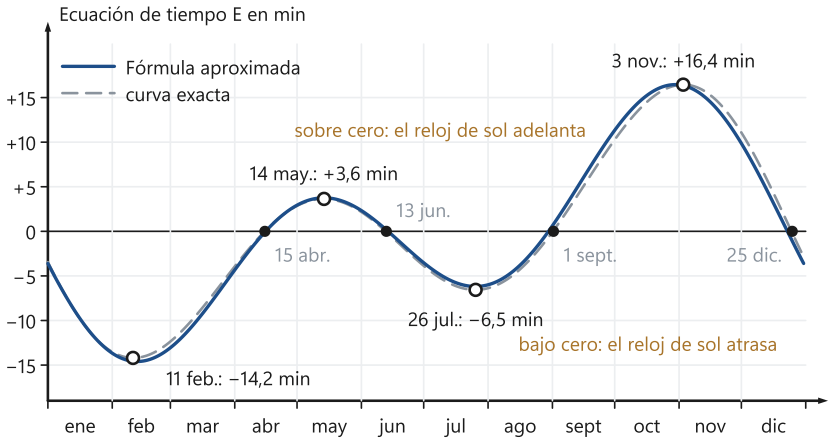


Fig. 11.4 Ecuación de tiempo a lo largo del año: fórmula aproximada y curva exacta

Valores extremos de la ecuación de tiempo (redondeados, para la época actual)

Fecha	E	Reloj de sol respecto al tiempo medio local
11 de febrero	−14,2 min	atrasa al máximo
15 de abril	0	coincide
14 de mayo	+3,6 min	adelanta (máximo pequeño)
13 de junio	0	coincide
26 de julio	−6,5 min	atrasa (mínimo pequeño)
1 de septiembre	0	coincide
3 de noviembre	+16,4 min	adelanta al máximo
25 de diciembre	0	coincide

Según la posición en el ciclo de años bisiestos, los días se desplazan hasta un día.

11.4 Hora local y hora del huso

El tiempo medio local depende de la longitud: el Sol recorre 15 grados de longitud en una hora; para un grado necesita 4 min. Para que cada lugar no tenga su propia hora, en un huso horario rige en todas partes la hora local del meridiano del huso. Para la hora central europea (CET) es el meridiano 15° Este.

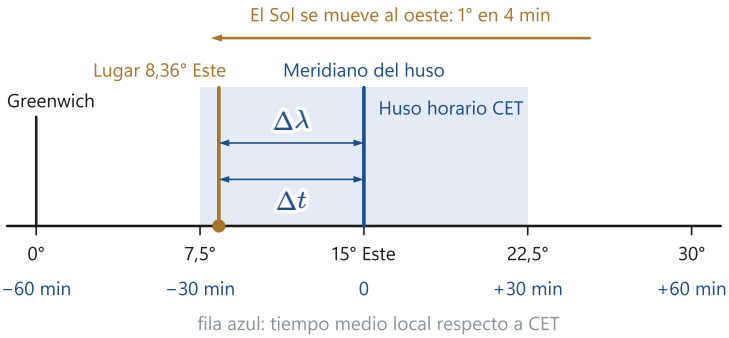


Fig. 11.5 Hora local y hora del huso: un lugar al oeste del meridiano del huso tiene el Sol en el sur más tarde

Hora local a partir de la longitud

(11.10) OFICIAL

$$\Delta t = \frac{(\lambda - \lambda_Z) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ}$$

Al este del meridiano del huso la hora local va por delante de la hora del huso; al oeste, por detrás.

Validez: longitudes al este de Greenwich positivas, al oeste negativas.

Δt	Diferencia de hora local (tiempo medio local menos hora del huso; + significa: la hora local va adelantada)	min
λ	Longitud geográfica del lugar (longitud este positiva)	°
λ_Z	Longitud geográfica del meridiano del huso (CET: 15° Este)	°

EJEMPLO Un taller está a 8,36° de longitud este. ¿Cuánto se aparta su tiempo medio local de la CET?

Datos: $\lambda = 8{,}36^\circ$; $\lambda_Z = 15^\circ$

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{(\lambda - \lambda_Z) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \\ &= \frac{(8{,}36^\circ - 15^\circ) \cdot 4\,\text{min}}{1^\circ} \\ &\approx -26{,}6\,\text{min}\end{aligned}$$

El tiempo medio local va 26,6 min por detrás de la CET. El Sol medio no está en el sur aquí hasta las 12:26:34 CET.

Hora del huso a partir del reloj de sol

(11.11) MAESTRO

$$t_Z = t_W - E - \Delta t$$

Dos correcciones llevan del reloj de sol al reloj de pulsera: la ecuación de tiempo para la fecha y la diferencia de hora local para la longitud.

Validez: reloj de sol que marca el tiempo solar verdadero local. Algunos relojes de sol ya están trazados para la longitud de su emplazamiento; entonces se omite Δt.

t_Z	Hora del huso (CET)	min
t_W	Tiempo solar verdadero local (indicación del reloj de sol)	min
E	Ecuación de tiempo (+ significa: el reloj de sol adelanta)	min
Δt	Diferencia de hora local (tiempo medio local menos hora del huso; + significa: la hora local va adelantada)	min

EJEMPLO El 3 de noviembre, el reloj de sol del taller del ejemplo anterior marca las 12:00, es decir, 720 min. La ecuación de tiempo es de +16,4 min. ¿Qué hora es en CET?

Datos: $t_W = 720\,\text{min}$; $E = 16{,}4\,\text{min}$; $\Delta t = -26{,}6\,\text{min}$

$$\begin{aligned}t_Z &= t_W - E - \Delta t \\ &= 720\,\text{min} - 16{,}4\,\text{min} - (-26{,}6\,\text{min}) \\ &= 730{,}2\,\text{min}\end{aligned}$$

730,2 min después de medianoche, es decir, las 12:10 CET. En horario de verano se suma una hora.

11.5 Fase lunar

La fase lunar se repite de media cada 29,530 59 días. La edad de la Luna cuenta los días desde la última luna nueva; por ella se ajusta una indicación de fases lunares. Cómo se aproximan los 29,53 días con números de dientes y qué error tiene la indicación figura en el capítulo 4.

Edad de la Luna a partir de la fecha

(11.12) MAESTRO

$$a = t - k \cdot T_{\text{syn}}$$

Del intervalo desde una luna nueva conocida se restan todas las revoluciones lunares completas. Lo que queda es la edad de la Luna.

Validez: revolución lunar media; la fase verdadera puede apartarse de ella hasta un día aproximadamente. Para ajustar una indicación de fases lunares es suficiente.

a	Edad de la Luna (días desde la última luna nueva)	d
t	Tiempo (desde una luna nueva conocida)	d
k	Número (de revoluciones lunares completadas desde entonces; el mayor número entero para el que a no sea negativo)	1
T_{syn}	Mes sinódico (de luna nueva a luna nueva)	d

EJEMPLO El 12 de agosto de 2026 hubo luna nueva. ¿Qué edad tiene la Luna el 24 de diciembre de 2026, es decir, 134 días después? En 134 días se completan 4 revoluciones.

Datos: $t = 134\,\text{d}$; $k = 4$; $T_{\text{syn}} = 29{,}530\,59\,\text{d}$

$$\begin{aligned} a &= t - k \cdot T_{\text{syn}} \\ &= 134\,\text{d} - 4 \cdot 29{,}530\,59\,\text{d} \\ &\approx 15{,}9\,\text{d} \end{aligned}$$

La edad de la Luna es de unos 15,9 días. La luna llena es a los 14,8 días; la Luna acaba, pues, de estar llena.

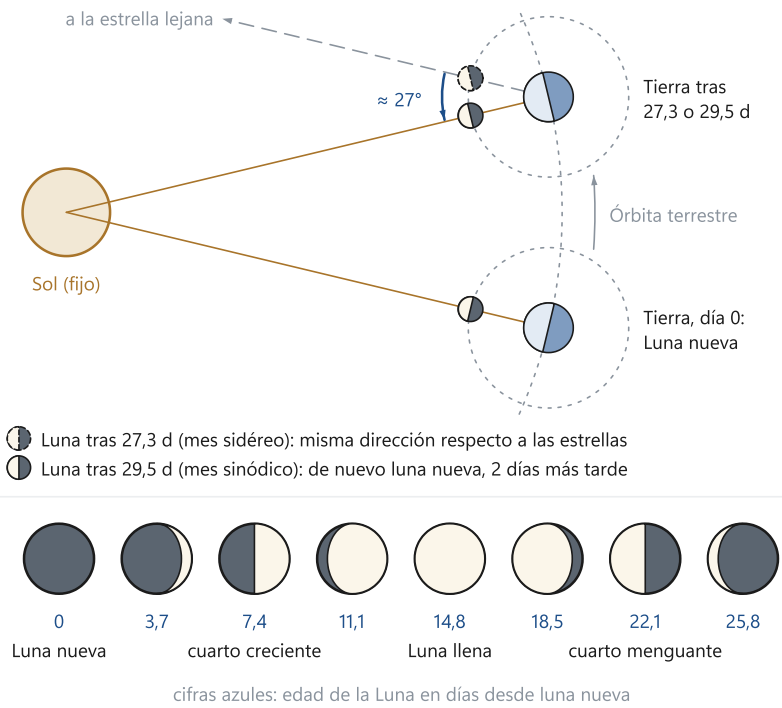


Fig. 11.6 Arriba: Sol fijo, Tierra en su órbita, Luna alrededor de la Tierra. Tras un mes sidéreo (27,3 d), la Luna vuelve a estar en la misma dirección respecto a las estrellas; hasta la luna nueva necesita algo más de dos días adicionales (mes sinódico, 29,5 d; tamaños no a escala). Abajo: fases lunares vistas desde el hemisferio norte, con la edad media de la Luna

11.6 Escalas del cronógrafo

Muchos cronógrafos llevan en el bisel o en la esfera una escala que convierte de inmediato el tiempo cronometrado en otra magnitud. Detrás de cada escala hay una fórmula sencilla. Con ella puede comprobarse una escala o calcularse para una esfera nueva.

Velocidad a partir del tramo de medición y el tiempo cronometrado

(11.13) OFICIAL

$$v = \frac{s}{t}$$

El cronógrafo se pone en marcha al principio de un tramo conocido y se detiene al final.

Validez: velocidad constante en el tramo de medición.

v	Velocidad	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
s	Recorrido (tramo de medición)	km
t	Tiempo (cronometrado)	s

EJEMPLO Un tren tarda 45 s en recorrer el tramo entre dos postes kilométricos. ¿A qué velocidad va?

Datos: $s = 1\,\mathrm{km}; \quad t = 45\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \\ &= \frac{1\,\mathrm{km}}{45\,\mathrm{s}} \cdot 3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}} \\ &= 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

El tren va a 80 km por hora.

Escala taquimétrica

(11.14) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$v = \frac{3600}{t}$$

La escala taquimétrica es la fórmula anterior para un tramo de medición de 1 km: al detener tras t segundos, la aguja señala la velocidad. Del mismo modo, la escala cuenta piezas por hora si se cronometra el tiempo de una pieza.

Validez: valores numéricos: t en s; tramo de medición 1 km (o 1 milla, y entonces millas por hora). La escala solo llega hasta 60 s. En procesos más lentos, cronometrar la mitad del tramo y dividir por dos el valor de la escala.

v	Velocidad (valor de la escala en km por hora)	$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
t	Tiempo (cronometrado, en s)	s

EJEMPLO ¿Qué número figura en una escala taquimétrica a los 24 s?

Datos: $t = 24\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} v &= \frac{3600}{t} \\ &= \frac{3600}{24} \\ &= 150\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

A los 24 s figura el 150.

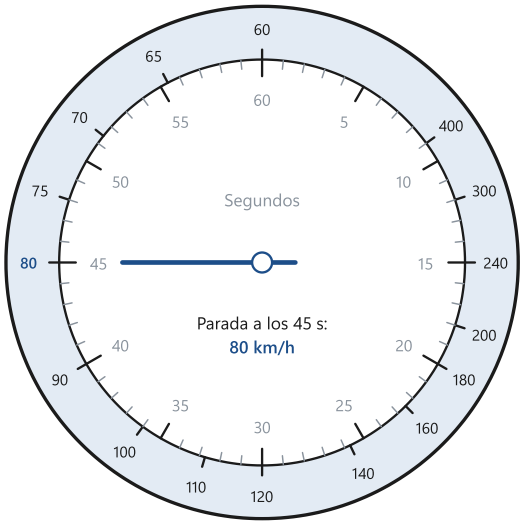


Fig. 11.7 Escala taquimétrica: valor de la escala igual a 3600 dividido entre los segundos

Telémetro: distancia a partir del tiempo de recorrido del sonido

(11.15) OFICIAL

$$s = c \cdot t$$

El relámpago se ve prácticamente al instante; el trueno necesita casi 3 s por cada kilómetro. La escala telemétrica indica, para el tiempo cronometrado, la distancia en kilómetros.

Validez: velocidad del sonido en el aire a 20 °C: $343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; se desprecia el tiempo de recorrido de la luz.

s	Recorrido (distancia)	m
c	Velocidad del sonido (en el aire)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
t	Tiempo (cronometrado, entre la señal luminosa y el sonido)	s

EJEMPLO Entre el relámpago y el trueno se cronometran 6 s. ¿A qué distancia está la tormenta?

Datos: $c = 343\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\quad t = 6\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} s &= c \cdot t \\ &= 343\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s} \\ &\approx 2{,}06\,\mathrm{km} \end{aligned}$$

La tormenta está a unos 2 km.

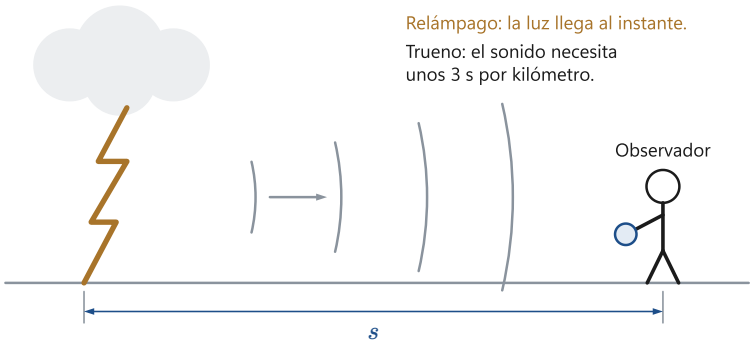


Fig. 11.8 Telémetro: del tiempo entre relámpago y trueno resulta la distancia s

Velocidad del sonido y temperatura

(11.16) ECUACIÓN NUMÉRICA AMPLIACIÓN

$$c \approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta$$

El sonido va más rápido en aire caliente. Las escalas telemétricas están calculadas para una temperatura fija, casi siempre 20 °C.

Validez: valores numéricos: ϑ en °C, c en $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; aire seco, de unos −20 °C a 40 °C.

c	Velocidad del sonido (en el aire, valor numérico en m por segundo)	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
ϑ	Temperatura (del aire, en °C)	$^\circ\mathrm{C}$

EJEMPLO ¿A qué velocidad va el sonido un día de invierno a −10 °C?

Datos: $\vartheta = -10^\circ\mathrm{C}$

$$\begin{aligned} c &\approx 331{,}3 + 0{,}606 \cdot \vartheta \\ &= 331{,}3 + 0{,}606 \cdot (-10) \\ &\approx 325{,}2\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

A unos $325\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, un 5 % menos que a 20 °C. Una escala telemétrica indica entonces un 5 % de más.

Pulsómetro

(11.17) OFICIAL

$$f_\mathrm{P} = \frac{N_\mathrm{P}}{t}$$

Poner en marcha el cronógrafo, contar el número de pulsaciones indicado en la escala y detener: la aguja señala las pulsaciones por minuto. La escala asmométrica cuenta del mismo modo las respiraciones.

f_P	Frecuencia del pulso	$\frac{1}{\mathrm{min}}$
N_P	Número de pulsaciones contadas (calibración de la escala, casi siempre 15 o 30)	1
t	Tiempo (cronometrado)	s

EJEMPLO Una escala pulsométrica está calibrada para 30 pulsaciones. Para 30 pulsaciones se cronometran 20 s. ¿Qué número figura en la escala?

Datos: $N_\mathrm{P} = 30; \quad t = 20\,\mathrm{s}$

$$\begin{aligned} f_\mathrm{P} &= \frac{N_\mathrm{P}}{t} \\ &= \frac{30}{20\,\mathrm{s}} \\ &= 1{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}} \\ &= 90\ \tfrac{1}{\mathrm{min}} \end{aligned}$$

La aguja señala 90 pulsaciones por minuto.

Minutos decimales

(11.18) ECUACIÓN NUMÉRICA OFICIAL

$$t_{\text{dez}} = \frac{t}{60}$$

t_{dez}	Tiempo en minutos como número decimal	min
t	Tiempo (cronometrado, en s)	s

Para los cronometrajes de trabajo, la escala decimal divide el minuto en 100 partes. Una centésima de minuto dura 0,6 s. Con minutos decimales los tiempos se suman sin conversiones y se multiplican por el número de piezas.

Validez: valores numéricos: t en s, resultado en min.

EJEMPLO Una operación dura 39 s. ¿Qué indica la escala decimal?

Datos: $t = 39\,\text{s}$

$$\begin{aligned} t_{\text{dez}} &= \frac{t}{60} \\ &= \frac{39}{60} \\ &= 0{,}65\,\text{min} \end{aligned}$$

0,65 min, es decir, 65 centésimas de minuto.

Regla: Tres segundos entre relámpago y trueno son aproximadamente un kilómetro.

12 Calidad y estadística

Un valor medido aislado dice poco. Solo una serie de medidas muestra dónde se sitúa de media una marcha, una medida o un proceso, y cuánto se dispersa. Con la media y la desviación típica se juzga si una fabricación cumple con seguridad su tolerancia y qué defectos deben eliminarse primero.

El capítulo se dirige sobre todo al examen de maestría y a la fabricación en serie. Aquí s es la desviación típica, no el espesor de la lámina; B, A y E son, en el análisis de fallos, índices de valoración.

12.1 Series de medidas

De una serie de medidas extraemos dos conclusiones: la posición (media) y la dispersión (rango, desviación típica). Como ejemplo sirve en esta sección una serie de diez valores de marcha en $\frac{\text{s}}{\text{d}}$: +4, +6, +3, +7, +5, +2, +6, +5, +8, +4.

Media aritmética

(12.1) OFICIAL

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Se suman todos los valores medidos y se dividen entre su número. La media tiene la misma unidad que los valores medidos. Como herramienta básica, la fórmula figura también en la sección 1.5.

$\bar{x}$	Media (aritmética)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum x_i$	Suma de todos los valores medidos (con signo)	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Número (de valores medidos)	1

EJEMPLO Los diez valores de marcha de la serie suman 50 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$. ¿Cuál es la marcha media?

Datos: $\sum x_i = 50\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $n = 10$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{50\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{10} \\ &= 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

De media, el reloj adelanta 5 s al día.

Rango

(12.2) OFICIAL

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

El rango es la medida más rápida de la dispersión. Pero solo depende de los dos valores extremos; un único valor atípico lo falsea.

R	Rango	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$x_{\max}$	Valor medido máximo	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$x_{\min}$	Valor medido mínimo	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$

EJEMPLO El mayor valor de marcha de la serie es +8 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$ y el menor, +2 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$.

Datos: $x_{\max} = 8\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $x_{\min} = 2\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

$$\begin{aligned}R &= x_{\max} - x_{\min} \\ &= 8\ \frac{\text{s}}{\text{d}} - 2\ \frac{\text{s}}{\text{d}} \\ &= 6\ \frac{\text{s}}{\text{d}}\end{aligned}$$

Los valores de marcha están en una banda de 6 s al día.

Desviación típica de la muestra

(12.3) MAESTRO

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

s	Desviación típica	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
$\sum (x_i - \bar{x})^2$	Suma de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media	$\frac{\text{s}^2}{\text{d}^2}$
n	Número (de valores medidos)	1

La desviación típica es la desviación media de los valores individuales respecto a la media, promediada cuadráticamente. Se divide entre $n - 1$ porque la media procede de la misma muestra.

Validez: muestra de un conjunto mayor; para una conclusión útil, al menos unos 10 valores, mejor 30 o más.

Conviene saber: Las calculadoras muestran esta magnitud como s o σ_{n-1}. La tecla σ_n divide entre n y solo vale si se han medido todas las piezas.

EJEMPLO Las desviaciones de los diez valores de marcha respecto a la media 5 son −1, +1, −2, +2, 0, −3, +1, 0, +3, −1. Sus cuadrados 1, 1, 4, 4, 0, 9, 1, 0, 9, 1 suman 30.

Datos: $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 30\ \frac{\text{s}^2}{\text{d}^2}$; $n = 10$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{30\ \frac{\text{s}^2}{\text{d}^2}}{10 - 1}}$$

$$\approx 1{,}83\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$$

Los valores de marcha se dispersan alrededor de la media con una desviación típica de unos 1,8 s al día.

Desviación típica de la media

(12.4) AMPLIACIÓN

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$s_{\bar{x}}$	Desviación típica de la media	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
s	Desviación típica	$\frac{\text{s}}{\text{d}}$
n	Número (de valores medidos)	1

La media de una serie de medidas se dispersa menos que un valor medido aislado. Cuatro veces más mediciones reducen su incertidumbre a la mitad.

Validez: valores medidos independientes entre sí.

EJEMPLO ¿Con qué fiabilidad se conoce la media de los diez valores de marcha si los valores individuales se dispersan con 1,83 $\frac{\text{s}}{\text{d}}$?

Datos: $s = 1{,}83\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$; $n = 10$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$= \frac{1{,}83\ \frac{\text{s}}{\text{d}}}{\sqrt{10}}$$

$$\approx 0{,}58\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$$

La media es fiable a unos 0,6 s al día. Con 40 mediciones serían 0,3 s al día.

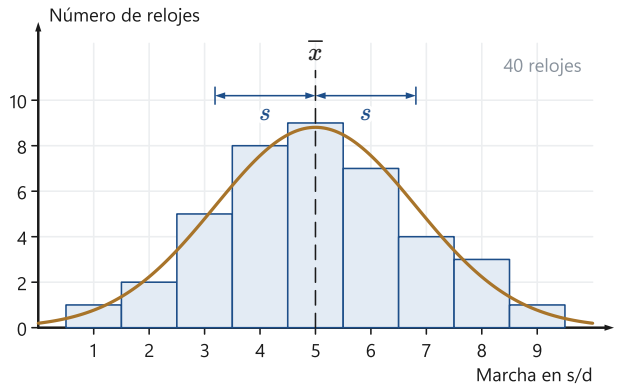


Fig. 12.1 Histograma de una serie de medidas de marcha de 40 relojes con campana de Gauss: $\bar{x} = 5{,}0\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$, $s = 1{,}8\ \frac{\text{s}}{\text{d}}$

Muchas magnitudes medidas se dispersan según la distribución normal, la campana de Gauss: los valores cercanos a la media son frecuentes; los alejados, raros. La desviación típica indica entonces qué fracción de los valores está en qué intervalo.

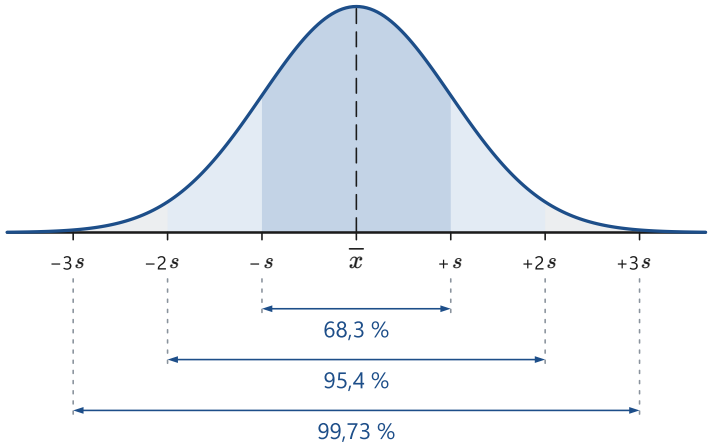


Fig. 12.2 Distribución normal: fracción de valores dentro de una, dos y tres desviaciones típicas alrededor de la media

Distribución normal: fracción de valores alrededor de la media

Intervalo	dentro	fuera
$\bar{x} \pm 1\,s$	68,3 %	31,7 %
$\bar{x} \pm 2\,s$	95,4 %	4,6 %
$\bar{x} \pm 3\,s$	99,73 %	0,27 %
$\bar{x} \pm 4\,s$	99,994 %	63 ppm

Vale para valores con distribución normal. 1 ppm es una parte por millón.

Regla: Dos tercios de todos los valores están dentro de una desviación típica alrededor de la media; casi todos, dentro de tres.

12.2 Capacidad de máquina y de proceso

La capacidad compara la tolerancia con la dispersión: ¿cabe la campana de Gauss con seguridad entre el límite inferior y el superior? Para la capacidad de máquina (C_m, C_mk) se mide una serie corta en condiciones iguales, normalmente 50 piezas seguidas. Para la capacidad de proceso (C_p, C_pk) se miden muestras durante un tiempo más largo. Las fórmulas son las mismas.

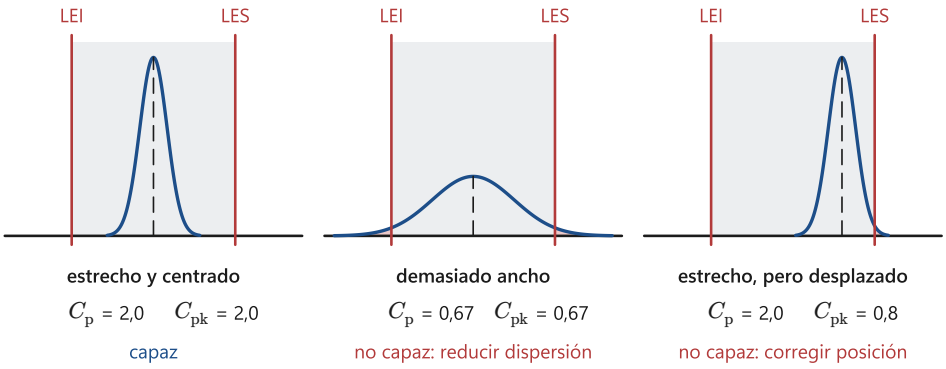


Fig. 12.3 Zona de tolerancia y distribución: un proceso solo es capaz si su dispersión es suficientemente estrecha y está centrado

Capacidad a partir de la tolerancia y la dispersión

(12.5) MAESTRO

$$C_\mathrm{p} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{6 \cdot s}$$

C_p	Capacidad de proceso (máquina: C_m)	1
OGW	Límite superior	µm
UGW	Límite inferior	µm
s	Desviación típica	µm

C_p indica cuántas veces cabe en la tolerancia la amplitud de dispersión de seis desviaciones típicas. Dónde está la media no influye.

Validez: valores medidos con distribución normal, proceso estable.

EJEMPLO Un pivote debe medir 0,100 mm ± 0,004 mm; los límites son, pues, 96 µm y 104 µm. Una serie de medidas da una desviación típica de 0,8 µm.

Datos: $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_\mathrm{p} &= \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{6 \cdot s} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{6 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &\approx 1{,}67 \end{aligned}$$

La tolerancia es 1,67 veces más ancha que la amplitud de dispersión: la dispersión es suficientemente pequeña.

Capacidad crítica respecto al límite superior

(12.6) MAESTRO

$$C_\mathrm{po} = \frac{\mathrm{OGW} - \bar{x}}{3 \cdot s}$$

C_po	Capacidad respecto al límite superior	1
OGW	Límite superior	µm
$\bar{x}$	Media (aritmética)	µm
s	Desviación típica	µm

La capacidad crítica C_pk tiene en cuenta también la posición. Es el menor de los dos valores C_po y C_pu: la distancia de la media al límite más cercano, medida en tres desviaciones típicas.

Validez: como en la fórmula anterior. Para la máquina, el valor menor se llama C_mk.

EJEMPLO Los pivotes del ejemplo anterior miden de media 101 µm.

Datos: $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}$; $\bar{x} = 101\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_\mathrm{po} &= \frac{\mathrm{OGW} - \bar{x}}{3 \cdot s} \\ &= \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 101\,\mu\mathrm{m}}{3 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &= 1{,}25 \end{aligned}$$

Hasta el límite superior solo quedan 1,25 veces la mitad de la amplitud de dispersión.

Capacidad crítica respecto al límite inferior

(12.7) MAESTRO

$$C_{\mathrm{pu}} = \frac{\bar{x} - \mathrm{UGW}}{3 \cdot s}$$

Si la media está exactamente en el centro de la tolerancia, ambos valores son iguales y tan grandes como C_{p}.

C_{pu}	Capacidad respecto al límite inferior	1
$\bar{x}$	Media (aritmética)	µm
UGW	Límite inferior	µm
s	Desviación típica	µm

EJEMPLO Los mismos pivotes, calculados ahora respecto al límite inferior.

Datos: $\bar{x} = 101\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$; $s = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{pu}} &= \frac{\bar{x} - \mathrm{UGW}}{3 \cdot s} \\ &= \frac{101\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{3 \cdot 0{,}8\,\mu\mathrm{m}} \\ &\approx 2{,}08 \end{aligned}$$

Vale el valor menor: $C_{\mathrm{pk}} = 1{,}25$. La dispersión sería suficientemente pequeña ($C_{\mathrm{p}} = 1{,}67$), pero el proceso está 1 µm demasiado alto y no cumple la exigencia de 1,33. Si se reajusta la máquina 1 µm, $C_{\mathrm{pk}} = C_{\mathrm{p}} = 1{,}67$.

Índices de capacidad: exigencias habituales (valores orientativos)

C_{pk}	Distancia al límite más cercano	Fracción defectuosa	Valoración
1,00	$3\,s$	0,27 %	capacidad limitada; normalmente no basta
1,33	$4\,s$	63 ppm	capaz; exigencia mínima habitual para el proceso
1,67	$5\,s$	0,6 ppm	exigencia mínima habitual para la máquina (C_{mk})
2,00	$6\,s$	0,002 ppm	muy seguro

Fracción defectuosa para un proceso centrado con distribución normal, ambos lados juntos. Lo determinante es lo acordado con el cliente.

Regla: C_{p} mide la dispersión; C_{pk}, dispersión y posición. C_{pk} nunca es mayor que C_{p}.

El gráfico de control vigila un proceso capaz: a intervalos fijos se mide una pequeña muestra y se anota su media. Mientras los puntos se dispersen sin patrón alrededor de la línea central y queden dentro de los límites de control, el proceso funciona sin perturbaciones. Los límites de control superior e inferior (LCS, LCI) suelen estar tres desviaciones típicas de la media, según la fórmula (12.4), por encima y por debajo de la línea central.

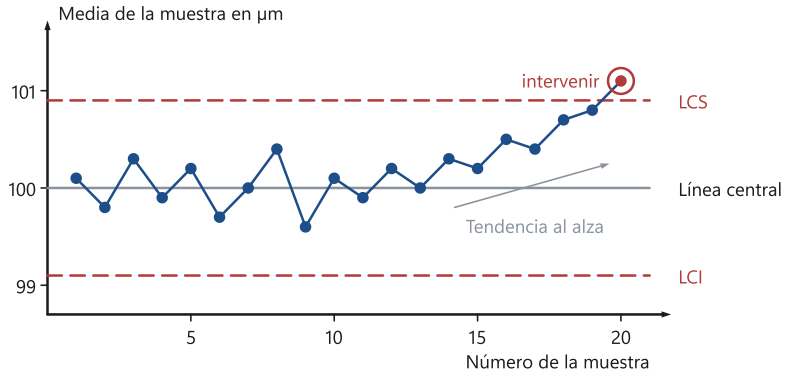


Fig. 12.4 Gráfico de control (principio): medias de las muestras con línea central y límites de control; una tendencia anuncia la perturbación

12.3 Fallos y riesgo

Las fracciones defectuosas se dan en porcentaje o, si son pequeñas, en ppm: partes por millón. El número de prioridad de riesgo del AMFE (análisis modal de fallos y efectos) ordena los fallos posibles según cuáles deben eliminarse primero.

Tasa de defectos

(12.8) OFICIAL

$$q = \frac{n_{\mathrm{F}}}{n}$$

Si solo se cuentan las piezas inservibles, la fracción se llama tasa de rechazo. Si se cuentan las piezas que deben retocarse, se llama tasa de retrabajo.

q	Tasa de defectos (fracción de piezas defectuosas)	ppm
n_{F}	Número de piezas defectuosas	1
n	Número (de piezas controladas)	1

EJEMPLO De 1200 pasadores de correa suministrados, 3 son demasiado cortos. ¿Cuál es la tasa de defectos?

Datos: $n_{\mathrm{F}} = 3; \quad n = 1200$

$$\begin{aligned} q &= \frac{n_{\mathrm{F}}}{n} \\ &= \frac{3}{1200} \\ &= 0{,}0025 \\ &= 2500\,\mathrm{ppm} \end{aligned}$$

2500 ppm, es decir, el 0,25 %.

Rendimiento a la primera de una operación

(12.9) MAESTRO

$$\mathrm{FPY} = 1 - q_{\mathrm{A}} - q_{\mathrm{N}}$$

El rendimiento a la primera solo cuenta las piezas buenas sin retrabajo. Las piezas retocadas son al final utilizables, pero han costado tiempo y dinero.

FPY	Rendimiento a la primera (First Pass Yield: fracción de piezas buenas en la primera pasada)	%
q_{A}	Tasa de rechazo	%
q_{N}	Tasa de retrabajo	%

EJEMPLO Al tornear ejes hay un 1,5 % de rechazo y otro 2,5 % debe retocarse.

Datos: $q_{\mathrm{A}} = 1{,}5\,\%; \quad q_{\mathrm{N}} = 2{,}5\,\%$

$$\begin{aligned} \mathrm{FPY} &= 1 - q_{\mathrm{A}} - q_{\mathrm{N}} \\ &= 1 - 1{,}5\,\% - 2{,}5\,\% \\ &= 96\,\% \end{aligned}$$

El 96 % de los ejes salen bien a la primera.

Rendimiento a la primera en varias operaciones

(12.10) MAESTRO

$$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}} = \mathrm{FPY}_1 \cdot \mathrm{FPY}_2 \cdot \mathrm{FPY}_3$$

Una pieza solo sale bien a la primera si pasa sin fallos por todas las operaciones. Por eso los rendimientos a la primera se multiplican; con más operaciones se añaden más factores.

Validez: fallos de las operaciones independientes entre sí.

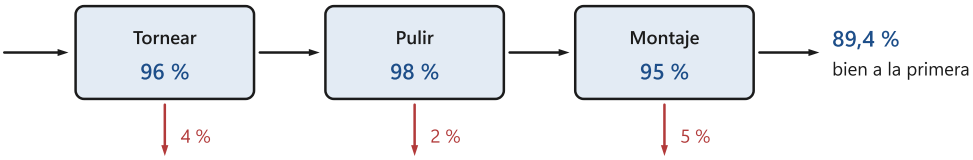
$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}}$	Rendimiento a la primera de todas las operaciones	%
FPY_1	Rendimiento a la primera de la primera operación	%
FPY_2	Rendimiento a la primera de la segunda operación	%
FPY_3	Rendimiento a la primera de la tercera operación	%

EJEMPLO Un eje se tornea (rendimiento a la primera 96 %), se pule (98 %) y se monta (95 %).

Datos: $\mathrm{FPY}_1 = 96\,\%$; $\mathrm{FPY}_2 = 98\,\%$; $\mathrm{FPY}_3 = 95\,\%$

$$\begin{aligned}\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}} &= \mathrm{FPY}_1 \cdot \mathrm{FPY}_2 \cdot \mathrm{FPY}_3 \\ &= 96\,\% \cdot 98\,\% \cdot 95\,\% \\ &\approx 89{,}4\,\%\end{aligned}$$

Solo el 89,4 % de las piezas pasan sin fallos, aunque cada operación por separado parezca buena. Una de cada diez piezas cuesta retrabajo o es rechazo.



rojo: rechazo y retrabajo por operación

Fig. 12.5 Rendimiento a la primera en tres operaciones: $0{,}96 \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}95 = 0{,}894$

Número de prioridad de riesgo (AMFE)

(12.11) MAESTRO

$$\mathrm{RPZ} = B \cdot A \cdot E$$

Cada fallo posible recibe tres índices de valoración de 1 (inofensivo, raro, detectado con seguridad) a 10 (muy grave, muy frecuente, indetectable). Cuanto mayor el producto, más urgente la medida correctora.

Validez: valoración según un catálogo fijo, siempre en equipo y siempre con los mismos criterios; solo así los números son comparables.

RPZ	Número de prioridad de riesgo (1 … 1000)	1
B	Gravedad de la consecuencia del fallo (1 … 10)	1
A	Ocurrencia de la causa del fallo (1 … 10)	1
E	Detección antes de la entrega (1 … 10)	1

Atención: El NPR es una clasificación, no un valor medido. Los fallos de consecuencia muy grave (B = 9 o 10) se tratan siempre, aunque el NPR sea pequeño. Por eso las normas AMFE más recientes leen la urgencia en una tabla (prioridad de acción) en lugar de multiplicar los tres números.

EJEMPLO Fallo posible: al cambiar la pila se aplasta la junta del fondo y más tarde entra agua. Valoración: gravedad 8 (movimiento destruido), ocurrencia 3 (raro), detección 4 (solo control visual).

Datos: $B = 8$; $A = 3$; $E = 4$

$$\begin{aligned}\mathrm{RPZ} &= B \cdot A \cdot E \\ &= 8 \cdot 3 \cdot 4 \\ &= 96\end{aligned}$$

NPR = 96. Si cada reloj se somete a una prueba de hermeticidad tras cerrarlo, E baja a 1 y el NPR a 24.

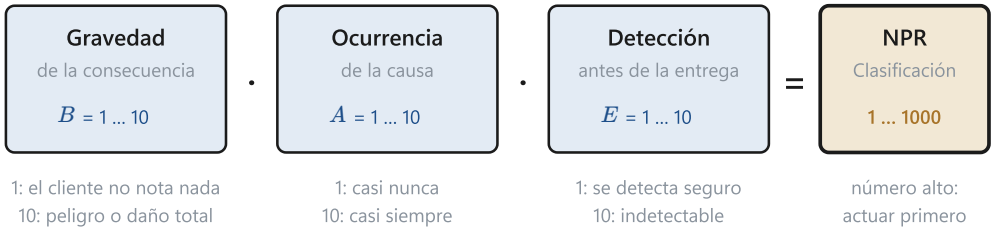


Fig. 12.6 Número de prioridad de riesgo del AMFE: se multiplican tres valoraciones de 1 a 10

12.4 Instrumentos y condiciones de medición

Un valor medido solo es tan bueno como el instrumento y las condiciones de medición. Antes de cada medición hay dos preguntas: ¿es el instrumento suficientemente fino para la tolerancia? ¿Y tienen la pieza y el instrumento la temperatura de referencia de 20 °C?

Regla de oro de la metrología

(12.12) OFICIAL

$$U_{\max} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{10}$$

La incertidumbre de medida no debe superar una décima parte de la tolerancia. Así la tolerancia queda casi entera para la fabricación.

$U_{\max}$	Incertidumbre de medida admisible del instrumento	µm
OGW	Límite superior	µm
UGW	Límite inferior	µm

Validez: regla práctica; con tolerancias muy estrechas se admite, si es preciso, una quinta parte. La división de la escala o el paso de los dígitos debe ser al menos igual de fino, porque la incertidumbre de medida suele ser mayor que la resolución.

EJEMPLO Un pivote debe medir 0,100 mm ± 0,004 mm; los límites son, pues, 96 µm y 104 µm. ¿Qué precisión debe tener el instrumento?

Datos: $\mathrm{OGW} = 104\,\mu\mathrm{m}$; $\mathrm{UGW} = 96\,\mu\mathrm{m}$

$$U_{\max} = \frac{\mathrm{OGW} - \mathrm{UGW}}{10} = \frac{104\,\mu\mathrm{m} - 96\,\mu\mathrm{m}}{10} = 0{,}8\,\mu\mathrm{m}$$

La incertidumbre de medida no debe superar 0,8 µm. Un micrómetro de exteriores con división de 0,01 mm no basta; se necesita un instrumento que mida con seguridad por debajo de 1 µm.

Influencia de la temperatura al medir

(12.13) OFICIAL

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta\vartheta$$

Las medidas valen a 20 °C. Una pieza más caliente mide de más; una más fría, de menos. Es la dilatación lineal según la fórmula (2.55); los valores de los materiales figuran en la sección 2.8.

Validez: pieza calentada de forma uniforme, instrumento a 20 °C. Si la pieza y el instrumento tienen la misma temperatura y el mismo coeficiente de dilatación, el error se anula.

Δl	Variación de longitud	$\mu\mathrm{m}$
α	Coeficiente de dilatación lineal	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
l	Longitud (medida tomada)	mm
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura (aquí: desviación respecto a 20 °C)	K

EJEMPLO Una platina de latón de 30 mm de diámetro ($\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$) llega templada de la mano, a 30 °C, al instrumento, es decir, 10 K demasiado caliente.

Datos: $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$; $\quad l = 30\,\mathrm{mm}$; $\quad \Delta\vartheta = 10\,\mathrm{K}$

$$\begin{aligned}\Delta l &= \alpha \cdot l \cdot \Delta\vartheta \\ &= 19 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{1}{\mathrm{K}} \cdot 30\,\mathrm{mm} \cdot 10\,\mathrm{K} \\ &\approx 5{,}7\,\mu\mathrm{m}\end{aligned}$$

La platina mide 5,7 µm de más. Es más de lo que algunos ajustes tienen de tolerancia. Dejar que las piezas tomen la temperatura ambiente antes de medir y no tenerlas en la mano más de lo necesario.

Símbolos

Todos los símbolos de este formulario con su significado, unidad habitual y capítulo. Un mismo símbolo puede significar cosas distintas en capítulos distintos; lo determinante es siempre la tabla de magnitudes de cada fórmula.

A	Área	mm^2	Cap. 1, 2
A	Amplitud	$^\circ$, rad	Cap. 5, 6, 7, 8
A	Superficie	cm^2, mm^2, m^2	Cap. 9, 10
A	Ocurrencia de la causa del fallo	1	Cap. 12
ΔA	Caída de amplitud	$^\circ$	Cap. 8
a	Lado	mm	Cap. 1
a	Semieje	mm	Cap. 1
a	Cateto	mm	Cap. 1
a	Distancia entre centros	mm	Cap. 1, 7
a	Aceleración	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 2
a	Distancia	mm, m	Cap. 2, 6, 9
a	distancia entre centros	mm	Cap. 4
a	Fracción de tiempo en posiciones horizontales	1	Cap. 8
a	Edad de la Luna	d	Cap. 11
A_0	Amplitud inicial	$^\circ$	Cap. 5
A_0	Amplitud con cuerda completa	$^\circ$	Cap. 8
A_1	Amplitud antes	rad	Cap. 6
A_2	Amplitud después	rad	Cap. 6
A_{24}	Amplitud tras 24 horas de funcionamiento	$^\circ$	Cap. 8
α	Ángulo	$^\circ$	Cap. 1
α	Ángulo central	$^\circ$	Cap. 1
α	Ángulo de inclinación	$^\circ$	Cap. 2
α	Coeficiente de dilatación lineal	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 2, 6, 12
α	Ángulo de presión	$^\circ$	Cap. 4
α	Ángulo del cono	$^\circ$	Cap. 9
α	Ángulo de doblado	$^\circ$	Cap. 9
α_1	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia abajo	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 6
α_2	Coeficiente de dilatación lineal de las piezas que actúan hacia arriba	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 6
α_{20}	Coeficiente de temperatura de la resistencia	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 10
α_S	Coeficiente de dilatación lineal de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 5
α_U	Coeficiente de dilatación lineal del volante	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 5
a_max	Distancia entre las superficies de apoyo	mm	Cap. 9
a_min	Distancia entre las superficies de apoyo	mm	Cap. 9
A_N	Amplitud tras N_S oscilaciones	$^\circ$	Cap. 5
a_p	Profundidad de pasada	mm	Cap. 9
a_U	Distancia entre centros de áncora y volante	mm	Cap. 7
A_Z	Amplitud indicada por el cronocomparador	$^\circ$	Cap. 8
B	Densidad de flujo magnético	$\frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{m}^2}$	Cap. 8
B	Ángulo anual	$^\circ$	Cap. 11
B	Gravedad de la consecuencia del fallo	1	Cap. 12

b	Semieje	mm	Cap. 1
b	Cateto	mm	Cap. 1
b	Lado	mm	Cap. 1
b	Altura de la lámina	mm	Cap. 2, 3, 5
b	Golpes en cada media hora	1	Cap. 4
b_1	Altura de la lámina del muelle original	mm	Cap. 3
b_2	Altura de la lámina del muelle de sustitución	mm	Cap. 3
β	Ángulo	$^\circ$	Cap. 1, 5
β	Ángulo de cuña	$^\circ$	Cap. 2
β	Coeficiente de temperatura del cuarzo	$\frac{\mathrm{ppm}}{\mathrm{K^2}}$	Cap. 10
β_B	Recorrido del áncora de tope a tope	$^\circ$	Cap. 7
β_E	Coeficiente de temperatura del módulo de elasticidad de la espiral	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 5
β_G	Ángulo del áncora mientras la elipse está en la horquilla	$^\circ$	Cap. 7
β_H	Impulso en el áncora	$^\circ$	Cap. 7
β_R	Reposo	$^\circ$	Cap. 7
β_V	recorrido perdido	$^\circ$	Cap. 7
b_K	Anchura de la paleta, medida en la periferia de la rueda	mm	Cap. 7
C	Coeficiente de temperatura de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d\cdot K}}$	Cap. 5, 8
C	Conicidad	1	Cap. 9
C	Capacidad	F	Cap. 10
c	Lado	mm	Cap. 1
c	Hipotenusa	mm	Cap. 1
c	hipotenusa	mm	Cap. 1
c	Rigidez del resorte	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$	Cap. 2
c	rigidez del resorte	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}$	Cap. 2
c	Juego de cabeza entre la cabeza de la rueda y el fondo del piñón	mm	Cap. 4
c	Velocidad del sonido	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 11
C_1	Primera capacidad parcial	F	Cap. 10
C_2	Segunda capacidad parcial	F	Cap. 10
C_3	Tercera capacidad parcial	F	Cap. 10
C_N	Capacidad nominal de la pila	mAh	Cap. 10
C_p	Capacidad de proceso	1	Cap. 12
C_po	Capacidad respecto al límite superior	1	Cap. 12
C_pu	Capacidad respecto al límite inferior	1	Cap. 12
D	Diámetro	mm	Cap. 1, 9
D	Par recuperador	$\frac{\mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$, $\frac{\mathrm{\mu N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 2, 5, 7
D	Diferencia vertical–horizontal	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
ΔD	Variación del par recuperador	$\frac{\mathrm{\mu N\cdot m}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 5
d	Diámetro	mm	Cap. 1, 2, 3, 8, 9
d	Diámetro primitivo	mm	Cap. 4
d	Distancia	m	Cap. 10
d'_a	Diámetro de cabeza del piñón	mm	Cap. 4
d'_f	Diámetro de pie del piñón	mm	Cap. 4
d_2	Diámetro de flancos	mm	Cap. 9
d_3	Diámetro del núcleo	mm	Cap. 9
d_a	Diámetro de cabeza	mm	Cap. 4

d_a	Diámetro de la espira exterior	mm	Cap. 5
d_a	Diámetro exterior del cilindro	mm	Cap. 7
d_b	Diámetro del círculo base	mm	Cap. 4
d_f	Diámetro de pie	mm	Cap. 4
d_i	Diámetro de la espira interior	mm	Cap. 5
d_i	Diámetro	mm	Cap. 9
d_K	Diámetro del agujero previo	mm	Cap. 9
d_m	Medida entre las superficies de medición	mm	Cap. 4
d_S	Grosor del cable o de la cuerda	mm	Cap. 3
d_w	Diámetro efectivo del tambor	mm	Cap. 3
E	Módulo de elasticidad	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2, 3, 5
E	Ecuación de tiempo	min	Cap. 11
E	Detección antes de la entrega	1	Cap. 12
e	Medida entre aristas	mm	Cap. 1
e	Radio de la curva terminal	mm	Cap. 5
e	Desplazamiento del contrapunto	mm	Cap. 9
E_F	Energía del resorte tensado	mJ, J	Cap. 2
E_kin	Energía cinética	J	Cap. 2
E_pot	Energía potencial	J	Cap. 2
E_rot	Energía de rotación	J	Cap. 2
η	Rendimiento	1	Cap. 2, 3, 4, 7
η	Rendimiento de corriente	1	Cap. 9
η_1	Rendimiento de la primera etapa	1	Cap. 2
η_2	Rendimiento de la segunda etapa	1	Cap. 2
η_3	Rendimiento de la tercera etapa	1	Cap. 2
η_F	Rendimiento del muelle en el barrilete	1	Cap. 3
η_ges	Rendimiento total	1	Cap. 2
η_ges	Rendimiento total del tren de engranajes	1	Cap. 4
F	Fuerza	N	Cap. 2, 8
F	Constante de Faraday	$\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}$	Cap. 9
Δf	Desviación de frecuencia	Hz	Cap. 10
f	Frecuencia	Hz	Cap. 1, 5, 8, 10
f	Avance por revolución	mm	Cap. 9
F_1	Primera fuerza	N	Cap. 2
F_2	Segunda fuerza	N	Cap. 2
f_aus	Frecuencia a la salida del divisor	Hz	Cap. 10
F_G	Peso	N	Cap. 2
F_H	Fuerza descendente	N	Cap. 2
f_ist	Frecuencia medida	Hz	Cap. 5
f_M	Frecuencia de los impulsos del motor	Hz	Cap. 10
F_N	Fuerza normal	N	Cap. 2
F_N	fuerza normal	N	Cap. 2
f_P	Frecuencia del pulso	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 11
FPY	Rendimiento a la primera	$\%$	Cap. 12
FPY_1	Rendimiento a la primera de la primera operación	$\%$	Cap. 12

FPY_2	Rendimiento a la primera de la segunda operación	$\%$	Cap. 12
FPY_3	Rendimiento a la primera de la tercera operación	$\%$	Cap. 12
$\mathrm{FPY}_{\mathrm{ges}}$	Rendimiento a la primera de todas las operaciones	$\%$	Cap. 12
F_{Q}	Carga perpendicular a la base	N	Cap. 2
F_{R}	Resultante	N	Cap. 2
F_{R}	Fuerza de rozamiento	N	Cap. 2
F_{R0}	Fuerza máxima de rozamiento estático	N	Cap. 2
f_{soll}	Frecuencia nominal	Hz	Cap. 5
f_{z}	Avance por diente	mm	Cap. 9
G	Marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 1, 5, 8, 10, 11
G	Módulo de cizalladura	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
G	Marcha del reloj en segundos por día	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 6
ΔG	Variación de marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5, 6, 10
ΔG	Error de isocronismo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
Δg	Variación de la aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 6
$\bar{G}$	Marcha media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 2, 3, 5, 6, 8
g	Aceleración de la gravedad en el lugar anterior	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Cap. 6
G_0	Marcha con cuerda completa	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_1	Marcha a la temperatura más baja	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
G_1	Marcha el primer día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{15}	Marcha el último día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_2	Marcha a la temperatura más alta	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
G_2	Marcha el segundo día de control	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{24}	Marcha tras 24 horas de funcionamiento	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{38}	Marcha a 38 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_8	Marcha a 8 °C	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
γ	Ángulo	$^\circ$	Cap. 1, 2
γ	Coeficiente de dilatación volumétrica	$\frac{1}{\mathrm{K}}$	Cap. 2
γ	Medio ángulo de abarque	$^\circ$	Cap. 7
γ_{F}	Caída	$^\circ, \mathrm{rad}$	Cap. 7
γ_{H}	Impulso en la rueda	$^\circ$	Cap. 7
G_{f}	Marcha media de las posiciones horizontales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{h}	Marcha media de las posiciones verticales	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
ΔG_{L}	Diferencia máxima entre posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{m}	Marcha a la temperatura media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
G_{max}	Marcha máxima de todas las posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{min}	Marcha mínima de todas las posiciones	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{o}	Medida máxima	mm	Cap. 9
G_{oB}	Medida máxima	mm	Cap. 9
G_{oW}	Medida máxima	mm	Cap. 9
G_{T}	Marcha esperada en uso	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
G_{uB}	Medida mínima	mm	Cap. 9
G_{uW}	Medida mínima	mm	Cap. 9
ΔG_{W}	Recuperación de la marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8

H	Intensidad de campo magnético	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	Cap. 8
h	Flecha	mm	Cap. 1
h	Altura	mm, m	Cap. 1, 2, 3, 8
h	Altitud	m	Cap. 6
h_a	Altura	mm	Cap. 1
I	Momento de inercia de superficie	mm^4	Cap. 2
I	momento de inercia de superficie	mm^4	Cap. 2
I	Intensidad de corriente	A, mA	Cap. 9, 10
i	Relación de transmisión	1	Cap. 4
i	Número	1	Cap. 9
i	Relación	1	Cap. 9
i_G	Relación de transmisión en la posición central	1	Cap. 7
i_ges	Relación de transmisión total	1	Cap. 4
I_IC	Consumo del circuito con oscilador	$\mu\mathrm{A}$	Cap. 10
I_Imp	Corriente por la bobina durante el impulso	mA	Cap. 10
I_m	Consumo medio del movimiento	$\mu\mathrm{A}$	Cap. 10
i_R	Reducción de la cuerda automática	1	Cap. 3
i_U	Reducción	1	Cap. 10
i_W	Relación de transmisión de la rueda de clavijas al volante de aletas	1	Cap. 4
J	Momento de inercia	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$, $\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 2, 5
ΔJ	Variación del momento de inercia	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 5
j	Juego entre flancos sobre el círculo primitivo	mm	Cap. 4
j	Densidad de corriente	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{dm^2}}$	Cap. 9
J_A	Momento de inercia respecto al eje de giro	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, $\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Cap. 2, 6
J_S	Momento de inercia respecto al eje paralelo que pasa por el centro de gravedad	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$, $\mathrm{kg{\cdot}m^2}$	Cap. 2, 6
J_Z	Momento de inercia conocido del disco montado	$\mathrm{mg{\cdot}cm^2}$	Cap. 5
K	Valor CGS de la espiral	$\frac{\mathrm{N{\cdot}mm^3}}{\mathrm{rad}}$	Cap. 5
K	Quilates	1	Cap. 9
k	Número	1	Cap. 3, 4, 11
k	Suplemento de cabeza	1	Cap. 4
k	Última hora tocada	1	Cap. 4
k	Abarque en pasos	1	Cap. 7
k	Factor de corrección	1	Cap. 9
k'	Suplemento de cabeza del piñón	1	Cap. 4
k_A	Factor de amplitud del desequilibrio	1	Cap. 5
k_F	Grado de llenado: fracción de la superficie libre que cubre el muelle	1	Cap. 3
L	Longitud	mm	Cap. 9
Δl	Variación de longitud	mm, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 2, 5, 6, 12
Δl	Desplazamiento de la lenteja en mm	mm	Cap. 6
l	Longitud	mm, m	Cap. 2, 3, 5, 9, 10, 12
l	Longitud del péndulo	m, mm	Cap. 6
l	Longitud del péndulo en mm	mm	Cap. 6

l_0	Longitud inicial	mm	Cap. 2
l_1	Primer brazo de palanca	mm	Cap. 2
l_1	Longitud activa en la prueba	mm	Cap. 5
l_1	Longitud total de las piezas que actúan hacia abajo	m	Cap. 6
l_2	Segundo brazo de palanca	mm	Cap. 2
l_2	Longitud activa necesaria	mm	Cap. 5
l_2	Longitud total de las piezas que actúan hacia arriba	m	Cap. 6
λ	Ángulo de levantamiento	$^\circ$	Cap. 7, 8
λ	Longitud geográfica del lugar	$^\circ$	Cap. 11
λ_Z	Ángulo de levantamiento ajustado en el cronocomparador	$^\circ$	Cap. 8
λ_Z	Longitud geográfica del meridiano del huso	$^\circ$	Cap. 11
l_B	Longitud de arco	mm	Cap. 1
l_B	Longitud	mm	Cap. 9
l_G	Longitud de la horquilla	mm	Cap. 7
l_max	Longitud	mm	Cap. 9
l_min	Longitud	mm	Cap. 9
l_P	Distancia entre los dos puntos de contacto	mm	Cap. 7
l_r	longitud reducida del péndulo	m	Cap. 6
L_W	Longitud	mm	Cap. 9
l_Z	Longitud de un diente	mm	Cap. 7
M	Par	$\mathrm{N{\cdot}mm}$, $\mathrm{N{\cdot}m}$, $\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Cap. 2, 3, 4, 5
M	Masa molar del metal depositado	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$	Cap. 9
Δm	Masa de la pesa de ajuste	g	Cap. 6
m	Masa	g, kg, mg	Cap. 1, 2, 3, 5, 6, 9
m	Módulo	mm	Cap. 4
M'	Par en el eje del piñón accionado	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 4
M_1	Par del muelle original	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
m_1	Módulo del engrane cañón de minutos y rueda de minutería	mm	Cap. 4
m_1	Masa	g	Cap. 9
M_2	Par del muelle de sustitución	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
m_2	Módulo del engrane piñón de minutería y rueda de horas	mm	Cap. 4
m_2	Masa	g	Cap. 9
ei	Diferencia inferior	mm	Cap. 9
es	Diferencia superior	mm	Cap. 9
M_b	Momento flector	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
M_F	Par del barrilete en el mismo instante	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
M_F	Par en el barrilete	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 4
m_f	Peso fino	g	Cap. 9
M_H	Par en la rueda de escape	$\mathrm{\mu N{\cdot}m}$	Cap. 4, 7
m_L	Masa	g	Cap. 1
M_m	Par medio a lo largo de esas vueltas	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
M_max	Par máximo transmisible elásticamente	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
M_R	Par de rozamiento	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
M_S	Par en el caracol	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 3
m_S	Masa de un tornillo	mg	Cap. 5

M_t	Momento torsor	$\mathrm{N{\cdot}mm}$	Cap. 2
μ	Coeficiente de rozamiento	1	Cap. 2, 7
μ	coeficiente de rozamiento	1	Cap. 2
m_u	Sobrepeso	$\mathrm{\mu g}$	Cap. 5
μ_0	Coeficiente de rozamiento estático	1	Cap. 2
μ_0	Constante magnética	$\frac{\mathrm{V{\cdot}s}}{\mathrm{A{\cdot}m}}$	Cap. 8
m_W	Lectura de la balanza con la pieza totalmente sumergida en agua	g	Cap. 1
m_zu	Masa	g	Cap. 9
N	Vueltas	1	Cap. 3, 6
N	Número	1	Cap. 4, 5, 10
N	Medida nominal	mm	Cap. 9
N	Número del día en el año	1	Cap. 11
n	Número	1	Cap. 1, 8, 10, 12
n	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{min}}$, $\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 2, 4, 9
n'	Velocidad de giro del piñón accionado	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 4
n_1	Número de alternancias en la prueba	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 5
N_{12}	Golpes de las horas en 12 horas	1	Cap. 4
n_2	Número de alternancias	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 5
N_A	Golpes por vuelta de la rueda motriz	1	Cap. 4
N_ab	Espiras del muelle desarmado	1	Cap. 3
N_auf	Espiras del muelle armado	1	Cap. 3
N_d	Golpes en 24 horas	1	Cap. 4
N_d	Número de días del ciclo	1	Cap. 11
n_d	Golpes por día	$\frac{1}{\mathrm{d}}$	Cap. 4
N_E	Número de curva terminal	1	Cap. 5
n_F	Número de años hasta que el calendario se desvía un día del año solar	1	Cap. 11
n_F	Número de piezas defectuosas	1	Cap. 12
n_G	Número de hilos	$\frac{1}{\mathrm{in}}$	Cap. 9
n_H	Velocidad de giro de la rueda de escape	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 4, 7
n_h	Número de alternancias	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 1, 4, 5, 6, 7
n_h	Número de alternancias por minuto	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 6
n_ist	Número de alternancias medido	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 8
N_K	Vueltas de la corona	1	Cap. 3
n_K	Vueltas de manivela por paso de división	1	Cap. 9
N_L	Número de líneas	1	Cap. 1
N_L	Número de agujeros del círculo de agujeros	1	Cap. 9
n_L	Intervalos entre agujeros por paso de división	1	Cap. 9
N_M	Vueltas de la aguja de minutos	1	Cap. 3
n_M	Velocidad de giro de la rueda de centro	$\frac{1}{\mathrm{h}}$	Cap. 4
N_max	Número máximo posible de vueltas del barrilete	1	Cap. 3
N_P	Número de pulsaciones contadas	1	Cap. 11
N_R	Vueltas del rotor	1	Cap. 3
n_R	Velocidad de giro	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 10
N_S	Número de oscilaciones completas	1	Cap. 5
n_S	Velocidad de giro de la rueda de segundos	$\frac{1}{\mathrm{min}}$	Cap. 4, 10

n_{S}	Número de años bisiestos en el ciclo	1	Cap. 11
N_{Sch}	Golpes por vuelta de la rueda contadora	1	Cap. 4
n_{soll}	Número de alternancias nominal	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{h}}$	Cap. 8
ν	Coeficiente de seguridad	1	Cap. 2
N_{W}	Revoluciones del tambor	1	Cap. 3
n_{Z}	Número de años del ciclo	1	Cap. 11
OGW	Límite superior	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
ω	Velocidad angular	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
ω	pulsación	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 5
$\omega_{\max}$	Velocidad angular del volante al pasar por la posición de reposo	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Cap. 5
$\overline{\Delta G}$	Variación media de marcha	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
P	Potencia	W, $\mu\mathrm{W}$	Cap. 2, 3, 5, 10
P	Paso de rosca	mm	Cap. 6, 9
p	Desviación relativa	$\%$	Cap. 1
p	Presión	bar	Cap. 2, 8
p	Presión superficial	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
p	Paso	mm	Cap. 4
p	Separación entre espiras	mm	Cap. 5
$P_{\mathrm{A,máx}}$	Apriete máximo	mm	Cap. 9
$P_{\mathrm{A,mín}}$	Apriete mínimo	mm	Cap. 9
P_{ab}	Potencia entregada	W	Cap. 2
p_{dyn}	Presión dinámica	bar	Cap. 8
P_{SH}	Juego máximo	mm	Cap. 9
P_{SM}	Juego mínimo	mm	Cap. 9
P_{U}	Potencia que llega al volante o al péndulo	$\mu\mathrm{W}$	Cap. 3
P_{zu}	Potencia suministrada	W	Cap. 2
Q	Factor de calidad	1	Cap. 5, 7
Q	Volumen de viruta por unidad de tiempo	$\frac{\mathrm{mm}^3}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
Q	Carga	C	Cap. 10
q	Tasa de defectos	ppm	Cap. 12
q_{A}	Tasa de rechazo	$\%$	Cap. 12
q_{N}	Tasa de retrabajo	$\%$	Cap. 12
R	Radio interior	mm	Cap. 3
R	Radio	mm	Cap. 7
R	Resistencia	Ω	Cap. 10
R	Rango	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
Δr	Desplazamiento del centro de gravedad	mm	Cap. 5
r	Radio	mm, m	Cap. 1, 2, 3, 5
r	Brazo de palanca	mm	Cap. 2
r	Distancia	mm	Cap. 2
r	Radio de doblado	mm	Cap. 9
R_1	Primera resistencia parcial	Ω	Cap. 10
R_2	Segunda resistencia parcial	Ω	Cap. 10
R_{20}	Resistencia a 20 °C	Ω	Cap. 10
R_3	Tercera resistencia parcial	Ω	Cap. 10

r_A	Brazo del áncora	mm	Cap. 7
r_a	Radio exterior	mm	Cap. 2
r_a	Radio de la espira exterior	mm	Cap. 5
R_e	Límite elástico	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
r_E	Radio de la elipse respecto al eje del volante	mm	Cap. 7
r_F	Radio del barrilete	mm	Cap. 3
ρ	Ángulo de rozamiento	$^\circ$	Cap. 2, 7
ρ	Radio	mm	Cap. 3
ρ	Resistividad del material	$\frac{\Omega\cdot\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$	Cap. 10
R_i	Resistencia interna de la pila	Ω	Cap. 10
r_i	Radio interior	mm	Cap. 2
r_i	Radio interior del paquete del muelle desarmado	mm	Cap. 3
r_i	Radio de la espira interior	mm	Cap. 5
R_L	Resistencia de carga	Ω	Cap. 10
RPZ	Número de prioridad de riesgo	1	Cap. 12
r_S	Radio efectivo del caracol en el punto donde se desenrolla la cadena	mm	Cap. 3
r_S	Distancia de su centro de gravedad al eje del volante	mm	Cap. 5
r_u	Distancia del sobrepeso al eje del volante	mm	Cap. 5
R_ϑ	Resistencia a la temperatura ϑ	Ω	Cap. 10
S	Error secundario	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 5
S	Estado	s	Cap. 8
ΔS	Variación del estado	s	Cap. 8
Δs	Variación del espesor de la lámina	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 5
s	Cuerda	mm	Cap. 1
s	Entrecaras	mm	Cap. 1
s	Recorrido	m, km	Cap. 2, 11
s	Deformación del resorte	mm	Cap. 2
s	Espesor de la lámina	mm	Cap. 2, 3, 5
s	espesor de la lámina	mm, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 2, 5
s	Espesor del diente	mm	Cap. 4
s	Espesor	mm, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 9
s	Desviación típica	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
s'	Espesor del diente del piñón sobre el círculo primitivo	mm	Cap. 4
S_1	Estado en la primera lectura	s	Cap. 8
s_1	Espesor de la lámina del muelle original	mm	Cap. 3
S_2	Estado en la segunda lectura	s	Cap. 8
s_2	Espesor de la lámina del muelle de sustitución	mm	Cap. 3
s_E	Autodescarga	$\frac{\%}{\mathrm{a}}$	Cap. 10
s_F	Caída como recorrido	mm	Cap. 7
S_h	Juego axial	mm	Cap. 9
$S_\mathrm{h,max}$	Juego axial	mm	Cap. 9
$S_\mathrm{h,min}$	Juego axial	mm	Cap. 9
σ	Tensión	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
σ_b	Tensión de flexión máxima	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
σ_zul	Tensión admisible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
σ_zul	Tensión de flexión admisible	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 3

$\sum (x_i - \bar{x})^2$	Suma de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media	$\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{d}^2}$	Cap. 12
$\sum G_i$	Suma de las marchas individuales, con signo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
$\sum \lvert G_{2k} - G_{2k-1} \rvert$	Suma de los cinco valores absolutos: diferencia entre las dos marchas diarias de cada posición	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
$\sum x_i$	Suma de todos los valores medidos	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 1, 12
$s_{\bar{x}}$	Desviación típica de la media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
T	Período de oscilación	s	Cap. 5, 6
T	Tolerancia	mm	Cap. 9
Δt	Intervalo de tiempo	s	Cap. 2
Δt	Desviación de la indicación respecto a la edad real de la Luna	d	Cap. 4
Δt	Desfase de las alternancias respecto a la frecuencia patrón durante el tiempo de medición	ms	Cap. 8
Δt	Diferencia de hora local	min	Cap. 11
t	Tiempo	h, s, d	Cap. 1, 2, 5, 8, 9, 10, 11
t'_{U}	Período de revolución del piñón	s	Cap. 4
T_0	Período de oscilación con amplitud muy pequeña	s	Cap. 6
T_1	Período de oscilación sin disco	s	Cap. 5
t_1	Instante de la primera lectura	d	Cap. 8
t_1	Duración de una semioscilación	ms	Cap. 8
T_2	Período de oscilación con disco	s	Cap. 5
t_2	Instante de la segunda lectura	d	Cap. 8
t_2	Duración de la semioscilación siguiente	ms	Cap. 8
T_a	Tolerancia	mm	Cap. 9
t_{A}	Período de revolución del eje motriz	d	Cap. 4
t_{A}	Error de batido	ms	Cap. 8
τ	Tensión de cizalladura	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
τ	Paso	$^\circ$	Cap. 7
τ	Ángulo de división	$^\circ$	Cap. 9
τ	Constante de tiempo	s	Cap. 10
τ_{t}	Tensión de torsión máxima	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Cap. 2
t_{dez}	Tiempo en minutos como número decimal	min	Cap. 11
T_{E}	Año sidéreo	d	Cap. 11
t_{F}	Período de revolución del barrilete	h	Cap. 3
t_{F}	Tiempo de funcionamiento hasta que la indicación se desvía Δt	d	Cap. 4
t_{G}	Autonomía	h, d	Cap. 3, 4
t_{H}	Tiempo de levantamiento	ms	Cap. 8
t_{h}	Horas completas	h	Cap. 1
t_{h}	Tiempo principal	min	Cap. 9
t_{I}	Período de inhibición	s	Cap. 10
t_{Imp}	Duración del impulso	ms	Cap. 10
T_{J}	Año trópico	d	Cap. 11
T_{K}	Duración media del año del calendario	d	Cap. 11
T_l	Tolerancia	mm	Cap. 9
t_{L}	Duración indicada de una lunación	d	Cap. 4
T_{Luft}	Tolerancia	mm	Cap. 9
T_{M}	Período de los impulsos del motor	s	Cap. 10

t_M	Período de revolución de la rueda de centro	h	Cap. 3
t_M	Tiempo de medición	s	Cap. 8
t_M	Tiempo medio local	min	Cap. 11
t_min	Minutos	min	Cap. 1
t_N	Hora patrón	s	Cap. 8
t_R	Reserva de marcha	h	Cap. 3
T_S	Duración de la alternancia	s	Cap. 1, 6
t_s	Segundos	s	Cap. 1
t_s	Tiempo entre dos saltos	d	Cap. 4
T_sid	Mes sidéreo	d	Cap. 11
T_So	Día solar medio	s	Cap. 11
T_St	Día sidéreo	s	Cap. 11
T_syn	Mes sinódico	d	Cap. 4, 11
t_U	Período de revolución del eje motor	h	Cap. 3
t_U	Período de revolución de la rueda motriz	s	Cap. 4
t_U	Indicación del reloj	s	Cap. 8
t_W	Período de revolución del tambor	h	Cap. 3
t_W	Tiempo solar verdadero local	min	Cap. 11
t_Z	Hora del huso	min	Cap. 11
U	Perímetro	mm	Cap. 1
U	Vueltas necesarias de la rueda motriz	1	Cap. 4
U	Tensión	V	Cap. 10
U_0	Tensión de la fuente	V	Cap. 10
U_2	Tensión parcial en la resistencia R_2	V	Cap. 10
u_C	Tensión en el condensador en el instante t	V	Cap. 10
u_G	Error máximo de la marcha debido a la lectura	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 8
UGW	Límite inferior	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
U_max	Incertidumbre de medida admisible del instrumento	$\mu\mathrm{m}$	Cap. 12
U_N	Tensión nominal de la pila	V	Cap. 10
u_S	Error máximo de lectura de un estado	s	Cap. 8
U_W	Vueltas del volante de aletas por golpe	1	Cap. 4
V	Volumen	mm^3, cm^3	Cap. 1
ΔV	Variación de volumen	cm^3	Cap. 2
Δv	Variación de la velocidad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
v	Velocidad	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$	Cap. 2, 8, 11
v	Velocidad periférica	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
V_0	Volumen inicial	cm^3	Cap. 2
v_0	Velocidad inicial	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Cap. 2
ε	Alargamiento	1	Cap. 2
ε	Ángulo	$^\circ$	Cap. 8
ε_0	Constante eléctrica, $8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$	Cap. 10
ε_r	Permitividad relativa del aislante	1	Cap. 10
φ	Ángulo	$^\circ$, rad	Cap. 1, 5
φ	Ángulo girado	rad	Cap. 2
φ	Ángulo de torsión	rad	Cap. 2, 3
φ	latitud geográfica	$^\circ$	Cap. 6

φ	Ángulo de la hélice	$^\circ$	Cap. 9
φ_E	Arco suplementario	$^\circ$	Cap. 7
φ_S	Ángulo de paso del rotor	$^\circ$	Cap. 10
ϱ	Densidad	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$, $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	Cap. 1, 8, 9
ϱ_W	Densidad del agua	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$	Cap. 1
$\Delta\vartheta$	Variación de temperatura	K	Cap. 2, 6, 10, 12
ϑ	Temperatura	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 10, 11
ϑ_0	Temperatura del punto de inversión	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 10
ϑ_1	Temperatura de ensayo más baja	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 5
ϑ_2	Temperatura de ensayo más alta	$^\circ\mathrm{C}$	Cap. 5
v_c	Velocidad de corte	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
v_F	Fracción del trabajo de la rueda que se pierde en la caída	$\%$	Cap. 7
v_f	Velocidad de avance	$\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{min}}$	Cap. 9
W	Trabajo	J, mJ	Cap. 2, 3, 10
W	Energía	$\mu\mathrm{J}$, J	Cap. 5, 10
ΔW	Pérdida de energía por oscilación completa	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 5
w	Flecha en el extremo libre	mm	Cap. 2
w	Ley	‰	Cap. 9
w_1	Ley	‰	Cap. 9
w_2	Ley	‰	Cap. 9
W_ab	Trabajo entregado al desarmarse	mJ	Cap. 3
W_auf	Trabajo empleado al dar cuerda	mJ	Cap. 3
W_b	Módulo resistente a la flexión	mm^3	Cap. 2
$\widehat{\alpha}$	Ángulo	rad	Cap. 1
W_max	Energía máxima almacenable elásticamente	mJ	Cap. 3
W_S	Trabajo de la rueda de escape por alternancia	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 7
W_U	Trabajo aportado al volante por alternancia	$\mu\mathrm{J}$	Cap. 7
$\bar{x}$	Media	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$, $\mu\mathrm{m}$	Cap. 1, 12
x	Desviación relativa	ppm	Cap. 1
x	Coordenada	mm	Cap. 1
x	Distancia	mm	Cap. 6
x_1	Coordenada	mm	Cap. 1
x_2	Coordenada	mm	Cap. 1
x_ist	Valor real	mm	Cap. 1
x_max	Valor medido máximo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
x_min	Valor medido mínimo	$\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{d}}$	Cap. 12
x_soll	Valor nominal	mm	Cap. 1
y	Coordenada	mm	Cap. 1
y_1	Coordenada	mm	Cap. 1
y_2	Coordenada	mm	Cap. 1
z	Número de dientes	1	Cap. 4, 7, 9
z	Número de divisiones	1	Cap. 9
z	Valencia	1	Cap. 9
z'	Número de dientes del piñón	1	Cap. 4
z'_1	Número de dientes del piñón de la primera rueda de reducción	1	Cap. 3
z'_1	Número de dientes del primer piñón accionado	1	Cap. 4

z'_2	Número de dientes del piñón de la segunda rueda de reducción	1	Cap. 3
z'_2	Número de dientes del segundo piñón accionado	1	Cap. 4
z'_3	Número de dientes del tercer piñón accionado	1	Cap. 4
z'_{A}	Número de dientes del piñón de remontuar	1	Cap. 3
z'_{B}	Número de dientes del piñón de la rueda suplementaria	1	Cap. 3
z'_{H}	Número de dientes del piñón de escape	1	Cap. 4
z'_{K}	Número de dientes del piñón corredizo	1	Cap. 3
z'_{K}	Número de dientes del piñón intermedio	1	Cap. 4
z'_{M}	Número de dientes del piñón de centro	1	Cap. 3
z'_{N}	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas	1	Cap. 4
z'_{R}	Número de dientes del piñón del rotor	1	Cap. 3
z'_{S}	Número de dientes del piñón de segundos	1	Cap. 4
z'_{Sch}	Número de dientes del piñón en el eje de la rueda de clavijas, que acciona la rueda contadora	1	Cap. 4
z'_{W}	Número de dientes del piñón de minutería	1	Cap. 4
z_1	Número de dientes de la primera rueda de reducción	1	Cap. 3
z_1	Número de dientes de la primera rueda motriz	1	Cap. 4
z_2	Número de dientes de la segunda rueda de reducción	1	Cap. 3
z_2	Número de dientes de la segunda rueda motriz	1	Cap. 4
z_{24}	Número de dientes de la rueda de 24 horas	1	Cap. 4
z_3	Número de dientes de la tercera rueda motriz	1	Cap. 4
z_{A}	Número de dientes de la rueda motriz montada en el cañón de horas	1	Cap. 4
z_{A}	Número de dientes de la rueda motriz	1	Cap. 4
z_{B}	Número de dientes de la rueda suplementaria	1	Cap. 3
z_{F}	Número de dientes del barrilete	1	Cap. 3
z_{H}	Número de dientes de la rueda de escape	1	Cap. 4
z_{K}	Número de dientes de la rueda intermedia	1	Cap. 4
z_{M}	Número de dientes de la rueda de centro	1	Cap. 4
z_{N}	Número de clavijas de levantamiento	1	Cap. 4
z_{S}	Número de dientes de la rueda de segundos	1	Cap. 4
z_{Sch}	Número de dientes de la rueda de la rueda contadora	1	Cap. 4
z_{Sp}	Número de dientes del rochete	1	Cap. 3
z_{St}	Número de dientes de la rueda de horas	1	Cap. 4
z_{V}	Número de dientes del cañón de minutos	1	Cap. 3, 4
z_{W}	Número de dientes de la rueda de minutería	1	Cap. 4

Índice alfabético

A

A/h 8
Abarque 158
Abarque del áncora 158
accionamiento por peso 43, 80
accionamiento por peso, altura de caída 80
Aceleración 32
Aceleración de la gravedad según latitud y altitud 153
Aceleración de la gravedad, lugar 153
acortar la espiral 126
aguja, momento de inercia 54
Agujero previo para roscar 200
Ajustar el juego axial 206
Ajuste 203
Ajuste con apriete 204
Ajuste con juego 203
Ajuste digital 234
Alargamiento 55
Aleación 211
Aleación de oro 211
Alear 212
alternancia 119
altura de cabeza 102
altura de caída 33, 80
Altura de caída del peso 80
Altura de la lámina 121
altura de pie 105
altura del diente 105
AMFE 258
amortiguamiento, volante 137
Amperio-hora 220
Amplitud a partir del ángulo de levantamiento y el tiempo de levantamiento 180
Amplitud a partir del balance energético 168
Amplitud con el ángulo de levantamiento mal ajustado 181
Amplitud mínima 171
Amplitud, ángulo de levantamiento erróneo 181
Amplitud, balance energético 168
Amplitud, cronocomparador 180
Amplitud, péndulo 150
amplitud, volante 120
Anchura de las paletas 170
Anchura de las paletas del escape Graham 170
Áncora, abarque 158
Áncora, distancia entre centros 159
ángulo a partir de tres lados 26
Ángulo anual para la ecuación de tiempo 244
ángulo de ajuste 25
Ángulo de ajuste 197
Ángulo de caída 156
ángulo de cuña 40
Ángulo de división 206
ángulo de la hélice 50
Ángulo de la hélice 201
Ángulo de levantamiento, cronocomparador 181
Ángulo de levantamiento, horquilla 163
Ángulo de paso 235
ángulo de presión 109
Ángulo de rozamiento 50, 161
Ángulo de tiro 161
ángulo de torsión 62
Ángulo del cono 197
Ángulo del cono y ángulo de ajuste 197
Ángulo del volante en función del tiempo 120
Anillo, desarrollo 210
Año bisiesto 241
Año del calendario 241
Año trópico 242
Años hasta un día de desviación 242
Antichoque, prueba 191
Antimagnético 190
Apriete 204
Apriete máximo 204
Apriete mínimo 204
arco de circunferencia 11
Arco suplementario 157
Arco suplementario del péndulo 171
Arco suplementario del volante 157
Arco suplementario, péndulo 171
área de la corona 11
Área del círculo 10
área, círculo 10
Aro de cristal 210
aro del volante 53, 127
aro del volante, volumen 19
Aro y cilindro hueco 53
Arquímedes 22
Asiento a presión 204
Asmómetro 250
autobloqueo 50
Autodescarga 230
Autonomía 78
Autonomía a partir de la altura de caída 81
Autonomía a partir de la capacidad y el consumo 229
Autonomía a partir de las vueltas del barrilete 78
Autonomía con autodescarga 230
Autonomía de la pila 229
autonomía, accionamiento por peso 81
Autorretención, rosca 201
Avance 194
Avance por alternancia 155
Avance por diente 195

B

Bajar la ley 213
Bajar la ley con metal de aleación 213
Balance energético, volante 168
bar 37
Barra delgada respecto a su centro 54
barra, momento de inercia 54
barrilete 66
barrilete, relación de transmisión 77
Batido 178
brazo de palanca 41
Brazo del áncora 159

C

Cadena de cotas 205
Cadena de tolerancias 205, 206
Cadena divisora 232
cadena y caracol 82
Caída 156
Caída como recorrido de la punta del diente 157
Caída de amplitud 185
Caída de amplitud en 24 horas 185
caída libre 32, 44
Caída, como recorrido 157
Caída, pérdida 167
Cálculo de costes, pieza torneada 195
Cálculo de mezclas 212
Calendario gregoriano 241
Calendario juliano 241
Calendario perpetuo 243
Calendario secular 243
Calor por efecto Joule 219
Campo magnético 190
cañón de minutos 97
Capacidad (condensador) 225
Capacidad a partir de la tolerancia y la dispersión 255
Capacidad crítica de proceso 255
Capacidad crítica respecto al límite inferior 256
Capacidad crítica respecto al límite superior 255
Capacidad de carga 227
Capacidad de la pila 229
Capacidad de máquina 255
Capacidad de proceso 255
Capacidad del condensador de placas 226
Capacidad total 226
caracol 82
Carga 220
Carga del condensador 225
Cargar un condensador 228
Cateto 23
cateto contiguo 24
cateto opuesto 24
Centésima de minuto 251
Centro de oscilación 148
CET 246
choque 32
Ciclo de años bisiestos 243
Cilindro 18
Cilindro hueco 19
cilindro hueco, momento de inercia 53
Cilindro, diámetro 172
cilindro, momento de inercia 53
Circuito RC 227
Círculo base 109
círculo de agujeros 28
Círculo de agujeros 207
círculo de agujeros, coordenadas 28
Círculo de agujeros: distancia entre agujeros vecinos 28
círculo de cabeza 102
Círculo de cabeza de la rueda 102
Círculo de cabeza del dentado de evolvente 109
Círculo de cabeza del piñón 104
círculo de cabeza, evolvente 109
círculo de cabeza, piñón 104
círculo de división 28, 99
círculo de pie 105
Círculo de pie de la rueda 105
Círculo de pie del dentado de evolvente 109
Círculo de pie del piñón 106
Círculo de pie del piñón (valor orientativo) 105
círculo de pie, evolvente 109
círculo de pie, piñón 105, 106
círculo divisorio 69
Círculo divisorio con la longitud óptima 69
Círculo primitivo a partir de la distancia entre centros 101
Cizalladura 57
coeficiente de dilatación 63
coeficiente de rozamiento 49
coeficiente de seguridad 56
coeficiente de temperatura 133
Coeficiente de temperatura a partir de la medición 134
Coeficiente de temperatura a partir de los datos de los materiales 133
Coeficiente de temperatura de la resistencia 221
Coeficiente de temperatura en el control de cronómetros 187
Coeficiente de temperatura, control de cronómetros 187
coeficiente de temperatura, medición 134
coeficiente termoelástico 133
cojinete del pivote 38
Columna de agua 188
Compensación de temperatura con dos materiales 152
Comportamiento térmico del cuarzo de diapasón 233
Composición de dos fuerzas 38
composición de fuerzas 38
Condensador acumulador 228
Condensador de placas 226
Condensador, carga 225
Condensador, energía 228
Condición para la rueda de segundos 95
Conexión de condensadores en paralelo 226
Conexión de condensadores en serie 227
Conexión de resistencias en paralelo 223
Conexión de resistencias en serie 222
Conicidad 197
Cono 20
Constante de tiempo 227
Constante de tiempo en la carga y la descarga 227
constante elástica 45
Consumo 229
Consumo medio 236
Consumo medio del movimiento 236
Contador de producción 248
contar números de dientes 94
Contenido energético de la pila 229
Control de cronómetros 186
control de cronómetros, temperatura 134
coordenadas 27
Coordenadas en el círculo de división: x 28
Coordenadas en el círculo de división: y 29
Corona circular 11
Coseno 24
Cpk 255, 256
Cronocomparador, amplitud 180
Cronocomparador, marcha 177
Cruz de mezclas 212
cuadrado 16
Cuadrado: medida entre aristas 16

Cuarzo de diapasón 233
Cuarzo, comportamiento térmico 233
Cuerda 12
cuerda automática 86
cuerda completa 85
cuerda manual 85
cuerda por corona 85
Culombio 220
Cuña 40
cuña, rozamiento 50
Curva de carga 228
curva terminal 125

D

debilitar un resorte 61
deceleración 32
Delta, posiciones 183
densidad 21
Densidad de corriente 216
Densidad de flujo e intensidad de campo en el aire 190
Densidad por pesada en aire y en agua 22
dentado cicloidal 102
dentado de evolvente 109
dentado relojero 102
Desarrollo 209
Desarrollo de un anillo 210
descomposición de fuerzas 39
desequilibrio 130
Desplazamiento de la lenteja a partir de marcha y número de alternancias (fórmula de taller) 144
Desplazamiento del contrapunto 198
Desplazar la lenteja 144
desviación de frecuencia 131
Desviación de frecuencia 232
Desviación en porcentaje 30
desviación porcentual 30
desviación relativa 7
Desviación típica 253
Desviación típica de la media 253
Desviación típica de la muestra 253
determinación de la densidad 22
determinar una rueda que falta 94, 104
Día sidéreo 240
Día sidéreo a partir del día solar y el año 240
Día solar medio 240
diagonal 23
Diámetro de flancos 199
diámetro de núcleo, piñón 105
Diámetro del agujero previo para roscar 200
Diámetro del núcleo 200
Diámetro del núcleo del tornillo 200
diámetro del pivote 51
Diámetro efectivo del tambor 79
diámetro efectivo del tambor 79
Diámetro medio 210
Diámetro primitivo 99
Días del ciclo de años bisiestos 243
diente del piñón 104
Dientes abarcados 158
Diferencia (desviación) 202
Diferencia entre posiciones 183
Diferencia máxima entre posiciones 183
Diferencia vertical–horizontal 183
Dilatación lineal 63
Dilatación térmica 63
Dilatación volumétrica 64
Disco de fases lunares 113
disco lunar 113
Disco macizo y cilindro 53
disco, momento de inercia 53
Dispersión 252, 253
distancia de detención 33
distancia de engrane 27
distancia de frenado 33
distancia entre centros 27, 100
Distancia entre centros a partir de coordenadas 27
Distancia entre centros de rueda y áncora 159
Distancia entre centros, rueda y áncora 159
Distancia entre los puntos de contacto 160
división 28, 99
División 206
División angular 208
División angular con el divisor 208
División directa 207
División indirecta 208
División indirecta con el divisor 208
Divisor 208
Divisor de frecuencia 232
Divisor de tensión 224
Divisor de tensión (sin carga) 224
Doblado 209
Dorado 215
Duración de la alternancia 9
Duración de la alternancia (semioscilación) 140
Duración del impulso 236
Duración media del año del calendario 241

E

Ecuación 243
Ecuación de tiempo 243
Ecuación de tiempo a partir de la fecha 244
Ecuación de tiempo, fórmula aproximada 244
Edad de la Luna 247
Edad de la Luna a partir de la fecha 247
elegir la espiral 132
elipse 15
Elipse 163
Elipse (clavija de impulso) 163
elipse, perímetro 16
Elipse, radio 164
Elipse: área 15
Elipse: perímetro 16
emparejamiento volante y espiral 132
Emparejamiento: par recuperador para volante y número de alternancias 132
empuje 22
Encajar piedras a presión 204
Energía almacenada del muelle ideal 75
Energía cinética 44
energía cinética 44
energía de la espiral 46
energía de oscilación 135
Energía de rotación 44
energía de tensado 45
Energía de un impulso del motor 237
Energía de un resorte de torsión 46

Energía de un resorte tensado 45
Energía del impulso 237
Energía del peso 81
energía del resorte 45
energía del volante 44
Energía del volante en oscilación 135
Energía eléctrica 220
Energía en el condensador 228
energía máxima 75
Energía máxima almacenable 75
Energía potencial 43, 81
energía potencial 43
energía, accionamiento por peso 81
energía, barrilete 76
energía, muelle real 75
energía, volante 135
enrollador de relojes 87
ensayo de choque 44
ensayo de oscilación libre 137
entrecaras 16, 17
Envejecimiento, cuarzo 233
equilibrado 130
equilibrio de momentos 42
Error circular 150
Error de batido 178
Error de batido como ángulo 179
Error de batido, ángulo 179
Error de isocronismo a partir de 0 h y 24 h 184
Error de la marcha debido a la lectura 191
Error de lectura 191
Error de medición, marcha 191
Error de medición, temperatura 260
error de posición 130
Error de posición 183
Error de temperatura, péndulo 151
error de temperatura, volante 133
Error del calendario 242
error del centro de gravedad 130
Error secundario 135
Escala taquimétrica 248
Escape de cilindro 172
Escape de cilindro: paso, longitud del diente y cilindro 172
Escape Graham 170
Escape Graham, anchura de las paletas 170
Escape libre 157
Escape, rendimiento 167
Esfera 19
Espesor de capa 216
Espesor de capa a partir de la densidad de corriente y el tiempo 216
Espesor de capa a partir de la masa 216
espesor de la lámina 59, 73, 121
espesor de la lámina a partir de las vueltas 70
espesor del diente 106
Espesor del diente de la rueda 106
espiral Breguet 125
espiral de Arquímedes 123
espiral, espesor y marcha 122
espiral, longitud 123
espiral, par recuperador 121
espiral, vibrado 125
Espiras del muelle armado 66
Espiras del muelle desarmado 67
Estado 173
Estado de cuerda 184
Estrechamiento 197

F

Factor de calidad 136, 168
factor de calidad, volante 136
Factor de corrección para radios de doblado cerrados 210
Factor de corrección, doblado 210
factor de llenado 69
Faradio 225
fase lunar 113
Fase lunar 247
fase lunar precisa 114
Fase lunar precisa con relación de transmisión 114
fase lunar, precisión 114
fibra neutra 58
Fibra neutra 209
First Pass Yield 257
flecha 13, 60
Flecha de la barra empotrada por un extremo 60
Flecha del arco 13
flujo de energía 48
Fórmula de la gravedad 153
Fórmula de taller, desplazamiento de la lenteja 144
Fórmula de taller, longitud del péndulo 142
Fórmula de taller, velocidad de giro 193
frecuencia 8
Frecuencia del cuarzo 32 768 Hz 232
Frecuencia del volante 118
frecuencia, volante 118
Fresado, avance 195
Fuerza 36
fuerza de arranque 49
Fuerza de presión 189
Fuerza de presión sobre el cristal o el fondo 189
fuerza de rozamiento 49
Fuerza del resorte 45
fuerza descendente 39
fuerza normal 39
Fuerza y aceleración 36

G

Galvanizar 215
Galvanoplastia, espesor de capa 216
Gauss 190
Girar el carro superior 197
golpe de media hora 110
golpes en 12 horas 110
Golpes por día 110
Golpes por vuelta de la rueda motriz 111
grado 8
grado de llenado 69
Grado de llenado del barrilete 69
Grados a radianes 8
grados, minutos, segundos 6
Gravedad normal 153

H

hermeticidad 37
Hermeticidad 188
hexágono 17
Hexágono: medida entre aristas 17

Hilo de bobina 221
hipotenusa 23
Hora del huso 246
Hora del huso a partir del reloj de sol 246
Hora local 246
Hora local a partir de la longitud 246
Hora patrón 173
horas decimales 6
Horquilla 163
Horquilla y elipse: longitudes y ángulos 163
Horquilla, relación de transmisión 165
hueco entre dientes 106

I

Igual distancia entre centros en la minutería 98
Impulso del motor 236
Impulso y caída en la rueda 156
Impulso, en el áncora 162
Impulso, en la rueda 156
Incertidumbre de medida 259
Inclinación 197
Indicación de 24 horas 98
Influencia de la temperatura al medir 260
Influencia del espesor de la lámina 73
Inhibición 234
Inhibición: corrección de marcha suprimiendo impulsos 234
Instrumento de medida, elección 259
Intensidad de corriente 218
inversor 86
ISO 1413 191
ISO 3159 186
ISO 764 190
Isocronismo, 0 h y 24 h 184
Isocronismo, péndulo 150

J

Juego axial 205
Juego axial de un eje 205
Juego axial máximo 205
Juego axial mínimo 205
Juego axial, valores límite 205
juego de cabeza 106
juego de los dientes 107
Juego del cojinete 205
Juego del eje 205
Juego entre flancos 107
Juego máximo 203
Juego mínimo 203
julio 42

L

Ley 211
Ley de Faraday 215
Ley de Hooke 56
Ley de la palanca 42
Ley de Ohm 218
ley de recorrido y tiempo 33
Ley de una mezcla 212
Ley en quilates 211
Ley, bajar 213
Ley, subir 213
límite elástico 56
límite elástico convencional 56
línea 6
línea de engrane 109
Línea de París 6
Líneas en milímetros 6
llenado del barrilete 68
longitud activa 126
Longitud activa para el número de alternancias nominal 126
Longitud de arco 11
Longitud de la circunferencia 10
longitud de la cuerda 12
Longitud de la espiral plana 123
Longitud de la horquilla 165
Longitud de la horquilla a partir de la distancia entre centros 165
Longitud del brazo del áncora 159
longitud del muelle 68
longitud del muelle a partir de las espiras 71
Longitud del muelle a partir de las espiras del muelle desarmado 71
Longitud del péndulo 141
Longitud del péndulo a partir de alternancias por minuto (fórmula de taller) 142
Longitud del péndulo a partir del número de alternancias 141
Longitud desarrollada 209
Longitud desarrollada de un arco 209
Longitud geográfica 246
Longitud óptima del muelle 68
Longitud reducida del péndulo 148
Luna nueva 247

M

Manivela del divisor 208
Marcha 174
Marcha a partir de dos estados 174
Marcha a partir de la desviación de frecuencia 131
Marcha a partir de la desviación del número de alternancias 176
Marcha a partir del desfase de las alternancias 177
Marcha como desviación relativa 7
Marcha de un reloj de tiempo sidéreo respecto al tiempo medio 240
Marcha del reloj de cuarzo a partir de la desviación de frecuencia 232
Marcha diaria 174
Marcha diaria media 175
Marcha en uso 184
Marcha en uso a partir de dos grupos de posiciones 184
marcha media 29
Marcha media 175
Marcha, a partir del número de alternancias 176
Marcha, en uso 184
marcha, frecuencia 131
Marcha, longitud del péndulo 143
marcha, momento de inercia 128
Marcha, por mes 174
Marcha, recuperación 187
Marcha, reloj de cuarzo 232
Marcha, tiempo sidéreo 240
Masa 21
Masa a partir de volumen y densidad 21
Masa depositada (ley de Faraday) 215
Masa puntual y aro delgado 52

masas de regulación 128
Media 29, 252
Media aritmética 252
Media, incertidumbre 253
medida en radianes 8, 35
medida entre aristas 16, 17
Medida límite 202
Medida máxima 202
Medida máxima y medida mínima 202
Medida mínima 202
Medida nominal 202
medir el círculo de cabeza 108
Medir el círculo de cabeza con número de dientes impar 108
medir el momento de inercia 132
Medir el momento de inercia con un disco adicional 132
medir el rendimiento 116
Medir la resistencia interna 225
Mes sidéreo 241
mes sinódico 113
Mes sinódico 241
Mes sinódico a partir de la revolución lunar 241
Miliamperio-hora 229
Minutería 97
minutería, distancia entre centros 98
minuto de arco 6
Minutos decimales 251
Minutos y segundos como valor decimal 6
Módulo 99
módulo a partir de la distancia entre centros 100
módulo a partir del círculo de cabeza 104
Módulo a partir del círculo de cabeza medido 104
módulo de cizalladura 62
módulo de elasticidad 56
módulo de elasticidad, espiral 121
módulo E 56
módulo resistente 58, 59
Módulo resistente: círculo 59
Módulo resistente: rectángulo 58
Momento de inercia 52
momento de inercia de masa 52
momento de inercia de superficie 59, 60
Momento de inercia de superficie: círculo 60
Momento de inercia de superficie: rectángulo 59
Momento de inercia de tornillos y masas de regulación 128
Momento de inercia del aro (anillo delgado) 127
Momento de inercia respecto a la suspensión (teorema de Steiner) 149
momento de inercia, volante 127
momento de retorno 121
momento de superficie 59
momento directriz 121
momento flector 58
montaje por contracción 63
Motor Lavet 235
Motor paso a paso 235
movimiento de ocho días 78
movimiento uniformemente acelerado 32
muelle de sustitución 74
Muelle de sustitución de igual efecto 74
muelle real, espesor de la lámina 73
muelle real, espiras 66, 67
muelle real, longitud 68
muelle real, par 72
muelle real, sustitución 74

N

necesidad diaria, automático 87
newton 36
NPR 258
núcleo del árbol 66
número CGS 124
Número CGS de la espiral 124
número de alternancias 8
Número de alternancias a partir de la frecuencia 119
número de alternancias a partir de los números de dientes 93
Número de alternancias a partir del período 141
Número de alternancias a partir del tren de engranajes 93
Número de alternancias a partir del último engrane 96
Número de alternancias del reloj pequeño a partir de los números de dientes 94
Número de alternancias y frecuencia 8
Número de alternancias y velocidad de giro de la rueda de escape 155
Número de alternancias, desviación 176
Número de alternancias, péndulo 141
número de alternancias, reloj pequeño 94
Número de alternancias, rueda de escape 155
número de alternancias, volante 119
Número de curva terminal 125
número de dientes impar 108
número de espiral 124
número de espiras 123
Número de hilos 199
Número de prioridad de riesgo 258
Número de prioridad de riesgo (AMFE) 258
Número del día 244
Número máximo de vueltas 70

O

ortoedro 18
Oscilación libre sin accionamiento 137
oscilación sinusoidal 120
óvalo 15

P

palanca 42
palanca acodada 42
Paletas, distancia 160
paquete del muelle 66
paquete del muelle, ancho 69
Par 41
par de rozamiento 51
Par de rozamiento en el cojinete del pivote 51
par del muelle 72
Par del muelle real 72
Par en el caracol 82
Par en el piñón 92
Par en el tambor 80
Par en la rueda de escape 116
par máximo 73
Par máximo a partir de la tensión de flexión admisible 73
par recuperador 46, 121
Par recuperador a partir de las medidas de la espiral 121
Par recuperador de la espiral (momento de retorno) 121
par, accionamiento por peso 80

par, muelle real 72
par, rueda de escape 116
par, tren de engranajes 92
paralelogramo de fuerzas 38
pasador 57
Pasador cónico 197
Paso a partir del número de hilos (rosca en pulgadas) 199
Paso de la rueda de escape 155
Paso de rosca 199
Paso y módulo 99
Paso, rueda de escape 155
pedir una espiral 124
pendiente 25
Péndulo compensado 152
péndulo de mercurio 64
Péndulo de parrilla 152
Péndulo de segundos 140
Péndulo físico 148
Péndulo, arco suplementario 171
Péndulo, período de oscilación 140
Pérdida por caída 167
Pérdida por la caída 167
perímetro, círculo 10
Período de oscilación 140
Período de oscilación con amplitud mayor 150
Período de oscilación del péndulo físico 148
Período de oscilación del volante 118
período de oscilación, volante 118
Período de revolución 91
Período de revolución del barrilete 77
Período de revolución del barrilete con rueda suplementaria 78
período de revolución, barrilete 77
período y duración de la alternancia 9
Permitividad 226
Pesa adicional 146
Pesa de ajuste 146
Pesa de ajuste a cualquier altura 147
Pesa de ajuste a media longitud del péndulo 146
Pesa de ajuste, altura 147
Pesa de regulación 147
pesada en agua 22
Peso 36
peso de una pieza 21
Peso fino 211
peso motor 36
piñón 89
piñón corredizo 88
piñón de remontuar 85
piñón que falta 104
pirámide 20
Pitágoras 23
plano inclinado 39
Plano inclinado, cuña y rosca con rozamiento 50
Plano inclinado: fuerza descendente 39
Plano inclinado: fuerza normal 39
plano rebajado 13
plantilla de curvas 125
Platillo de regulación 146
Plato de impulso 163
Plato divisor 207
polea móvil 80
pondio 41
porcentaje 30
porcentaje y marcha 7
Posiciones, horizontales y verticales 183
Potencia 46
potencia a partir del par 83
Potencia a partir del par y del período de revolución 83
potencia del barrilete 47
Potencia disipada 219
Potencia eléctrica 219
Potencia en el giro 47
Potencia en el órgano regulador 84
Potencia en una resistencia 219
Potencia en una resistencia a partir de la corriente 219
Potencia en una resistencia a partir de la tensión 219
Potencia media 83
potencia media 83
potencia necesaria 137
Potencia necesaria del volante 137
potencia, giro 47
potencia, órgano motor 83
Potencia, rueda de escape 166
potencia, volante 84, 137
ppm 7, 257
ppm y marcha 232
Presión 37
Presión de prueba 189
Presión de una columna de agua 188
Presión del agua 188
Presión dinámica 189
Presión dinámica al moverse en el agua 189
presión en el cojinete 38
Presión superficial 38
Presión superficial en el cojinete del pivote 38
Prisma: cuerpo de sección constante 18
Profundidad de pasada 196
Profundidad de rosca 200
promedio 29
Promedio 252
Prueba de choque 191
Prueba de pilas 224
puesta en hora 88
Puesta en hora: recorrido de la aguja de minutos 88
pulsación (frecuencia angular) 35, 119
Pulsómetro 250
Punto de inversión 233
punto primitivo 100
Puntos de contacto, distancia 160

Q

Quilate 211

R

radián 8
Radio a partir de cuerda y flecha 13
radio de abombado 13
radio de la curva terminal 125
Radio de la elipse a partir de la distancia entre centros 164
Radio del núcleo del árbol (valor orientativo) 66
Rango 252
raqueta 126
Realear 212
Recorrido con aceleración uniforme 33
Recorrido del áncora 162

Recorrido del áncora entre los topes 162
Recorrido perdido 162
rectángulo 15
Recuperación de la marcha 187
Reducción de la cuerda automática 86
Reducción de la minutería 97
Reducción del rotor a la rueda de segundos 236
Reducción, movimiento de cuarzo 236
Régimen estacionario 168
Regla de oro de la metrología 259
regla de senos 24
reglaje 131
regulación fina 129
Regulación fina con tornillos de regulación 129
Regulación fina, péndulo 146
regulación, fórmula básica 131
regulación, raqueta 126
Regulación, reloj de péndulo 143, 144
regulación, volante 128
Relación de transmisión 89
relación de transmisión 89
Relación de transmisión de un engrane 89
Relación de transmisión entre horquilla y volante 165
Relación de transmisión total 91
Relación de transmisión, horquilla y volante 165
Reloj de sol 246
Reloj de tiempo sidéreo 240
Rendimiento 47
Rendimiento a la primera 257
Rendimiento a la primera de una operación 257
Rendimiento a la primera en varias operaciones 258
Rendimiento a la primera, total 258
Rendimiento a partir de pares medidos 116
Rendimiento de corriente 215
Rendimiento del escape 167
Rendimiento del muelle real 76
Rendimiento total 48
Rendimiento total del tren de engranajes 115
Rendimiento, escape 167
rendimiento, movimiento 84
rendimiento, muelle real 76
rendimiento, tren de engranajes 115
Repère 178
Reposo 162
reserva de energía, muelle real 43
reserva de marcha 78
reserva de marcha, automático 87
resistencia a la tracción 56
Resistencia de carga 225
Resistencia de un hilo 221
Resistencia del conductor 221
Resistencia eléctrica 218
Resistencia equivalente 223
Resistencia interna 224
Resistencia interna a partir de la medición en vacío y bajo carga 225
Resistencia total 222
Resistencia y temperatura 221
Resistividad 221
resorte de lámina 58, 60
resorte de torsión 46, 62
resultante 38
Revolución lunar 241
rigidez del resorte 45
Rigidez del resorte de lámina 61
rigidez, resorte de lámina 61
rochete 85
Rosca en pulgadas 199
Rosca, métrica 199
rosca, rozamiento 50
Roscado con macho 200
rotor 86
Rotor 235
rotura de pivote 59
rozamiento del pivote 51
Rozamiento estático 49
Rozamiento por deslizamiento 49
Rueda contadora 111
Rueda de cilindro 172
rueda de clavijas 111
rueda de clavijas, relación de transmisión 111
rueda de corona 85
Rueda de escape, paso 155
Rueda de escape, trabajo por alternancia 166
rueda de escape, velocidad de giro 95
Rueda de escape, velocidad de giro 155
rueda de horas 97
rueda de minutería 97
rueda de segundos 95
rueda de segundos que falta 96
Rueda de segundos, movimiento de cuarzo 236
rueda de transmisión 88
rueda intermedia 91, 95
rueda suplementaria 78

S

sección circular 59, 60
sección rectangular 58
sección, redonda 10
sector 12
Sector circular 12
segmento 14
Segmento circular 14
segundo de arco 6
semioscilación 8, 119
Semioscilación 140
semioscilaciones por hora 93
Seno 24
Separación entre espiras 123
sistema antichoque 36
Sonería 110
sonería de rueda contadora 111
sonería, autonomía 112
Steiner, teorema de 54, 149
Subir la ley 213
Subir la ley con metal fino 213
Suma de los golpes de las horas 110

T

tamaño del movimiento 6
tambor 79
Tangente 25
Tangente, escape de áncora 159
Taquímetro 248
Tasa de defectos 257
Tasa de rechazo 257

Tasa de retrabajo 257
Telémetro 249
Telémetro: distancia a partir del tiempo de recorrido del sonido 249
Temperatura de referencia 260
Tensión 55, 218
tensión admisible 56
Tensión admisible y coeficiente de seguridad 56
Tensión de cizalladura 57
tensión de compresión 55
Tensión de flexión 58
tensión de flexión, muelle real 73
tensión de torsión 62
tensión de tracción 55
Tensión de tracción y de compresión 55
Tensión en bornes 224
Tensión en bornes de la pila bajo carga 224
Tensión en el condensador durante la carga 228
Tensión en vacío 224
Teorema de Pitágoras 23
Teorema de Steiner 54
Teorema del coseno 26
Teorema del seno 26
Tiempo de funcionamiento hasta la desviación de la fase lunar 114
Tiempo de levantamiento 180
Tiempo de medición 177
Tiempo principal 195
Tiempo principal al tornear y taladrar 195
Tiempo sidéreo 240
Tiempo solar medio 243
Tiempo solar verdadero 243
Tiempo solar verdadero local 246
tija de remontuar 62
Tiro 161
Tiro: el ángulo de rozamiento como límite 161
Tolerancia 202, 255
Tolerancia del juego axial (cadena de tolerancias) 206
Tope 162
Torneado de conos 198
tornillo de regulación 52
tornillos de regulación 128, 129
tornillos del volante 128
torsión 62
Torsión: ángulo de torsión 62
Torsión: tensión en un eje redondo 62
Trabajo 42
Trabajo de la rueda de escape por alternancia 166
trabajo de tensado 75
Trabajo eléctrico 220
Trabajo en el giro 43
Trabajo entregado al desarmarse 76
trabajo, barrilete 76
trabajo, giro 43
Trabajo, rueda de escape 166
Trapecio 15
Tren de engranajes 91
tren de rodaje 93
tren reductor 86
Triángulo 14
triángulo cualquiera 26
triángulo, área 14
Trimmer 226, 234
Tronco de cono 20
tubo 19
Tuerca de regulación 144

V

valor CGS 124
valor nominal y valor real 30
Variación de marcha a partir del par recuperador y del momento de inercia 131
Variación de marcha al cambiar la amplitud 150
Variación de marcha con la raqueta 126
Variación de marcha con la tuerca de regulación 144
Variación de marcha por cambio de lugar de instalación 153
Variación de marcha por desequilibrio (error del centro de gravedad) 130
Variación de marcha por el espesor de la lámina 122
Variación de marcha por el momento de inercia 128
Variación de marcha por temperatura 151
Variación de marcha por variación de longitud 143
Variación del estado 174
Variación del estado en un tiempo de funcionamiento 174
Variación media de marcha 186
vatio 46
Vatio-hora 229
Vatio-segundo 220
Velocidad 31
Velocidad a partir del tramo de medición y el tiempo cronometrado 248
Velocidad angular 35
Velocidad angular a partir de la velocidad de giro 35
Velocidad angular máxima 120
velocidad angular, volante 120
Velocidad con aceleración uniforme 32
Velocidad de avance 194
Velocidad de avance al fresar 195
Velocidad de avance al tornear y taladrar 194
velocidad de caída 33
Velocidad de corte 193
velocidad de giro 34, 35, 90
Velocidad de giro a partir de la velocidad de corte (fórmula de taller) 193
Velocidad de giro de la rueda de escape 95
Velocidad de giro del piñón 90
Velocidad de giro del rotor 235
Velocidad de giro, rueda de escape 155
Velocidad de giro, torneado y fresado 193
velocidad de impacto 33
Velocidad de impacto en una caída 191
Velocidad del sonido 249
Velocidad del sonido y temperatura 250
Velocidad del sonido, temperatura 250
Velocidad periférica 34
Velocidad y recorrido sin el tiempo 33
Velocidad, cronógrafo 248
vibrado de la espiral 125
Vibrado: oscilaciones en el tiempo de conteo 125
viga en flexión 60
volante compensado 135
volante de aletas 112
volante sin raqueta 129
volante, período de oscilación 118
Volumen de viruta 196
Volumen de viruta por unidad de tiempo al tornear 196

volumen del muelle 75
volumen, barra 18
volumen, cilindro 18
volumen, cono 20
volumen, esfera 19
Vueltas de corona para dar cuerda 85
Vueltas del barrilete 67
vueltas del barrilete 67
Vueltas del rotor para una reserva de marcha 87
Vueltas del volante de aletas por golpe 112
Vueltas por cada cuerda 112
vueltas, barrilete 67
vueltas, número máximo 70

Z

Zona de tolerancia 202